

自主泊车轨迹规划技术发展现状综述

刘远志¹, 王松², 唐辰¹, 熊璐¹

(1. 同济大学, 上海 201804; 2. 江铃汽车股份有限公司, 南昌 330052)

摘要: 自主代客泊车系统是集智能驾驶环境感知、决策规划、运动控制技术于一体的综合系统, 轨迹规划直接关系到代客泊车停车过程的效率、能耗、安全性和舒适性。为梳理自主泊车轨迹规划技术的发展现状, 回顾了泊车技术的发展历程, 针对泊车过程中单车轨迹规划问题开展调研, 分析了面向自主代客泊车轨迹规划研究的进展。鉴于从单车智能到多车协同的转变展现了更大的系统优化潜力, 继而梳理了多车协同轨迹规划的基本方法和研究现状, 探讨了泊车场景下的协同规划研究进展及特点。对自主代客泊车轨迹规划的现存问题与未来发展趋势进行了分析和展望。

关键词: 自主代客泊车; 轨迹规划; 速度规划; 多车协同规划

中图分类号: TP29 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2024.03.01

Review on the Development Status of Autonomous Parking Trajectory Planning Technology

LIU Yuanzhi¹, WANG Song², TANG Chen¹, XIONG Lu¹

(1. Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Jiangling Motors Co., Ltd., Nanchang 330052, China)

Abstract: Automated Valet Parking (AVP) system is a comprehensive platform integrating intelligent driving environment perception, decision planning and motion control technologies. Trajectory planning is directly related to the efficiency, energy consumption, safety and comfort of the valet parking process. To outline the development status of autonomous parking trajectory planning technology, this paper first reviews the development history of parking technology, then investigates trajectory planning during parking, and analyzes the progress in AVP research. Recognizing that the transition from single-vehicle intelligence to multi-vehicle cooperation reveals greater potential for system optimization, this study subsequently outlines the fundamental methods and current research status of multi-vehicle cooperative trajectory planning, with a special focus on cooperative planning in parking scenarios. Finally, this paper analyzes existing issues and future development trends in AVP trajectory planning.

Keywords: automated valet parking; trajectory planning; speed planning; multi-vehicle cooperative planning

收稿日期: 2024-04-14 改稿日期: 2024-05-08

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFE0117100); 中央高校基本科研业务费专项资金资助

参考文献引用格式:

刘远志, 王松, 唐辰, 等. 自主泊车轨迹规划技术发展现状综述[J]. 汽车工程学报, 2024, 14(3): 321-335.

LIU Yuanzhi, WANG Song, TANG Chen, et al. Review on the Development Status of Autonomous Parking Trajectory Planning Technology[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2024, 14(3): 321-335. (in Chinese)



随着中国汽车市场的持续增长和消费者对泊车便利性及安全性的追求,自动泊车功能在智能驾驶产品中的需求日益显著。调研显示,约60%的用户在泊车上存在“停车难、取车难”等痛点^[1]。泊车过程中由于驾驶舱内视角受限,对后方和侧方的车身周围情况无法直观把控。同时,泊车过程需要进行倒车、大角度转向等操作,稍有不慎便会有磕碰产生,造成财产损失,甚至安全事故。美国密歇根大学交通研究所针对交通事故数据库统计资料和保险公司事故统计资料的研究表明,泊车导致的事故占到各类事故的44%,其中,大约1/2到3/4的泊车碰撞是倒车造成的^[2]。随着城市停车资源的日益紧张,驾驶员在狭窄的停车位内停车的难度也在不断增加。

为了减轻手动停车的负担,汽车制造商对停车辅助系统进行了不懈的应用开发与落地尝试。根据人是否下车以及车辆与停车位的关系来看,自主泊车技术主要可以分为自动泊车辅助(Auto Parking Assist, APA)、遥控泊车(Remote Parking Assist, RPA)、记忆泊车(Home-zone Parking Assist, HPA)、自主代客泊车(Automated Valet Parking, AVP)这4种自动化程度不同的功能。

如图1所示,在停车场中泊车的过程通常可以分为两个阶段:行车阶段涵盖从停车场入口到车位附近的移动,而泊车阶段则涉及将车辆从车位附近停入具体的库位中。上述4种功能在处理这两个阶段的方式上各有特点,见表1。

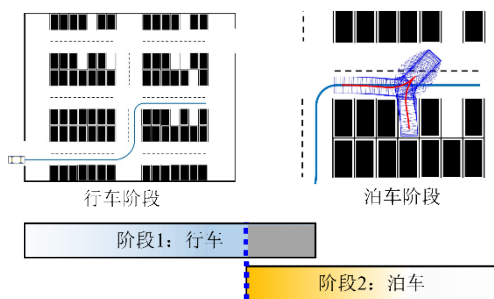


图1 停车场泊车二阶段示意图

APA是最常见的泊车功能,主要负责泊车阶段的自动化。在使用APA时,驾驶员需要留在车内,系统将自动控制方向以完成泊车。总体而言,APA

表1 各泊车功能主要特点

功能	完成任务	驾驶员是否下车
APA	泊车	否
RPA	泊车	是
HPA	行车+泊车	是/否
AVP	行车+泊车	是

大大提高了泊车工况的安全性,能有效避免由于驾驶水平导致的一些交通事故^[3]。在使用APA的过程中,挡位及突发情况下的制动还需由驾驶员控制,尚未实现全智能化,更适合简单的泊车场景。与APA相比,RPA提供了更高级的便利性,允许驾驶员在车外通过智能手机等设备遥控车辆完成泊车。其主要应用场景是空间特别狭窄的车位,避免泊车后人员下车困难,开门易剐蹭的情况。为确保车辆安全,整个过程需要驾驶员在车辆附近并监控车辆状态,由于蓝牙连接的范围有限,一般驾驶员不能离开车辆超过10 m。

与前两者相比,HPA则覆盖了行车和泊车阶段。HPA系统通过自主学习、记录用户常用停车地点及泊车行进轨迹,构建泊车环境的特征地图^[4],当车辆再次驶入停车场的建图范围内,车辆可以调用存储的路线,从而行驶到车位附近并且泊入。为确保安全,各家车企都对HPA施加了功能限制,比如小鹏汽车要求驾驶员在整个HPA过程中不能下车,随时做好接管准备。也有一些车型允许驾驶员提前下车,但是要求下车点不能距离泊车点车辆太远,车辆必须在驾驶员的视线范围内。

AVP则代表了泊车技术的最高自动化水平,完全涵盖了行车和泊车两个阶段。驾驶员可以在停车场入口处下车,余下的任务完全由车辆自行完成,包括寻找空闲车位和执行泊车操作。由于场景中较低的车辆行驶速度和相对较高的安全性,AVP被认为是最有商业应用和量产前景的自动驾驶场景之一^[5]。2020年2月,国家发改委等11部委印发《智能汽车创新发展战略》,目标是到2025年,实现高度自动驾驶的智能汽车在特定环境的市场化应用^[6]。2020年11月,国务院办公厅印发的《新能

源汽车产业发展规划（2021-2035年）》中明确提出，将推进引导AVP技术的发展及应用，这两项政策文件为发展AVP技术设定了明确目标。

根据CSAE标准《自主代客泊车系统总体技术要求》，AVP系统根据各子系统不同的功能分配，主要可以分为车端智能、场端智能和车场协同的AVP系统^[7]。其中车端智能的AVP系统中，除了库位分配可由云端完成外，其余感知、定位、规划、控制功能均由车端自主完成；场端智能的AVP则除了车辆运动控制由车辆自主完成外，其他任务均由场端或运动完成；车场协同的AVP则可根据车辆和停车场实际情况分配或协同完成各个子任务。

