·智能车辆动态轨迹预测、规划与跟踪控制技术专题·

# 基于可变分辨率混合A*和可变曲率RS曲线融合的动态路径规划方法*

张炳力[1]　黄钟晗[1]　李韧[2]　左云杰[1]

（1.合肥工业大学，合肥 230009；2.安徽安凯汽车股份有限公司，合肥 230000）

【摘要】针对现有混合A*路径规划算法过于依赖分辨率、路径与障碍物距离过近等问题，首先，以KD树（KD-Tree）计算出的距离作为惩罚项，补充到混合A*算法的代价函数中，其次，根据车辆与障碍物之间的距离动态改变节点扩展距离，在保证搜索效率的同时提高安全性，然后，对每个节点按曲率进行循环检测，召回满足RS曲线生成条件但由于固定RS曲线曲率而被忽视的节点，最后，根据车辆与障碍物之间的距离动态改变RS曲线的曲率，使生成的RS曲线曲率适中且与障碍物保持安全距离。仿真验证结果表明，与传统算法相比，所提出算法的搜索时间缩短了7.18%、最大曲率减小了63.63%、路径与障碍物的最近距离增加了143.94%，有效提高了生成路径的质量。

**主题词：路径规划　混合A*算法　KD树　RS曲线**

**中图分类号：**U461.91　　**文献标志码：**A　　**DOI:** 10.19620/j.cnki.1000-3703.20240962

# Dynamic Path Planning Algorithm Based on Hybrid A* with Variable Resolution and Reeds-Shepp Curve with Variable Curvature

Zhang Bingli[1], Huang Zhonghan[1], Li Ren[2], Zuo Yunjie[1]

（1. Hefei University of Technology, Hefei 230009; 2. Anhui Ankai Automobile Co., Ltd., Hefei 230000）

**【Abstract】**This paper aims to improve the existing hybrid A* algorithm in view of the issues such as excessive reliance on resolution and paths being overly close to obstacles. Firstly, the distance calculated by KD-Tree is employed as a penalty term and incorporated into the cost function of the hybrid A* algorithm. Secondly, the node expansion distance is dynamically modified in accordance with the distance between the vehicle and the obstacle to realize the dynamic expansion of nodes, ensuring search efficiency while enhancing safety. Then, each node undergoes curvature-based cyclic checking to recall nodes that meet the Reeds-Shepp (RS) curve generation conditions but are previously overlooked due to fixed RS curve curvature. Finally, the curvature of the RS curve is dynamically altered based on the distance between the vehicle and obstacles, enabling the generated RS curve to have a moderate curvature and maintain a safe distance from the obstacles. Experiments demonstrate that, compared with traditional algorithms, the proposed algorithm shortens the search time by 7.18%, reduces the maximum curvature by 63.63%, and increases the minimum distance between the path and the obstacle by 143.94%, effectively enhancing the quality of the generated path.

**Key words: Path planning, Hybrid A* algorithm, KD-Tree, Reeds-Shepp (RS) curve**

**【引用格式】**张炳力，黄钟晗，李韧，等. 基于可变分辨率混合A*和可变曲率RS曲线融合的动态路径规划方法[J]. 汽车技术，2026(3): 1-7.

ZHANG B L, HUANG Z H, LI R, et al. Dynamic Path Planning Algorithm Based on Hybrid A* with Variable Resolution and Reeds-Shepp Curve with Variable Curvature[J]. Automobile Technology, 2026(3): 1-7.

## 1　前言

路径规划作为自动驾驶、机器人导航及众多智能系统中的核心环节，一直是计算机科学、控制理论和人工智能领域研究的热点[1-3]。路径规划的核心目标是在给定的环境中，根据起始点和目标点，为智能体（如车辆、机器人等）规划出一条无碰撞且符合特定约束条件（如时间、距离、能耗等）的最优或次优路径。面对具有复杂

