

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.08.003

四驱车辆交互式多模型自适应无迹卡尔曼滤波 路面附着系数估计*

邓浩楠¹, 赵治国¹, 赵坤¹, 李刚², 于勤¹

(1. 同济大学汽车学院, 上海 201804; 2. 武汉路特斯汽车有限公司, 武汉 430000)

[摘要] 路面附着系数对车辆动力学控制性能有重要影响, 为准确实时估计路面附着系数, 提高算法在不同路面及工况下的估计精度与收敛速度, 本文针对分布式四轮驱动车辆, 结合7自由度车辆动力学模型和Dugoff轮胎模型, 提出了一种基于交互式多模型的自适应无迹卡尔曼滤波(IMM-AUKF)路面附着系数估计方法, 首先将改进的Sage-Husa噪声估计器引入到无迹卡尔曼滤波(UKF)算法中, 构建了自适应无迹卡尔曼滤波(AUKF)观测器, 以对测量噪声进行实时更新并保证其协方差矩阵的正定性, 同时提高新观测数据的权重, 并增强算法的实时跟踪精度和稳定性; 然后通过选择不同的观测变量, 分别构建了车辆纵向行驶工况AUKF观测器和横纵向耦合工况AUKF观测器, 并利用交互式多模型(IMM)算法进行观测器模型的切换, 进而实现算法在车辆不同行驶工况下路面附着系数的准确估计。高附、低附、对接以及对开等路面仿真试验及实车道路试验结果表明, 所提出的IMM-AUKF算法相比于传统的UKF算法, 具有更高的估计精度与更快的收敛速度, 能够适应不同工况下路面附着系数的实时准确估计。

关键词: 分布式四轮驱动; 路面附着系数; 交互式多模型; 自适应无迹卡尔曼滤波

Estimation of Road Adhesion Coefficient Using Interactive Multiple Model Adaptive Unscented Kalman Filter for 4WID Vehicles

Deng Haonan¹, Zhao Zhiguo¹, Zhao Kun¹, Li Gang² & Yu Qin¹

1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804; 2. Lotus Automobile Company limited, Wuhan 430000

[Abstract] The road adhesion coefficient has an important impact on the vehicle dynamics control performance. In order to accurately obtain the road adhesion coefficient in real time and improve the estimation accuracy and convergence speed of the algorithm under different road surfaces and driving conditions, an interactive multiple model adaptive unscented Kalman filter (IMM-AUKF) based on the seven-degree-of-freedom vehicle dynamics model and Dugoff tire model is proposed in this paper for the distributed four-wheel-drive vehicles. The algorithm first introduces the improved Sage-Husa noise estimator into the UKF algorithm to construct the AUKF observer, which updates the measurement noise in real time and ensures the positive characterization of its covariance matrix, improves the weight of the new observation data, and enhances the real-time tracking accuracy and stability of the algorithm. Afterwards, the algorithm selects different observation variables to construct the longitudinal driving condition AUKF observer and the lateral-longitudinal coupling driving condition AUKF observer. And the IMM algorithm is also used to switch the observer model, so as to realize the algorithm's accurate estimation of the road adhesion coefficient under different driving conditions. The results of simulation tests on high/low attachment, joint and u-split roads and real vehicle road tests show that the proposed IMM-AUKF algorithm has higher estimation accuracy and faster convergence speed than the traditional UKF algorithm, and it can adapt to the real-time and accurate estima-

* 国家自然科学基金(52172390)资助。

原稿收到日期为2023年12月29日, 修改稿收到日期为2024年02月20日。

通信作者: 赵治国, 教授, 博士后, E-mail: zhiguo.zhao@tongji.edu.cn。

tion of the road adhesion coefficient under different driving conditions.

Keywords: distributed four-wheel drive; road adhesion coefficient ; interactive multiple model; adaptive unscented Kalman filter

前言

车辆主动安全系统须根据不同的路面附着条件实时调整控制策略,以提高车辆操纵稳定性。可见,路面类型将直接影响到车辆的驾驶性能,因此路面附着系数估计对交通机构和人类驾驶员来说都是至关重要的^[1],国内外学者对路面识别进行了大量研究。相比于传统汽车,四轮独立驱动电动汽车具有四轮独立可控、轮端转矩/转速精确可测等优点^[2-3],也为路面附着系数的识别提供了便利条件^[4]。

王震坡等^[5]对路面识别方法进行了综述,介绍了基于试验和基于模型的估计方法,并指出基于试验的方法对测试环境的鲁棒性不强,基于模型的方法对不同工况的自适应性较差。基于试验的方法通过使用传感器(光学、声学等)直接采集与路面附着系数相关的因素数据,进而推算得出结果。Šabanovič等^[6]使用视频图像传感器采集数据,并通过深度神经网络对3种不同路面和干湿状态进行分类,从而实现路面识别,但该方法易受到环境条件影响,对传感器要求高。张雷等^[7]基于图像识别的方法,通过卷积神经网络实现路面类型识别,再结合基于粒子滤波的观测器进行精准估计,但该方法易受数据集质量影响,且需要加装视觉传感器。

可见,高精度视觉传感器虽然有助于路面识别,但其昂贵的价格会提高整车制造成本。因此,应用低成本的车载传感器并结合车辆动力学模型进行路面识别成为近年来的研究热点^[8]。其中,滤波/估计算法被广泛利用,扩展卡尔曼滤波(EKF)和无迹卡尔曼滤波(UKF)技术应用最为广泛,通过迭代更新每个时间步长的滤波增益来接近真实状态/参数分布^[9]。Xu等^[10]通过建立车辆动力学模型和HSRI轮胎模型,使用EKF算法进行车辆行驶状态参数和路面附着系数估计。Wielitzka等^[11]基于高度非线性的车辆模型,利用UKF算法估计了质心侧偏角和路面附着系数,并给出了基于可信区间的估计可靠性。Heidfeld等^[12]建立非线性双轨模型,车辆状态信息与刷子轮胎模型结合,利用UKF算法设计状态观测器

识别路面附着系数。Wang等^[13]通过采用减少UKF算法中采样点数量的方法来提高路面附着系数估计的收敛速度。但上述研究均未考虑测量噪声的变化对估计结果的影响。赵治国等^[14]提出了一种适用于分布式驱动车辆的UKF状态估计算法,并对测量噪声进行了自适应处理,提高了对测量干扰的鲁棒性。付翔等^[15]在UKF算法的基础上,引入了指数加权衰减记忆滤波对观测噪声和协方差进行了自适应处理,仿真和实车试验表明该算法提高了估计精度。刘志强等^[16]采用协方差判据对UKF观测器的发散趋势进行判断,并引入Sage-Husa噪声估计器对系统的过程噪声进行更新,构建自适应衰减卡尔曼滤波(AUKF)观测器估计路面附着系数。平先尧等^[17]将强跟踪理论引入UKF算法中,并根据行驶工况构造不同的强跟踪无迹卡尔曼滤波(STUKF)观测器,提升算法对路面附着系数变化的适应性,但该方法并未给出不同工况下观测器的切换方式。

传统的UKF算法虽然具有较高的估计精度,但存在记忆性,针对车辆这一非线性极强的系统,噪声统计误差会影响滤波算法的精度,甚至出现发散^[18]。此外,车辆在行驶过程中轮胎与地面的作用过程十分复杂,仅使用单一的数学模型无法准确表征车辆在多种运行工况下的状态。为解决上述两个问题,本文将改进的Sage-Husa噪声估计器引入到UKF算法中,构建自适应无迹卡尔曼滤波(AUKF)观测器,对测量噪声进行实时更新,相比于文献[16],该方法在对测量噪声更新时还保证了其协方差矩阵的正定性,以提高算法对时变附着系数的适应能力。同时,还考虑到不同行驶工况下轮胎激励不同,通过选择不同的观测变量分别构建了纵向工况和横纵向耦合工况两种AUKF观测器,并使用交互式多模型算法(IMM)实现了观测器模型的切换,提高了路面附着系数估计的工况自适应能力。