轨迹规划是AVP的重要环节，规划模块负责给出一条连接起点和终点的时空轨迹，车辆则根据这条轨迹执行跟踪控制。因此，轨迹的优劣直接决定了整个停车过程的效率、安全性、舒适性和能耗^[8]。目前关于AVP中轨迹规划的研究和应用大多集中在车端智能AVP场景下的单一车辆的轨迹规划。本文在第1节中介绍了各种常用的单车泊车规划方法，对比了各种方法的优缺点，并总结了目前泊车规划方法有待进一步研究的内容。

此外，在场端智能或车场协同的AVP系统中，还能实现多车协同自主代客泊车（Cooperative Automated Valet Parking, Co-AVP），即通过停车场中多个车辆之间的协同，减少不同车辆之间的冲突以提高整体的效率，减少车辆的行驶时间和实现高密度停车，高效利用停车场资源^[9]。第2节介绍了多车协同规划的方法及其在多车协同泊车中研究中的应用。

1 单车泊车规划研究

在智能汽车功能模块中，规划模块通常负责在给定环境和自车信息的情况下，规划出安全且满足车辆系统约束的时空轨迹^[10]。在自主泊车系统中，由于车辆通常以较低速度运行，一些泊车规划方法没有直接规划出轨迹，而是只规划出路径，然后用s-t图搜索或者数值优化等方法进行速度规划，或者将路径信息直接传递给下游的控制模块，由其负责

速度的控制。与城市道路中无人驾驶的规划问题相比，泊车场景的规划有以下特点：

(1) 从车位附近泊入车位的过程通常不依赖明确的参考线，多使用笛卡尔坐标系进行非结构化道路下的规划问题建模；

(2) 为提高泊车效率，泊车中场景通常需要用车辆的极限转向能力，涉及到方向盘转角的大幅度变化、挡位的频繁切换，泊车轨迹通常包含多段；

(3) 车辆行驶速度较低，场景静态属性显著。

1.1 基于几何的方法

基于几何曲线的泊车路径规划方法，通过应用平面几何定理，能根据车辆的最小转弯半径约束，为特定的起点和终点推导出合适的路径。例如，1957年DUBINS^[11]提出的Dubins曲线，能计算从起点位姿到终点位姿由若干直线和最小转弯半径圆弧连接而成的路径。但是，Dubins曲线只能生成车辆向前行驶的路径，不符合泊车场景中通常需要倒车行驶的需求。因此，REEDS等^[12]在1990年提出了可倒车的R-S曲线，在Dubins曲线的基础上额外增加了可以生成倒车路径的特性，在泊车场景中能根据起点和终点的位置以及航向生成一条满足最小转弯半径约束的可行路径。但无论是Dubins曲线还是R-S曲线，都没有考虑路径是否会与障碍物发生碰撞，因此，在实际场景中，直接使用R-S曲线作为泊车路径往往是不可行的。

还有一些基于圆弧曲线的方法则考虑了生成的路径需要避免和车位角点以及边线发生碰撞，目前的相关研究通常考虑了如水平、垂直、斜向车位等常见车位类型，基于车位类型和尺寸计算相应的由多段圆弧和直线拼接的无碰撞泊车路径^[13-17]，可以实际应用于一些特定的车位中，但是这类方法通常对车位尺寸有一定要求^[18]，且只能处理一些特定条件下的特定车位，一旦出现车位不标准或者旁车侵入目标车位等情况，就无法保证算法的可靠性。

1.2 基于采样的方法

由于现实中的停车场景多样，且常存在无法预

知的障碍物,所以上述基于几何曲线在特定场景中的泊车规划方法泛用性存在限制。要实现高阶的自主泊车功能,需要规划模块能在存在各种障碍物的多样泊车位的环境下,实时规划出安全路径的能力。可以看出,前述规划方法都是希望通过几何关系直接获得一条从起点位姿到终点位姿的路径,无法对局部进行“微调”以适应更多场景。而基于采样搜索的方法解决了这一问题,以R-S曲线、圆弧等几何曲线作为拓展节点的基础,通过采用或者搜索的方法将泊车规划过程划分成很多个小步骤来解决,在每个小步骤中都进行碰撞检测,即使有部分步骤中发生碰撞,也可以在没有碰撞的结果上继续执行算法,从而在复杂障碍物环境中规划出泊车路径。

基于采样的泊车规划算法以快速拓展随机树(Rapid-exploring Random Trees, RRT)及其各种衍生算法为主。LAVALLE^[19]于1998年提出了RRT算法,其通过在采样空间中随机生成样本节点,并通过直线连接节点以生成路径,显然这种直线连接方式生成的折线路径不符合阿克曼转向特性,即常见的轮式车辆运动特性。因此,KARAMAN等^[20]在拓展RRT的节点时考虑了车辆的最小转弯半径约束,在此基础上提出了可用于泊车规划的RRT*算法,并证明了RRT算法的概率完备性,即当采样节点数趋于无穷大时,RRT算法找到可行路径的概率趋于1,为这一算法提供了理论支撑。

随后陆续有大量研究使用或改进RRT算法解决泊车规划问题^[21-26]。例如通过从泊车起点和终点分别构建两棵搜索树进行双向搜索的RRT*-Connect算法^[27],引入R-S曲线以帮助生成无碰撞路径的Bi-RRT算法^[28]等。

尽管如此,由于RRT算法是通过随机采样来拓展节点,而在自主泊车的场景中可行区域通常较小,随机采样方法会引入很多不必要的节点拓展,从而导致计算效率缓慢和搜索失败的问题。

1.3 基于搜索的方法

基于搜索的方法是首先将连续的搜索空间离散

为有限个栅格,然后在有限的栅格中利用各种图搜索算法得到连接初始位姿和终止位姿的一条泊车路径。在移动机器人和自动驾驶技术领域中,Dijkstra算法^[29]是寻找最短路径问题的经典图搜索算法之一。该算法能有效计算出从图中起始节点到任意节点的最短路径。然而,作为一种基于广度优先搜索的方法,Dijkstra算法在实际应用中存在一个显著缺点:在搜索过程中,算法会遍历大量可能与最终路径无关的节点,这种方式虽然保证了搜索的全面性,却牺牲了搜索效率。

为了克服Dijkstra算法的这一限制,A*算法^[30]应运而生,提供了一种更加高效的路径搜索方法。A*算法通过引入启发式函数来估计从当前节点到目标节点的成本,从而优先扩展那些可能更快达到目标的节点,从而显著减少了无关节点的探索,提高了搜索速度。随着技术的发展,基于A*算法的多种变种相继被开发出来,旨在针对特定应用场景优化算法的性能。这些变体包括但不限于Multi-Heuristic A*^[31]、Weighted A*^[32]、Anytime Repairing A*^[33]、Sparse A*^[34]、Lifelong Planning A*^[35]、Anytime Dynamic A*^[36]、Theta*^[37]等改进方法。然而,这些算法大多限于二维空间的搜索,对于反映车辆在真实驾驶环境中的航向变化方面有一定局限性,在自动泊车等需要精确考虑车辆位姿的场景中使用较少。

针对泊车场景的特殊需求,尤其是需要同时考虑车辆位姿和航向的复杂性,一些研究通过对A*算法进行升维,引入了航向角的维度。如Fast A*算法^[38]建立 (x, y, θ) 三维网格进行图搜索,并根据车辆的运动学特性在拓展时修剪掉一些不可能的节点,从而减小因为一个额外搜索维度带来的性能下降。这种改进的算法不仅保留了A*算法在搜索效率上的优势,也能找到比二维的A*算法更符合实际车辆运动特性的路径,但这种方法生成的路径精度直接取决于栅格地图3个维度上的精度。DOLGOV等^[39]提出了混合A*算法,通过离散化控制空间,即前轮转角,并利用阿克曼转向的车辆模型以及R-S曲线来进行节点的拓展,能直接生成

满足车辆运动学并且无碰撞的路径。而且，相比于普通的三维A*算法，由混合A*算法生成的路径满足车辆运动学的特性且不会受到栅格分辨率的影响，因此，在泊车场景^[40-44]和矿山等非结构化场景^[45]的路径规划中得到了广泛应用。