*基金项目：2022年合肥市重大科技专项（2022-SZD-008）。

性和不确定性的工作环境，如何快速有效地进行路径规划是一个技术难点[4]。

迪杰斯特拉（Dijkstra）算法[5]用于解决有权图的最短路径问题，而A*算法[6]是在其中加入启发函数改进而来。Dolgov等[7-8]提出混合A*算法，通过不同于A*算法的节点扩展方式并结合RS（Reeds-Shepp）曲线生成一条平滑的路径，能够满足车辆运动学约束。曹彦博等[9]通过从目标位姿反向搜索，结合代价地图的启发值判断车辆与障碍物是否碰撞，节省了搜索时间，通过设置合适的车辆转向角度分辨率，保证了路径的平滑性。邓穆坤等[10]结合矿区场景进行曲率连续的RS（Continuous Curvature Reeds-Shepp，CCRS）曲线筛选，提高了混合A*算法初始解的适用性和曲率的连续性，然后基于二次规划的分段样条曲线数值优化方法对路径进行了进一步优化。Tang等[11]将人工势场法的思想引入混合A*算法，在满足车辆非完整性约束的条件下，与障碍物保持一定距离，且大幅减少了车辆的转向动作并减小了路径的最大曲率。赵克刚等[12]将圆弧样条曲线作为参考路径，并以参考路径上的点作为混合A*算法的目标点，进而搜索出成功泊入车库的路径，解决了泊车空间狭窄情况下混合A*算法的泊车路径规划成功率低或规划速度慢等问题。任秉韬等[13]提出可变半径的RS曲线，提高了路径搜索的灵活性，同时采用基于贝塞尔曲线和梯度下降法的路径优化算法，提高了路径生成质量。当前，基于混合A*的路径规划算法存在不能根据环境动态调整分辨率、未考虑RS曲线曲率是否过大，以及未考虑车辆与障碍物距离等问题。

为此，本文提出基于可变分辨率混合A*和可变曲率RS曲线融合的动态路径规划方法，并通过仿真验证算法的有效性和可行性。

## 2 混合A*算法

混合A*算法的核心在于其代价函数，用于衡量从起始点到任意节点的总成本：

$$f(n) = g(n) + h(n) \tag{1}$$

式中：$n$为当前考察的节点，$g(n)$为从起点到$n$的实际成本，$h(n)$为从$n$到目标点最短路径的预估成本。

混合A*算法的执行逻辑如下：

a. 启发式评估与节点筛选。首先依据启发式函数对每个潜在扩展节点到目标点的成本进行估算，并挑选出成本最低的节点作为当前最优解；随后保存该节点，并依据车辆运动学模型[14]进一步生成多个候选节点。

b. 节点扩展与最优路径构建。这一过程不断重复，逐步构建起一个包含所有当前最优节点的集合；每个新加入的最优节点均为对之前路径的优化与延伸。

c. RS曲线连接与碰撞校验。在节点扩展的同时，尝试利用RS曲线将最新得到的最优节点与目标点相连[15]，若连接成功且路径不与任何障碍物相交，则意味着找到了一条无碰撞的最优路径，算法随即终止，否则算法将继续迭代，寻找新的最优节点。

本文以二维栅格地图[16]作为搜索环境，同时采用阿克曼模型模拟车辆的运动学特性。

## 3 改进混合A*算法

本文首先基于KD树（K-Dimensional Tree，KD-Tree）算法建立障碍物搜索树，用于快速搜索距离车辆最近的障碍物坐标；其次，针对混合A*算法速度过于依赖分辨率的问题，对节点扩展方式进行改进，使用动态步长和动态转角实现高效的节点扩展；然后，对RS曲线进行修正，先对节点进行循环曲率测试，再基于几何的方法对未优化的RS曲线进行曲率优化，从而使路径平滑安全。本文提出算法的技术路线如图1所示。

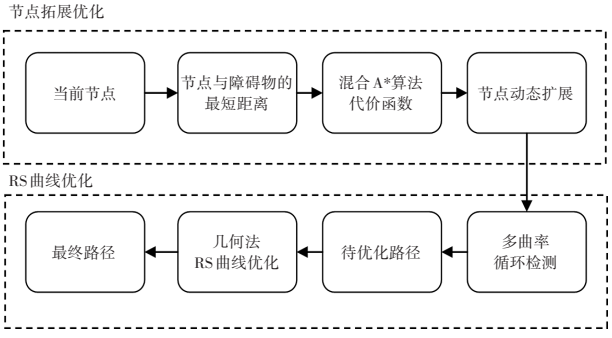



图1 总体技术路线

### 3.1 构建障碍物KD-Tree

传统混合A*算法不能获取当前节点与周围障碍物的最近距离，KD-Tree算法在低维空间中对空间点的存储和快速检索有较好的表现，多用于对关键点进行最近邻查找[17-19]。将地图中的障碍物构建成二维KD树，实现对当前节点与周围障碍物的最近距离查找，为算法的进一步优化作准备，具体实现流程如图2所示。

