

# 基于博弈论的一体化防撞梁多目标优化设计\*

李书华<sup>1,2</sup> 吴宗扬<sup>1,2</sup> 贝璟<sup>1,2</sup> 余承斌<sup>3</sup> 张代胜<sup>1,2</sup>

(1.合肥工业大学,智能制造技术研究院,合肥 230051;2.合肥工业大学,汽车与交通工程学院,合肥 230009;3.合肥长安汽车有限公司,合肥 230031)

**【摘要】**为提高一体化集成设计防撞梁的碰撞安全性,将防撞梁耐撞性和轻量化的多目标优化模型转变为博弈模型并形成映射关系,以比吸能和质量作为博弈双方进行博弈,通过引入博弈距离和博弈力矩进行策略归属构建,并结合博弈效用函数将模型仿真转化为数值优化,通过对博弈效用函数进行纳什均衡分析得到最优解。结果表明,相比于初始设计,博弈设计的一体化防撞梁质量减轻了26.47%,比吸能增加了22.18%,所提出的算法相比于传统优化算法具有更好的稳定性和优化效果。

**关键词:**一体化防撞梁 博弈论 碰撞安全性能 纳什均衡 多目标优化

**中图分类号:**U463.82+1 **文献标识码:**A **DOI:** 10.19620/j.cnki.1000-3703.20220584

## Multi-Objective Optimization Design of Integrated Anti-Collision Beam Based on Game Theory

Li Shuhua<sup>1,2</sup>, Wu Zongyang<sup>1,2</sup>, Bei Jing<sup>1,2</sup>, Yu Chengbin<sup>3</sup>, Zhang Daisheng<sup>1,2</sup>

(1. Intelligent Manufacturing Institute, Hefei University of Technology, Hefei 230051; 2. School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009; 3. Hefei Chang'an Automobile Co., Ltd., Hefei 230031)

**【Abstract】**In order to improve the impact safety of integrated design of anti-collision beam, the multi-objective optimization model of anti-collision beam with crashworthiness and lightweight was transformed into game model and a mapping relationship was formed. The Specific Energy Absorption (SEA) and mass were taken as game parties, game distance and game moment were applied to establish the strategic attribution, and the model simulation was transformed into numerical optimization by combining the game utility function. The optimal solution was obtained through the Nash equilibrium analysis of the game utility function. The results show that the mass of the integrated anti-collision beam by the game design is reduced by 26.47% and SEA is increased by 22.18% compared with the initial design, and compared with the traditional optimization algorithm, the game design has better stability and optimization effect.

**Key words:** Integrated anti-collision beam, Game theory, Impact safety, Nash equilibrium, Multi-objective optimization

**【引用格式】**李书华,吴宗扬,贝璟,等.基于博弈论的一体化防撞梁多目标优化设计[J].汽车技术,2023(2):9-14.

LI S H, WU Z Y, BEI J, et al. Multi-Objective Optimization Design of Integrated Anti-Collision Beam Based on Game Theory[J]. Automobile Technology, 2023(2): 9-14.

## 1 前言

在低速正面碰撞过程中,最先承担缓冲吸能作用,进而保证乘员安全的被动安全部件是防撞梁,国内外许多学者对其展开了广泛的研究<sup>[1]</sup>。Wang<sup>[2]</sup>等采用非支配排序遗传算法-II(Non-dominated Sorting Genetic

Algorithms-II, NSGA-II)和电子搜索算法(Electronic Search Algorithms, ESA)对负泊松比保险杠系统的结构参数进行寻优。贺良国等<sup>[3]</sup>运用NSGA-II对多胞结构的车身前端结构参数进行寻优。徐峰祥<sup>[4]</sup>采用NSGA-II对拼焊板结构进行了多目标优化设计。上述文献使用的传统优化算法在进行耐撞性多目标优化模型求解时,无