1 车辆系统动力学模型

1.1 车辆模型

考虑模型计算量及精度,本文所提出的路面附着系数估计算法基于如图1所示的7自由度车辆模

型,包括车辆的纵向、侧向和横摆运动以及4个车轮的旋转运动。

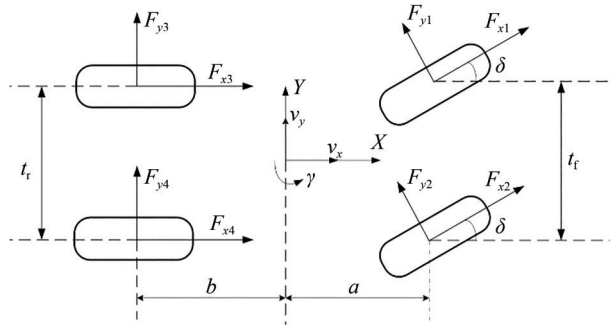


图1 7自由度车辆模型

车辆的运动学方程为

$$a_x = \gamma \cdot v_y + \frac{1}{m} [(F_{x1} + F_{x2})\cos\delta - (F_{y1} + F_{y2})\sin\delta + F_{x3} + F_{x4} - F_w] \quad (1)$$

$$a_y = -\gamma \cdot v_x + \frac{1}{m} [(F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + (F_{y1} + F_{y2})\cos\delta + F_{y3} + F_{y4}] \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{I_z} \{ a [(F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + (F_{y1} + F_{y2})\cos\delta] - \frac{d_f}{2} [(F_{x1} - F_{x2})\cos\delta - (F_{y1} - F_{y2})\sin\delta] - b(F_{y3} + F_{y4}) - \frac{d_r}{2} (F_{y3} - F_{y4}) \} \quad (3)$$

车轮的转动方程为

$$I_w \dot{\omega}_i = T_{pi} - T_{bi} - rF_{xi} \quad (4)$$

式中: v_x 、 v_y 分别为车辆的纵向车速和侧向车速; a_x 、 a_y 和 γ 分别代表纵向加速度、侧向加速度和横摆角速度; m 为整车质量; F_{xi} 、 F_{yi} 为对应车轮的纵向力和侧向力($i=1,2,3,4$,分别表示左前、右前、左后、右后4个车轮); $F_w = C_D A v_x^2 / 21.15$,为空气阻力; a 、 b 分别为质心到前后轴的距离; ω_i 为车轮轮速; δ 为前轮转角; t_f 、 t_r 为前后轮距; I_z 为车辆绕 z 轴的转动惯量; I_w 为车轮绕车轴的转动惯量; T_{pi} 、 T_{bi} 分别为驱动力矩和制动力矩。

1.2 轮胎模型

Dugoff轮胎模型可以描述车辆运动状态、路面附着系数和轮胎力的非线性关系,并能够分离出路面附着系数变量,具有拟合精度高、计算复杂度低等优点。因此,本文基于Dugoff轮胎模型,通过车辆运动状态拟合得到归一化的轮胎纵、侧向力,即

$$\begin{cases} F_x = \mu F_x^0 = \mu F_z C_x \frac{s}{1-s} f(L) \\ F_y = \mu F_y^0 = \mu F_z C_y \frac{\tan\alpha}{1-s} f(L) \end{cases} \quad (5)$$

$$f(L) = \begin{cases} L(2-L), & L < 1 \\ 1, & L \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$L = \frac{(1-s) \left(1 - \varepsilon v_x \sqrt{(C_x s)^2 + (C_y \tan\alpha)^2} \right)}{2 \sqrt{(C_x s)^2 + (C_y \tan\alpha)^2}} \quad (7)$$

式中: F_x^0 、 F_y^0 分别为归一化的轮胎纵向力和侧向力; C_x 、 C_y 分别为轮胎的纵向刚度和侧偏刚度; $f(L)$ 用于修正非线性区间的轮胎力, $L < 1$ 表示轮胎处于非线性区域,反之则处于线性区域; s 、 α 分别为滑移率和侧偏角; ε 为速度影响因子; μ 为路面附着系数; F_z 为轮胎垂直载荷。

2 交互式多模型自适应无迹卡尔曼滤波(IMM-AUKF)路面附着系数估计

2.1 基于传统UKF的路面附着系数估计

对于具有高斯白噪声 $w(t)$ 、 $v(t)$ 的状态变量 $x(t)$ 、观测变量 $z(t)$ 组成的非线性系统状态估计模型,一般均可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t) + w(t)) \\ z(t) = h(x(t), u(t) + v(t)) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为系统的状态函数和量测函数;设过程噪声 $w(t)$ 具有协方差阵 Q ,测量噪声 $v(t)$ 具有协方差阵 R 。

下面主要研究四轮独立驱动车辆各车轮路面附着系数的实时估计问题,基于传统UKF的路面附着系数估计算法通常以各车轮当前的路面附着系数 u_i 作为状态变量 $x = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)^T$;以纵、侧向加速度 a_x 、 a_y 和横摆角速度 γ 等传感器可以采集的信号量作为观测变量 $z = (a_x, a_y, \gamma)^T$ 。将UKF采样时间定义为 Δt ,系统离散化后建立状态空间方程如下。

状态方程为

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + w(k) \quad (9)$$

观测方程为

$$z(k) = \begin{bmatrix} \frac{F_{x1}^0 \cos \delta - F_{y1}^0 \sin \delta}{m} & \frac{F_{x2}^0 \cos \delta - F_{y2}^0 \sin \delta}{m} & \frac{F_{x3}^0}{m} & \frac{F_{x4}^0}{m} \\ \frac{F_{x1}^0 \sin \delta + F_{y1}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{x2}^0 \sin \delta + F_{y2}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{y3}^0}{m} & \frac{F_{y4}^0}{m} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (10)$$

其中观测矩阵各参数为

$$\begin{cases} H(3,1) = \frac{a(F_{x1}^0 \sin \delta + F_{y1}^0 \cos \delta) + t_1/2(F_{x1}^0 \cos \delta - F_{y1}^0 \sin \delta)}{I_z} \\ H(3,2) = \frac{a(F_{x2}^0 \sin \delta + F_{y2}^0 \cos \delta) - t_1/2(F_{x2}^0 \cos \delta - F_{y2}^0 \sin \delta)}{I_z} \\ H(3,3) = \frac{t_r/2F_{x3}^0 - bF_{y3}^0}{I_z} \\ H(3,4) = -\frac{t_r/2F_{x4}^0 + bF_{y4}^0}{I_z} \end{cases} \quad (11)$$

针对非线性系统,传统UKF基于经典卡尔曼滤波结构,利用无迹变换(UT)来解决非线性传递问题。相比于EKF,UKF未忽略高阶项,不需要对非线性函数做近似,估计精度和稳定性更好。基于非线性系统的无迹卡尔曼滤波过程实现步骤如下。

步骤1:系统初始化

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{P}_0 = E((\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T) \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\hat{\mathbf{x}}_0$ 和 \mathbf{P}_0 分别为预测值和协方差矩阵的初值。

步骤2:UT变换

对于 n 维状态向量,根据均值和方差计算 $2n+1$ 个Sigma点,即采样点:

$$\mathbf{X}_{k|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} + (((n + \lambda)\mathbf{P}_{k|k})^{1/2})_i, & i = 1 \sim n \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - (((n + \lambda)\mathbf{P}_{k|k})^{1/2})_i, & i = n + 1 \sim 2n \end{cases} \quad (13)$$

计算Sigma点集中各采样点的权重:

$$\begin{cases} \omega_m^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \\ \omega_c^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - a^2 + \beta) \\ \omega_m^{(i)} = \omega_c^{(i)} = \frac{\lambda}{2(n + \lambda)}, i = 1 \sim 2n \end{cases} \quad (14)$$

式中: ω_m 和 ω_c 分别为系统均值和协方差的均值; λ 为缩放比例参数; a 为尺度参数; β 为非负的特选参数,其合并了方程中高阶项的动态误差,减小了高阶项的影响。

步骤3:时间更新

$$\mathbf{x}_{(k+1|k)}^i = f(\mathbf{x}_{(k|k)}^i, \mathbf{u}_{(k)}^i) \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_m^{(i)} \mathbf{x}_{(k+1|k)}^i \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{(k+1|k)} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_c^{(i)} (\hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)} - \hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)}^{(i)}) (\hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)} - \hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)}^{(i)})^T + \mathbf{Q}_k \quad (17)$$

$$\mathbf{y}_{(k+1|k)}^i = h(\mathbf{x}_{(k+1|k)}^i, \mathbf{u}_{(k+1)}^i) \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{(k+1|k)} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_c^{(i)} \mathbf{y}_{(k+1|k)}^i \quad (19)$$

步骤4:量测更新

$$\mathbf{P}_{yy,k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_m^{(i)} (\mathbf{y}_{(k+1|k)}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{(k+1|k)}) (\mathbf{y}_{(k+1|k)}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{(k+1|k)})^T + \mathbf{R}_k \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{xy,k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_m^{(i)} (\mathbf{x}_{(k+1|k)}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{(k+1|k)}) (\mathbf{y}_{(k+1|k)}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{(k+1|k)})^T \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_{(k+1)} = \mathbf{P}_{xy,k} \mathbf{P}_{yy,k}^{-1} \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{(k+1|k+1)} = \hat{\mathbf{X}}_{(k+1|k)} + \mathbf{K}_{(k+1)} (\mathbf{y}_{(k+1|k)} - \hat{\mathbf{y}}_{(k+1|k)}) \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{(k+1|k+1)} = \mathbf{P}_{(k+1|k)} - \mathbf{K}_{(k+1)} \mathbf{P}_{(yy,k)} \mathbf{K}_{(k+1)}^T \quad (24)$$