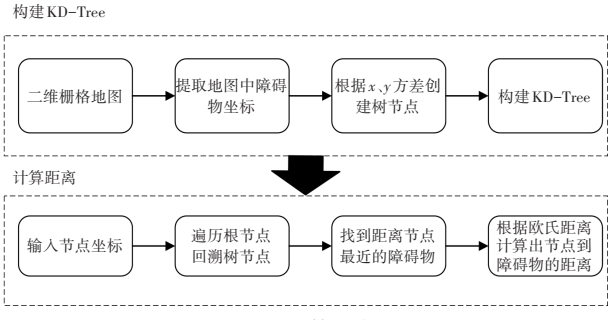



图2 KD-Tree算法实现流程

### 3.2 代价函数设计

传统混合A*算法的代价函数不包含周围障碍物的代价，因此不能控制生成的路径与障碍物间的距离。为解决该问题，根据KD-Tree计算当前节点与周围障碍物的最近距离$d_n$及其与车辆自身尺寸的大小关系，设计线性距离代价函数，可得：

$$D(n)=\begin{cases}100, & 0<d_n\leqslant 2s\\ -\dfrac{100}{s}d_n+300, & 2s<d_n\leqslant 3s\\ 0, & 3s<d_n\end{cases}\tag{2}$$

式中：$s=(x^2+y^2)^{1/2}$为车辆的最大自身尺寸，$x$、$y$分别为车辆的长度、宽度。

本文在二维平面内对混合A*算法进行改进，故暂不考虑车辆的高度。将式(2)引入式(1)中得到新的实际成本代价函数：

$$g(n)=s(n)+D(n)+g_0(n)+r(n)(\alpha l(n)+\beta|c(n)|)\tag{3}$$

式中：$l(n)$、$c(n)$、$s(n)$、$r(n)$、$g_0(n)$分别为当前节点的步长、当前节点的曲率、运动方向变化的代价、车辆前进或后退的代价和父节点的实际成本代价，$\alpha$、$\beta$分别为节点步长变化代价系数和节点曲率变化代价系数。

当前点步长和当前点曲率由车辆与障碍物最近距离、车辆参数及其上、下限共同决定。

### 3.3 节点扩展方式改进

传统混合A*算法使用固定步长和固定曲率进行节点扩展，不仅会浪费较多的时间，还缺乏灵活性。因此，本文提出节点动态扩展方法，具体步骤如下：

a. 根据车辆自身最大尺寸$s$构建车辆的碰撞区域、危险区域和安全区域，如图3所示。

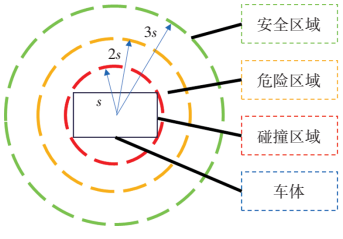



图3 车辆周围区域示意

b. 利用3.1节构建的障碍物KD-Tree计算车辆当前节点与周围障碍物的最短距离$d_n$，由$d_n$判断车辆所处的区域，同时将$d_n$与车辆扩展时的步长和曲率相关联，步长与$d_n$呈正相关，使曲率与$d_n$呈负相关，设置步长和曲率的上、下限，设计函数对曲率和步长进行动态调整：

$$c(n)=\frac{2\arctan(d_n-2.5s)(c_2-c_1)+\pi(c_1+c_2)}{2\pi}\tag{4}$$

$$l(n)=\frac{2\arctan(d_n-2.5s)(l_1-l_2)+\pi(l_1+l_2)}{2\pi}\tag{5}$$

式中：$c_1$、$c_2$分别为节点间最大、最小转角，$l_1$、$l_2$分别为节点间最大、最小步长。

式(5)曲线如图4所示，用反正切函数表达$d_n$与步长的关系，使车辆濒临碰撞区域时步长无限接近于其下限，车辆在安全区域内时，$d_n$越大，步长越接近于其上限。式(4)与其类似。

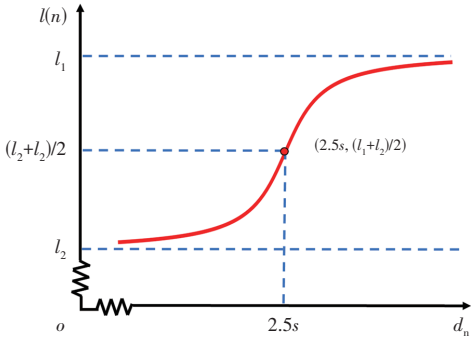



图4 式(5)曲线示意

如图5所示：当判断节点处于安全区域时，算法以最大步长和最小转角进行节点的扩展；当判断节点处于碰撞区域时，算法以最小步长和最大转角进行节点的扩展。扩展过程中的步长和转角随最近距离的变化而线性变化，以此提高混合A*算法的搜索速度和灵活性，同时提高算法在空旷区域生成路径的质量。

