

基于五次多项式规划和模糊LQR控制的平行泊车研究

张成涛, 王瑞敏, 张方, 赵晓卓, 骆远鹏, 黎俊宏

(广西科技大学 机械与汽车工程学院, 广西, 柳州 545616)

摘要: 针对自动泊车路径规划中曲率不连续的问题, 基于对车辆运动学的分析, 将圆弧-直线-圆弧规划方法与泊车任务的逆过程相结合, 采用五次多项式优化方法来规划泊车路径, 得到曲率连续的紧凑泊车轨迹。为了提高泊车跟踪精度, 利用模糊控制方法对基于运动学模型的离散LQR跟踪控制器进行改进。为验证算法的有效性进行了仿真与试验验证, 在Simulink/CarSim协同仿真中, 其最大跟踪误差为0.027 m, 平均跟踪误差为0.013 m。在实车试验中, 最大跟踪误差为0.07 m, 平均跟踪误差为0.029 m。相较于LQR跟踪控制器, FUZZY-LQR跟踪控制器的平均跟踪误差降低了33%, 改善了自动泊车路径跟踪效果。

关键词: 自动泊车; 路径规划; 五次多项式优化; 模糊控制; LQR

中图分类号: U491.7 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2025.02.09

Research on Parallel Parking Using Fifth-Degree Polynomial Planning and Fuzzy LQR Control

ZHANG Chengtao, WANG Ruimin, ZHANG Fang, ZHAO Xiaozhuo,
LUO Yuanpeng, LI Junhong

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Guangxi University of Science and Technology,
Liuzhou 545616, Guangxi, China)

Abstract: To address the issue of discontinuous curvature in autonomous parking path planning, this paper analyzes vehicle kinematics, and combines the arc-line-arc planning method with the reverse parking process. A fifth-degree polynomial optimization approach is employed to generate a compact parking trajectory with continuous curvature. To enhance parking tracking accuracy, the discrete LQR tracking controller based on the kinematic model is improved using fuzzy control methods. Simulations and experimental validations are conducted to verify the effectiveness of the algorithm. In the Simulink/CarSim co-simulation, the maximum tracking error is 0.027 m, and the average tracking error is 0.013 m. In real-vehicle experiments, the maximum tracking error is 0.07 m, and the average tracking error is 0.029 m. Compared to the LQR tracking controller, the FUZZY-LQR tracking controller reduces the average tracking error by 33%, improving the autonomous parking path tracking performance.

Keywords: autonomous parking; path planning; fifth-degree polynomial optimization; fuzzy control; LQR

收稿日期: 2024-02-05 改稿日期: 2024-03-31 网络首发日期: 2024-06-29

基金项目: 中央引导地方科技发展资金项目(桂科ZY23055014); 广西科技重大专项(桂科AA22068100);
广西科技计划项目(桂科AB21220052)

参考文献引用格式:

张成涛, 王瑞敏, 张方, 等. 基于五次多项式规划和模糊LQR控制的平行泊车研究[J]. 汽车工程学报, 2025, 15(2): 211-223.

ZHANG Chengtao, WANG Ruimin, ZHANG Fang, et al. Research on Parallel Parking Using Fifth-Degree Polynomial Planning and Fuzzy LQR Control[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2025, 15(2): 211-223. (in Chinese)



在汽车电动化、智能化和网联化的进程中,自动泊车系统作为一项解决城市泊车难题和提升驾驶员用车体验的重要技术,受到了广泛关注^[1]。自动泊车系统包括3个主要模块:泊车检测、泊车路径规划和泊车路径跟踪^[2]。其中,泊车路径规划模块负责在检测到泊车位后生成目标路径。泊车路径跟踪模块的任务是控制车辆按照目标路径行驶,从而实现全自动泊车^[3]。与垂直泊车工况相比,平行泊车工况在操作流程和环境限制方面更复杂。对平行泊车路径规划进行深入研究有利于推动自动泊车系统的不断进步^[4]。