2.2 基于改进Sage-Husa噪声估计的AUKF算法

基于传统UKF的路面附着系数估计算法为无限增长记忆滤波,该算法在每一个时间步都会利用先前数据进行预测更新和测量更新,随着滤波过程的推进,旧数据对滤波结果的影响逐渐变大,新观测数据对滤波器的修正作用逐渐变小,无法抑制误差对于状态估计值的影响^[19],最终导致估计算法仅适用于某一工况的路面附着系数估计。因此当车辆行驶工况发生变化时,尤其是对接路面这种突变工况,如果不能增加新观测数据的权重,估计结果将产生较大误差,甚至发散。

传统的AUKF算法利用Sage-Husa噪声估计器实时更新UKF算法中的噪声矩阵 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} ,从而增加新数据的权重。然而,基于Sage-Husa的自适应算法也存在一些缺陷和局限性。张常云^[20]通过理论推导与仿真结合的方法证明了Sage-Husa算法无法在 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 均未知时将其估算出来,只能在一个已知的情况下去估算另一个;且在系统阶次较高时,噪声矩

阵 Q 和 R 易失去半正定性和正定性。针对 Sage-Husa 噪声估计器的局限性,本文通过改进次优 Sage-Husa 噪声估计器,增加新数据权重,仅对测量噪声的均值和协方差进行实时估计并保证其方差矩阵的正定性,最后将其引入到 UKF 中得到 AUKF 算法。

本文对 Sage-Husa 噪声估计器的改进主要针对以下两个方面。

(1) 在滤波过程中仅对测量噪声进行更新

车辆在行驶过程中,车载传感器的统计特性时刻会发生变化,从而造成测量噪声协方差矩阵 R 发生变化,对于 R 的更新会对估计结果造成较大影响。相比于 R, Q 的鲁棒性更强,可以采用多次仿真测试的方法来选取一个较为合适的 Q 值。因此算法只对测量噪声协方差矩阵 R 进行实时更新。结合 UKF 算法的滤波过程与 Sage-Husa 噪声估计器可对测量噪声进行如下更新:

$$\mathbf{r}_{k+1} = (1 - d_{k+1})\mathbf{r}_k + d_{k+1}[\mathbf{y}_{k+1|k+1} - \sum_{i=0}^{2n} (\omega_m^i \mathbf{y}_{k+1|k}^i)] \quad (25)$$

$$d_{k+1} = (1 - b)/(1 - b^{k+1}) \quad (26)$$

$$\mathbf{R}_{k+1} = (1 - d_{k+1})\mathbf{R}_k + d_{k+1} \{ \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}^T - \sum_{i=0}^{2n} [\omega_c^i (\mathbf{y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) (\mathbf{y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k})^T] \} \quad (27)$$

式中: \mathbf{r}_k 和 \mathbf{R}_k 分别为测量噪声的均值矩阵和协方差矩阵; $\tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ 为 $k+1$ 时刻观测变量的残差序列矩阵; b 为遗忘因子,一般取 $0.95 < b < 0.99$ 。遗忘因子可以起到限制 UKF 滤波器的记忆长度的作用, b 取值越大,在噪声估计时新数据的计算权重越大,从而能够有效提高多工况、多路面下路面附着系数估计的准确性与适用性。

(2) 保证测量噪声协方差矩阵的正定性

当式(27)右侧非零元素的绝对值大于某个阈值或自协方差元素出现负值时,容易导致 \mathbf{R}_{k+1} 失去正定性,从而引起滤波发散。因为过程噪声和测量噪声是高斯噪声且不相关,其协方差矩阵应对角阵,故本文令对角线元素取绝对值,非对角元素取0,对测量噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_{k+1} 进行如下修正:

$$\mathbf{R}_{k+1} = \sqrt{\text{diag}(\text{diag}(\mathbf{R}_{k+1} \mathbf{R}_{k+1}^T))} \quad (28)$$

式(25)~式(28)即为改进的 Sage-Husa 噪声估计器,其增加了新观测数据的比重,保证了测量噪声的正定性和对称性。再与 UKF 结合,实现基于改进 Sage-Husa 噪声估计的 AUKF 算法,算法流程如图2

所示。

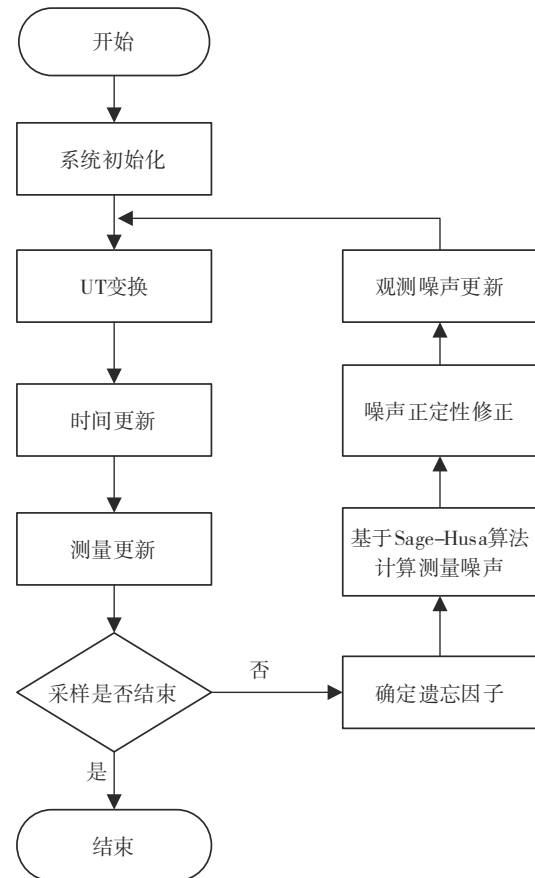


图2 AUKF算法流程图

2.3 基于交互式多模型的不同工况路面附着系数 AUKF 估计

近年来,结合不同车辆模型的车辆状态估计方法受到广泛关注^[21]。交互式多模型算法(IMM)能够实时调整各子模型的匹配概率,并依据模型转移矩阵使融合输出结果始终跟踪误差小的子模型输出,具有自适应的特点^[22]。针对不同行驶工况下的路面附着系数估计问题,下面选取不同的观测变量将模型分为纵向工况 AUKF 模型和横纵向耦合工况 AUKF 模型,并使用 IMM 算法进行两种模型的切换,从而实现工况自适应路面附着系数估计。

2.3.1 纵向工况 AUKF

该滤波器用于车辆纵向工况行驶估计,因为纵向工况下轮胎受到的侧向力较小,轮胎力拟合精度较低,且侧向加速度 a_y 和横摆角速度 γ 的测量值较小,无法提供有效的测量修正。因此在观测方程中忽略侧向力,引入4个车轮的轮加速度 ω_i ,将纵向工

况 AUKF 模型的观测变量定义为 $z_x = (a_x, \dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3, \dot{\omega}_4)^T$ 。

该模型的观测方程为

$$z(k)_x = \begin{bmatrix} \frac{F_{x1}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{x2}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{x3}^0}{m} & \frac{F_{x4}^0}{m} \\ -\frac{F_{x1}^0 r}{I_w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F_{x2}^0 r}{I_w} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{F_{x3}^0 r}{I_w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{F_{x4}^0 r}{I_w} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\psi} \cdot (T_{pi} - T_{bi})/I_w + \mathbf{v}(k) \quad (29)$$

$$z(k)_{xy} = \begin{bmatrix} \frac{F_{x1}^0 \cos \delta - F_{y1}^0 \sin \delta}{m} & \frac{F_{x2}^0 \cos \delta - F_{y2}^0 \sin \delta}{m} & \frac{F_{x3}^0}{m} & \frac{F_{x4}^0}{m} \\ \frac{F_{x1}^0 \sin \delta + F_{y1}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{x2}^0 \sin \delta + F_{y2}^0 \cos \delta}{m} & \frac{F_{y3}^0}{m} & \frac{F_{y4}^0}{m} \\ H(3.1) & H(3.2) & H(3.3) & H(3.4) \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (30)$$