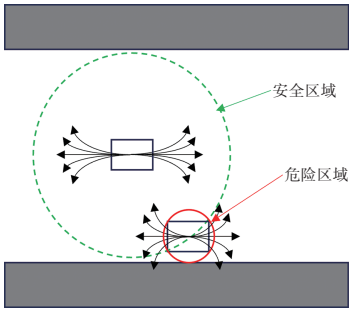



图5 动态扩展示意

### 3.4 RS曲线生成策略改进

在混合A*算法中，若当前节点与目标节点能够通过RS曲线直接相连，且该曲线未直接穿越任何障碍物，则该曲线将被视为有效路径，从而完成路径规划过程。但是生成的RS曲线存在两个问题：一是RS曲线使用固定曲率，这可能会忽略已经满足生成RS曲线条件的节点，也会忽略更优曲率下的RS曲线，如果起点与终点间距过大、路程过长，会增加混合A*算法的节点搜索时间，导致算法效率低下；二是RS曲线与障碍物距离过近，且有可能触发RS曲线的倒车机制，这与传统驾驶行为相违背且与障碍物碰撞的风险更高。

因此，本文对规划的RS曲线提出了新的要求：

a. 尽可能提早找出满足生成RS曲线条件的节点，节省混合A*算法的节点搜索时间。

b. 路径曲线部分在满足车辆运动学约束的情况下尽可能避免路径曲率过大，保证车辆的横向稳定性。

c. 路径直线部分尽量与左、右两侧障碍物的距离相同。

为了优化混合A*的规划效率，本文在某一节点的RS曲线检验过程中，循环检验不同曲率下该点是否能够生成RS曲线，优化后的算法流程如图6所示。其中：$C$为默认曲率；$C_m$为最大曲率，其取值为车辆最小转弯半径的倒数；$a$为$C$的增量，根据路径生成的质量和时间设定，取值越小，生成优质路径的可能性越大，但花费的时间更长。

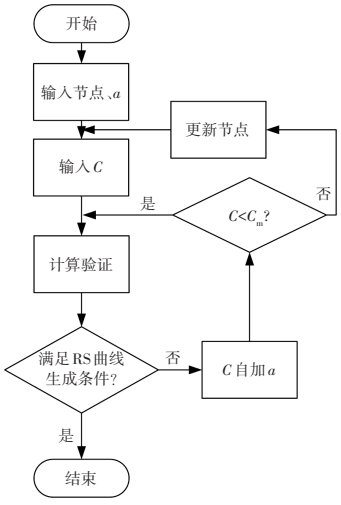



图6　RS曲线生成流程

为生成最优的RS曲线，本文根据当前节点与终点的坐标，以及两者附近的障碍物信息，结合未优化的RS曲线，生成优化后的RS曲线，具体实现流程如图7所示。

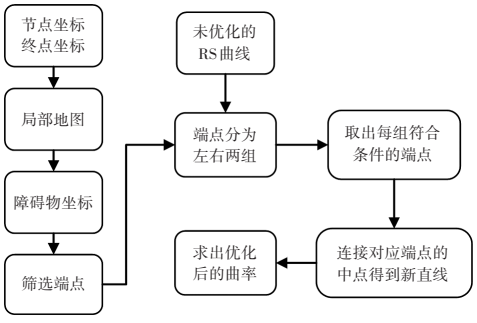
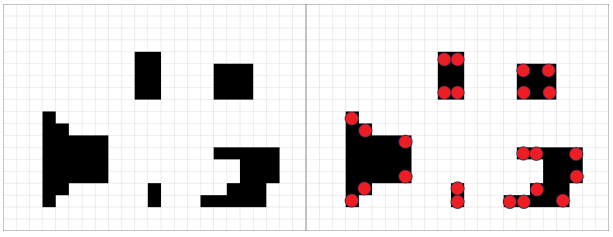



图7　RS曲线优化流程

首先，根据节点坐标和终点坐标，沿$x$方向和$y$方向截取局部矩形地图，并获取障碍物坐标；在障碍物中根据点的特征筛选出“端点”组成端点集合，端点的特征为在上、下、左、右4个方向中，只有1个或2个障碍物坐标与其坐标相邻，如图8所示。