\*基金项目:安徽省发展改革委发展新能源汽车暨智能网联汽车创新工程项目(IMIZZ2019004)。

通讯作者:张代胜(1962—),男,研究生,教授,主要研究方向为汽车设计,daishengzhang2000@163.com。

法稳定地输出最优解,且未考虑不同结构参数对优化目标的不同影响,从而降低了最终方案的优化效果。

博弈论作为一种研究具有斗争或竞争性质现象的数学理论和方法,已被广泛应用于各个领域。Staňková等<sup>[5]</sup>使用博弈论方法优化了癌症的治疗。胡永进等<sup>[6]</sup>构建了多阶段网络欺骗博弈模型,为网络安全主动防御研究提供有效指导。防撞梁的耐撞性与轻量化之间的矛盾可视为一种博弈问题,由于博弈理论中纳什均衡解具有“稳健性”和“自我强制性”的特点,使得多目标优化模型能够稳定而客观地输出最优解<sup>[7]</sup>。

综上,针对一体化防撞梁的耐撞性和轻量化设计问题,本文提出一种基于博弈论的防撞梁多目标优化方法。首先根据防撞梁的耐撞性和轻量化研究特点以及影响因素分析,将防撞梁的比吸能和轻量化作为博弈双方进行博弈,将防撞梁的结构参数作为博弈方的策略集,然后通过引入博弈距离和博弈力矩进行策略归属构建,最后通过对博弈方效用函数的对比分析寻找纳什均衡点,从而得到优化模型的最优解。

## 2 方法论

### 2.1 多目标优化模型与博弈模型的映射关系

从博弈论的角度思考,多目标优化设计问题与博弈决策问题有如下关联<sup>[8]</sup>:

- 将多目标优化模型视为博弈模型。
- 设计变量  $X$  及其取值范围对应博弈决策问题的策略集  $C$  及其可行空间,可通过一定方法将设计变量  $X$  拆分为策略集  $C_1, C_2, \dots, C_q$ 。
- 将优化目标视为博弈决策问题的博弈方,将优化算法视为纳什均衡分析。
- 多目标优化设计问题的目标函数的响应值等同于博弈决策问题中博弈方所获得的效用,且两者的约束也可视为一致。

故可用博弈决策问题的思维方式来描述多目标优化设计问题:

$$G = \{C_1, C_2, \dots, C_q; V_1, V_2, \dots, V_q\} \quad (1)$$

式中,  $G$  为多目标优化模型空间集合;  $V_1, V_2, \dots, V_q$  为  $q$  个博弈方;  $C_1 = \{x_1, \dots, x_n\}, \dots, C_q = \{x_1, \dots, x_n\}$  为  $q$  个博弈方的策略集,并满足  $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_q = X$  且  $C_a \cap C_b = \emptyset; a, b = 1, 2, \dots, q$  且  $a \neq b$ 。

### 2.2 优化流程

对防撞梁进行多目标优化设计的目的在于获得耐撞性和轻量化函数的最优解。优化过程主要分为3个

阶段,即策略归属构建、效用函数构建和纳什均衡分析,优化流程如图1所示。

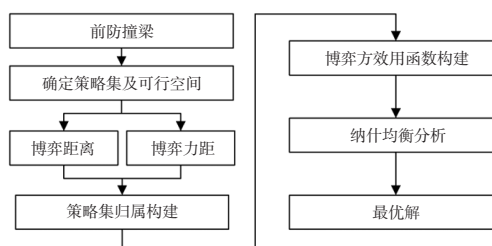


图1 防撞梁的博弈优化设计流程

#### 2.2.1 策略归属构建与博弈效用函数构建

博弈方的策略集归属构建是多目标优化设计问题转为博弈决策问题的关键。为此,引入博弈距离和博弈力矩的概念<sup>[9-10]</sup>:

- 博弈距离。博弈距离定义为项目  $i$  到博弈方  $v$  的距离与所有项目到与其对应的各博弈方距离之和的比,其中,项目  $i$  到博弈方  $v$  的距离表示为  $u_{v,i}$  的倒数:

$$d_{v,i} = \frac{1/u_{v,i}}{\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^q (1/u_{v,i})} \quad (2)$$

式中,  $\forall i \in [1, \dots, n]; \forall v \in [1, \dots, q]; u_{v,i}$  为项目  $i$  到博弈方  $v$  的效用;  $n$  为博弈方的数量;  $d_{v,i}$  为项目  $i$  到博弈方  $v$  相对于其他博弈方的博弈距离。