常用的泊车路径规划方法大致可分为3类。第1类是基于几何优化的方法。这些方法使用弧线、直线和其他几何元素来创建连续的泊车路径。随后,应用各种技术优化泊车路径的曲率,从而获得所需的目标泊车路径。第2类是基于采样的方法^[5-6]。这些方法在任务空间内生成大量样本点,然后以满足任务要求的样本点序列作为规划结果。第3类是基于搜索的方法^[7-8]。这种方法采用网格地图,利用启发式函数(通常包括A*和D*等算法)搜索最短的无碰撞路径。近年来,研究人员不断从不同角度改进泊车路径规划。相较于其他两种方案,基于几何曲线优化的方法所需计算量少,实时性强,在各种场景中都有广泛的应用。YU Leiyang等^[9]在圆弧-直线-圆弧复杂曲线的基础上,应用机器学习方法优化了贝塞尔曲线的控制点,获得了一条曲率连续、安全性能优异的泊车路径。LI Chenxu等^[10]对泊车位和车辆进行了全面建模,详细分析了泊车过程中的约束条件。在圆弧-直线-圆弧泊车路径的基础上,引入了预览修正方法,提前识别并处理曲率异常,从而获得了更精细、更精确的泊车路径。SONG Jie等^[11]采用B-样条曲线来优化切向圆曲线,并将几何约束和泊车路径的曲率作为约束条件,生成了合理且定义明确的泊车路径。HELENE等^[12]参照泊车程序的逆过程确定了泊车位的几何约束条件,通过优化几何曲线,成功获得了一条连续曲率的泊车路径,从而在狭窄的泊车位上实现了

高效泊车。ZHANG Bingzhan等^[13]解决了传统圆弧-直线-圆弧曲线规划中曲率不连续的问题,利用五次多项式平滑路径,成功获得了曲率连续的泊车路径。这种方法将检测误差纳入自适应路径的生成过程,具有适应性强、精度高等显著优势,但同时也会导致泊车路径的曲率出现明显波动,对稳定性产生负面影响。

在路径跟踪研究方面,张家旭等^[14]基于非奇异快速终端滑模理论和双幂次趋近律推导出非时间参考的路径跟踪滑模控制律,提高了泊车路径跟踪控制的动态响应特性和鲁棒性。为了减少跟踪误差,骆嫚等^[15]设计了基于预瞄误差的比例-积分-微分(PID)控制器,在保证跟踪精度的条件下降低了算力要求。李世豪等^[16]利用模型预测控制(MPC)算法进行泊车路径跟踪,通过在代价函数中增加控制量增量,实现了轨迹跟踪过程的精确与平稳。

为解决现有平行泊车方法存在的泊车效果差、乘客舒适度低等问题。本文结合基于圆弧-直线-圆弧组合路径的改进五次多项式算法来规划泊车路径,利用FUZZY-LQR算法建立泊车跟踪控制器,并通过仿真和试验验证了算法的有效性。

1 车辆和停车场几何约束分析

1.1 车辆运动学模型

为了简化规划过程中的几何分析,通常将车辆表示为一个矩形,其尺寸与车辆的最大尺寸相匹配。虽然这种近似方法可能无法捕捉到车辆形状的精确细节,但它为路径规划提供了一种实用的方法^[17]。车辆运动学模型如图1所示。图中, v 为后轴中心点的速度, φ 为车辆的航向角, δ 为车辆的等效前轮角。点A、B、C、D分别对应车辆轮廓的4个顶点。 w 为车辆宽度, l 为轴距, l_f 为前悬长度, l_r 为后悬长度。

