·线控转向车辆横向稳定性与运动跟踪控制技术专题·

基于轮胎侧偏特性分段仿射辨识的线控四轮转向车辆横向稳定性控制*

崔龙元　孙晓强　汤浩然　黄晨

（江苏大学，镇江 212000）

【摘要】针对线控四轮转向车辆的横向稳定性控制问题，提出一种基于轮胎侧偏特性分段仿射（PWA）辨识的控制策略。通过PWA辨识方法对轮胎非线性侧偏特性进行建模，并设计全局快速终端滑模（GFTSM）横向稳定性控制策略；采用分工协调的主动转向控制架构，前轮控制器以跟踪理想横摆角速度为目标，计算主动前轮转角；后轮控制器结合横摆角速度与质心侧偏角的跟踪误差，经过加权融合生成主动后轮转角。经过MATLAB/Simulink与CarSim联合仿真验证结果表明：在低附路面双移线工况下，相较于基于PWA模型的线性二次型最优控制（LQR）、基于线性轮胎模型的GFTSM控制和比例控制，所提出方法使质心侧偏角最大值分别降低57.6%、73.5%和98.2%；在高附大转角工况下，质心侧偏角峰值低至0.065 9°，横摆角速度峰值由19.53 (°)/s降低至16.07 (°)/s，该方法能够有效抑制车辆横向状态波动，提高线控四轮转向车辆在极限工况下的横向稳定性。

主题词：线控四轮转向车辆　横向稳定性控制　分段仿射辨识　轮胎非线性侧偏特性　全局快速终端滑模

中图分类号：U461.6　　**文献标志码：**A　　**DOI:** 10.19620/j.cnki.1000-3703.20260129

Lateral Stability Control for Four-Wheel Steering Vehicles Based on Piecewise Affine Identification of Tire Cornering Characteristics

Cui Longyuan, Sun Xiaoqiang, Tang Haoran, Huang Chen

（Jiangsu University, Zhenjiang 212000）

【Abstract】To address the lateral stability control problem of four-wheel steer-by-wire vehicles, a control strategy based on Piecewise Affine (PWA) identification of tire cornering characteristics is proposed. The PWA identification method is employed to model the nonlinear tire cornering characteristics, based on which a Global Fast Terminal Sliding Mode (GFTSM) lateral stability control strategy is developed. The proposed strategy adopts a coordinated active steering architecture: the front-wheel controller aims to track the desired yaw rate and calculates the active front-wheel steering angle, while the rear-wheel controller considers the tracking errors of both yaw rate and sideslip angle and generates the active rear-wheel steering angle through a weighted fusion approach. Co-simulation results using MATLAB/Simulink and CarSim demonstrate that, under the low-adhesion double-lane-change condition, the proposed method reduces the maximum sideslip angle by 57.6%, 73.5%, and 98.2% compared with the PWA-based Linear Quadratic Regulator (LQR) control, linear tire model-based GFTSM control, and proportional control, respectively. Under the high-adhesion large-steering-angle condition, the peak sideslip angle is reduced from 4.852 3° to 0.065 9°, while the peak yaw rate is decreased from 19.53 (°)/s to 16.07 (°)/s. These results verify that the proposed method can effectively suppress vehicle lateral state fluctuations and improve the lateral stability of FSV under extreme operating conditions.

Key words: Four-wheel steer-by-wire vehicles, Lateral stability control, Piecewise affine identification, Nonlinear tire cornering characteristics, Global fast terminal sliding mode

【引用格式】崔龙元，孙晓强，汤浩然，等. 基于轮胎侧偏特性分段仿射辨识的线控四轮转向车辆横向稳定性控制[J]. 汽车技术，2026(9)：9-18.

CUI L Y, SUN X Q TANG H R, et al. Lateral Stability Control for Four-Wheel Steering Vehicles Based on Piecewise Affine Identification of Tire Cornering Characteristics[J]. Automobile Technology, 2026(9): 9-18.

*基金项目：国家重点研发计划项目（2023YFB2504502）；扬州市科技计划项目（YZ2025015）。

1 前言

车辆横向稳定性控制系统主要通过控制车轮转角或附加横摆力矩提升车辆行驶安全性，对于车辆主动安全控制系统研究具有重要意义[1-2]。与传统前轮转向车辆相比，线控四轮转向车辆（Four-wheel Steer-by-wire Vehicles，FSV）能够同时控制前、后轮转角，为进一步提升车辆横向稳定性控制性能提供了有效途径[3]。

设计FSV高性能横向稳定性控制策略是当前研究难点。Zhang等[4]提出了一种通过改变脉冲信号控制后轮转角的控制策略；Tramacere等[5]采用魔术公式表示轮胎非线性侧偏力学特性，进而设计了自适应线性二次型调节器计算最优后轮转角；Zhao等[6]采用μ控制解决对期望质心侧偏角和横摆角速度的跟踪控制，一定程度上提升了车辆操纵稳定性；Zhu等[7]将相平面划分为稳定区、临界区和不稳定区，以此协调后轮转角与附加横摆力矩之间的控制。由于车辆横向稳定性控制系统常在高速、大转角等特殊行驶工况下触发，因此，轮胎非线性侧偏特性不容忽视。然而，现有研究对此关注不足，导致系统控制性能提升受限。

轮胎力学特性是车辆系统动力学重要研究内容。现有轮胎模型（魔术公式[8]、幂指数统一模型[9]等）虽能有效描述轮胎非线性力学行为，但复杂结构限制了其在动力学控制设计中的直接应用。随着计算技术的进步，数据驱动的辨识建模为轮胎力学特性提供了新思路。分段仿射（Piecewise Affine，PWA）辨识方法通过多个仿射子模型组合，能够在有效逼近轮胎非线性侧偏特性的同时保持模型形式的简洁性[10]，为后续控制策略设计奠定模型基础。

在准确构建车辆系统动力学模型基础上，诸多先进控制理论已应用于系统控制设计，如线性二次型最优控制[11]（Linear Quadratic Optimal Control，LQR）、模型预测控制[12]、模糊控制[13]、滑模控制[14]等。其中，滑模控制虽响应快速，但存在收敛速度较慢、抖振过大等问题[15]。全局快速终端滑模（Global Fast Terminal Sliding Mode，GFTSM）控制算法作为滑模控制领域的先进改进算法，在非线性系统控制中展现出独特优势，适用于需快速响应、高鲁棒性和高精度场景[16]。

因此，本文提出一种基于轮胎侧偏特性PWA辨识的FSV横向稳定性控制策略。采用PWA辨识方法建立轮胎非线性侧偏特性模型，提升极限工况下建模精度；通过设计基于GFTSM的协调控制架构，实现前轮与后轮主动转向的功能解耦与协同优化。

2 车辆动力学建模

2.1 横向动力学模型

本文建立车辆二自由度横向动力学模型，如图1所示。根据牛顿第二定律，分别考虑车辆的横向及横摆运动，假设车辆前轮转角δ_f和后轮转角δ_r极小，可近似认为$\cos\delta_f \approx 1$、$\cos\delta_r \approx 1$，则推导动力学方程为[17]：

$$\begin{cases} mv_x(\dot{\beta} + w_r) = F_{y,fl} + F_{y,fr} + F_{y,rl} + F_{y,rr} \\ I_z\dot{w}_r = a(F_{y,fl} + F_{y,fr}) - b(F_{y,rl} + F_{y,rr}) \end{cases} \tag{1}$$