- 博弈力矩:

$$\varphi_{v,i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^q (1/u_{v,i})} \quad (3)$$

式中,  $\varphi_{v,i}$  为项目  $i$  到博弈方  $v$  相对于其他博弈方的博弈力矩。

策略集归属构建步骤如下:

- 通过粒子群算法对各目标函数进行单目标优化,得到初始效用和初始策略集。
- 按照式(2)和式(3)计算博弈距离和博弈力矩,对于某一个博弈方  $v_w$ ,将各项目到博弈方  $v_w$  的博弈距离按照升序排列,表示其优先级顺序从高到低,并按照博弈距离排列顺序计算相对应的累加博弈力矩。
- 为了选取优先级别高的项目,引入平衡条件:

$u_v = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^n \phi_{v,i}, \forall i \in [1, \dots, n]$ , 其中,  $u_v$  为平衡值。通过比较  $u_v$  和累加博弈力矩来确定隶属于该博弈方的策略集,其余项目属于其他博弈方的策略集。

同时,为了简化优化过程,从而提高优化效率,需要将模型仿真替换为数值优化,因此,博弈效用函数的构建是必不可少的。

#### 2.2.2 纳什均衡分析

纳什均衡又称为非合作博弈均衡,是指在博弈汽车技术

$G=\{C_1, C_2, \dots, C_q; u_1, u_2, \dots, u_q\}$ 中,如果由各博弈方的各一个策略组成的某个策略组合  $\{c_1^*, c_2^*, \dots, c_q^*\}$  中,任一博弈方  $i$  的策略  $c_i^*$  相对于其他博弈方策略组合  $\{c_1^*, \dots, c_{i-1}^*, c_i^*, c_{i+1}^*, \dots, c_q^*\}$  均为最佳策略。即对任意  $c_j^* \in C_i$  均有:

$$u_i\{c_1^*, \dots, c_{i-1}^*, c_i^*, c_{i+1}^*, \dots, c_q^*\} \leq u_i\{c_1^*, \dots, c_{i-1}^*, c_j^*, c_{i+1}^*, \dots, c_q^*\} \quad (4)$$

设  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_q\}=C=\{C_1, C_2, \dots, C_q\}$  为博弈方的策略集,  $V_1(c), V_2(c), \dots, V_q(c)$  为博弈所获得的效用, 博弈流程如下:

a. 基于博弈距离和博弈力矩, 得到隶属于各博弈方的策略集  $\{C_1, C_2, \dots, C_q\}$ 。

b. 初始策略集合  $c^{(0)} = \{c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, \dots, c_q^{(0)}\}$ 。

c. 记  $\bar{c}_1^{(0)}, \bar{c}_2^{(0)}, \dots, \bar{c}_q^{(0)}$  为  $c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, \dots, c_q^{(0)}$  在  $c^{(0)}$  中对应的补集, 以各博弈方的效用  $V_1(c), V_2(c), \dots, V_q(c)$  为目标, 并保持补集  $\bar{c}_1^{(0)}, \bar{c}_2^{(0)}, \dots, \bar{c}_q^{(0)}$  不变, 结合响应面近似建模技术与粒子群算法, 对隶属于各博弈方的策略集进行单目标优化设计。

d. 对随机第  $i(i=1, 2, \dots, q)$  个博弈方, 需满足: 策略  $c_i^*$  为最优; 博弈效用  $V(c_i^*, \bar{c}_i^{(0)}) \rightarrow \min$ ; 约束条件  $s_k(c_i^*, \bar{c}_i^{(0)}) \leq 0$  ( $k=1, 2, \dots, q$ )。

令  $c^{(1)} = c_1^* \cup c_2^* \cup \dots \cup c_q^*$ , 通过求解前后 2 个策略集合之间的距离(采用范数形式)来判断其是否满足收敛准则  $\|c^{(1)} - c^{(0)}\| \leq \delta$ ,  $\delta$  为前后 2 个策略集容差许可值, 若收敛, 则结束流程, 否则, 以  $c^{(1)}$  代替  $c^{(0)}$ , 折返至步骤 c 继续执行流程。如此反复, 直至收敛结束。