由于泊车工况中车速很低,所以无需考虑车辆的操控性、稳定性和其他动态问题。本文假设轮胎

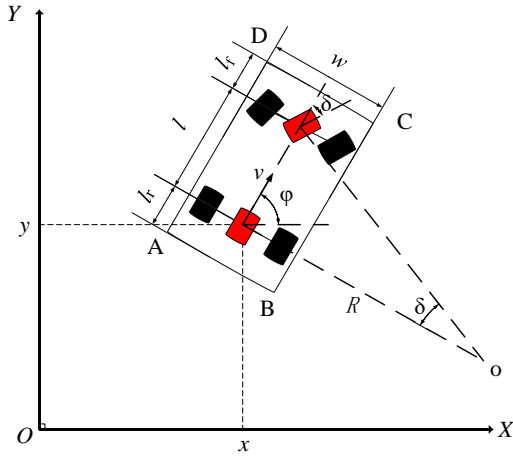


图 1 车辆运动学模型

侧滑可以被忽略，车轮只做滚动和转向运动，此时车辆后轴中心点的速度和方向可以等同于整个车辆的速度和方向，因此，可以通过后轴中心点的坐标 (x, y) 和车辆航向角 φ 来确定车辆在任何给定时间的状态。用 $[x, y, \varphi]^T$ 表示车辆在每个时刻的姿态状态。 $[v, \delta]^T$ 表示车辆的控制量，以建立运动学模型。其运动学方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ \tan \delta / l \end{bmatrix} v \quad (1)$$

本研究使用的车辆数据来自北汽 EV160 小型电动汽车。表 1 列出了通过台架试验获得的车辆相关参数。

表 1 车辆参数

参数	值
车宽 w/m	1.70
轴距 l/m	2.50
前悬长度 l_f/m	0.80
后悬长度 l_r/m	0.75
最大等效前轮转角 δ_{max}/rad	0.50
最小转弯半径 R_{min}/m	4.58

1.2 最小停车位

本文通过平行泊车的逆过程^[18]来分析停车位的几何形状。假设车辆在停车位中的方位如图 2 所示，车身方向与车道线方向一致，车身与停车位之间的安全距离 E 为 0.2 m。

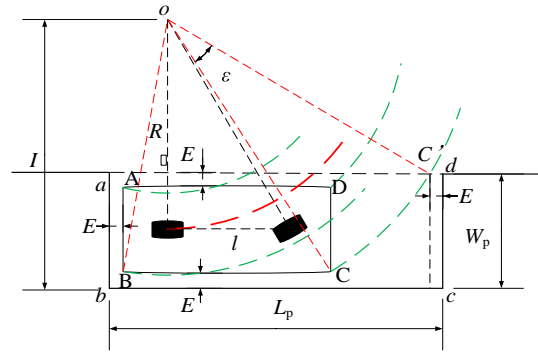


图 2 平行泊车最小车位示意图

驶出停车位时车辆的转弯半径为车辆的最小转弯半径 R ，则停车位的最小尺寸符合式 (2)。

$$\begin{cases} W_p = w + 2 \times E, \\ L_p = l_r + \\ \sqrt{2Rw + (l + l_f)^2 - E^2 - 2 \times (R - w/2)E + 2 \times E} \end{cases} \quad (2)$$

根据提供的分析和计算结果，最小平行泊车位的长度为 6.43 m，宽度为 2.1 m。

当顶点 C 驶出停车位时，车辆整体绕旋转中心转过的角度 ε 满足式 (3)。

$$\varepsilon = \arccos \frac{R - E - w/2}{\sqrt{(R + w/2)^2 + (l + l_f)^2}} - \arccos \frac{R + w/2}{\sqrt{(R + w/2)^2 + (l + l_f)^2}} \quad (3)$$

1.3 泊车起始区域分析

在圆弧-直线-圆弧路径规划方法中，直线部分的长度对泊车路径的安全性有重要影响。通过分析直线部分，可以得到泊车起始区域。

圆弧-直线-圆弧规划方法泊车起始点如图 3 所示，以停车位的顶点 b 为原点建立局部坐标系。X 轴的正方向与车道线的方向一致。圆弧-直线-圆弧算法中，圆弧部分的半径设定为车辆的最小转弯半径 R 。