式中：m为整车质量，v_x为车辆纵向速度，β为质心侧偏角，w_r为横摆角速度，$F_{y,fl}$、$F_{y,fr}$、$F_{y,rl}$、$F_{y,rr}$分别为车辆左前轮、右前轮、左后轮、右后轮的轮胎侧向力，I_z为横摆转动惯量，a、b分别为前轴与后轴至车辆质心的距离。

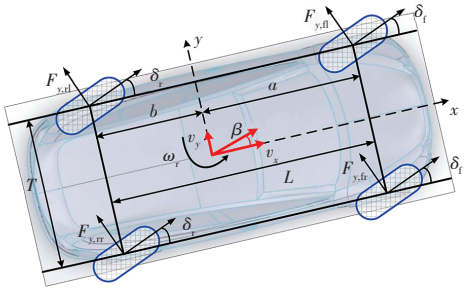


图1 二自由度横向动力学模型

特殊行驶工况下，轮胎侧偏特性常呈现非线性特征，本文采用PWA辨识方法对轮胎非线性侧偏特性进行拟合[18]：

$$\begin{cases} F_{y,fl} = f_{PWA}(\alpha_{fl}, F_{z,fl}, \mu_t) \\ F_{y,fr} = f_{PWA}(\alpha_{fr}, F_{z,fr}, \mu_t) \\ F_{y,rl} = f_{PWA}(\alpha_{rl}, F_{z,rl}, \mu_t) \\ F_{y,rl} = f_{PWA}(\alpha_{rr}, F_{z,rr}, \mu_t) \end{cases} \tag{2}$$

式中：α_{fl}、α_{fr}、α_{rl}、α_{rr}分别为车辆前、后轮胎侧偏角，$F_{z,ij}$（i、$j \in \{f,r\}$）为各轮胎垂向载荷，μ_t为路面附着系数。

各车轮轮胎侧偏角的简化式为：

$$\begin{cases} \alpha_{fl} = \alpha_{fr} = \beta + \dfrac{aw_r}{v_x} - \delta_f \\ \alpha_{rl} = \alpha_{rr} = \beta - \dfrac{bw_r}{v_x} - \delta_r \end{cases} \tag{3}$$

轮胎垂向载荷变化可表示为：

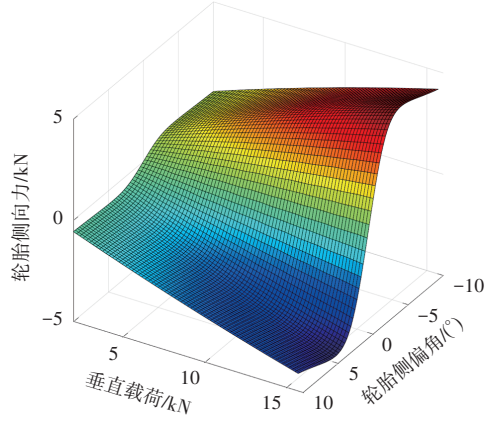
$$\begin{cases} F_{z,fl} = \dfrac{mgb}{2L} - \dfrac{ma_yh_gb}{LT} \\ F_{z,fr} = \dfrac{mgb}{2L} + \dfrac{ma_yh_gb}{LT} \\ F_{z,rl} = \dfrac{mga}{2L} - \dfrac{ma_yh_ga}{LT} \\ F_{z,rr} = \dfrac{mga}{2L} + \dfrac{ma_yh_ga}{LT} \end{cases} \tag{4}$$

式中：L为轴距，T为轮距，h_g为质心高度，a_y为侧向加速度。

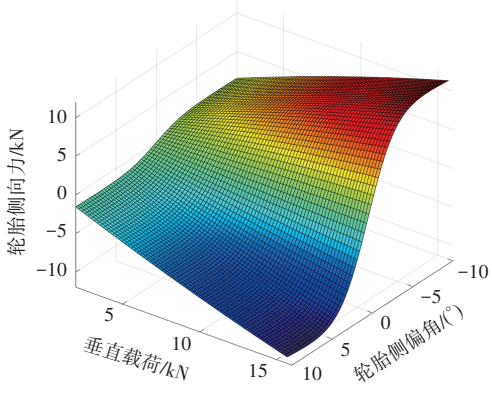
2.2 轮胎侧偏特性PWA辨识模型

为准确获取反映轮胎非线性侧偏力学特性的试验数据，基于高性能平板式轮胎动态特性试验台，在稳态工况下，采集轮胎在1 900 N、4 900 N、7 800 N、11 000 N、14 000 N、16 000 N共6个垂向载荷，轮胎侧偏角变化范围为−10°~10°（采样间隔为0.1°），路面附着系数分别为0.34和0.8，胎压为240 kPa等工况下的轮胎侧偏特性试验数据。

为保证PWA辨识效果，通过MATLAB Curve Fitting Toolbox插值方式获得一定数量的连续载荷（1 900~16 000 N）数据。试验中，通过更换平板来模拟不同的路面附着系数，确定路面附着系数后，将轮胎充至目标气压，通过向轮胎施加不同的垂向载荷，同时启动滚板以恒定速度驱动轮胎，即可测量不同轮胎侧偏角对应的轮胎侧向力。2种路面附着系数下的轮胎非线性侧偏力学特性试验结果如图2所示，相关数据已进行滤波去噪和拟合处理。



（a）低附路面



（b）高附路面

图2 不同路面附着系数下轮胎侧偏特性

基于轮胎非线性侧偏力学特性试验数据开展系统PWA辨识建模，PWA系统可描述为：

$$\boldsymbol{y}_j=\begin{cases}\boldsymbol{\Psi}_1^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_j\\1\end{bmatrix}, & \boldsymbol{x}_j\in H_1\\ \vdots & \\ \boldsymbol{\Psi}_s^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_j\\1\end{bmatrix}, & \boldsymbol{x}_j\in H_s\\ \boldsymbol{x}_j=(y_{j-1},y_{j-2},\cdots,y_{j-n_y},u_{j-1},u_{j-2},\cdots,u_{j-n_u})^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{y}_j$为系统输出，$\boldsymbol{\Psi}_i(i=1,2,\cdots,s)$为仿射子模型的参数向量，$\boldsymbol{x}_j$为系统回归向量，$n_y$、$n_u$分别为辨识PWA模型的输出和输入阶次，$u_j$为系统输入，$H_i(i=1,2,\cdots,s)$为回归空间中的第$i$个子区域，$s$为子区域（或仿射子模型）数量。

各区域H_i均为凸多面体区域，可表示为$H_i=\{\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{g}_i\leqslant 0\}$，其中，$\boldsymbol{F}_i$、$\boldsymbol{g}_i$为分界面系数矩阵。令$\boldsymbol{J}_i=[\boldsymbol{F}_i\quad\boldsymbol{g}_i]$，则凸多面体区域可进一步表示为：

$$\boldsymbol{H}_i=\{\boldsymbol{J}_i[\,\boldsymbol{x}_j\quad 1\,]^{\mathrm{T}}\leqslant 0\}\tag{6}$$

PWA辨识常包含3个环节：数据聚类、仿射子模型参数估计以及分界面系数矩阵求解。

2.2.1 数据聚类和仿射子模型参数估计

为兼顾计算效率与鲁棒性，本文采用邱式聚类算法进行数据聚类和仿射子模型参数估计[19-20]。

假设原始数据集的样本可表示为：

$$z_k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k\\\boldsymbol{y}_k\end{bmatrix}\in\mathbf{R}^{n+p},\quad k\in 1,2,\cdots,N\tag{7}$$