其次，引入未优化的RS曲线作为参考线，将端点集合按照与曲线的相对位置分为左、右2组，每组取出2个距离参考线最近的端点，并求出端点对应的中点。



（a）原二维栅格图　　（b）端点标注图

图8　端点示意

最后，连接2个中点，其所在直线的斜率即为优化后RS曲线的斜率，再通过几何法求解曲率，即为优化后的RS曲线。改进效果如图9所示，其中$r$为转弯半径，可见优化后的RS曲线曲率更加平缓，且与障碍物的距离更远。

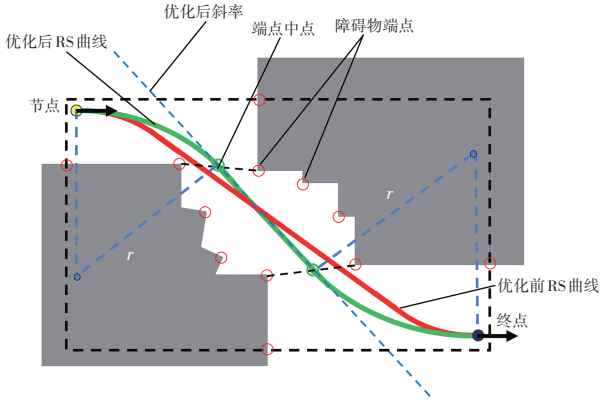



图9　RS曲线优化示意

## 4　仿真及结果分析

在MATLAB环境中进行仿真以验证可变分辨率混合A*算法和可变半径RS曲线融合的路径规划效果，车辆的具体参数如表1所示。

**表1　仿真车辆参数**

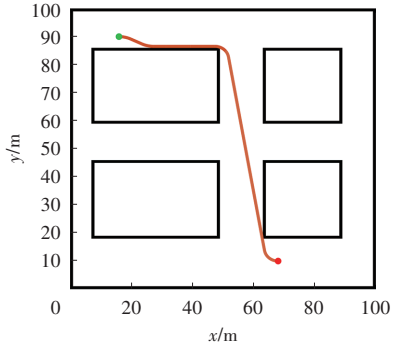
| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 长度×宽度/m×m | 3.5×2.0 |
| 轴距/m | 2.2 |
| 前轮最大转角/rad | 0.55 |

### 4.1　节点动态扩展仿真分析

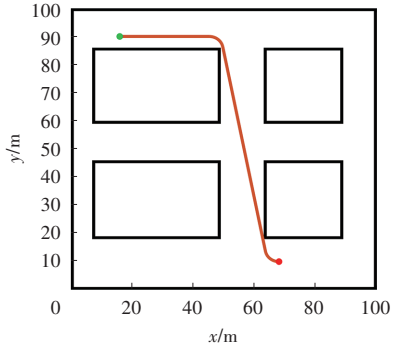
对节点动态扩展效果进行仿真验证，结果如图10所示，关键数据如表2所示。

相比于未使用动态扩展的算法，使用动态扩展的算法扩展节点数量减少了83.33%，节点搜索时间缩短了57.45%。原算法使用固定步长与固定曲率进行节点扩展，使规划点从最开始就将与终点距离更近的子节点的方向作为扩展方向，使新节点距离障碍物更近，RS曲线生成条件更加苛刻，节点数量也更多；新算法使用动态步长和动态曲率进行节点扩展，在较为空旷的区域使用大步长和小曲率，这使得RS曲线生成条件更简单，且所

需节点更少。算法总时间包括初始化时间、节点搜索时间、RS曲线生成时间和算法收尾时间。使用动态扩展时节点搜索时间比未使用动态扩展时增加了KD-Tree算法时间和新代价项的计算时间，因此节点搜索时间减少比例一定小于节点数量的减少比例。由以上数据可知，动态扩展可提高混合A*算法在高分辨率地图中的搜索效率。




（a）未使用动态仿真




（b）使用动态仿真

图10　节点动态扩展效果

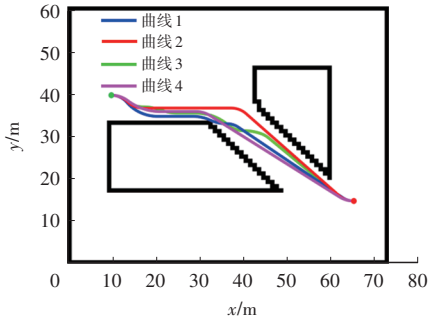
**表2　动态扩展仿真数据**

| 名称 | 未使用动态扩展 | 使用动态扩展 | 变化幅度/% |
|---|---|---|---|
| 节点数量/个 | 24 | 4 | −83.33 |
| 总时间/s | 0.238 8 | 0.152 8 | −36.01 |
| 节点搜索时间/s | 0.065 1 | 0.027 7 | −57.45 |