1.4 基于最优控制的方法

基于几何曲线和基于采样搜索的方法只解决了路径规划问题，未考虑车辆的转向速度、加速度等控制量的约束，这些控制量是状态量关于时间的导数。可能会规划出符合车辆最小转弯半径约束，但是在动态控制时存在一些缺陷的路径，如圆弧曲线法中的两段相连的反向圆弧、混合A*中圆弧和直线直接相连的路径，这些连接点上存在曲率的突变，即需要在此处停车并猛打方向盘，这会加速轮胎磨损并且影响舒适性，否则会造成较大的跟踪误差。因此，能考虑车辆控制量限制的基于最优控制的规划方法被广泛应用在自主泊车轨迹规划领域。

基于最优控制的规划方法将自主泊车问题建模为一个包含目标函数和多种约束的最优控制问题(Optimal Control Problem, OCP)，然后利用数值优化方法求解获得最优泊车轨迹。在自主泊车的OCP中，目标函数通常包含用耗时或者轨迹长度表征的效率项、用控制量的平方积分表征的舒适性项等^[46]。约束则包含系统方程、初始和终端状态约束、状态和控制量数值约束、碰撞约束等。由于泊车多为低速场景，通常选择二自由度的自行车模型作为系统方程；初始和终端状态约束则与车辆初始位置和目标车位有关；状态和控制量约束则保证了规划出的轨迹不超出执行器的性能限制；碰撞约束则保证了整个泊车过程中车辆不与障碍物发生碰撞。确定了OCP的目标和约束后，将其离散化为非线性规划(Non-Linear Programming, NLP)问题并求解得即可得到最优泊车轨迹。

由于碰撞约束对NLP的求解难度影响最大，且根据不同的上游感知输入内容，适合的碰撞约束形式各异，所以在不同基于最优控制的泊车规划方法研究中，碰撞避免条件的描述形式存在较大差异。

如KONDAK等^[47]利用障碍物点生成人工势场，以此对车辆轨迹施加不等式避撞约束。LI Bai等^[48]用两个包络车身的圆表示车身矩形的碰撞区域，避撞条件即表示为包络圆圆心与障碍物之间的距离大于半径，从而通过膨胀障碍物将避撞约束转化为圆心不在障碍物内，但是这种碰撞描述方法无法精确描述车辆多边形与障碍的碰撞，存在很多冗余区域，在通常为狭小空间的泊车场景中容易因此而求解不出无碰撞路径，如果要提升这种方法下避障的精度，需要增加包络圆的数量，如ZIEGLER等^[49]分别利用3个和10个半径相等的包络圆、6个大小不等的包络圆来描述矩形车辆的碰撞区域，同时提升了精度和计算负担，也仍然是不完全精确的避障表达式。因此，一种基于三角形面积的碰撞约束描述方式^[50]被用来描述多边形之间的碰撞，实现了多边形之间避障的精确描述。ZHANG Xiaojing等^[51]根据凸优化的对偶性，推导出一种基于优化的避障(Optimization-Based Collision Avoidance, OBCA)方法，通过若干个可微的等式和不等式精确描述凸多边形之间的距离大于安全距离的约束。余卓平等^[52]则使用OBCA描述泊车规划中的避障避免条件，并将其中的对偶变量作为优化目标，形成一种一致性的自主泊车路径规划方法，从而使求解得到的最优轨迹可以和障碍物保持尽量远的距离。陈荣华等^[53]利用R函数描述泊车过程中的避障约束，通过全联立动态优化方法求解泊车规划问题。YAMAGUCHI等^[54]将矩形障碍物投影在C空间上，重构了避障约束，具有在狭窄障碍物下严格避障的能力。HAN Zhichao等^[55]利用车辆的微分平坦特性，并构建凸多边形的安全走廊以避免碰撞，提出了一种在非结构化场景下的通用轨迹优化方法。

由于直接求解这种大规模非线性规划问题难度较大，在现有的优化求解方案中，通常需要一个初始解来热启动求解器，以加快求解速度和成功率^[56]。因此，目前主流的解决方案是使用以上方法中的几何曲线/采样/搜索的方法获得一条路径，再以此为初始解并利用数值优化的方法对轨迹进行

优化, 获得最优泊车轨迹^[57-59]。如 ZHANG Xiaojing 等^[60]在 OBCA 作为避障约束的基础上, 提出了一种分层 (Hierarchical Optimization-Based Collision Avoidance, H-OBCA) 规划方法, 利用混合 A* 算法提供初始解以实时求解自主泊车优化问题。百度在此基础上, 提出了一种 TDR-OBCA 算法^[61], 在 H-OBCA 的基础上, 重构了优化问题, 将末端状态约束变为软约束, 并提出一种 OBCA 中对偶变量的初始化方法, 进一步提高了优化问题求解的效率和成功率, 并应用在 Apollo 的泊车规划系统中。

上述基于优化的方法大多能一次性规划出时空轨迹, 相较于基于采样搜索、几何的方法, 一个显著的优点是基于优化的方法可以规划出曲率连续的轨迹, 更有利于下层控制模块进行轨迹跟踪。

1.5 基于学习的方法

基于机器学习的方法因其强大的特定任务策略提取能力, 在众多领域, 包括自动驾驶规划领域中, 均显示出良好的效果。与传统方法相比, 基于学习的泊车规划算法直接将系统状态映射为轨迹点或控制信号, 展现出更优的实时性和处理车辆交互的潜力。这些方法主要分为基于深度学习和基于强化学习两类。

深度学习算法通过模仿专家策略, 能实现从环境状态到行动的直接映射。近期 CHAI 等^[62]的研究表明, 通过使用深度神经网络 (Deep Neural Network, DNN) 的直接回溯可以生成最佳的泊车轨迹, 通过最优控制方法生成最优轨迹数据集, 并利用其进行深度学习训练, 从而获得状态与最优轨迹之间的映射。尽管这种方法在有效性上得到了验证, 但其独立处理不同状态变量的方式可能没能充分利用变量间的内在关系, 且可能不适用于不同类型的车辆。CHAI 等^[63]进而提出了增强的基于循环深度神经网络 (Recurrent Deep Neural Network, RDNN) 的运动规划器来处理状态变量之间的内在关系, 并引入两种迁移学习策略提高算法的适应能力。

然而神经网络需要大量数据覆盖尽可能多的场景, 以提高泛化能力, 并且数据的获取也需要消耗大量资源。相比之下, 强化学习依靠智能体与环境的不断交互获得策略或价值评估能力, 在特定状态下采取最大化收益的行动, 适应于泊车等规划场景, 原则上具有超越人类驾驶员的潜力。ADITYA 等^[64]采用双重深度 Q 网络 (Double Deep Q-Network, DDQN) 进行泊车规划, 尽管训练中可能会发生碰撞, 智能体可以通过这些碰撞进行学习。蒙特卡罗树搜索 (Monte Carlo Tree Search, MCTS) 是另一种基于模型的强化学习方法, 在游戏领域 AlphaGo 和 AlphaGo Zero 的应用成功证明了其在大搜索空间问题上的有效性。ZHANG Jiren 等^[65]提出了一种基于 MCTS 的方法, 在不依赖经验和先验知识的情况下自主学习泊车策略, 规划满足安全性、舒适性、停车效率和最终停车姿势的多目标优化结果。该方法迭代地执行数据生成、数据评估并使用所选数据训练网络, 用于指导生成数据的下一个迭代周期, 数据质量和策略迭代提升, 收敛到最优状态。然而, 尽管强化学习具有极大的学习潜力, 大多数方法都存在样本效率低的问题。此外, 深度强化学习中神经网络的引入导致的低可解释性, 使其在实际应用中很难针对特定问题进行调试, 阻碍了此类方法的应用。