式中：N为样本数量，n为系统回归向量$\boldsymbol{x}_k$的维度，p为系统输出向量$\boldsymbol{y}_k$的维度。

基于原始数据集构建N个局部数据集C_k，每个C_k包含n_p个数据点，且每组数据点(x_k,y_k)与其邻近的(n_p-1)个数据点满足关系：

$$\|x_k-\bar{x}\|^2\leqslant\|x_k-\bar{x}\|^2,\quad\forall(\hat{x},\hat{y})\notin C_k\tag{8}$$

该过程需要计算各局部数据集中的局部参数向量$\boldsymbol{\psi}_k$，并选用最小二乘法进行计算：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\psi}_k=(\boldsymbol{\phi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_k)^{-1}\boldsymbol{\phi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_k\\ \boldsymbol{\phi}_k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k^1 & \boldsymbol{x}_k^2 & \cdots & \boldsymbol{x}_k^{n_p}\\ 1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{Y}_k=[\,\boldsymbol{y}_k^1\quad\boldsymbol{y}_k^2\quad\cdots\quad\boldsymbol{y}_k^{n_p}\,]^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{x}_k^1$、$\boldsymbol{y}_k^1$分别为局部数据集C_k中的第i个回归向量和输出向量。

运用邱式聚类算法将获得的N个局部参数向量$\boldsymbol{\psi}_k$划分为s个不相交的聚类，每个局部参数向量的势值为：

$$\begin{cases}P_i=\sum\limits_{j=1}^{N}\mathrm{e}^{-\frac{4}{r_1^2}\|\Psi_i-\Psi_j\|^2}\\ r_1=\dfrac{\xi}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}\dfrac{1}{n_p}\sum\limits_{j=1}^{N}\|\boldsymbol{\Psi}_i-\boldsymbol{\Psi}_j\|,\quad 0<\xi<1\end{cases}\tag{10}$$

式中：ξ为聚类尺度调节系数。

为剔除势值较小局部参数向量，可通过设定阈值σ进行判断。

$$\begin{cases}\sigma = \min(P) + \tau(\max(P) - \min(P)) \\ P \in [P_1, P_2, P_3, P_4], \quad 0 < \tau < 1\end{cases} \tag{11}$$

搜索具有最高势值的局部参数向量，并将其定义为首个聚类中心，同时更新其他势值：

$$\begin{cases}P_i \Leftarrow P_i - P_1^* \mathrm{e}^{-\frac{4}{r_2^2}\|\Psi_i - \Psi_1^*\|^2} \\ r_2 = \dfrac{\xi}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\max_{j=1:n_p}(\|\Psi_i - \Psi_j\|)\end{cases} \tag{12}$$

通过邱式聚类算法获得的s个聚类中心，利用回归向量$\boldsymbol{x}_k$估计输出与实际输出的差值，并通过取最小值的方式将回归向量划分至聚类D_i中：

$$\arg\min(\boldsymbol{\Psi}_i^{\mathrm{T}}[\,\bar{\boldsymbol{x}}_k \quad 1\,]^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{y}_k), \quad i = 1,2,\cdots,s \tag{13}$$

基于式(13)对所有局部参数向量的势值进行修正，选取剩余势值中最高的局部参数向量作为第2个聚类中心，依此类推。在获得第k个聚类中心后，各局部参数向量的势值按照下式更新：

$$P_i \Leftarrow P_i - P_k^* \mathrm{e}^{-\frac{4}{r_2^2}\|\Psi_i - \Psi_k^*\|^2} \tag{14}$$

式中：Ψ_k^*、P_k^*分别为第k个聚类中心及其势值。

2.2.2　分界面系数矩阵求解

分界面系数矩阵的求解旨在对两个相邻聚类D_i和D_j进行区域划分，采用密度加权近似支持向量机(Density-weighted Proximal Support Vector Machine，DPSVM)方法进行相关求解[21]。首先，两个相邻聚类可通过下式获得：

$$\{D_i, D_j\} = \min_{2 \leqslant i,j \leqslant S_{\max}, i \neq j}\{\|\bar{D}_i - \bar{D}_j\|^2\} \tag{15}$$

式中：$\bar{D}_i$和$\bar{D}_j$为相邻的聚类中心参数。

点(x_k, y_k)处的密度指标为：

$$M_k = \sum_{j=1}^{k}\exp\left(-\frac{\|x_k - x_j\|^2}{r_c/2}\right) \tag{16}$$

最小化目标函数，以求解分界面系数矩阵$[\boldsymbol{F}_i \quad \boldsymbol{g}_i]$：

$$\begin{aligned}&\min_{(\boldsymbol{F},\boldsymbol{g},\boldsymbol{\varepsilon})\in\mathbf{R}^{n+1+p}}\|M_i^{1/2}\boldsymbol{\varepsilon}_i\|^2 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{g}_i^2) \\ &\text{s.t. } \boldsymbol{W}_i(\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{x}_i - e\boldsymbol{g}_i) = \boldsymbol{e} - \boldsymbol{\varepsilon}_i\end{aligned} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{\varepsilon}_i$为误差向量，$\boldsymbol{e}$为单位向量，$\boldsymbol{W}_i$为对角矩阵。

根据库恩-塔克(Karush-Kuhn-Tucker，KKT)条件，将目标函数转化为拉格朗日函数：

$$\begin{aligned}L(\boldsymbol{F},\boldsymbol{g},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\eta}) = \|M_i^{1/2}\boldsymbol{\varepsilon}_i\|^2 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{g}_i^2) - \\ \boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}_i(\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{x}_i - e\boldsymbol{g}_i) - \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\varepsilon}_i)\end{aligned} \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{\eta}$为拉格朗日乘子。

为计算拉格朗日函数的极值，根据式(18)分别对$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{g}$、$\boldsymbol{\varepsilon}$和$\boldsymbol{\eta}$求偏导数，并令各偏导数为0，得到：

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{\eta}_i \\ \boldsymbol{g}_i = -\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{\eta}_i \\ \boldsymbol{\varepsilon}_i = \dfrac{1}{2}(M_i^{1/2})^{-1}\boldsymbol{\eta}_i\end{cases} \tag{19}$$

因此，拉格朗日乘子$\boldsymbol{\eta}_i$可表示为：

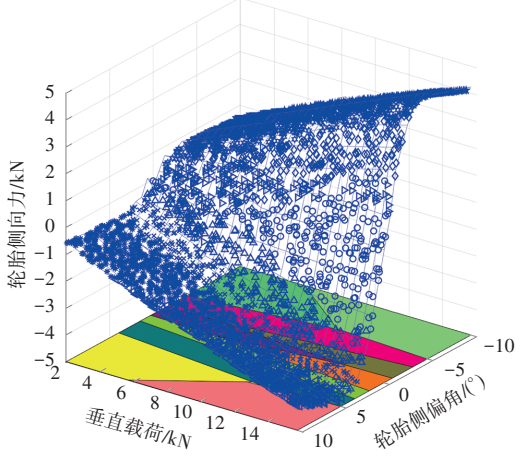
$$\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{e}_i(\boldsymbol{W}_i(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{\eta}_i + \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{\eta}_i) + \frac{1}{2}(M_i^{1/2})^{-1})^{-1} \tag{20}$$