### 3 有限元模型建立与可行性检验

#### 3.1 正面碰撞有限元模型建立

汽车前防撞梁能在低速碰撞中起到吸能和缓冲的作用<sup>[11]</sup>。本文采用台车正面碰撞有限元模型对防撞梁的低速正面碰撞性能进行仿真, 如图 2 所示, 台车模型质量为 1 530 kg, 台车以 1.111 m/s 的初始速度撞向刚性墙, 整个碰撞过程时间设定为 0.06 s。该一体化精密铸造防撞梁的材料选用 ZL205A 铝合金, 其密度为  $2.82 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量为  $7.3 \times 10^4 \text{ MPa}$ , 泊松比为 0.32。考虑应变速率对材料应力-应变曲线的影响, 材料类型选择 MAT24。

#### 3.2 有限元模型可行性检验

能量守恒是判断正面碰撞有限元模型是否可靠的重要标准。简化积分方法往往会导致沙漏模式, 从而损失部分能量, 影响系统的仿真精度<sup>[12]</sup>。一般要求质量增加不超过 5%, 总能量增加不超过 10%, 产生的沙漏能不

超过总能量的 5%, 且不为负值。针对防撞梁低速正碰撞仿真模型, 碰撞过程中的能量变化如图 3 所示, 从图 3 中可以看出, 总能量处于平稳状态, 沙漏能几乎为零, 能量始终守恒, 故碰撞模型合理, 可用于后续优化设计。

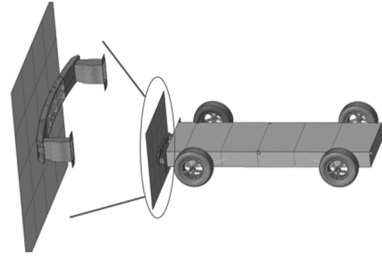


图2 台车正碰有限元模型

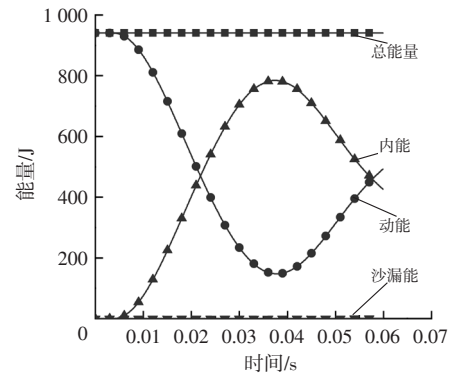


图3 能量变化曲线

## 4 防撞梁博弈优化

### 4.1 初始设计分析

防撞梁的耐撞性评价指标可以用比吸能、峰值碰撞力和吸能量来衡量。此外, 为了保证乘员具有充足的生存空间, 防撞梁在碰撞过程中的最大纵向位移也不应超过许可值<sup>[13]</sup>。一体化精密铸造防撞梁的初始效用如表 1 所示, 由于最大纵向位移和峰值碰撞力的矛盾性, 从表 1 中可以看出, 最大纵向位移的安全设计余量较大, 而峰值碰撞力过大, 存在一定安全隐患。为了进一步增强防撞梁的碰撞安全性能, 需对其进行轻量化和耐撞性优化设计。

表1 设计变量及响应的初始效用

策略集与效用	初始设计值	上限	下限
主梁厚度 $t_1/\text{mm}$	5.0	5.0	3.0
纵向加强筋厚度 $t_2/\text{mm}$	4.0	5.0	3.0
横向加强筋厚度 $t_3/\text{mm}$	5.0	5.0	3.0
吸能盒厚度 $t_4/\text{mm}$	5.0	5.0	3.0
最大纵向位移 $L_{\max}/\text{mm}$	40.14	44.23	
峰值碰撞力 $F_{\text{peak}}/\text{N}$	70 762	61 120	
比吸能 $S/\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$	133.38		
质量 $m/\text{kg}$	6.029		