1.6 单车泊车规划方法小结

在泊车规划领域, 基于几何曲线、采样、搜索、最优控制和学习的方法各具特点, 均能有效实现从车位附近直至泊入车位的泊车路径或轨迹规划 (表 2)。然而, 在 AVP 场景中, 通常包括从停车场的上下客点到车位的行车阶段, 这一阶段如果采用相同的规划方法, 就会面临在求解精度与效率之间进行权衡的挑战, 所以行车阶段通常使用不同的规划方法, 如有参考线引导的行车规划方法。在如何划分和执行两个阶段规划的问题上, 尚有值得探讨的空间, ZHANG Yaogang 等^[66]利用圆弧曲线计算了垂直和平行车位由车道中心开始泊车的最佳位置, 这为区分行车与泊车阶段, 并采用不同的规划

表2 单车规划方法典型算法及其特点

规划方法	文献	特点
几何	圆弧曲线	[13-17] 根据特定类型库位设计的泊车路径, 算法简单但适用场景单一
	Dubins, R-S	[11-12] 满足最小转弯半径约束的最短路径算法, 但不考虑碰撞
采样	RRT 及其改进算法	[21-28] 随机采样效率较低, 且节点间曲率不一定连续
搜索	混合 A*	[39-44] 启发式搜索高效, 节点间曲率不一定连续
最优控制	数值优化	[51-55] 时空联合优化, 能精确描述避撞约束, 但需要高质量初始解以减小求解难度
学习	深度学习	[62-63] 高效的特征处理能力、端到端, 但对数据量和质量要求高, 可解释性差
	强化学习	[64-65] 自主学习、潜力高, 但学习效率低

策略提供了一种方法。然而, 这种方法虽然在路径规划上确定了最佳的泊车起始点, 但没有充分考虑行驶轨迹的动态特性, 从时间和空间的角度来看, 这个点未必是效率最优的。因此, 在一般 AVP 问题中, 如何找到从行车阶段切换到泊车阶段的最优切换点, 这个问题还有待进一步研究。此外, 随着技术的进步, 近期市场上出现了带有主动后轮转向功能的量产车辆, 如小鹏 X9、智己 L6 等。张家旭等^[67]利用最优控制方法对带有后轮转向线控底盘的平行泊车问题进行建模, 然后利用粒子群算法对优化问题进行求解, 这种方法虽然有效, 但其建模主要针对单一场景, 并非一般化的建模和求解方法。因此, 在一般场景中, 带后轮转向的泊车规划仍有待深入研究, 尤其是如何高效地获得考虑后轮转向特性的高质量初始解。

2 多车协同泊车规划研究

随着智能驾驶技术的快速进步, 多种级别的自动泊车功能已在众多车型中实现量产应用, 显著提升了驾驶员在进行泊车操作时的效率和便捷性。尽管单车智能化技术已取得显著进展, 整个交通系统的潜力仍可通过从单车智能到多车协同的转变进一步提升。在交通系统中, 不确定性和非协调性的存在限制了单一智能车辆在提升整体交通效率方面的能力。相比之下, 智能网联汽车 (Intelligent and Connected Vehicle, ICV) 展现出了巨大的潜力, 这得益于它们能整合来自基础设施和其他车辆的信息, 从而获取全局的信息以做出更优的决策。更进一步, 多车之间的信息共享和协同决策规划与控制

有望显著提高交通的效率和安全性^[68]。得益于计算技术的进步和 V2X 通信技术的发展, 近年来, 越来越多的研究聚焦于探索多车协同规划问题。在停车场这种高度复杂的环境中, 通过实现车辆之间的有效协作, 能进一步减少拥堵的停车场中的冲突, 从而提高车辆在停车场中的停车效率。

协作式的多车协同规划假设每辆车都能在相互协作的基础上进行规划, 旨在通过群体智能达到整个系统效率的最大化, 其输出为所有车辆的时空轨迹。本节首先概述了在现有研究中多车协同规划的常用方法和分类。随后进一步探讨这些协同规划方法在特定泊车场景中的应用, 包括泊车场景下的技术特点和面临的挑战, 以及目前和未来可能的解决策略。

2.1 多车协同规划方法

在多车协同规划中, 车辆之间在时空上的相互作用尤为关键, 因为仅仅通过路径规划无法确保避免车辆之间的碰撞。实际上, 确保多车安全协同的核心在于对时空轨迹的精确规划, 这意味着规划的结果必须是包含时间维度的轨迹, 以明确指示各车在任何给定时间点的位置。因此, 多车协同轨迹规划可以根据路径和速度规划是否解耦细分为两种主要方法: 速度协调规划和时空协调规划, 如图2所示。本小节将分别对基于这两种分类的规划方法进行研究现状综述。

速度协调规划通过路径和速度的解耦来实现车辆之间的协调, 不考虑车与车之间的影响, 分别规划出各车的路径后, 通过速度协调来实现各车辆的

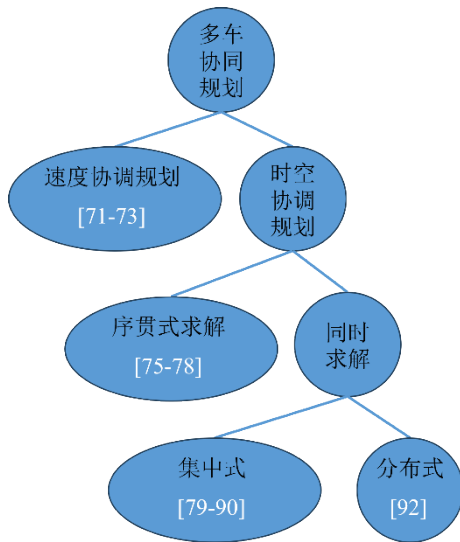


图2 多车协同规划方法分类

协同行驶^[69-70]。速度协调规划方法中，第1阶段的路径规划只考虑静态障碍物的避障条件，生成满足各车曲率限制的从起点到终点的路径，此时各车的路径在空间上一般存在冲突；随后，在速度规划阶段，基于已规划的路径，通过协调各车的速度来避免车辆间的动态冲突，在路径上生成一条符合车辆动力学约束的速度曲线。速度协调规划方法通常与常用的路径规划算法结合，如LIU Shuang等^[71]、SOLOVEY等^[72]基于RRT方法，KALA等^[73]基于RRT-Connect方法对各车进行路径规划，然后基于优先级对各车按顺序进行速度规划，低优先级的车辆需要对高优先级的车辆轨迹进行动态避障。

尽管路径-速度解耦方法在处理复杂多车协同环境下具有明显的实现简便性，但这种方法也存在一定的局限性。由于路径一经规划便固定不变，这限制了在速度规划阶段可采取的策略，降低了解决问题的自由度。此外，由于路径和速度的解耦，最终得到的轨迹在理论上往往不是最优的。在某些情况下，这种方法可能导致系统陷入死锁^[74]，尤其是在空间限制较大且车辆密度较高的环境中，如泊车场景中，在规划路径时如果未充分考虑其他待停车辆的动态情况，就可能规划出一条经过其他车辆目标车位的路径，这种情况下，如果有车辆在规划路径的车辆到达之前已经泊车完成，那么后者将无法通过其预定路径到达目标位置，从而导致死锁的

发生。这不仅延迟了该车辆的泊车过程，还可能影响整个停车场的通行效率。

时空协调规划则直接生成同时包含时间和空间信息的轨迹，确保了在整个规划时段内车辆之间不会发生冲突。由于需要考虑各车时空状态的互相影响，并且各自还需要满足车辆系统微分方程的约束，最后输出各车状态和控制量关于时间的轨迹，基于最优控制的方法很自然地适用于解决这个问题。根据是否同时求解所有车辆的轨迹规划问题，可以将求解方法分为序贯式求解和同时求解两种。