2.2.3　PWA辨识模型精度分析

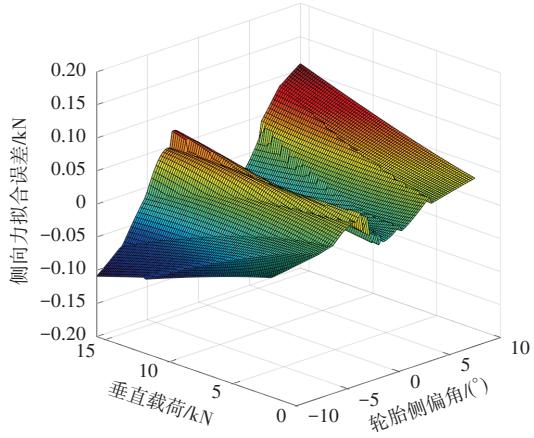
对轮胎侧偏特性PWA辨识模型精度进行验证，以高附着系数路面为例，辨识后的分段仿射参数如表1所示；不同路面附着系数下，轮胎侧偏力的拟合结果如图3所示。在低、高附着路面条件下，相较于实际轮胎侧向力峰值，峰值拟合误差较小，分别为110 N和150 N，说明该辨识模型有效性。

表1　PWA辨识模型参数

子模型编号	侧偏角系数 a_i	垂直载荷系数 b_i	截距 c_i
1	−2 506.1	0.237 019	−2 575.89
2	−1 101.9	0.479 37	−2 223.86
3	−2 925.1	−0.156 30	2 019.29
4	−259.31	0.690 76	−988.35
5	40.34	−0.657 43	−1 378.7
6	−1 244.1	0.017 325	−78.904
7	3.463 9	0.710 01	469.276
8	−507.13	−0.618 64	1 467.8
9	−1 536.3	−0.403 34	2 591.8
10	−13.69	−0.764 76	−9.318 9

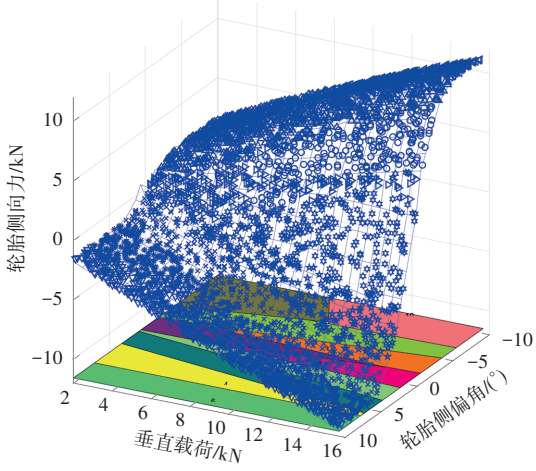


轮胎侧向力拟合结果

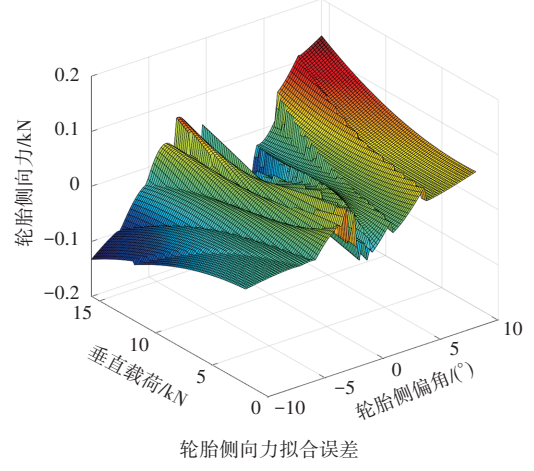


轮胎侧向力拟合误差

(a)低附路面



轮胎侧向力拟合结果



轮胎侧向力拟合误差

(b)高附路面

图3　不同路面附着系数下轮胎侧向力拟合结果

在此基础上，得到轮胎侧偏特性PWA辨识模型为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{A}_1\begin{bmatrix} x_j \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C}_1\begin{bmatrix} x_j \\ 1 \end{bmatrix} \leqslant 0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_{10} = \boldsymbol{B}_1\begin{bmatrix} x_j \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{D}_1\begin{bmatrix} x_j \\ 1 \end{bmatrix} \leqslant 0 \end{cases} \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{A}_1 = [-2\,506.1 \quad 0.237\,019 \quad -2\,575.89]$，$\boldsymbol{B}_1 = [-13.69 \quad -0.764\,76 \quad -9.318\,9]$，

$$\boldsymbol{C}_1 = \begin{bmatrix} 15.057\,3 & -0.000\,1 & 1.053\,7 \\ 189.452 & 0.000\,1 & -0.536\,8 \\ 0 & 0.000\,1 & -1.569\,064 \\ -33.334 & -0.000\,1 & -0.173\,2 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.000\,1 & 0.196\,133 \\ 57.295\,7 & 0 & -10 \\ 0.630\,25 & 0.000\,1 & -0.965\,4 \\ -16.386\,6 & 0.000\,1 & 0.914\,6 \end{bmatrix}。$$

3　整车横向稳定性控制策略设计

基于轮胎侧偏特性PWA辨识，建立车辆横向动力学PWA模型。设计面向FSV的横向稳定性控制策略，以理想横摆角速度与零质心侧偏角为跟踪目标，采用GFTSM算法，利用横摆角速度偏差生成主动前轮转角。在后轮控制中，分别基于横摆角速度与质心侧偏角跟踪误差计算2个候选后轮转角，并通过固定权重加权融合得到最优值。所提控制策略的整体架构如图4所示，其中，转向盘的转角输入由CarSim内置驾驶员模型根据预设路径生成。

3.1　参考模型

系统基于恒定横摆角速度增益设计的角传动比为[22]：

$$\begin{cases} i = \dfrac{\theta_{\mathrm{h}}}{\delta_{\mathrm{f}}^*} = \dfrac{v_x}{L(1 + Kv_x^2)G_{\mathrm{sw}}} \\ K = \dfrac{m}{L^2}\left(\dfrac{a}{k_{\mathrm{r}}} - \dfrac{b}{k_{\mathrm{f}}}\right) \end{cases} \tag{22}$$

式中：θ_{h}为转向盘转角，δ_{f}^*为参考前轮转角输入，k_{f}、k_{r}分别为前、后轴的等效侧偏刚度，K为稳定性因数，G_{sw}为恒定横摆角速度增益。

为了确保驾驶员在操纵FSV与前轮转向汽车具有一致的驾驶感受，理想横摆角速度为[23]：

$$w_{\mathrm{d}} = \min\left\{\left|\frac{v_x}{L(1 + Kv_x^2)}\right|, \left|\frac{0.85\mu g}{v_x}\right|\right\}\mathrm{sgn}(\delta_{\mathrm{f}}^*) \tag{23}$$