式中矩阵第3行参数见式(11)。

该模型状态变量的选取和状态方程同式(9)。

针对不同行驶工况,本文使用 IMM-AUKF 算法实现不同模型的切换,其算法步骤如下。

步骤1:输入交互

根据上一时刻($k-1$ 时刻)目标的状态估计值 $\hat{\mathbf{X}}_j(k-1|k-1)$ 和每个子滤波器的模型概率 $u_j(k-1)$ 得到混合估计状态 $\hat{\mathbf{X}}_{0j}(k-1|k-1)$ 和协方差 $\mathbf{P}_{0j}(k-1|k-1)$,并将其作为初始状态,计算公式如下。

模型 j 的预测概率为

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^r p_{ij} \mu_i(k-1) \quad (31)$$

模型 i 到模型 j 的混合概率为

$$\mu_{ij}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^r p_{ij} \mu_i(k-1) / \bar{c}_j \quad (32)$$

模型 j 的混合状态估计为

$$\hat{\mathbf{X}}_{0j}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^r \hat{\mathbf{X}}_i(k-1|k-1) \mu_{ij}(k-1|k-1) \quad (33)$$

模型 j 的混合协方差估计为

$$\mathbf{P}_{0j}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^r u_{ij}(k-1|k-1) \{ \mathbf{P}_i(k-1|k-1) + [\hat{\mathbf{X}}_i(k-1|k-1) - \hat{\mathbf{X}}_{0j}(k-1|k-1)] \cdot [\hat{\mathbf{X}}_i(k-1|k-1) - \hat{\mathbf{X}}_{0j}(k-1|k-1)]^T \} \quad (34)$$

式中 $\boldsymbol{\psi} = (0, 1, 1, 1, 1)^T$ 。

该模型状态变量的选取和状态方程同式(9)。

2.3.2 横纵向耦合工况 AUKF

该滤波器用于车辆横纵向耦合工况行驶估计,因为在该工况下轮胎受到的纵向力和侧向力均较大,故观测变量选择传感器测量得到的纵、侧向加速度 a_x 、 a_y 和横摆角速度 γ ,同时为避免滤波器因噪声估计的引入导致4个车轮的路面附着系数估计存在偏差,从而无法较好地识别对开路面,故又在该滤波器观测变量中加入了同侧前后车轮路面附着系数估计值差值的约束。横纵向耦合工况 AUKF 模型的观测变量定义为 $z_{xy} = (a_x, a_y, \gamma, 0, 0)^T$ 。

该模型的观测矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{F_{x3}^0}{m} & \frac{F_{x4}^0}{m} \\ \frac{F_{y3}^0}{m} & \frac{F_{y4}^0}{m} \\ H(3.3) & H(3.4) \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (30)$$

式中: r 为模型个数; p_{ij} 为模型 i 转移到模型 j 的概率。

步骤2:AUKF算法

在得到 k 时刻的初值后,将 $\hat{\mathbf{X}}_{0j}(k-1|k-1)$ 、 $\mathbf{P}_{0j}(k-1|k-1)$ 和观测值 $z(k)$ 输入到2.2节的 AUKF 算法中进行状态更新和噪声更新,得到 k 时刻滤波后的状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_j(k|k)$ 和协方差 $\mathbf{P}_j(k|k)$,具体计算见式(15)~式(28)。

步骤3:模型概率更新

利用似然函数更新模型概率 $u_j(k)$,模型 j 的似然函数计算如下:

$$\Lambda_j(k) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\mathbf{S}_j(k)|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{v}_j^T \mathbf{S}_j^{-1}(k) \mathbf{v}_j \right\} \quad (35)$$

其中

$$\mathbf{v}_j(k) = z(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{X}}_j(k|k-1)$$

$$\mathbf{S}_j(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{P}_j(k|k-1) \mathbf{H}(k)^T + \mathbf{R}(k)$$

在此基础上,模型 j 的概率为

$$\mu_j(k) = \Lambda_j(k) \bar{c}_j / \sum_{j=1}^r \Lambda_j(k) \bar{c}_j \quad (36)$$

步骤4:输出交互

基于步骤2中每个子模型估计结果和步骤3中子模型概率,通过加权融合得到总的估计状态 $\hat{\mathbf{X}}(k|k)$ 和协方差 $\mathbf{P}(k|k)$ 。

总的状态估计为

$$\hat{X}(k|k) = \sum_{j=1}^r \hat{X}_j(k|k) \mu_j(k) \quad (37)$$

总的协方差估计为

$$P(k|k) = \sum_{j=1}^r \mu_j(k) (P_j(k|k) + [\hat{X}_j(k|k) - \hat{X}(k|k)] \cdot [\hat{X}_j(k|k) - \hat{X}(k|k)]^T) \quad (38)$$

交互式多模型自适应无迹卡尔曼滤波器(IMM-AUKF)的算法流程如图3所示。

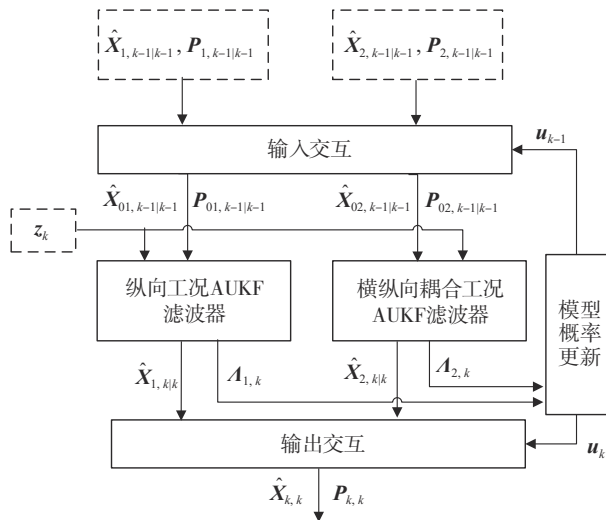


图3 IMM-AUKF算法结构图

3 仿真与结果分析

为验证多工况下 IMM-AUKF 估计算法的有效性、利用 Matlab/Simulink 与 CarSim 进行联合仿真试验,整体架构如图4所示。再以 2.1 节中介绍的基于传统 UKF 的路面附着系数估计算法作为对照组进行对比。仿真车辆相关参数如表1所示。

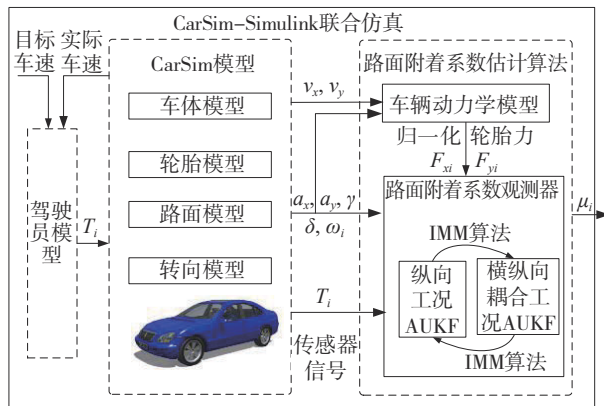


图4 CarSim-Simulink 联合仿真架构

表1 车辆相关参数

参数	数值
整车质量/kg	2 865
轴距/mm	3 018
前/后轮距/mm	1 696/1 675
质心到前/后轴距离/mm	1 544/1 474
质心离地高度/mm	550
轮胎滚动半径/mm	373
车辆绕z轴的转动惯量/(kg · m ²)	3 234
车轮绕车轴的转动惯量/(kg · m ²)	2

3.1 高附路面双移线工况

在 CarSim 中设置路面附着系数为 0.85, 车辆初始速度为 60 km/h, 进行双移线工况仿真试验。其中侧向加速度和横摆角速度如图5所示。基于传统 UKF 算法和 IMM-AUKF 算法的四轮估计结果与 CarSim 内置输出结果的对比如图6所示, 平均绝对误差对比如表2所示。