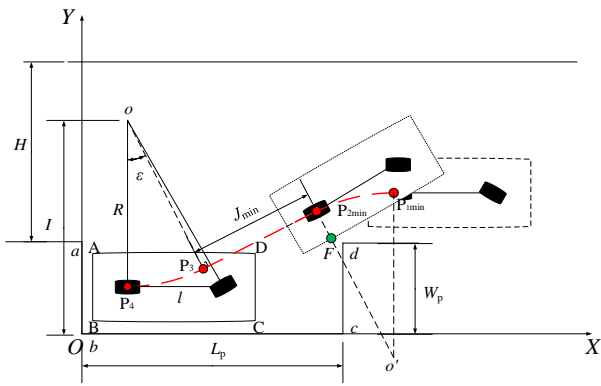
根据前面的分析， P_4 的坐标为：

$$P_4(X_{P_4}, Y_{P_4}) = (E + l_r, E + w/2) \quad (4)$$

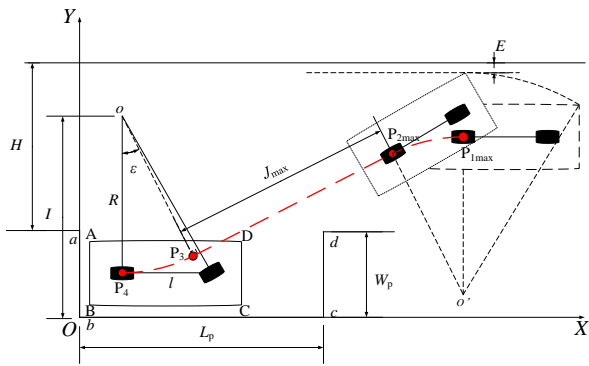
P_3 的坐标为：

$$P_3(X_{P_3}, Y_{P_3}) = (X_{P_4} + R \sin \varepsilon, Y_{P_4} + R(1 - \cos \varepsilon)) \quad (5)$$

假设道路宽度为 4.5 m。计算得到 P_2P_3 段车辆直



(a) 最小泊车起点的泊车路径



(b) 最大泊车起点的泊车路径

图 3 圆弧-直线-圆弧规划方法泊车起始点

线行驶最小距离 J_{min} 为 3.5 m，最大距离 J_{max} 为 6.4 m。在圆弧-直线-圆弧算法中，两条圆弧段是对称的，可以求出算法中对应点的坐标，见表 2。

表 2 平行泊车圆弧-直线-圆弧规划的关键点坐标

关键点	坐标 (m, m)
P_4	(0.95, 1.05)
P_3	(2.90, 1.50)
P_{2min}	(5.85, 2.87)
P_{2max}	(8.70, 4.22)
P_{1min}	(7.80, 3.30)
P_{1max}	(10.65, 4.65)

表 3 常见泊车路径规划算法的比较

算法类型	优势	劣势
B-spline 曲线	曲率连续，易于跟踪	路径的结构和表示方法错综复杂，需要大量的计算
反正切函数曲线	曲线表达式的计算非常简单	路径的起点和终点曲率不为零，不符合车辆姿态要求
五次多项式函数曲线	曲线表达简单明了，可以对路径的各个关键点单独添加约束，计算量小	路径的曲率可能超出约束限制