序贯式的多车协同规划方法即将所有车辆根据某种优先级进行轨迹规划，每辆车的轨迹规划都是在解决一个将优先级更高的车辆的轨迹看作动态障碍物进行避障的单车轨迹规划问题^[75-76]。而且不同的优先级分配方法会带来不同的整体效率，合理的优先级分配机制能使规划出的协同轨迹保证尽量多的车辆高效通行^[77]。在 N_v 辆车协同规划的场景下，一共有 $N_v!$ 种优先级排序方案，如何找到其中最优的或是较优的排序方案已成为序贯式协同规划的关键。李柏等^[78]提出了一种基于预规划轨迹评分的优先级排序方法，首先求解相对简单的不考虑他车碰撞的所有车辆的单车轨迹，然后在 $N_v!$ 种优先级排序中随机生成若干种排序方案，利用先前规划的单车轨迹和自定义的指标进行这些排序方案的评分，得到其中最优的排序方案进行序贯式协同轨迹规划。

同时求解的协同轨迹规划方法则是不分先后顺序地同时规划出所有车的轨迹。最常见的方法是将多车协同规划问题建模为一个集中式最优控制问题，其中所有车辆的状态量、控制量和约束条件都被包含在同一个最优控制问题内，还要额外添加车与车之间的避障约束。这种集中式最优控制的方法被应用在各种场景中，如多车协同变道^[79-80]、多车协同匝道汇入^[81-82]、多车协同无信号灯交叉路口通行^[83-86]以及一些非结构化场景中的协同泊车规划^[87-90]等。利用集中式最优控制描述这些多车协同轨迹规划问题是完备的，但由于在问题的通用描述中，需要考虑每两个车之间的碰撞，总共会有

$C_{N_v}^2 = N_v \times (N_v - 1)/2$ 组车间的避障约束，这个数量随着车辆数量的增加而呈几何级增长，增加了问题成功求解的难度。因此，产生了一些分布式的多车协同规划方法，即各车都有自己独立的计算单元，各自承担了一部分协同轨迹规划任务^[91]。其与集中式最优控制，以及序贯式协同规划方法最主要的区别是其中每个独立计算单元的任务是可以并行的，这里的独立计算单元并不一定是各车在硬件上都参与计算，它们甚至可以在同一个控制器中的若干个分布式计算节点。通过并行计算，在一些对实时性要求高的场景中，可以用更多的并行计算算力换取更短的计算耗时，并且获得的解是较优的。例如，MIRHELI等^[92]提出了一种基于共识的分布式优化框架来求解无信号交叉口中的协同轨迹规划问题，通过对耦合约束解耦以拆分出每个车的轨迹规划子问题，并进行迭代，各车规划轨迹达成共识时即认为求解成功，不仅总计算耗时比集中式求解少，而且几乎不损失解的最优性。

2.2 泊车场景下的协同规划

根据前文对多车协同规划方法的综述，本节对其中泊车场景下的研究进行进一步探讨。泊车场景中有很多研究使用基于集中式最优控制方法进行多车协同轨迹规划^[87-90]。由于泊车场景下的可用空间受限，使求解过程比一般的多车协同规划更具挑战性。针对泊车场景的这一特性，先前的研究主要集中于开发有效的求解策略。例如，WU Bing等^[87]提出了一种基于距离的避障约束处理方法，通过迭代不断求解约束变动后的最优控制问题，减少了问题的约束，并利用序列二次规划（Sequential Quadratic Programming, SQP）方法求解NLP问题。LI Bai等^[88]则提出了一种多车协同规划问题的同伦初始化方法，主要思想是将原最优控制问题简化为一系列子问题并按顺序求解，使每个子问题更接近原始问题；每个子问题的解作为下一个子问题的初始解，以加快其求解过程。这个过程一直持续到原问题得到解决。LI Bai等^[89]还提出了一种动态约束渐进优化（Progressively Constrained Dynamic

Optimization, PCDO）框架，通过抛弃一些不同的约束将原最优控制问题转化为若干个不同的子问题，然后按从易到难的顺序求解这些子问题，最终得到多车协同泊车的最优轨迹，并证明了这种集中式的多车协同规划出的轨迹要优于分布式方法。

值得注意的是，这些研究在求解多车协同泊车规划问题方面取得了一定的进展，但大多数研究依然集中在特定类型的停车位，如并排的水平垂直停车位或一般的非结构化场景中。而对整个AVP过程的多车协同规划的研究相对较少。SHEN Xu等^[93]提出了一种Co-AVP轨迹规划框架，将整个最优控制问题解耦为集中式的泊位分配问题和路径规划问题以及分布式的车间避障问题。首先车辆会根据既定策略搜索到各自的最佳车位，然后根据车道中心线生成到最优泊位附近的轨迹，从泊位附近的某个固定点泊入泊位的轨迹由H-OBCA算法提前生成，最后阶段的控制过程中，通过在冲突点前停车以实现安全的Co-AVP，属于速度协调方法。张瑶港^[94]在各车利用混合A*算法规划出行车和泊车路径后，给先入场的车更高的优先级序贯地进行速度协调以实现多车协同的AVP。

综上所述，基于最优控制的AVP场景下的多车协同轨迹规划研究仍然较少，面临着从理论到实践的多重挑战，特别是在如何针对包含行车和泊车两种场景特性的AVP场景进行最优控制建模和有效的求解，以确保安全、可靠且高效的协同泊车过程。

3 总结与展望

本文回顾了泊车辅助技术的发展历程，并从单车和多车规划的不同维度分析了自主泊车轨迹规划技术的研究进展，以下是对现存挑战与未来技术发展的总结和展望。

(1) 现有泊车规划算法针对狭小车位反复揉库步数多，求解过程易失败，泊车效率低，针对线控底盘独立后轮转向、分布式差动转向等新型运动控制形式，面向狭窄车位的高效轨迹规划技术仍有待研究。

(2) 现有单车规划方法对于感知、定位信息的依赖度高，对于未知场景的适应性差，与人类驾驶

员相比智能程度仍有待提升,需研究不依赖先验地图的泊车规划技术,针对遮挡及未知区域,构建定位建图与规划控制一体化的自学习泊车技术方案。

(3) 现有多车协同规划问题复杂度高,考虑异构车辆的细颗粒度优化问题求解实时性难以满足应用要求,仍需探索智能优化方法的应用,考虑通信不确定性对于规划结果的影响,研究精确、高效的

智能网联车辆协同规划方法。

(4) 面向立体停车和换电停车等新场景、新应用,探索满足功能安全要求的泊车轨迹规划技术,利用车端-场端在感知-决策-规划的异质冗余,研究各层级失效在轨迹规划层面的应对方法,支撑“全无人”自主代客泊车系统的落地。

参考文献 (References)