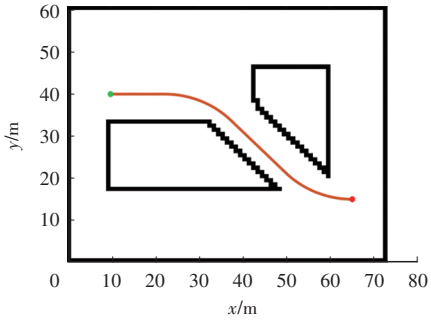
### 4.2　可变曲率RS曲线仿真分析

对混合A*算法中的RS曲线生成进行仿真验证，结果如图11所示，关键数据如表3所示。

混合A*算法在节点拓展过程中的最大曲率与RS曲线生成过程中的曲率相同，为保证规划出的路径长度最短，其曲率的值均为车辆最小转弯半径的倒数。因此，考虑到节点拓展的过程，使用固定曲率的RS曲线的曲率大小并不能对路径长度和曲线起点产生有规律的影响；相反，可变曲率的RS曲线的曲率由节点当前环境决定，与节点拓展过程中的曲率无关，这使得修正后的RS曲线更具灵活性。由仿真结果可知，改进的RS曲线具有以下优点：找出能作为曲线起点的节点的时间更早；路径曲线部分的曲率小于未修改的4条曲线，更能保障车辆的稳定性；路径与障碍物的最近距离更大，更能保证车辆的安全性。




（a）不同曲率RS曲线




（b）改进RS曲线

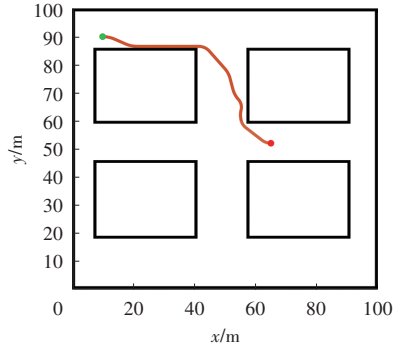
图11　RS曲线改进效果

**表3　RS曲线改进仿真数据**

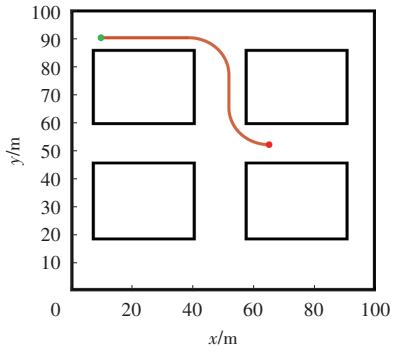
| 名称 | 路径曲率/$m^{-1}$ | 路径长度/m | 与障碍物的最近距离/m | RS曲线起点坐标 |
|---|---|---|---|---|
| 曲线1 | 0.22 | 62.36 | 0.80 | (36.22 m,33.36 m) |
| 曲线2 | 0.20 | 63.99 | 1.67 | (37.17 m,36.97 m) |
| 曲线3 | 0.19 | 62.89 | 1.87 | (44.02 m,30.88 m) |
| 曲线4 | 0.17 | 61.96 | 1.49 | (29.13 m,36.15 m) |
| 改进曲线 | 0.05 | 63.51 | 3.47 | (22.30 m,40.00 m) |

### 4.3　改进混合A*和改进RS曲线融合仿真

将节点扩展方式的改进和RS曲线修正的改进进行融合并开展仿真验证，结果如图12所示，关键数据如表4所示。




（a）原算法




（b）改进算法

图12　融合仿真效果

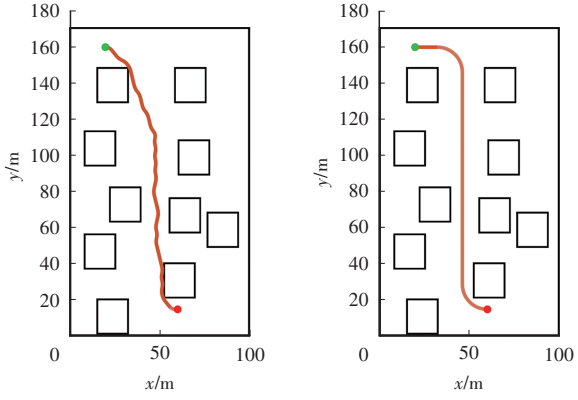
**表4　改进混合A*和改进RS曲线融合仿真数据**

| 参数 | 原算法 | 改进算法 |
|---|---|---|
| 节点数量/个 | 77 | 66 |
| 节点搜索时间/s | 0.17 | 0.10 |
| 路径最大曲率/$m^{-1}$ | 0.22 | 0.08 |
| RS曲线起点坐标 | (55.33 m,59.93 m) | (38.70 m,90.00 m) |
| 路径长度/m | 76.91 | 81.70 |
| 与障碍物最近距离/m | 1.57 | 3.83 |
| RS曲线生成时间/s | 0.011 | 0.068 |
| 总路线生成时间/s | 0.181 | 0.168 |