## 4.2 策略分析

如图4所示,本文选取防撞梁的主梁、纵向加强筋、横向加强筋和吸能盒的厚度( $t_1 \sim t_4$ )为策略集,并以峰值碰撞力  $F_{\text{peak}}$  和最大纵向位移  $L_{\text{max}}$  为约束条件,以防撞梁的比吸能  $S$  和质量  $m$  为博弈方,比吸能和质量的响应值为博弈方所获得的效用。

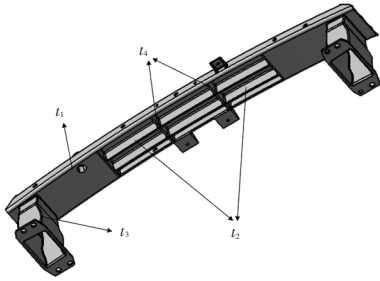


图4 防撞梁的厚度变量

按照策略集划分步骤,首先对防撞梁的比吸能和质量分别采用粒子群单目标优化算法(种群大小为100,迭代次数为30,惯性权重因子为0.9,学习因子  $c_1$  和  $c_2$  取0.9),得到初始效用和初始策略集。根据式(2)和式(3)分别计算各博弈方的博弈距离和博弈力矩,如表2所示。

表2 各项目的效用、博弈距离和博弈力矩

项目	比吸能效用	质量效用	比吸能博弈距离	比吸能博弈力矩	质量博弈距离	质量博弈力矩
$t_1$	3.334 0	3.295 9	0.502 9	1.657 4	0.497 1	1.657 4
$t_2$	3.487 9	3.468 0	0.501 4	1.742 0	0.498 6	1.742 0
$t_3$	4.228 7	4.338 7	0.493 6	2.141 5	0.506 4	2.141 5
$t_4$	3.099 9	3.000 0	0.508 2	1.524 6	0.491 8	1.524 6

根据表2中比吸能的博弈距离进行升序排列,并根据博弈力矩  $\varphi_{s,i}$  计算相对应的累加博弈力矩  $a_i$ ,如表3所示。计算可得平衡值  $u_s=3.532 8$ ,通过比较平衡值  $u_s$  和各项累加博弈力矩来确定属于博弈方比吸能的策略集,即  $C_1=(t_2, t_3)$ ,其他的项目为博弈方质量的策略集,即  $C_2=(t_1, t_4)$ 。

表3 各项目的累加博弈力矩

厚度变量	$t_3$	$t_2$	$t_1$	$t_4$
累加博弈力矩	$a_1=\varphi_{s,3}$	$a_2=a_1+\varphi_{s,2}$	$a_3=a_2+\varphi_{s,1}$	$a_4=a_3+\varphi_{s,4}$
计算结果	1.657 4	3.399 4	5.540 0	7.065 5

## 4.3 博弈效用函数构建

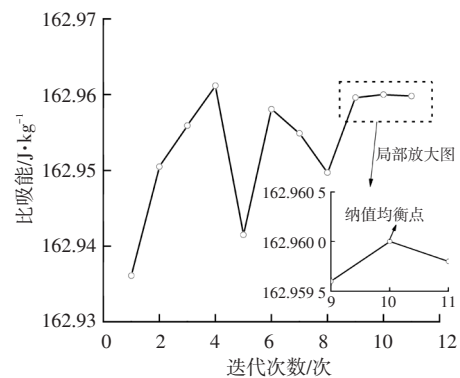
博弈效用函数采用响应面法构建,它能够通过试验设计所得到的样本数据来探测输入变量与输出响应之间的敏感度,最终将其拟合成分数关系,从而把结构优化问题转化为数值优化问题,大幅提高优化效率。

试验设计方法的选择对构建高精度的效用函数很重要。本文采用最优拉丁超立方试验设计方法构建响应面模型,它能够将试验设计点均匀地分散在设计空间中,具有很好的空间填充性和均衡性<sup>[14]</sup>。采用30个采样点来构建防撞梁峰值碰撞力、最大纵向位移、比吸能和质量二次响应面近似模型,并且通过不断增加试验设计点来更新近似模型,直到近似模型的精度满足要求。本文主要采用确定系数  $R^2$  对响应值进行精度评价,  $L_{\text{max}}$ 、 $F_{\text{peak}}$ 、 $S$ 、 $m$  的确定系数分别为0.999、0.927、0.999、0.999,均满足要求,说明所构建的效用函数是可靠的。