为提升车辆轨迹跟踪性能，本文将理想质心侧偏角设为β_{d}=0[24]。

3.2　前、后轮主动转向控制模型

3.2.1　被控对象模型

经过PWA辨识得到的轮胎侧向力与其影响因素间的函数关系可表示为：

$$\begin{cases} F_{y,\mathrm{fl}} = A_{\mathrm{fl}}\alpha_{\mathrm{fl}} + B_{\mathrm{fl}}F_{z,\mathrm{fl}} + C_{\mathrm{fl}} \\ F_{y,\mathrm{fr}} = A_{\mathrm{fr}}\alpha_{\mathrm{fr}} + B_{\mathrm{fr}}F_{z,\mathrm{fr}} + C_{\mathrm{fr}} \\ F_{y,\mathrm{rl}} = A_{\mathrm{rl}}\alpha_{\mathrm{rl}} + B_{\mathrm{rl}}F_{z,\mathrm{rl}} + C_{\mathrm{rl}} \\ F_{y,\mathrm{rr}} = A_{\mathrm{rr}}\alpha_{\mathrm{rr}} + B_{\mathrm{rr}}F_{z,\mathrm{rr}} + C_{\mathrm{rr}} \end{cases} \tag{24}$$

将横向动力学方程转化为状态空间形式：

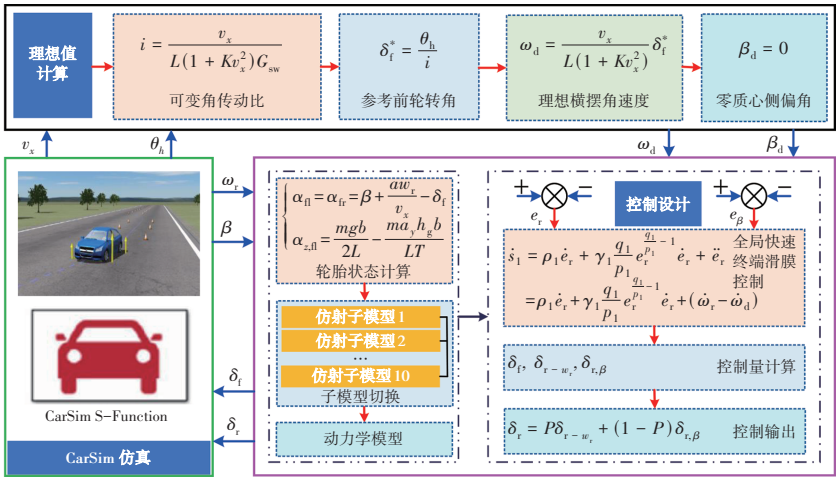


图4　FSV横向稳定性控制架构

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X} + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{X} + \boldsymbol{C}_i,\quad i = 1,2,\cdots,10 \tag{25}$$

式中：$\boldsymbol{X} = (\beta, w_r)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{u} = (\delta_f, \delta_r)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{A}_i = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \\ Y_1 & Y_2 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_i = \begin{bmatrix} -G_3 & -G_4 \\ -Y_3 & Y_4 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C}_i = \begin{bmatrix} G_5 \\ Y_5 \end{bmatrix}$。

将轮胎侧向力模型代入车辆横向动力学方程，并整理相关项得到：

$$\begin{cases} \dot{\beta} = G_1\beta + G_2 w_r - G_3\delta_f - G_4\delta_r + G_5 \\ G_1 = \dfrac{(A_{fl} + A_{fr} + A_{rl} + A_{rr})}{(m - D)v_x} \\ G_2 = \dfrac{a(A_{fl} + A_{fr}) - b(A_{rl} + A_{rr})}{(m - D)v_x^2} - 1 \\ G_3 = \dfrac{A_{fl} + A_{fr}}{(m - D)v_x},\ G_4 = \dfrac{A_{rl} + A_{rr}}{(m - D)v_x},\ G_5 = \dfrac{E}{(m - D)v_x} \\ D = \dfrac{(B_{fr}b + B_{rr}a - B_{fl}b - B_{rl}a)mh_g}{LT} \\ E = \dfrac{(b(B_{fr} + B_{fl}) + a(B_{rl} + B_{rr}))mg}{2L} + C_{fl} + C_{fr} + \\ \quad C_{rl} + C_{rr} \end{cases} \tag{26}$$

$$\begin{cases} \dot{w}_r = Y_1\beta + Y_2 w_r - Y_3\delta_f + Y_4\delta_r + Y_5 \\ Y_1 = \dfrac{a(A_{fl} + A_{fr}) - b(A_{rl} + A_{rr}) + Fv_xG_1}{I_z} \\ Y_2 = \dfrac{a^2(A_{fl} + A_{fr}) + b^2(A_{rl} + A_{rr}) + Fv_x^2(G_2 + 1)}{I_z v_x} \\ Y_3 = \dfrac{a(A_{fl} + A_{fr}) + Fv_xG_3}{I_z} \\ Y_4 = \dfrac{b(A_{rl} + A_{rr}) - Fv_xG_4}{I_z},\ Y_5 = \dfrac{H + Fv_xG_5}{I_z} \\ F = \dfrac{(B_{fr} - B_{fl} + B_{rl} - B_{rr})mabh_g}{LT} \\ H = \dfrac{(B_{fl} + B_{fr} - B_{rl} - B_{rr})mabg}{2L} + a(C_{fl} + C_{fr}) - \\ \quad b(C_{rl} + C_{rr}) \end{cases} \tag{27}$$

式中：G_1~G_5、Y_1~Y_5为预处理过程中待求解系数。

本文选取GFTSM控制算法作为前、后轮主动转向控制算法。因此，滑模面可定义为：

$$s = \rho e + \gamma e^{q/p} + \dot{e} \tag{28}$$

式中：$\dot{e}$为跟踪误差。

3.2.2　前轮主动转向控制

将实际横摆角速度w_r与其参考值w_d的偏差作为系统跟踪误差，为了跟踪目标横摆角速度，定义全局快速终端滑模面：

$$\begin{cases} s_1 = m_1 e_r + n_1 e_r^{q_1/p_1} + \dot{e}_r \\ m_1 > 0, n_1 > 0, p_1 > q_1 \end{cases} \tag{29}$$

式中：参数m_1、n_1、p_1、q_1均为正奇数。

对滑模面进行一阶求导，为使控制算法以更快的速度到达滑模面，选择指数趋近律$\dot{s}_1 = -K_1\,\mathrm{sgn}(s_1) - k_1 s_1$，其中，$K_1 > 0$，$k_1 > 0$。故基于横摆角速度偏差的理想前轮转角的控制量为：

$$\delta_f = \frac{m_1\dot{e}_r + n_1\dfrac{q_1}{p_1}e_r^{\frac{q_1}{p_1}-1}\dot{e}_r + Y_1\beta + Y_2 w_r}{Y_3} + \frac{Y_4\delta_r + Y_5 - \dot{w}_d + K_1\,\mathrm{sgn}(s_1) + k_1 s_1}{Y_3} \tag{30}$$

3.2.3　后轮主动转向控制

单独控制横摆角速度难以保持汽车稳定，因此，在前轮主动转向的基础上，利用横摆角速度和质心侧偏角与相关理想值间的偏差生成最优的后轮主动转角。横摆角速度跟踪误差、全局快速终端滑模面的趋近率分别为：

$$\begin{cases} s_2 = m_2 e_r + n_2 e_r^{\frac{q_2}{p_2}} + \dot{e}_r, & m_2 > 0\ n_2 > 0\ p_2 > q_2 \\ \dot{s}_2 = -K_2\,\mathrm{sgn}(s_2) - k_2 s_2, & K_2 > 0\ k_2 > 0 \end{cases} \tag{31}$$