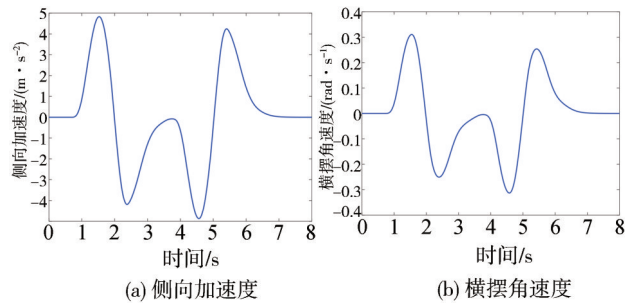


图5 车辆运动状态测量值

在匀速双移线工况中, 车辆运动状态变化较为频繁, 传统 UKF 算法因为旧观测数据权重较大, 新观测数据权重较小, 因此无法适应工况的频繁变化, 估计结果波动较大, 无法收敛。IMM-AUKF 算法引入了改进的 Sage-Husa 噪声估计器, 对观测噪声实时更新, 增加了新观测数据的权重, 估计结果在 0.3 s 内迅速收敛到 0.85 附近。同时车辆的行驶工况为横纵向耦合工况, 而 IMM-AUKF 算法在横纵向耦合工况观测器中加入了同侧前后车轮估计差值限制, 因此在均一路面行驶时四轮估计结果相差较小, 其四轮估计值平均绝对误差在 0.032 3 左右, 远低于 UKF 算法四轮估计值的平均绝对误差 0.157 9, 且估计结果稳定。而在车辆双移线前后一段时间内估计结果存在较大偏差, 原因为此时车辆处于匀速直线运动, 测量值几乎为零, 无法提供有效的测量修正作用, IMM-AUKF 算法在双移线工况过程中估计结果十分稳定, 仅在 2 和 5 s 时产生了轻微波动, 也是因

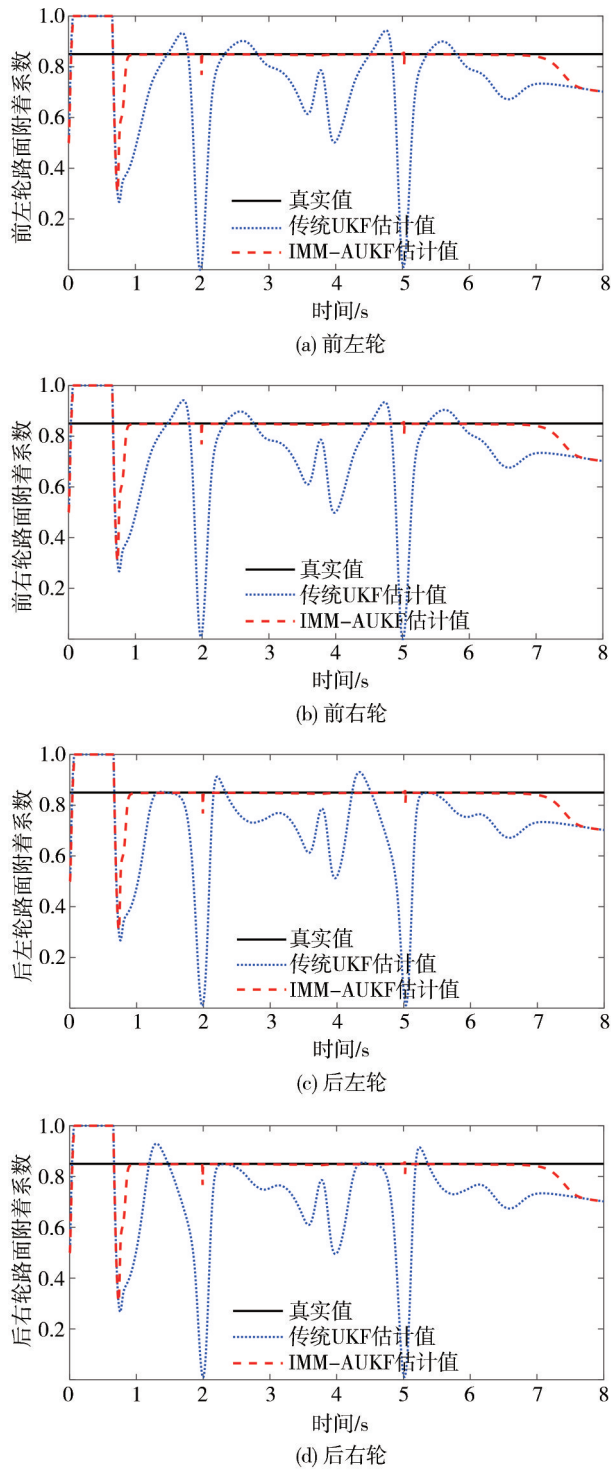


图6 高附双移线工况路面附着系数估计结果

表2 高附双移线工况平均绝对误差

车轮	UKF	IMM-AUKF
前左轮	0.155 0	0.032 3
前右轮	0.154 8	0.032 3
后左轮	0.160 9	0.032 4
后右轮	0.161 0	0.032 3
平均值	0.157 9	0.032 3

为在这两个时刻测量值过小引起的。

3.2 低附路面稳态回转工况

在CarSim中设置路面附着系数为0.35,车辆速度为80 km/h匀速行驶,转向盘转角在0-0.5 s内从0°变化为60°,并在之后维持60°不变。基于传统UKF算法和IMM-AUKF算法的四轮路面附着系数估计结果与CarSim内置输出结果的对比如图7所示

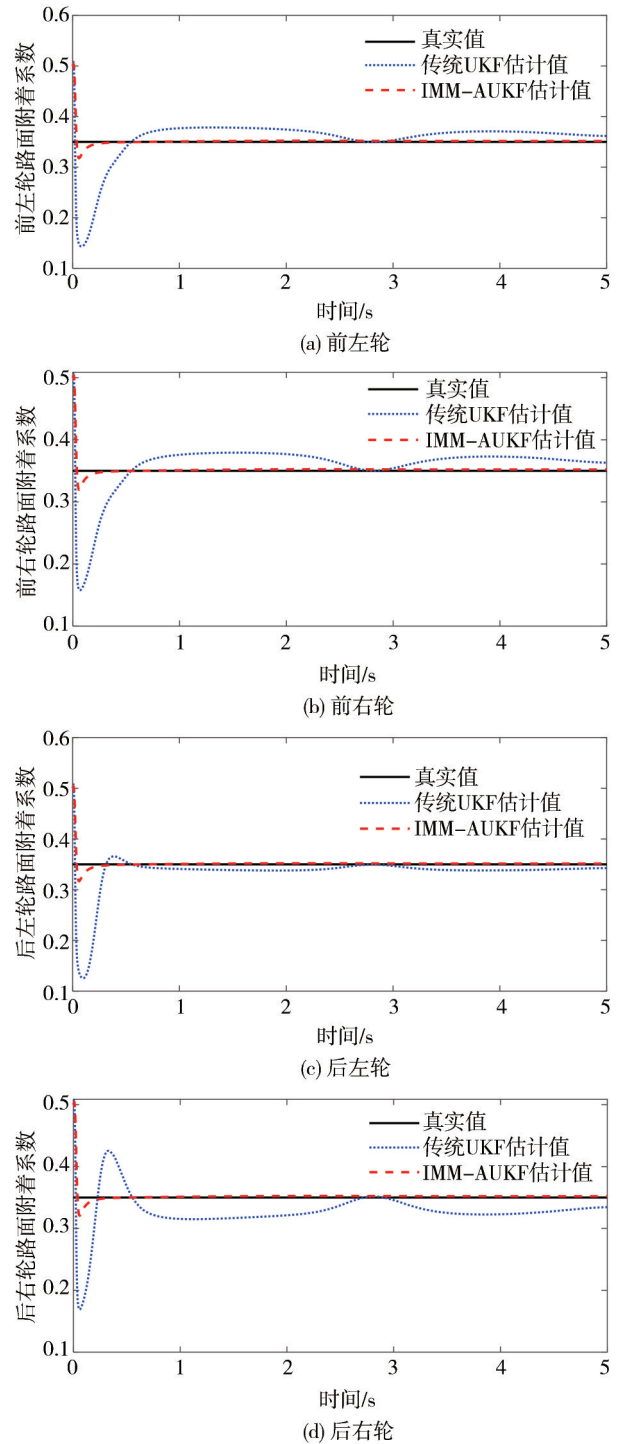


图7 低附路面稳态回转工况

示,平均绝对误差对比如表3所示。

表3 低附路面稳态回转工况平均绝对误差

车轮	UKF	IMM-AUKF
前左轮	0.026 6	0.002 9
前右轮	0.026 4	0.003 1
后左轮	0.017 3	0.002 8
后右轮	0.028 5	0.003 1
平均值	0.024 7	0.003 0

在稳态回转工况中,传统UKF算法无法减小旧观测数据对估计结果的影响,因此在转向盘转角发生阶跃突变后,估计结果收敛较慢,大约需要1 s左右才能收敛,且估计结果波动震荡幅度较大,与真实值存在一定偏差。IMM-AUKF通过对观测噪声实时更新,增加了新观测数据的权重,加快了算法的收敛速度,除初期经历了短暂波动,其估计结果在0.4 s内迅速收敛到真实值0.35附近。同时车辆的行驶工况为横纵向耦合工况,而IMM-AUKF算法在横纵向耦合工况观测器中加入了同侧前后车轮估计差值限制,因此在均一路面行驶时四轮估计结果相差较小,其四轮估计值平均绝对误差在0.003 0左右,低于UKF算法四轮估计值的平均绝对误差0.024 7,且估计结果更加稳定。