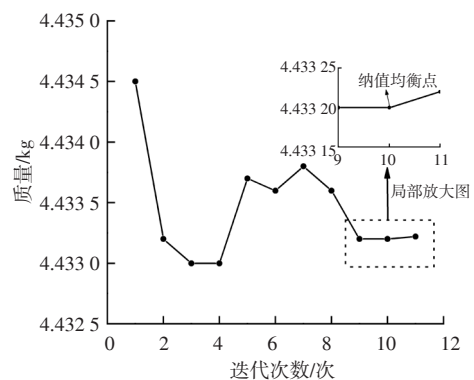
## 4.4 结果与讨论

### 4.4.1 纳什均衡分析

随机确定初始策略集,基于纳什均衡分析,博弈方的比吸能和质量迭代过程如图5所示,从图5中可以看出,在第10次迭代时,质量最小,比吸能达到最大,满足收敛准则。经过协调权衡,峰值碰撞力与最大纵向位移均在安全范围内。



(a) 比吸能迭代



(b) 质量迭代

图5 博弈方迭代过程

### 4.4.2 各类优化算法对比分析

采用粒子群多目标优化算法、多岛遗传算法以及非支配解排序遗传算法分别对防撞梁数学模型进行求解,其中,各类优化算法相关参数设置如表4所示,优化结果如表5所示。从表5中可以看出:传统优化算法相比

于博弈优化设计,比吸能均偏小,而质量均偏大;且博弈方法是一种带有竞争性质的纯策略型方法,博弈双方存在“互利”解,只需较少的迭代次数便能找到纳什均衡点,求解稳定且速度快;对比初始设计,经博弈设计的防撞梁的质量减轻了26.47%。初始设计与博弈设计的防撞梁比吸能变化过程如图6所示,由图6可知,比吸能增长了22.18%,博弈设计提高了防撞梁的碰撞安全性能。

表4 优化算法参数设置

粒子群多目标优化算法		多岛遗传算法		非支配解排序遗传算法	
参数	设定值	参数	设定值	参数	设定值
种群大小	100	种群大小	10	种群大小	12
迭代次数	10	迭代次数	10	进化代数	80
权重因子	0.9	岛数	10	交叉率	0.9
学习因子1	0.9	交叉率	1.0	交叉分配系数	2
学习因子2	0.9	变异率	0.01	变异分配系数	20
		迁徙率	0.01		

表5 优化结果对比

策略集与效用	博弈设计	粒子群多目标优化算法	多岛遗传算法	非支配解排序遗传算法
$t_1/\text{mm}$	3.2	4.2	3.2	3.1
$t_2/\text{mm}$	3.9	3.9	3.7	3.9
$t_3/\text{mm}$	4.4	4.0	4.3	4.6
$t_4/\text{mm}$	3.0	4.3	3.4	3.0
$L_{\max}/\text{mm}$	44.23	44.21	44.23	44.23
$F_{\text{peak}}/\text{N}$	60 188	60 827	60 517	59 777
$S/\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$	162.960	161.35	162.833	162.158
$m/\text{kg}$	4.433	4.491	4.440	4.450

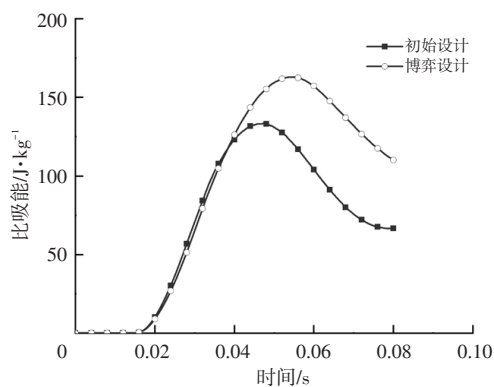


图6 初始设计与博弈设计的比吸能对比

## 5 结束语

本文采用“材料-结构-性能”一体化集成设计方法,能够对防撞梁进行有效优化,在保证良好的整体性

2023年 第2期

能的情况下,实现防撞梁的轻量化设计。针对一体化防撞梁的耐撞性和轻量化设计特点,以比吸能和质量为博弈双方,提出了一种基于博弈论的防撞梁多目标优化方法。同时,将防撞梁多目标优化模型与非合作博弈模型进行映射,结合博弈模型的特点,基于博弈距离和博弈力矩对结构参数进行策略归属构建。