- [1] 金朝力,冉黎黎.2023年全国机动车保有量达4.35亿辆[N].北京商报,2024-01-12(003).
JIN Chaoli, RAN Lili. National Vehicle Ownership Reached 435 Million in 2023 [N]. Beijing Business Daily, 2024-01-12(003). (in Chinese)
- [2] JIANG Baoguo, LIANG Song, PENG Zhongren, et al. Transport and Public Health in China: The Road to a Healthy Future[J]. The Lancet, 2017, 390(10104): 1781-1791.
- [3] WANG Qi, LI Bin, LI Zhiheng, et al. Effect of Connected Automated Driving on Traffic Capacity[C]//2017 Chinese Automation Congress (CAC), Oct. 20-22, 2017, Jinan, China. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 633-637.
- [4] 黎艳杨,文翊,何班本,等.基于环视V-SLAM技术的记忆泊车系统[C]//2022中国汽车工程学会年会论文集(1).北京:机械工业出版社,2022:5.
LI Yanyang, WEN Yi, HE Banben, et al. Memory Parking System Based on Surround View V-SLAM Technology [C]//Proceedings of the 2022 Annual Conference of the China Society of Automotive Engineers (Vol.1). Beijing: China Machine Press, 2022: 5. (in Chinese)
- [5] BANZHAF H, NIENHÜSER D, KNOOP S, et al. The Future of Parking: A Survey on Automated Valet Parking with an Outlook on High Density Parking[C]//2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), June 11-14, 2017, Los Angeles, CA, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 1827-1834.
- [6] 田野.11部门联合发布《智能汽车创新发展战略》[J].智能网联汽车,2020(2):6-7.
TIAN Ye. Eleven Departments Jointly Issue the “Intelligent Automobile Innovation Development Strategy” [J]. Intelligent Connected Vehicles, 2020(2): 6-7. (in Chinese)
- [7] 中国汽车工程学会.自主代客泊车系统总体技术要求: T/CSAE-156-2020[S/OL]. [2024-04-25] <https://zhishi.sae-china.org/ppt.html?id=3095>.
China Society of Automotive Engineers. General Technical Requirements of Autonomated Valet Parking Systems: T/CSAE-156-2020[S/OL]. [2024-04-25] <https://zhishi.sae-china.org/ppt.html?id=3095> (in Chinese)
- [8] 陈晓明,李柏,范丽丽,等.自动泊车运动规划方法综述[J].控制与信息技术,2024(1):1-13.
CHEN Xiaoming, LI Bai, FAN Lili, et al. Motion Planning Methods for Automated Parking: A Comprehensive Review [J]. Control and Information Technology, 2024(1): 1-13. (in Chinese)
- [9] OKOSO A, OTAKI K, KOIDE S, et al. High Density Automated Valet Parking Via Multi-Agent Path Finding [C]//2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Oct. 8-12, 2022, Macau, China. Piscataway NJ: IEEE, c2022: 2146-2153.
- [10] 李柏,张友民,邵之江.自动驾驶车辆运动规划方法综述[J].控制与信息技术,2018(6):1-6.
LI Bai, ZHANG Youmin, SHAO Zhijiang. Motion Planning Methodologies for Automated Vehicles: A Critical Review [J]. Control and Information Technology, 2018(6): 1-6. (in Chinese)
- [11] DUBINS L E. On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents [J]. American Journal of Mathematics, 1957, 79(3): 497-516.
- [12] REEDS J, SHEPP L. Optimal Paths for a Car That Goes both Forwards and Backwards [J]. Pacific Journal of Mathematics, 1990, 145(2): 367-393.
- [13] INOUE T, DAO M Q, LIU K Z. Development of an AutoParking System with Physical Limitations [C]//SICE 2004 Annual Conference, Aug. 4-6, Sapporo, Japan. Piscataway NJ: IEEE, c2004: 1015-1020.
- [14] 姜辉,郭孔辉,张建伟.基于路径规划的自动平行泊车转向控制器[J].吉林大学学报(工学版),2011,41(2): 293-297.
JIANG Hui, GUO Konghui, ZHANG Jianwei. Design of

- Automatic Parallel Parking Steering Controller Based on Path-Planning[J].Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2011, 41(2): 293-297. (in Chinese)
- [15] WANG Daobin, LIANG Huawei, MEI Tao, et al. Research on Self-Parking Path Planning Algorithms [C]//IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety, July 10-12, 2011, Beijing, China. Piscataway NJ: IEEE, c2011: 258-262.
- [16] 侯晓阳. 基于路径规划的平行泊车系统研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
HOU Xiaoyang. Research on Automatic Parallel Parking System Based on Route Planning [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015. (in Chinese)
- [17] GAO Hongbo, XIE Guotao, ZHANG Xinyu, et al. Autonomous Parking Control for Intelligent Vehicles Based on a Novel Algorithm [J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2017, 24(4): 51-56.
- [18] 王道斌, 梁华为, 杨妮娜, 等. 两种自主泊车路径规划方法的对比研究[J]. 电子测量技术, 2011, 34(1): 27-30.
WANG Daobin, LIANG Huawei, YANG Nina, et al. On Path Planning of Two Self-Parking Methods [J]. Electronic Measurement Technology, 2011, 34(1): 27-30. (in Chinese)
- [19] LAVALLE S M. Rapidly-Exploring Random Trees: A New Tool for Path Planning[R]. Iowa State University Research Report, 1998, 9811: 1-4.
- [20] KARAMAN S, FRAZZOLI E. Sampling-Based Algorithms for Optimal Motion Planning[J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30(7): 846-894.
- [21] KUWATA Y, TEO J, FIORE G, et al. Real-Time Motion Planning with Applications to Autonomous Urban Driving [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(5): 1105-1118.
- [22] HAN L, DO Q H, MITA S. Unified Path Planner for Parking an Autonomous Vehicle Based on RRT [C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 9-13, 2011, Shanghai, China. Piscataway NJ: IEEE, c2011: 5622-5627.
- [23] SHIN S, AHN J, PARK J. Desired Orientation Rrt (Do-Rrt) for Autonomous Vehicle in Narrow Cluttered Spaces [C]//2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Oct. 9-14, 2016, Daejeon, Korea (South). Piscataway NJ: IEEE, c2016: 4736-4741.
- [24] ZHENG Kaiyu, LIU Shan. RRT Based Path Planning for Autonomous Parking of Vehicle [C]//2018 IEEE 7th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS), May 25-27, 2018, Enshi, China. Piscataway NJ: IEEE, c2018: 627-632.
- [25] 柏鉴, 徐元浩, 冀杰. 基于图搜索和几何曲线的自主代客泊车路径规划[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2022, 36(6): 115-125.
BAI Jian, XU Yuanhao, JI Jie. Path Planning for Automated Valet Parking Based on Graph Search and Geometry Curve [J]. Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science), 2022, 36(6): 115-125. (in Chinese)
- [26] WANG Yebin, JHA D K, AKEMI Y. A Two-Stage RRT Path Planner for Automated Parking [C]//2017 13th IEEE Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Aug. 20-23, 2017, Xi'an, China. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 496-502.
- [27] KLEMM S, OBERLÄNDER J, HERMANN A, et al. RRT*-Connect: Faster, Asymptotically Optimal Motion Planning [C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), Dec. 6-9, 2015, Zhuhai, China. Piscataway NJ: IEEE, c2015: 1670-1677.
- [28] JHANG J H, LIAN F L, HAO Y H. Forward and Backward Motion Planning for Autonomous Parking Using Smooth-Feedback Bidirectional Rapidly-Exploring Random Trees with Pattern Cost Penalty [C]//2020 IEEE 16th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Aug. 20-21, Hong Kong, China. Piscataway NJ: IEEE, c2020: 260-265.
- [29] DIJKSTRA E W. A Note on Two Problems in Connexion with Graphs [M]. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 1959.
- [30] HART P E, NILLSON N J, RAPHAEL B. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths [J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, 4(2): 100-107.
- [31] AINE S, SWAMINATHAN S, NARAYANAN V, et al. Multi-Heuristic A* [J]. International Journal of Robotics Research, 2016, 35(1-3): 224-243.
- [32] FURCY D A. Speeding up the Convergence of Online Heuristic Search and Scaling Up Offline Heuristic Search [D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2004.
- [33] LIKHACHEV M, GORDON G J, THRUN S. ARA*: Anytime A* with Provable Bounds on Sub-Optimality [C]//Proceedings of the 16th International Conference on Neural Information Processing Systems, Dec. 8-13, 2003, Vancouver and Whistler, British Columbia, Canada.