3.3 对接路面直线加速工况

在CarSim中设置路面前段40 m路面附着系数为0.85,后段路面附着系数为0.35,车辆初始速度为20 km/h,油门开度0.2,转向盘转角始终保持 0° 。基于传统UKF算法和IMM-AUKF算法的四轮路面附着系数估计结果与CarSim内置输出结果的对比如图8所示,平均绝对误差对比如表4所示。

车辆在4.2 s左右从高附路面进入到低附路面,路面附着系数发生突变,传统UKF算法无法适应工况突变,响应速度较慢,估计值无法迅速收敛到真实值附近。IMM-AUKF算法通过限制滤波器的记忆长度,增加新观测数据的权重。同时车辆的行驶工况为纵向工况,而IMM-AUKF算法在纵向工况观测器中加入了四轮的轮加速度信息,为突变工况提供了更多测量信息,使算法能够对突变工况有良好的自适应性,估计值迅速收敛到真实值0.35附近。但因轮胎模型拟合轮胎力存在一定误差,估计值与真实值存在微小的偏差。IMM-AUKF算法的四轮路面附着系数估计值平均绝对误差为0.024 1,远低于UKF算法四轮估计值的平均绝对误差0.126 3,具有更高的估计精度和更快的收敛速度。

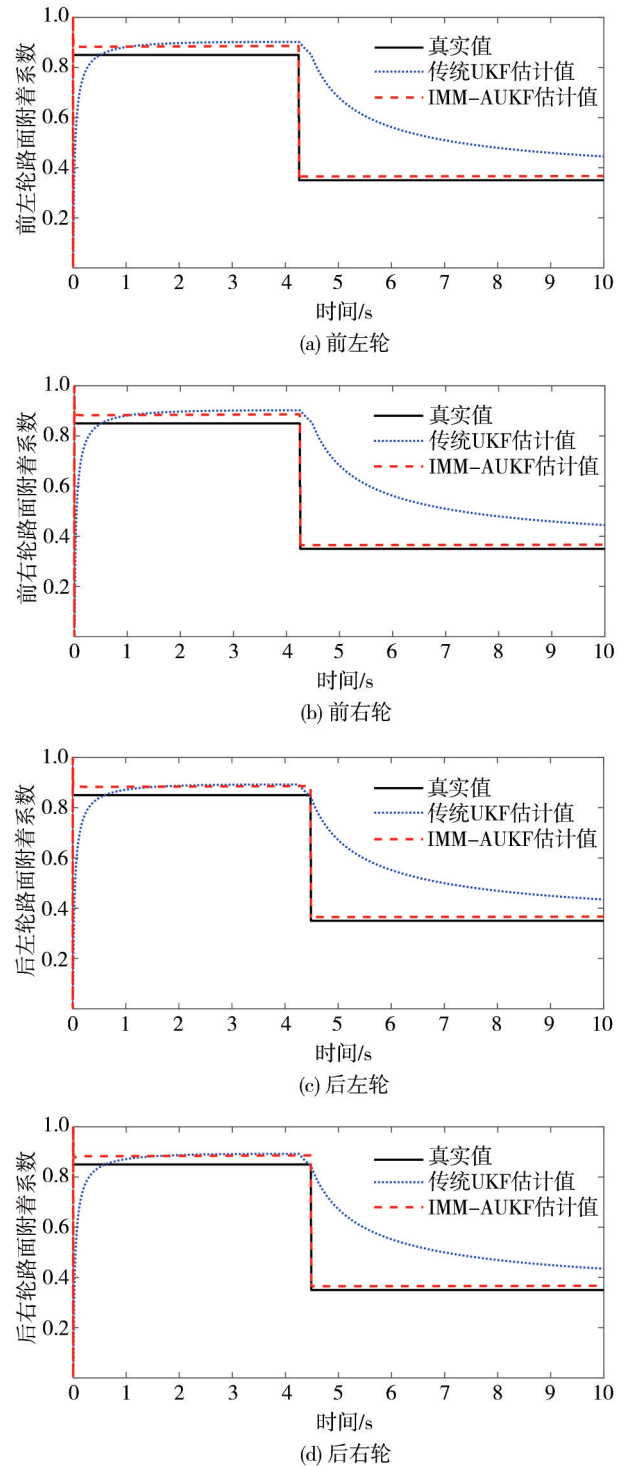


图8 对接路面直线加速工况

表4 对接路面直线加速工况平均绝对误差

车轮	UKF	IMM-AUKF
前左轮	0.136 4	0.023 9
前右轮	0.136 4	0.023 9
后左轮	0.116 1	0.024 2
后右轮	0.116 1	0.024 2
平均值	0.126 3	0.024 1

3.4 对开路面直线加速工况

在CarSim中设置左侧路面附着系数为0.85,右侧路面附着系数为0.35,车辆初始速度为20 km/h,油门开度0.2,转向盘转角始终保持0°。基于传统UKF算法和IMM-AUKF算法的四轮路面附着系数估计结果与CarSim内置输出结果的对比如图9所示,

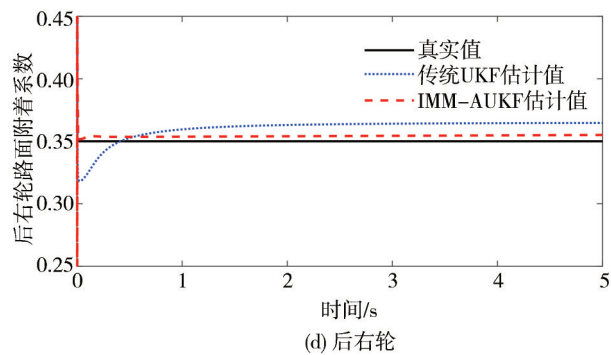
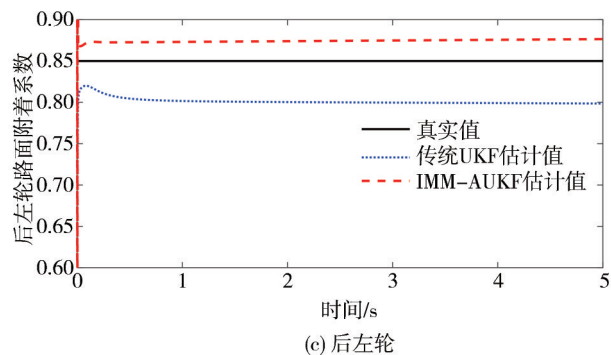
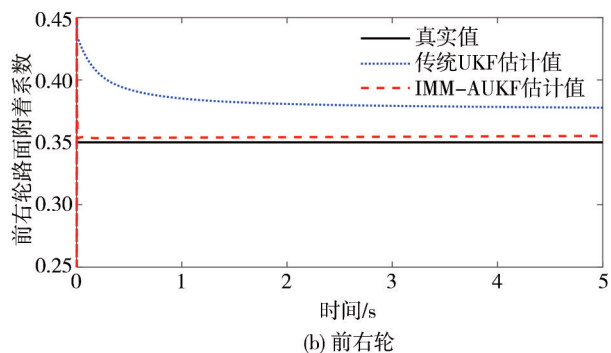
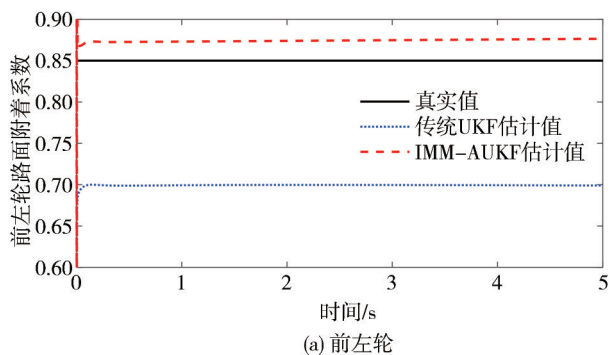


图9 对开路面直线加速工况

平均绝对误差对比如表5所示。

车辆在对开路面直线加速行驶时,左右路面激励不同,所受轮胎力也不同,基于传统UKF观测器的观测量中侧向加速度和横摆角速度的测量值几乎为零,仅靠纵向加速度的测量值无法为观测器提供有效的测量修正,因此传统UKF算法无法在对开路面上准确识别4个车轮的路面附着系数,其中前左轮的估计值平均绝对误差达到了0.1509,存在较大误差。此时车辆的行驶工况为纵向工况,而IMM-AUKF算法在纵向工况观测器中引入了4个车轮的轮加速度测量信息,能够提供更多有效的观测信息,使算法准确识别4个车轮的路面附着系数,收敛速度也更快。其中IMM-AUKF算法的四轮估计值平均绝对误差在0.0147左右,远低于UKF算法四轮估计值的平均绝对误差0.0615,估计效果更好。