通过对效用函数的纳什均衡分析,经过10次迭代达到收敛准则,避免了最大纵向位移安全系数设计过大的缺陷。结果表明:博弈设计的防撞梁的峰值碰撞力与最大纵向位移均在许可范围内,且相比于初始设计,防撞梁质量减轻了26.47%,比吸能增加了22.18%,相比于传统多目标优化算法,博弈设计具有更好的稳定性和优化效果,证明了其实用性与有效性。

## 参 考 文 献

- [1] ZENG F, XIE H, LIU Q M, et al. Design and Optimization of a New Composite Bumper Beam in High-Speed Frontal Crashes[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 53(1): 115-122.
- [2] WANG C Y, WANG W W, ZHAO W Z, et al. Structure Design and Multi-Objective Optimization of a Novel NPR Bumper System[J]. Composites Part B: Engineering, 2018, 153: 78-96.
- [3] 贺良国, 赵杰, 谷先广. 基于多胞结构的车身前端轻量化和耐撞性设计[J]. 汽车工程, 2020, 42(6): 832-839+846.
- [4] HE L G, ZHAO J, GU X G. Lightweight and Crashworthiness Design of Vehicle Body Front-End Based on Multi-Cell Structure[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(6): 832-839+846.
- [5] 徐峰祥. 考虑离散型变量的拼焊板结构耐撞性优化设计[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(6): 18-23.
- [6] XU F X. Crashworthiness Optimization Design of Tailor Welded Blanks Considering Discrete Variables[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(6): 18-23.
- [7] STAŇKOVÁ K, BROWN J S, DALTON W S, et al. Optimizing Cancer Treatment Using Game Theory: A Review [J]. JAMA Oncology, 2019, 5(1): 96-103.
- [8] 胡永进, 马骏, 郭渊博, 等. 基于多阶段网络欺骗博弈的主动防御研究[J]. 通信学报, 2020, 41(8): 32-42.
- [9] HU Y J, MA J, GUO Y B. Research on Active Defense Based on Multi-Stage Cyber Deception Game[J]. Journal on Communications, 2020, 41(8): 32-42.
- [10] 陈颜祥, 江志刚, 朱硕, 等. 基于非合作博弈的废旧机械装备零部件重组策略研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(9): 203-212.
- [11] CHEN Y X, JIANG Z G, ZHU S, et al. Research on Reassembly Strategy of Used Mechanical Equipment

- Components Based on Non-Cooperative Game[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(9): 203-212.
- [8] 徐钰航, 赵峰, 高锋阳. 基于博弈论的电动汽车轮毂电机热源损耗优化[J/OL]. 电测与仪表(2020-10-09)[2022-06-05]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1202.TH.20201006.1607.002.html>.
- XU Y H, ZHAO F, GAO F Y. Optimization Design of in-Wheel Motor Loss Based on Game Theory[J/OL]. Electrical Measurement & Instrumentation (2020-10-09)[2022-06-05]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1202.TH.20201006.1607.002.html>.
- [9] WONG K K L. A Geometrical Perspective for the Bargaining Problem[J]. PloS ONE, 2010, 5(4).
- [10] WONG K K L. Bridging Game Theory and the Knapsack Problem: A Theoretical Formulation[J]. Journal of Engineering Mathematics, 2015, 91(1): 177-192.
- [11] 程豹, 李春书, 杨帅. 乘用车前保险杠系统耐撞性分析与优化[J]. 汽车技术, 2017(1): 58-62.
- CHENG B, LI C S, YANG S. Crashworthiness Analysis and Optimization of Car Front Bumper System[J]. Automobile Technology, 2017(1): 58-62.
- [12] WANG C Y, LI Y, ZHAO W Z, et al. Structure Design and Multi-Objective Optimization of a Novel Crash Box Based on Biomimetic Structure[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 138-139: 489-501.
- [13] 李兆凯, 余强, 赵轩, 等. 汽车前部结构低速碰撞耐撞性与轻量化优化[J]. 中国公路学报, 2016, 29(10): 149-158.
- LI Z K, YU Q, ZHAO X, et al. Crashworthiness and Lightweight Optimization for Frontal Structure of Automobile Under Low-Speed Impact[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(10): 149-158.
- [14] 赖宇阳. Isight 参数优化理论与实例详解[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 88-95.
- LAI Y Y. Isight Parameter Optimization Theory and Detailed Explanation of Instances[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012: 88-95.
- (责任编辑 斛 畔)
- 修改稿收到日期为2022年7月20日。