式中：参数m_2、n_2、p_2、q_2均为正奇数。

对滑模面进行一阶求导：

$$\dot{s}_2 = m_2\dot{e}_r + n_2\frac{q_2}{p_2}e_r^{\frac{q_2}{p_2}-1}\dot{e}_r + Y_1\beta + Y_2w_r - Y_3\delta_f + Y_4\delta_r + Y_5 - \dot{w}_d \tag{32}$$

通过横摆角速度偏差，计算后轮转角为：

$$\begin{cases}\delta_{r-w_r} = \dfrac{-m_2\dot{e}_r - n_2\dfrac{q_2}{p_2}e_r^{\frac{q_2}{p_2}-1}\dot{e}_r - f}{Y_4} - \dfrac{K_2\,\mathrm{sgn}(s_2) - k_2s_2}{Y_4}\\ f = Y_1\beta + Y_2w_r - Y_3\delta_f + Y_5 - \dot{w}_d\end{cases} \tag{33}$$

定义质心侧偏角偏差、全局快速终端滑模面和趋近率分别为：

$$\begin{cases}e_\beta = \beta - \beta_d, \dot{e}_\beta = \dot{\beta} - \dot{\beta}_d, \ddot{e}_\beta = \ddot{\beta}\\ s_3 = m_3e_\beta + n_3e_\beta^{\frac{q_3}{p_3}} + \dot{e}_\beta\\ \dot{s}_3 = -K_3\,\mathrm{sgn}(s_3) - k_3s_3\\ K_2 > 0, k_2 > 0, p_3 > q_3\end{cases} \tag{34}$$

式中：参数m_3、n_3、p_3、q_3均为正奇数。

滑模面的一阶导可表示为：

$$\dot{s}_3 = \left(m_3 + n_3\frac{q_3}{p_3}e_\beta^{\frac{q_3}{p_3}-1}\right)(G_1\beta + G_2w_r - G_3\delta_f - G_4\delta_r + G_5 - \dot{\beta}_d) + \ddot{e}_\beta \tag{35}$$

故基于质心侧偏角偏差的后轮转角为：

$$\delta_{r,\beta} = \frac{G_1\beta + G_2w_r - G_3\delta_f + G_5 - \dot{\beta}_d}{G_4} + \frac{\ddot{e}_\beta + K_3\,\mathrm{sgn}(s_3) + k_3s_3}{G_4\left(m_3 + n_3q_3e_\beta^{\frac{q_3}{p_3}-1}\Big/p_3\right)} \tag{36}$$

综合考虑理想横摆角速度和质心侧偏角的后轮转角[25]为：

$$\delta_r = P\delta_{r-w_r} + (1-P)\delta_{r,\beta} \tag{37}$$

考虑到滑模控制信号中涉及符号函数sgn(s)，控制输入中可能出现抖振。为了防止抖振，用饱和函数f_{sat}代替sgn(s)函数，得到：

$$f_{sat} = \begin{cases}-1, & s < -1\\ \dfrac{1}{\Delta}, & -1 < s < 1\\ 1, & s > 1\end{cases} \tag{38}$$

式中：Δ为边界层厚度。

由于3个GFTSM控制器所构造的Lyapunov函数具有相同的形式，且稳定性证明过程一致。因此，仅以s_1为例，对GFTSM闭环控制系统的渐近稳定性证明，s_2和s_3的证明过程可同理推导。将Lyapunov函数定义为$\dot{V}_1 = 0.5s_1^2$，则V_1的时间导数为：

$$\dot{V}_1 = s_1(-K_1f_{sat} - k_1s_1) = \begin{cases}-K_1|s_1| - k_1s_1^2 \leqslant 0, & |s_1| \geqslant \Delta\\ -\dfrac{K_1s_1^2}{\Delta} - k_1s_1^2 \leqslant 0, & |s_1| \leqslant \Delta\end{cases} \tag{39}$$

对于$K_1 > 0$、$k_1 > 0$、$|s_1| > 0$、$s_1^2 > 0$，因此，可证明控制系统的稳定性。

4 控制性能仿真分析

为验证极限工况下FSV的横向稳定性，使用CarSim-Simulink联合仿真，进行2种工况测试：工况1为中低速、低附路面、中等转角工况；工况2为中高速、高附路面、大转角工况。同时，设置4种控制策略进行对比试验：

a. C0：本文控制策略。

b. C1：基于轮胎PWA辨识模型的LQR控制。

c. C2：基于线性轮胎模型的GFTSM控制。

d. C3：比例控制[26]。

线性轮胎模型即轮胎侧偏力直接由侧偏刚度与轮胎侧偏角相乘得出，联合仿真车辆参数如表2所示。

表2 联合仿真车辆参数

参数	取值	参数	取值
整车质量m/kg	1 870	轴距L/m	3.05
绕z轴转动惯量I_z/kg·m^2	3 234	质心高h_g/m	0.53
轮距T/m	1.88	前轴侧偏刚度k_f/N·rad^{-1}	138 080
质心到前轴距离a/m	1.4	后轴侧偏刚度k_r/N·rad^{-1}	117 984
质心到后轴距离b/m	1.65		

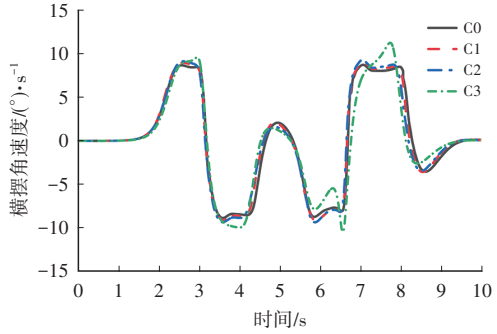
4.1 工况1仿真分析

以ISO 3888-1:1999规定的标准双移线工况作为工况1的参考道路输入，CarSim的路面附着系数为0.34，将行驶速度设定为20 m/s，仿真时长为10 s，联合仿真结果如图5所示。

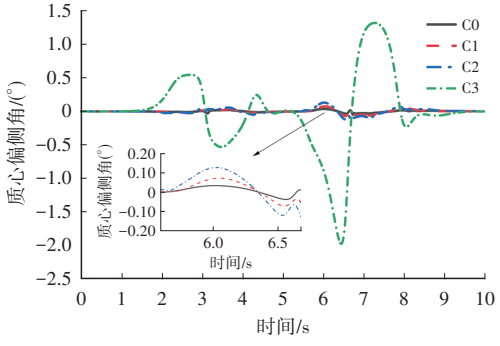
由图5可知，在图5a和图5b中，C0策略的横摆角速度峰值最小，质心侧偏角基本稳定在0°附近，表明采用PWA模型的C0控制在特殊工况下稳定性更优。C1~C3策略下的质心侧偏角峰值分别为0.085°、0.136°和1.972°，其中，C3策略已无法有效抑制质心侧偏角，而C0策略下该峰值最小，仅为0.036°，相比C1~C3策略，C0分别实现了57.6%、73.5%和98.2%的降幅，充分验证了PWA模型与GFTSM控制器协同作用在横向稳定性控制中优势显著。