表5 对开路面直线加速工况平均绝对误差

车轮	UKF	IMM-AUKF
前左轮	0.1509	0.0247
前右轮	0.0333	0.0048
后左轮	0.0491	0.0247
后右轮	0.0128	0.0046
平均值	0.0615	0.0147

4 实车试验验证

为验证本文提出的IMM-AUKF算法对路面附着系数估计的有效性,考虑现有试验条件,基于某分布式四轮驱动电动车辆平台在干沥青路面和湿沥青路面进行实车试验验证。该试验车辆配备轮速传感器、转向盘传感器和组合导航系统等设备进行算法所需信号的采集,采样周期为10 ms。试验采集的数据在Matlab/Simulink环境下实现IMM-AUKF算法,并与传统UKF算法的估计结果进行对比。试验场地、设备及数据采集分析流程如图10和图11所示。



图10 实车道路试验场地

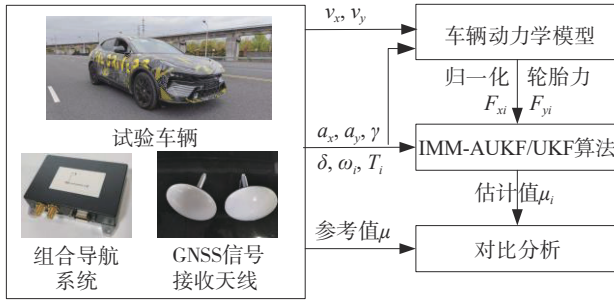


图 11 数据采集及分析流程

4.1 高附路面复合工况

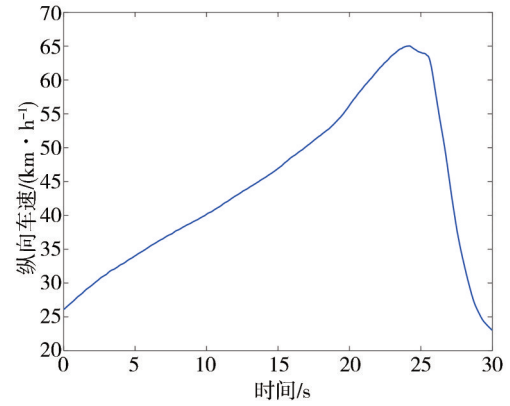
为验证算法对于工况的自适应性,在干沥青试验场地(附着系数约为0.8)进行连续复合工况试验,0~13 s内进行直线加速的纵向行驶工况,13~25 s内进行加速蛇行绕桩的横纵向耦合行驶工况,25~30 s内进行减速转向的横纵向耦合行驶工况。传感器的测量数据如图 12 所示。因均一路面四轮附着系数估计结果几乎相同,故以前左轮为例对比传统 UKF 和 IMM-AUKF 的路面附着系数估计结果,如图 13 所示。

试验结果表明:当车辆进行直线加速工况(0~13 s)行驶时,两种算法均能对路面附着系数进行实时估计,但受测量信号的波动干扰,UKF 估计结果上下波动更加剧烈,而 IMM-AUKF 算法能够对观测噪声实时更新,因此估计结果更加稳定,收敛速度也更快。当行驶工况从纵向工况变为横纵向耦合工况(13~30 s)后,传统 UKF 算法因无法适应工况突变而导致发散,而 IMM-AUKF 算法通过切换不同的观测器模型适应不同的行驶工况。因此虽然行驶工况发生变化,但 IMM-AUKF 估计结果保持了较好的稳定性,虽有轻微波动,但仍保持在参考值附近,估计精度更高。

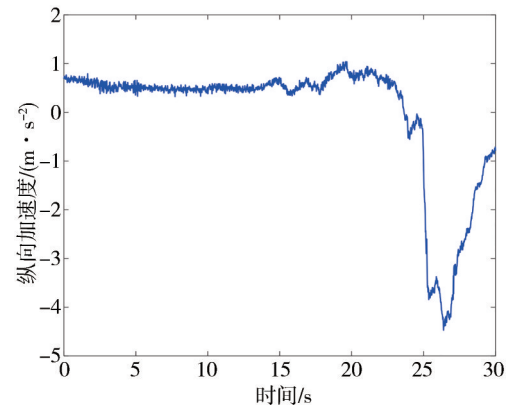
4.2 中附路面直线驱动-制动联合工况

在湿沥青路面(路面附着系数约为0.6)进行驱动-制动联合工况试验。0~2 s内车辆加速度保持在0.6g左右进行加速,2~7 s内车辆加速度在-0.15g左右进行减速,转向盘转角始终保持为零。传感器测量的车速、纵向加速度数据如图 14 所示,传统 UKF 和 IMM-AUKF 的路面附着系数估计结果对比如图 15 所示。

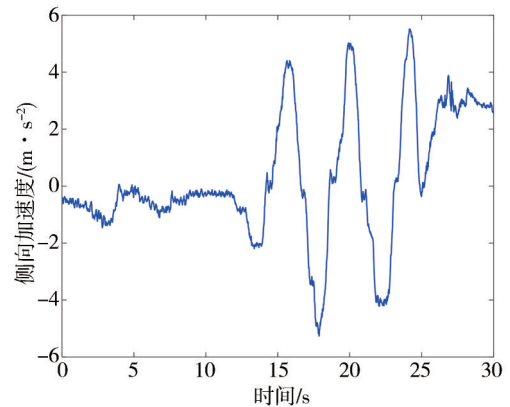
试验结果表明:直线驱动-制动联合工况下两种算法均能对路面附着系数进行实时估计,但当行驶工况由驱动工况转变为制动工况时(1.8~2.2 s左



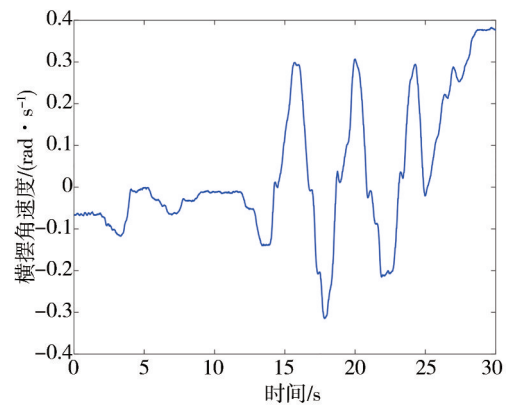
(a) 纵向车速



(b) 纵向加速度



(c) 侧向加速度



(d) 横摆角速度

图 12 复合工况传感器信号测量值

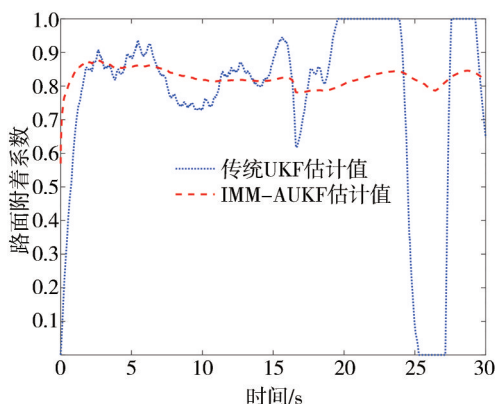


图13 复合工况估计结果对比

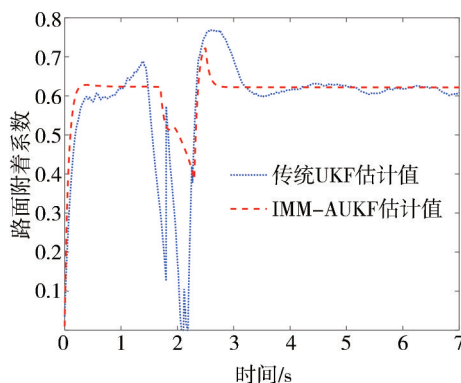
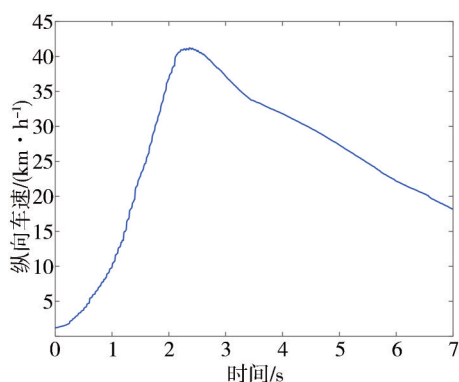
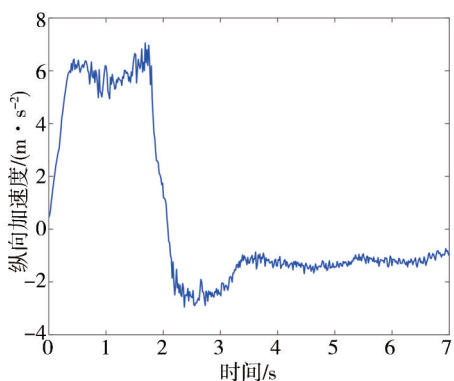