- Cambridge MA: MIT Press, 2003: 767-774.
- [34] SZCZERBA R J, GALKOWSKI P, GLICKTEIN I S, et al. Robust Algorithm for Real-Time Route Planning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(3): 869-878.
- [35] KOENIG S, LIKHACHEV M, FURCY D. Lifelong Planning A* [J]. Artificial Intelligence, 2004, 155 (1-2): 93-146.
- [36] LIKHACHEV M, FERGUSON D I, GORDON G J, et al. Anytime Dynamic A*: An Anytime, Replanning Algorithm [C]//Proceedings of the 15th International Conference on International Conference on Automated Planning and Scheduling, June 5-10, 2005, Monterey, California, USA. Palo Alto CA: AAAI Press, 2005: 262-271.
- [37] NASH A, DANIEL K, KOENIG S, et al. Theta*: Any-Angle Path Planning on Grids [C]//Proceedings of the 22nd National Conference on Artificial Intelligence, Volume 2, July 22-26, 2007, Vancouver British Columbia Canada. Palo Alto CA: AAAI Press, c2007: 1177-1183.
- [38] HE Jiaping, LI Hao. Fast A* Anchor Point Based Path Planning for Narrow Space Parking [C]//2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC), Sept. 19-22, 2021, Indianapolis, IN, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2021: 1604-1609.
- [39] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Path Planning for Autonomous Vehicles in Unknown Semi-Structured Environments [J]. The International Journal of Robotics Research, 2010, 29(5): 485-501.
- [40] KLAUDT S, ZLOCKI A, ECKSTEIN L. A-Priori Map Information and Path Planning for Automated Valet-Parking [C]//2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), June 11-14, 2017, Los Angeles, CA, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 1770-1775.
- [41] MICELLI P, CONSOLINI L, LOCATELLI M. Path Planning with Limited Numbers of Maneuvers for Automatic Guided Vehicles: An Optimization-Based Approach [C]//2017 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), July 2-6, 2017, Valletta, Malta. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 204-209.
- [42] SEDIGHI S, NGUYEN D V, KUHNERT K D. Guided Hybrid A-Star Path Planning Algorithm for Valet Parking Applications [C]//2019 5th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR), Apr. 19-22, 2019, Beijing, China. Piscataway NJ: IEEE, c2019: 570-575.
- [43] SHENG Weitian, LI Bai, ZHONG Xiang. Autonomous Parking Trajectory Planning with Tiny Passages: A Combination of Multistage Hybrid A-Star Algorithm and Numerical Optimal Control [J]. IEEE Access, 2021, 9: 102801-102810.
- [44] XIONG Lu, GAO Jie, FU Zhiqiang, et al. Path Planning for Automatic Parking Based on Improved Hybrid A* Algorithm [C]//2021 5th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence (CVCI), Oct. 29-31, 2021, Tianjin, China. Piscataway NJ: IEEE, c2021: 1-5.
- [45] 张纳川, 王亚飞, 章翼辰, 等. 面向铲装作业场景的自动驾驶矿车路径规划方法研究 [J]. 汽车工程学报, 2023, 13(1): 22-29.
ZHANG Nachuan, WANG Yafei, ZHANG Yichen, et al. Path Planning Method for Autonomous Driving Mining Vehicles in Shovel Loading Operation Scenarios [J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2023, 13(1): 22-29. (in Chinese)
- [46] LI Bai, FAN Lili, OUYANG Yakun, et al. Online Competition of Trajectory Planning for Automated Parking: Benchmarks, Achievements, Learned Lessons, and Future Perspectives [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2022, 8(1): 16-21.
- [47] KONDAK K, HOMMEL G. Computation of Time Optimal Movements for Autonomous Parking of Non-Holonomic Mobile Platforms [C]//Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 21-26, 2001, Seoul, Korea (South). Piscataway NJ: IEEE, c2001: 2698-2703.
- [48] LI Bai, ACARMAN T, PENG Xiaoyan, et al. Maneuver Planning for Automatic Parking with Safe Travel Corridors: A Numerical Optimal Control Approach [C]//2020 European Control Conference (ECC), May 12-15, 2020, St. Petersburg, Russia. Piscataway NJ: IEEE, c2020: 1993-1998.
- [49] ZIEGLER J, STILLER C. Fast Collision Checking for Intelligent Vehicle Motion Planning [C]//2010 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, June 21-24, 2010, La Jolla, CA, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2010: 518-522.
- [50] LI Bai, SHAO Zhijiang. A Unified Motion Planning Method for Parking an Autonomous Vehicle in the Presence of Irregularly Placed Obstacles [J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 86: 11-20.
- [51] ZHANG Xiaojing, LINIGER A, BORRELLI F. Optimization-Based Collision Avoidance [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 29(3): 972-983.
- [52] 余卓平, 夏浪, 熊璐. 自主泊车路径规划一致性方法 [J]. 汽车技术, 2018(8): 27-32.

- YU Zhuoping, XIA Lang, XIONG Lu. A Consistency Method for Autonomous Parking Path Planning[J]. *Automobile Technology*, 2018(8):27-32. (in Chinese)
- [53] 陈荣华, 王可心, 邵之江. 自主泊车的全联立动态优化方法[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(5):561-568.
CHEN Ronghua, WANG Kexin, SHAO Zhijiang. Simultaneous Dynamic Optimization for Autonomous Parking [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(5):561-568. (in Chinese)
- [54] YAMAGUCHI T, ISHIGURO T, OKUDA H, et al. Model Predictive Path Planning for Autonomous Parking Based on Projected C-Space [C]//2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC), Sept. 19-22, 2021, Indianapolis, IN, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2021:929-935.
- [55] HAN Zhichao, WU Yuwei, LI Tong, et al. An Efficient Spatial-Temporal Trajectory Planner for Autonomous Vehicles in Unstructured Environments [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023, 25(2):1797-1814.
- [56] BOYD S P, VANDENBERGHE L. *Convex Optimization* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [57] ZHAO Jintao, ZHANG Zhihuang, XUE Zhongjin, et al. A Hierarchical Vehicle Motion Planning Method for Cruise in Parking Area [C]//2021 5th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence (CVCI), Oct. 29-31, 2021, Tianjin, China. Piscataway NJ: IEEE, c2021:1-6.
- [58] LI Bai, ZHANG Youmin, SHAO Zhijiang. Spatio-Temporal Decomposition: A Knowledge-Based Initialization Strategy for Parallel Parking Motion Optimization [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 107:179-196.
- [59] LIU Yuanzhi, XIONG Lu, YAO Qunfei, et al. Towards Driving and Parking Integration: A Holistic Planning Framework for Automated Valet Parking with Optimized Efficiency [C]//2023 IEEE 26th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Sept. 24-28, 2023, Bilbao, Spain. Piscataway NJ: IEEE, c2023:4725-4729.
- [60] ZHANG Xiaojing, LINIGER A, SAKAI A, et al. Autonomous Parking Using Optimization-Based Collision Avoidance [C]//2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Dec. 17-19, 2018, Miami, FL, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2018:4327-4332.
- [61] HE Runxin, ZHOU Jinyun, JIANG Shu, et al. TDR-OBICA: A Reliable Planner for Autonomous Driving in Free-Space Environment [C]//2021 American Control Conference (ACC), May 25-28, 2021, New Orleans, LA, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2021:2927-2934.
- [62] CHAI Runqi, TSOURDOS A, SAVVARIS A, et al. Six-DOF Spacecraft Optimal Trajectory Planning and Real-Time Attitude Control: A Deep Neural Network-Based Approach [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 31(11):5005-5013.
- [63] CHAI Runqi, LIU Derong, LIU Tianhao, et al. Deep Learning-Based Trajectory Planning and Control for Autonomous Ground Vehicle Parking Maneuver [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, 20(3):1633-1647.
- [64] ADITYA M V K O, SUJATHA C N, ADITHYA J, et al. Automated Valet Parking Using Double Deep Q Learning [C]//2023 International Conference on Advances in Electronics, Communication, Computing and Intelligent Information Systems (ICAECIS), Apr. 19-21, 2023, Bangalore, India. Piscataway NJ: IEEE, c2023:259-264.
- [65] ZHANG Jiren, CHEN Hui, SONG Shaoyu, et al. Reinforcement Learning-Based Motion Planning for Automatic Parking System [J]. *IEEE Access*, 2020, 8:154485-154501.
- [66] ZHANG Yaogang, CHEN Guoying, HU Hongyu, et al. Hierarchical Parking Path Planning Based on Optimal Parking Positions [J]. *Automotive Innovation*, 2023, 6(2):220-230.
- [67] 张家旭, 卜纯研, 王晨, 等. 线控四轮转向汽车平行泊车路径规划与跟踪控制 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2021, 48(8):44-50.
ZHANG Jiayu, BU Chunyan, WANG Chen, et al. Parallel Parking Path Planning and Tracking Control for Wire-Four-Wheel Steering Vehicle [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2021, 48(8):44-50. (in Chinese)
- [68] GUANETTI J, KIM Y, BORRELLI F. Control of Connected and Automated Vehicles: State of the Art and Future Challenges [J]. *Annual Reviews in Control*, 2018, 45:18-40.
- [69] LIAN Fengli, MURRAY R. Real-Time Trajectory Generation for the Cooperative Path Planning of Multi-Vehicle Systems [C]//Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 10-13, 2002, Las Vegas, NV, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2002:3766-3769.
- [70] KANT K, ZUCKER S W. Toward Efficient Trajectory Planning: The Path-Velocity Decomposition [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1986, 5(3):