在图5c和图5d中，4种控制下前轮转角均响应平滑，但从后轮响应看，相较于C1、C2控制的后轮转角，

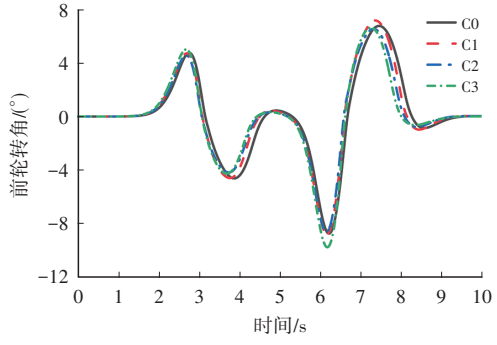
C0控制更加平滑，且比例控制下后轮转角峰值最大。这是由于C0策略采用的PWA轮胎模型优势在于，其反映轮胎非线性力的同时，通过不同仿射子模型间的切换，前、后轮转角计算更加精确且响应效果更好。



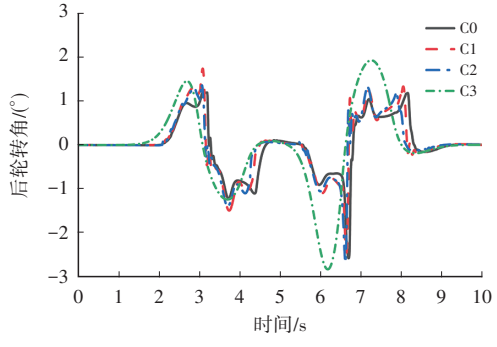
(a)横摆角速度



(b)质心侧偏角



(c)前轮转角



(d)后轮转角

图5　工况1仿真结果

为定量评价不同控制策略对车辆横向稳定性和状态跟踪性能的影响，将车辆横摆角速度、质心侧偏角的绝对值的最大值和均方根作为评价指标，结果如表3所示。

表3　工况1中车辆关键状态

控制策略	最大值		均方根值	
	$\lvert w_r\rvert$/(°)·s^{-1}	$\lvert\beta\rvert$/(°)	$\lvert w_r\rvert$/(°)·s^{-1}	$\lvert\beta\rvert$/(°)
C0	8.90	0.04	5.57	0.012
C1	9.50	0.09	5.69	0.03
C2	9.83	0.14	5.59	0.06
C3	11.29	1.97	5.58	0.57

4.2　工况2仿真分析

为进一步验证本文方法在大曲率路面条件下的横向稳定性，工况2的参考轨迹输入见图6，路面附着系数设置为0.8，车辆行驶速度为25 m/s，仿真时间10 s，不同控制策略的联合仿真结果如图7所示。

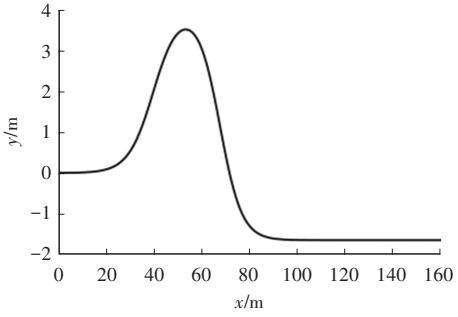
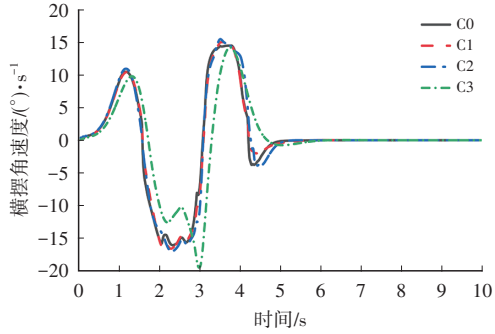


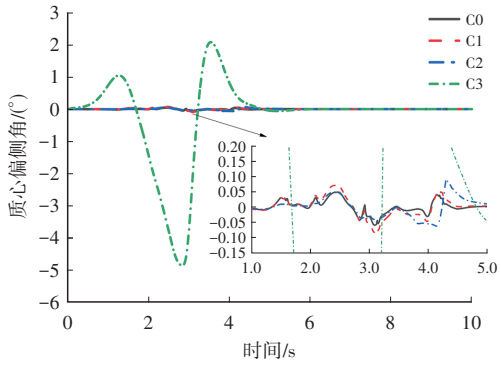
图6　工况2参考轨迹

由图7可知，在图7a中，在C3控制策略下，车辆横摆角速度峰值最大，达到了19.53 (°)/s，C0控制的横摆角速度峰值最少，仅为16.07 (°)/s，在大侧向加速度工况下，该策略引入GFTSM控制并考虑轮胎非线性侧偏特性具有优势。在图7b中，C3控制策略通过后轮转向控制的质心侧偏角基本失效；相较于C1和C2策略，C0控制下的峰值分别改善了16.9%和30.6%。

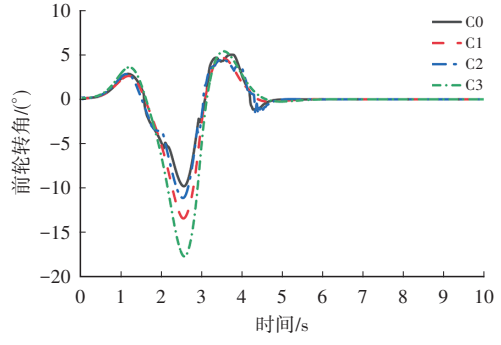
在图7c和图7d中，比例控制下前轮转角峰值达到17.6°，容易增加驾驶员操作负担。虽然C1、C2控制下FSV的横向稳定性参数较好，但其前轮转角峰值为13.38°和11.09°，而C0控制有效将幅值降至9.77°。同时，C0策略计算兼顾精确与平滑。



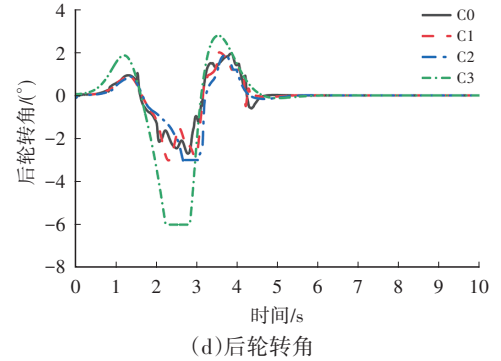
(a)横摆角速度



(b)质心侧偏角



(c)前轮转角



(d)后轮转角

图7　工况2仿真结果

为定量评价不同控制策略对车辆横向稳定性和状态跟踪性能的影响，本文选取车辆横摆角速度和质心侧偏角的绝对值最大值以及均方根值作为评价指标，结果如表4所示。

表4　工况2中车辆关键状态

控制策略	最大值		均方根值	
	$\lvert w_r\rvert$/(°)·s^{-1}	$\lvert\beta\rvert$/(°)	$\lvert w_r\rvert$/(°)·s^{-1}	$\lvert\beta\rvert$/(°)
C0	16.07	0.06	6.96	0.01
C1	16.70	0.07	7.04	0.02
C2	17.05	0.09	7.29	0.02
C3	19.53	4.85	6.26	1.32

5　结束语

本文针对极限工况下FSV横向稳定性控制问题，采用PWA辨识方法建立轮胎非线性侧偏特性模型，提高了轮胎侧向力描述精度，为横向稳定性控制设计提供模型基础。仿真结果验证该模型能够有效表征轮胎非线性侧偏特性。在此基础上，设计了基于GFTSM算法的前、后轮主动转向控制策略，通过匹配不同仿射子模型工作区域的控制参数，实现了主动转向协同控制。CarSim-Simulink联合仿真结果表明，所提出的控制策略能够有效抑制车辆横向状态波动，提高极限工况下FSV的横向稳定性。

未来，将进一步开展实车试验验证，同时考虑参数不确定性和复杂道路环境因素，提升主动转向控制系统的鲁棒性与工程应用能力。

参　考　文　献

[1] LEE J E, KIM B W. Improving Direct Yaw-Moment Control via Neural-Network-Based Non-Singular Fast Terminal Sliding Mode Control for Electric Vehicles[J]. Sensors, 2024, 24(13).