图15 驱动-制动联合工况估计结果对比



(a) 纵向车速



(b) 纵向加速度

图14 驱动-制动联合工况传感器信号测量值

右),路面附着系数估计结果出现波动。由图14(b)可知,车辆纵向加速度在短时间内剧烈变化,由 6 m/s^2 迅速减小到 -1.5 m/s^2 ,由于观测数据的剧烈变化,传统UKF因旧观测数据权重较大,无法适应工况的突变,因此出现较大波动。而IMM-AUKF会增加新观测数据的权重,从而增强算法的实时跟踪精度,估计结果整体波动更小,精度更高,收敛速度更快。但由于纵向加速度由正变为负会经历零附近,

而纵向加速度又是观测变量的重要部分,当纵向加速度处于零附近时,无法为算法提供有效的测量修正作用,因此不可避免地会出现估计结果波动、精度下降的现象。后续可能会进一步考虑算法启动的条件,例如当测量值达到一定阈值才启动算法进行估计,否则就维持上一时刻的估计结果。

5 结论

针对分布式四轮驱动车辆的路面附着系数识别问题,本文提出了一种基于交互式多模型自适应无迹卡尔曼滤波的路面附着系数估计算法,并进行了不同工况仿真试验和实车道路试验,主要结论如下。

(1)考虑到车辆行驶过程中测量噪声具有时变性,将改进的Sage-Husa噪声估计器引入到UKF算法中构建AUKF观测器,对测量噪声进行实时更新,并保证其协方差矩阵的正定性,增强了算法的实时跟踪精度和稳定性。

(2)选择不同的观测变量,分别构建纵向工况AUKF观测器和横纵向耦合工况AUKF观测器,并利用IMM算法进行观测器模型的切换,实现算法在不同行驶工况下路面附着系数的准确估计。

(3)在高附、低附、对接和对开等不同路面下的不同行驶工况仿真试验及实车道路试验结果表明,本文所提出的IMM-AUKF算法相比于传统的UKF算法,具有更快的收敛速度与更高的估计精度,能够适应多种路面和不同车辆行驶工况下的路面附着系数的实时准确估计。

参考文献

- [1] TIAN C, LENG B, HOU X, et al. Robust identification of road surface condition based on ego-vehicle trajectory reckoning [J].

- Automotive Innovation, 2022, 5(4): 376-387.
- [2] ZHANG X, GÖHLICH D. Integrated traction control strategy for distributed drive electric vehicles with improvement of economy and longitudinal driving stability [J]. Energies, 2017, 10(1): 126.
- [3] 刘志强, 刘广. 分布式驱动电动汽车稳定性控制仿真与试验[J]. 汽车工程, 2019, 41(7): 792-799.
LIU Zhiqiang, LIU Guang. Simulation and test of stability control for distributed drive electric vehicles [J]. Automotive Engineering, 2019, 41(7): 792-799.
- [4] JIN B, SUN C, ZHANG X. Research on lateral stability of four hubmotor-in-wheels drive electric vehicle [J]. International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2015, 8(3): 1855.
- [5] 王震坡, 丁晓林, 张雷. 四轮轮毂电机驱动电动汽车驱动防滑控制关键技术综述 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 99-120.
WANG Zhengpo, DING Xiaolin, ZHANG Lei. Overview on key technologies of acceleration slip regulation for four-wheel independently-actuated electric vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 99-120.
- [6] ŠABANOVIĆ E, ŽURĀULIS V, PRENTKOVSKIS O, et al. Identification of road-surface type using deep neural networks for friction coefficient estimation [J]. Sensors, 2020, 20(3): 612.
- [7] 张雷, 关可人, 丁晓林, 等. 基于图像识别与动力学融合的路面附着系数估计方法 [J]. 汽车工程, 2023, 45(7): 1222-1234, 1262.
ZHANG Lei, GUAN Keren, DING Xiaolin, et al. Tire-road friction estimation method based on image recognition and dynamics fusion [J]. Automotive Engineering, 2023, 45(7): 1222-1234, 1262.
- [8] SHAO L, JIN C, LEX C, et al. Robust road friction estimation during vehicle steering [J]. Vehicle System Dynamics, 2019, 57(4): 493-519.
- [9] YIN Y, LI S E, TANG K, et al. Approximate optimal filter design for vehicle system through actor-critic reinforcement learning [J]. Automotive Innovation, 2022, 5(4): 415-426.
- [10] XU Y, CHEN B, CHI C. Estimation of road friction coefficient and vehicle states by 3-DOF dynamic model and HSRI model based on information fusion [J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(3): 1067-1076.
- [11] WIELITZKA M, ORTMAIER T. Credibility of state and friction coefficient estimation in vehicle dynamics using UKF [C]. 2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2019: 3922-3927.
- [12] HEIDFELD H, SCHÜNEMANN M, KASPER R. UKF-based state and tire slip estimation for a 4WD electric vehicle [J]. Vehicle System Dynamics, 2020, 58(10): 1479-1496.
- [13] WANG C, SONG C, LI J. A federated filter design of electronic stability control for electric-wheel vehicle [C]. 2015 8th International Congress on Image and Signal Processing (CISP). IEEE, 2015: 1105-1110.
- [14] 赵治国, 朱强, 周良杰, 等. 分布式驱动 HEV 自适应无迹卡尔曼车速估计 [J]. 中国科学: 技术科学, 2016, 46(5): 481-492.
ZHAO Zhiguo, ZHU Qiang, ZHOU Liangjie, et al. Distributed drive HEV adaptive traceless Kalman vehicle speed estimation [J]. Science China: Technological Sciences, 2016, 46(5): 481-492.
- [15] 付翔, 孙威, 黄斌, 等. 基于指数加权衰减记忆无迹卡尔曼滤波的路面附着系数估计 [J]. 汽车技术, 2018(1): 31-37.
FU Xiang, SUN Wei, HUANG Bin, et al. Estimation of road adhesion coefficient based on fading memory unscented Kalman filtering with exponential weighting [J]. Automotive Technology, 2018(1): 31-37.
- [16] 刘志强, 刘逸群. 路面附着系数的自适应衰减卡尔曼滤波估计 [J]. 中国公路学报, 2020, 33(7): 176-185.
LIU Zhiqiang, LIU Yiqun. Estimation algorithm for road adhesion coefficient using adaptive fading unscented Kalman filter [J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(7): 176-185.
- [17] 平先尧, 李亮, 程硕, 等. 四轮独立驱动汽车多工况路面附着系数识别研究 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 80-92.
PING Xianyao, LI Liang, CHEN Shuo, et al. Tire-road friction coefficient estimators for 4WID electric vehicles on diverse road conditions [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 80-92.
- [18] LUO Z, FU Z, XU Q. An adaptive multi-dimensional vehicle driving state observer based on modified Sage-Husa UKF algorithm [J]. Sensors, 2020, 20(23): 6889.
- [19] 章飞, 周杏鹏, 陈小惠. 基于衰减记忆滤波的平方根 UKF 被动目标跟踪算法 [J]. 测控技术, 2010, 29(4): 22-26.
ZHANG Fei, ZHOU Xinpeng, CHEN Xiaohui. Square root UKF passive target tracking algorithm based on attenuated memory filtering [J]. Measurement and Control Technology, 2010, 29(4): 22-26.
- [20] 张常云. 自适应滤波方法研究 [J]. 航空学报, 1998(S1): 97-100.
ZHANG Changyun. Research on adaptive filtering methods [J]. Journal of Aeronautics, 1998(S1): 97-100.
- [21] ZHONG S, ZHAO Y, GE L, et al. Vehicle state and bias estimation based on unscented Kalman filter with vehicle hybrid kinematics and dynamics models [J]. Automotive Innovation, 2023, 6(4): 571-585.
- [22] 张家旭, 李静. 基于交互式多模型和容积卡尔曼滤波的汽车状态估计 [J]. 汽车工程, 2017, 39(9): 977-983.
ZHANG Jiayu, LI Jing. Vehicle state estimation based on interactive multiple model and cubature Kalman filter [J]. Automotive Engineering, 2017, 39(9): 977-983.