- 72-89.
- [71] LIU Shuang, SUN Dong, ZHU Changan. A Dynamic Priority Based Path Planning for Cooperation of Multiple Mobile Robots in Formation Forming [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2014, 30 (6) : 589-596.
- [72] SOLOVEY K, SALZMAN O, HALPERIN D. Finding a Needle in an Exponential Haystack: Discrete RRT for Exploration of Implicit Roadmaps in Multi-Robot Motion Planning [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2016, 35(5) : 501-513.
- [73] KALA R, WARWICK K. Multi-Vehicle Planning Using RRT-Connect [J]. *Paladyn, Journal of Behavioral Robotics*, 2011, 2(3) : 134-144.
- [74] WAGNER G, CHOSET H. Subdimensional Expansion for Multirobot Path Planning [J]. *Artificial Intelligence*, 2015, 219: 1-24.
- [75] CHEN Mo, FISAC J F, SASTRY S, et al. Safe Sequential Path Planning of Multi-Vehicle Systems Via Double-Obstacle Hamilton-Jacobi-Isaacs Variational Inequality [C]//2015 European Control Conference (ECC), July 15-17, 2015, Linz, Austria. Piscataway NJ: IEEE, c2015: 3304-3309.
- [76] SAHA I, RAMAITHITIMA R, KUMAR V, et al. Implan: Scalable Incremental Motion Planning for Multi-Robot Systems [C]//2016 ACM/IEEE 7th International Conference on Cyber-Physical Systems (ICCPS), Apr. 11-14, 2016, Vienna, Austria. Piscataway NJ: IEEE, c2016: 1-10.
- [77] BUCKLEY S J. Fast Motion Planning for Multiple Moving Robots [C]//Proceedings, 1989 International Conference on Robotics and Automation, May 14-19, 1989, Scottsdale, AZ, USA. Piscataway NJ: IEEE, c1989: 322-326.
- [78] 李柏, 葛雨明. 智能网联汽车协同决策与规划技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2020.
- LI Bai, GE Yuming. Cooperative Decision-Making and Planning Technologies for Connected and Automated Vehicles [M]. Beijing: China Machine Press, 2020. (in Chinese)
- [79] LI Bai, ZHANG Youmin, GE Yuming, et al. Optimal Control-Based Online Motion Planning for Cooperative Lane Changes of Connected and Automated Vehicles [C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Sept. 24-28, 2017, Vancouver, BC, Canada. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 3689-3694.
- [80] LI Bai, JIA Ning, LI Pu, et al. Incrementally Constrained Dynamic Optimization: A Computational Framework for Lane Change Motion Planning of Connected and Automated Vehicles [J]. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 2019, 23(6) : 557-568.
- [81] YOU Feng, ZHANG Ronghui, LIE Guo, et al. Trajectory Planning and Tracking Control for Autonomous Lane Change Maneuver Based on the Cooperative Vehicle Infrastructure System [J]. *Expert Systems with Applications*, 2015, 42(14) : 5932-5946.
- [82] ZHOU Yue, CHOLETTE M E, BHASKAR A, et al. Optimal Vehicle Trajectory Planning with Control Constraints and Recursive Implementation for Automated on-Ramp Merging [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 20(9) : 3409-3420.
- [83] PAN Xiao, CHEN Boli, EVANGELOU S A, et al. Optimal Motion Control for Connected and Automated Electric Vehicles at Signal-Free Intersections [C]//2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Dec. 14-18, 2020, Jeju, Korea (South). Piscataway NJ: IEEE, c2020: 2831-2836.
- [84] LI Bai, ZHANG Youmin, ZHANG Yue, et al. Near-Optimal Online Motion Planning of Connected and Automated Vehicles at a Signal-Free and Lane-Free Intersection [C]//2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), June 26-30, 2018, Changshu, China. Piscataway NJ: IEEE, c2018: 1432-1437.
- [85] LI Bai, ZHANG Youmin. Fault-Tolerant Cooperative Motion Planning of Connected and Automated Vehicles at a Signal-Free and Lane-Free Intersection [J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, 51(24) : 60-67.
- [86] LI Bai, ZHANG Youmin, ACARMAN T, et al. Lane-Free Autonomous Intersection Management: A Batch-Processing Framework Integrating Reservation-Based and Planning-Based Methods [C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), May 30-June 5, 2021, Xi'an, China. Piscataway NJ: IEEE, c2021: 7915-7921.
- [87] WU Bing, QIAN Lijun, LU Meiling, et al. Optimal Control Problem of Multi-Vehicle Cooperative Autonomous Parking Trajectory Planning in a Connected

- Vehicle Environment [J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019, 13(11): 1677–1685.
- [88] LI Bai, SHAO Zhijiang, ZHANG Youmin, et al. Non-linear Programming for Multi-Vehicle Motion Planning with Homotopy Initialization Strategies [C]//2017 13th IEEE Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Aug. 20–23, 2017, Xi'an, China. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 118–123.
- [89] LI Bai, OUYANG Yakun, ZHANG Youmin, et al. Optimal Cooperative Maneuver Planning for Multiple Non-holonomic Robots in a Tiny Environment Via Adaptive-Scaling Constrained Optimization [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(2): 1511–1518.
- [90] LI Bai, ZHANG Youmin, SHAO Zhijiang, et al. Simultaneous Versus Joint Computing: A Case Study of Multi-Vehicle Parking Motion Planning [J]. Journal of Computational Science, 2017, 20: 30–40.
- [91] 孔国杰, 冯时, 于会龙, 等. 无人集群系统协同运动规划技术综述 [J]. 兵工学报, 2023, 44(1): 11–26.
- KONG Guojie, FENG Shi, YU Huilong, et al. A Review on Cooperative Motion Planning of Unmanned Vehicles [J]. Acta Armamentarii, 2023, 44(1): 11–26. (in Chinese)
- [92] MIRHELI A, HAJIBABAI L, HAJBABAIE A. Development of a Signal-Head-Free Intersection Control Logic in a Fully Connected and Autonomous Vehicle Environment [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 92: 412–425.
- [93] SHEN Xu, ZHANG Xiaojing, BORRELLI F. Autonomous Parking of Vehicle Fleet in Tight Environments [C]//2020 American Control Conference (ACC), July 1–3, 2020, Denver, CO, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2020: 3035–3040.
- [94] 张瑶港. 基于自主泊车场景的多车协同决策规划研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2023.
- ZHANG Yaogang. Research on Decision and Planning of Multi-Vehicle in Parking Scenarios [D]. Changchun: Jilin University. (in Chinese)

作者简介



刘远志 (1999–), 男, 福建漳平人, 硕士研究生, 主要研究方向为代客泊车轨迹规划。

Tel: 18916108723

E-mail: liuyuanzhi@tongji.edu.cn

通信作者



唐辰 (1986–), 男, 江苏阜宁人, 博士, 副教授, 主要研究方向智能车辆运动控制与决策规划。

Tel: 13601909156

E-mail: chen_tang@tongji.edu.cn