[2] 田韶鹏, 蔡显雄, 杨灿. 分布式电驱动汽车横摆稳定性控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2024, 45(5): 521-527.
TIAN S P, CAI X X, YANG C. Yaw Stability Control of Distributed Electric Vehicle[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2024, 45(5): 521-527.

[3] 马瑞兰, 郭唯浩, 姚俊明, 等. 基于线控四轮转向系统的车辆横向控制策略[J]. 青岛理工大学学报, 2023, 44(6): 155-162.
MA R L, GUO W H, YAO J M, et al. Vehicle Lateral Control Strategy Based on Steer-By-Wire Four-Wheel Steering System[J]. Journal of Qingdao University of Technology, 2023, 44(6): 155-162.

[4] 张宝珍, 阿米尔, 谢晖. 基于后轮脉冲主动转向的侧翻稳定性仿真与试验[J]. 汽车工程, 2016, 38(7): 857-864.
ZHANG B Z, AMIR K, XIE H. Simulation and Test of Rollover Stability Based on Rear Wheel Pulsed Active Steering[J]. Automotive Engineering, 2016, 38(7): 857-864.

[5] TRAMACERE E, CASTELLANOS L M M, AMATI N, et al. Adaptive LQR Control for a Rear-Wheel Steering Battery Electric Vehicle[C]// 2022 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC). Merced, USA: IEEE, 2022.

[6] ZHAO W Z, QIN X X, WANG C Y. Yaw and Lateral Stability Control for Four-Wheel Steer-By-Wire System[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(6): 2628-2637.

[7] ZHU S P, WEI B X, LIU D, et al. A Dynamics Coordinated Control System for 4WD-4WS Electric Vehicles[J]. Electronics, 2022, 11(22).

[8] PACEJKA H B. Tire and Vehicle Dynamics[M]. New York: Elsevier, 2006.

[9] 郭孔辉, 袁忠诚, 卢荡. UniTire轮胎稳态模型的联合工况

预测能力研究[J]. 汽车工程, 2006(6): 565-568.
GUO K H, YUAN Z C, LU D. A Study on the Prediction Capability of UniTire Model for Combined Slips Mode[J]. Automotive Engineering, 2006(6): 565-568.

[10] BARBOSA B H G, AGUIRRE L A, BRAGA A P. Piecewise Affine Identification of a Hydraulic Pumping System Using Evolutionary Computation[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(9): 1394-1403.

[11] 唐晓峰, 李若旭, 曹钊. 面向跨海大桥的自动驾驶车辆侧倾控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2025, 46(2): 132-139.
TANG X F, LI R X, CAO Z. Roll Control of Autonomous Vehicle Based on Sea Crossing Bridge[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2025, 46(2): 132-139.

[12] 郭盼, 于蕾艳. 无人驾驶汽车路面自适应MPC轨迹跟踪控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2023, 44(3): 270-275.
GUO P, YU L Y. Trajectory Tracking Control of Driverless Vehicle Based on Road Adaptive Model Predictive Control[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2023, 44(3): 270-275.

[13] 付翔, 赵熙金, 刘道远. 轮毂电动机驱动滑移转向车辆驱动力控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2023, 44(3): 254-261.
FU X, ZHAO X J, LIU D Y. Driving Force Control of Wheel Motor Drive Skid Steer Vehicle[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2023, 44(3): 254-261.

[14] YANG M F, TIAN J. Longitudinal and Lateral Stability Control Strategies for ACC Systems of Differential Steering Electric Vehicles[J]. Electronics, 2023, 12(19).

[15] 李忠利, 谭志华, 闫祥海, 等. 基于滑模控制的四轮独立转向车辆稳定性研究[J]. 现代制造工程, 2025(12): 67-75.
LI Z L, TAN Z H, YAN X H, et al. Research on Stability of Four-Wheel Independent Steering Vehicle Based on Sliding Mode Control[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2025(12): 67-75.

[16] 黄益绍, 庄迪. 基于扰动观测器和终端滑模的车辆纵向控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2024, 45(5): 513-520.
HUANG Y S, ZHUANG D. Vehicle Longitudinal Control Based on Disturbance Observer and Terminal Sliding Mode[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2024, 45(5): 513-520.

[17] ZHANG J H, LIU C Y, ZHAO J B, et al. Research on Stability Control of Distributed Drive Vehicle with Four-Wheel Steering[J]. World Electric Vehicle Journal, 2024, 15(6).

[18] 孙晓强, 丁佳伟, 汤浩然, 等. 考虑轮胎侧偏特性的汽车线控转向系统前轮转角估计方法[J]. 汽车工程, 2025, 47(11): 2238-2249.
SUN X Q, DING J W, TANG H R, et al. Front Wheel Angle Estimation Method for Automotive Steer-By-Wire System Considering Tire Cornering Characteristics[J]. Automotive Engineering, 2025, 47(11): 2238-2249.

[19] CHIN S. An Efficient Method for Extracting Fuzzy Classification Rules from High Dimensional Data[J]. Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 1997(1): 31-36.

[20] LASSOUED Z, ABDERRAHIM K. A New Clustering Technique for the Identification of PWARX Hybrid Models[C]// 2013 9th Asian Control Conference (ASCC). Istanbul, Turkey: IEEE, 2013.

[21] HAZARIKA B B, GUPTA D. Density-Weighted Support Vector Machines for Binary Class Imbalance Learning[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33(9): 4243-4261.

[22] 李旭, 史晓华, 李瑞川, 等. 基于理想变传动比的主动前轮转向滑模控制[J]. 汽车技术, 2019(6): 47-52.
LI X, SHI X H, LI R C, et al. Sliding Mode Control of Active Front Wheel Steering Based on Ideal Variable Transmission Ratio[J]. Automobile Technology, 2019(6): 47-52.

[23] ZHANG L, DING H T, SHI J P, et al. An Adaptive Backstep Sliding Mode Controller to Improve Vehicle Maneuverability and Stability via Torque Vectoring Control[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(3): 2598-2612.

[24] 李胜琴, 邢佳祁. 基于模型预测和转角补偿的智能汽车换道轨迹跟踪控制算法[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2024, 45(3): 249-256.
LI S Q, XING J Q. Trajectory Tracking Control Algorithm of Lane Changing for Intelligent Vehicle Based on Model Prediction and Angle Compensation[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2024, 45(3): 249-256.

[25] SUN X Q, WANG Y L, QUAN Z Q, et al. DYC Design for Autonomous Distributed Drive Electric Vehicle Considering Tire Nonlinear Mechanical Characteristics in the PWA Form[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(10): 11030-11046.

[26] XU F X, LIU X H, CHEN W, et al. Improving Handling Stability Performance of Four-Wheel Steering Vehicle Based on the H2/H∞ Robust Control[J]. Applied Sciences, 2019, 9(5).

（责任编辑　瑞　秋）

修改稿收到日期为2026年6月1日。