由图12可以看出：原算法在节点拓展过程中一直选择距离终点更近的方向，这使得规划点距离障碍物越来越近，随后紧贴障碍物运动，一方面对车辆的安全性不利，另一方面增加了RS曲线生成的难度，从而增加了总路线生成时间；改进算法根据环境动态调整分辨率并且使用优化后的RS曲线检验方法，提前于原算法找到了RS曲线的起点，由此加快了总路线生成速度。由以上数据可以看出：改进算法的搜索节点数量减少14.28%，节点搜索时间缩短约41.17%，获取RS曲线起点也早于原算法；改进算法的路径最大曲率减小了63.63%，且与障碍物最近距离比原算法增加了143.94%，带来的负面影响是路径长度增加了6.23%；由于在RS曲线生成时运用了所设计的几何法，该方法侧重于保证车辆安全性，因此改进算法的RS曲线生成时间净大于原算法，然而结合之前缩短的节点搜索时间，总路线生成时间依然缩短了7.18%。由此可得出结论，改进算法比原算法搜索时间更短且路径更平滑、距离障碍物更远。

为测试地图尺寸、障碍物数量及路径长度对改进算法时间缩短程度的影响，在不同条件下进行附加仿真验证，结果如图13所示，关键数据如表5所示。

由仿真数据可知，随着地图尺寸和路径长度的增加，改进算法耗时远低于原算法，仿真时间缩短了55.81%。这是因为：一方面，地图尺寸越大，原算法在节点拓展部分花费的时间越多，寻找到RS曲线起点越困难；另一方面，地图尺寸越大，原算法中节点拓展的时间占比越大于RS曲线生成时间占比，而改进算法在节点拓展过程中相比原算法具有明显的速度优势，所以大尺寸地图更能体现出两者的差距。由此可以得出结论，改进算法在大尺寸地图和长距离路径的规划方面相比于原算法效率更高，优化效果更加明显。




（a）原算法　　（b）改进算法

图13　附加仿真效果

**表5　附加仿真验证关键数据**

| 名称 | 原算法 | 改进算法 |
|---|---|---|
| 节点数量/个 | 157 | 5 |
| 仿真时间/s | 0.43 | 0.19 |

## 5　结束语

本文针对传统混合A*算法路径规划中存在的不足进行了改进，加入了障碍物距离代价和节点动态扩展策略，在保证路径质量的同时加快了路径搜索的速度；对RS曲线生成机制进行了改进，解决了RS曲线曲率过大和距离障碍物过近的问题。仿真结果表明，改进算法比传统算法搜索时间缩短7.18%，搜索节点数量减少14.28%，路径与障碍物的最短距离增加143.94%，路径的最大曲率减小63.63%；在附加仿真验证中，改进算法比传统算法搜索时间缩短55.81%，故在大尺寸地图和长距离路径的规划方面相比于原算法效率更高，优化效果更加明显。

**参　考　文　献**

[1] 郑志强，段方，宋国鹏，等. 无人车路径规划算法研究综述[C]// 2022年无人系统高峰论坛（USS2022）. 西安：国防科技大学，2022.
ZHENG Z Q, DUAN F, SONG G P, et al. Summary of Research on Path Planning Algorithm of Unmanned

Vehicle[C]// Unmanned Systems Summit 2022. Xi'an: National University of Defense Technology, 2022.

[2] 李忠林, 罗邵屏, 贾玉婷. 移动机器人路径规划算法综述[J]. 现代信息科技, 2024, 8(19): 184-188.
LI Z L, LUO S P, JIA Y T. Review of Path Planning Algorithms for Mobile Robots[J]. Modern Information Technology, 2024, 8(19): 184-188.

[3] 李晓旭, 马兴录, 王先鹏. 移动机器人路径规划算法综述[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(7): 9-19.
LI X X, MA X L, WANG X P. A Survey of Path Planning Algorithms for Mobile Robots[J]. Computer Measurement & Control, 2022, 30(7): 9-19.