#### (上接第8页)

- [12] 杨莉, 徐文正. 聚乳酸/玄武岩纤维复合材料的制备及性能研究[J]. 中国塑料, 2016, 30(11): 48-52.
- YANG L, XU W Z. Study on Preparation and Properties of Poly (Lactic Acid)/ Basalt Fiber Composite[J]. China Plastics, 2016, 30(11): 48-52.
- [13] 黄纯可, 余乐铭, 刘杨生, 等. 汽车轻量化用碳纤维复合材料国内外应用现状[J]. 时代汽车, 2022(3): 21-22.
- HUANG C K, YU L M, LIU Y S, et al. Application Status of Carbon Fiber Composites for Automobile Lightweight at Home and Abroad[J]. Era Car, 2022(3): 21-22.
- [14] 刘常衡. 植物纤维增强聚乳酸复合材料的性能研究[D]. 淄博: 山东理工大学, 2019.
- LIU C H. Research on Properties of Plant Fiber Reinforced Poly (Lactic Acid) Composites[D]. Zibo: Shandong University of Technology, 2019.
- [15] 兰祥, 赵晓昱. 碳纤维复合材料B柱轻量化设计[J]. 农业装备与车辆工程, 2019, 57(8): 39-42.
- LAN X, ZHAO X Y. Lightweight Design of Carbon Fiber Composite B-Pillar[J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2019, 57(8): 39-42.
- [16] 王晓军. 碳纤维复合材料电动汽车前机舱盖板的轻量化研究[D]. 长春: 吉林大学, 2018.
- WANG X J. Lightweight Research on Electric Vehicle Hood with Carbon Fiber Reinforced Plastic[D]. Changchun: Jilin University, 2018.
- [17] 黄彬兵, 李少鹏, 许述财. 汽车拼焊B柱成型工艺与耐撞性分析[J]. 汽车工程, 2021, 43(10): 1513-1518+1527.
- HUANG B B, LI S P, XU S C. Forming Technologies and Crashworthiness Analysis of Automotive Tailor Welded B-Pillar[J]. Automotive Engineering, 2021, 43(10): 1513-1518+1527.
- [18] 周在东. 轻质夹芯结构的有限元分析和多目标优化[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- ZHOU Z D. FEM and Multi-Objective Optimization of Light Sandwich Structures[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2008.
- [19] 熊长丽. 碳纤维复合材料汽车B柱加强板的轻量化设计研究[D]. 长春: 吉林大学, 2018.
- XIONG C L. Study on Lightweight Design of Automotive B-Pillar Reinforced Plate with Carbon Fiber Reinforced Plastic Material[D]. Changchun: Jilin University, 2018.
- [20] 马芳武, 熊长丽, 杨猛, 等. 碳纤维复合材料汽车B柱加强板的优化与性能分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2019, 46(8): 36-44.
- MA F W, XIONG C L, YANG M, et al. Optimization and Performance Analysis of CFRP Automotive B-Pillar Reinforced Plate[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2019, 46(8): 36-44.
- (责任编辑 斛 畔)
- 修改稿收到日期为2022年10月25日。