[4] CONTRERAS-CRUZ M A, AYALA-RAMIREZ V, HERNANDEZ-BELMONTE U H. Mobile Robot Path Planning Using Artificial Bee Colony and Evolutionary Programming[J]. Applied Soft Computing, 2015, 30: 319-328.

[5] DIJKSTRA E W. A Note on Two Problems in Connexion with Graphs[J]. Numerische Mathematik, 1959, 1(1): 269-271.

[6] HART P E, NILSSON N J, RAPHAEL B. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths[J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, 4(2): 100-107.

[7] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Practical Search Techniques in Path Planning for Autonomous Driving[C]// Proceedings of the First International Symposium on Search Techniques in Artificial Intelligence and Robotics (STAIR-08). Chicago, USA: AAAI, 2008.

[8] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Path Planning for Autonomous Vehicles in Unknown Semi-Structured Environments[J]. The International Journal of Robotics Research, 2010, 29(5): 485-501.

[9] 曹彦博, 颜京才, 李旭升, 等. 基于改进混合A*算法的自动泊车系统路径搜索方法[J]. 汽车技术, 2023(6): 37-41.
CAO Y B, YAN J C, LI X S, et al. A Method of Path Search for Automatic Parking System Based on Improved Hybrid A* Algorithm[J]. Automobile Technology, 2023(6): 37-41.

[10] 邓穆坤, 刘勇, 黄佳德, 等. 基于混合A*算法的无人驾驶矿用卡车路径优化研究[J]. 控制与信息技术, 2022(5): 60-67.
DENG M K, LIU Y, HUANG J D, et al. Research on Hybrid A* Based Path Optimization of Unmanned Mine Truck[J]. Control and Information Technology, 2022(5): 60-67.

[11] TANG B J, HIROTA K, WU X D, et al. Path Planning Based on Improved Hybrid A* Algorithm[J]. Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2021, 25(1): 64-72.

[12] 赵克刚, 曾润林, 梁志豪, 等. 基于圆弧样条参考路径的改进混合A*泊车路径规划算法[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(17): 7376-7386.
ZHAO K G, ZENG R L, LIANG Z H, et al. Improved Hybrid A* Parking Path Planning Algorithm Based on Arc Spline Reference Path[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(17): 7376-7386.

[13] 任秉韬, 王淅淅, 邓伟文, 等. 基于混合A*和可变半径RS曲线的自动泊车路径优化方法[J]. 中国公路学报, 2022, 35(7): 317-327.
REN B T, WANG X X, DENG W W, et al. Path Optimization Algorithm for Automatic Parking Based on Hybrid A* and Reeds-Shepp Curve with Variable Radius[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022, 35(7): 317-327.

[14] 胡子牛, 陈鑫鹏, 杨泽宇, 等. 具有多型避障方式的智能车辆路径规划[J]. 汽车工程, 2025, 47(3): 402-411.
HU Z N, CHEN X P, YANG Z Y, et al. Path Planning with Multiple Obstacle-Avoidance Modes for Intelligent Vehicles[J]. Automotive Engineering, 2025, 47(3): 402-411.

[15] REEDS J A, SHEPP R A. Optimal Paths for a Car That Goes Both Forward and Backward[J]. Pacific Journal of Mathematics, 1991, 145(22): 367-393.

[16] ELFES A. Using Occupancy Grids for Mobile Robot Perception and Navigation[J]. Computer, 1989, 22(6): 46-57.

[17] 夏军勇, 高睿杰, 钟飞. 基于KDTree改进的Super-4PCS+ICP算法在点云配准中的应用研究[J]. 激光与红外, 2023, 53(9): 1333-1338.
XIA J Y, GAO R J, ZHONG F. Study on the Application of Super-4PCS+ICP Algorithm Based on KDTree Improvement in Point Cloud Alignment[J]. Laser & Infrared, 2023, 53(9): 1333-1338.

[18] 范晶晶, 王力, 褚文博, 等. 基于KDTree树和欧式聚类的越野环境下行人识别的研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(12): 1410-1415.
FAN J J, WANG L, CHU W B, et al. Research on Pedestrian Recognition in Cross-Country Environment Based on KDTree and Euclidean Clustering[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(12): 1410-1415.

[19] ZHOU K, HOU Q, WANG R, et al. Real-Time KD-Tree Construction on Graphics Hardware[J]. ACM Transactions on Graphics, 2008, 27(5): 1-11.

（责任编辑　斛　畔）

修改稿收到日期为2024年12月28日。