由以上关键点坐标可得出平行泊车的可行起始区域，如图 4 所示。

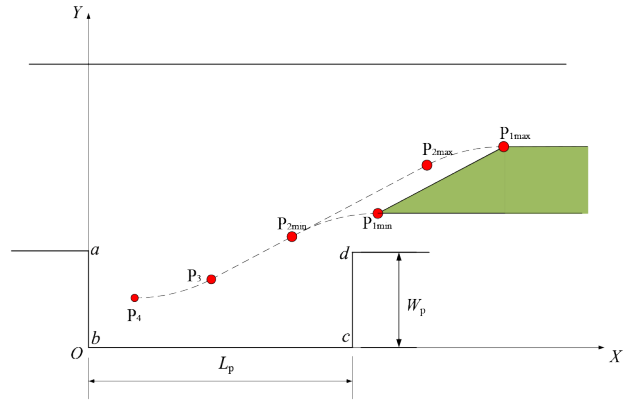


图 4 平行泊车可行起始区域

2 泊车路径规划

为确保顺利完成泊车任务，泊车路径需要满足以下 3 个要求：

- 1) 泊车路径应确保安全，避免车辆与周围障碍物发生碰撞；
- 2) 泊车路径应连续、平滑，并具有正确的曲率，以满足车辆的几何限制；
- 3) 泊车路径应确保车辆在完成泊车任务后车身姿态正确。

为了更好地选择泊车路径，本文对常见的几种优化方法进行了比较，见表 3。

五次多项式曲线具有曲线平滑、连续、急加速度连续变化等优点，本研究采用五次多项式优化泊车曲线，并解决五次多项式规划的相关问题。

五次多项式优化的泊车路径表达式为：

$$y = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (6)$$

式中： $a_0 \sim a_5$ 为五次多项式的系数。

表 4 中的数据用于构建解方程。

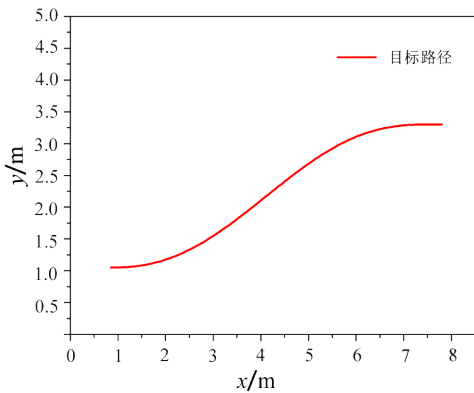
表 4 求解五次多项式方程所需的数据

参数	选取原因
点 P_1 、 P_3 和 P_4 的坐标	作为目标路径的几何限制
点 P_1 、 P_4 的一阶导数	限制车辆在起点和终点位姿
点 P_4 的二阶导数	在泊车任务结束时限制车辆前轮角度

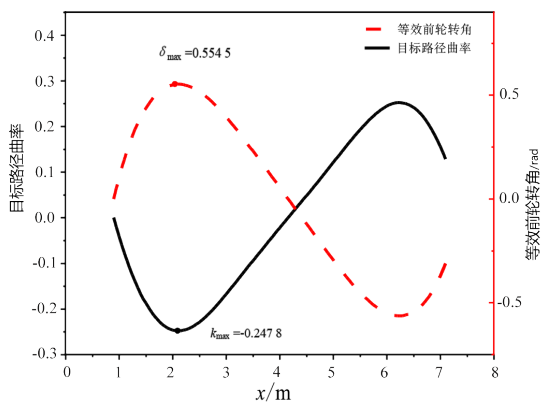
根据表 4 中的数据建立五次多项式求解方程为：

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_3 \\ y_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & x_1^4 & x_1^5 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & x_3^4 & x_3^5 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & x_4^4 & x_4^5 \\ 0 & 1 & 2x_1 & 3x_1^2 & 4x_1^3 & 5x_1^4 \\ 0 & 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & 4x_4^3 & 5x_4^4 \\ 0 & 0 & 1 & 6x_4 & 12x_4^2 & 20x_4^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad (7)$$

使用 Matlab 编写仿真程序，验证五次多项式的可行性，经典五次多项式优化结果如图 5 所示。



(a) 目标泊车路径



(b) 目标路径曲率和车辆等效前轮角度

图 5 经典五次多项式优化结果

泊车路径的曲率与车辆的转弯半径成反比，因此，最大允许泊车路径曲率 c_{max} 可通过式 (8) 求得。

$$c_{max} = \frac{1}{R_{min}} \quad (8)$$

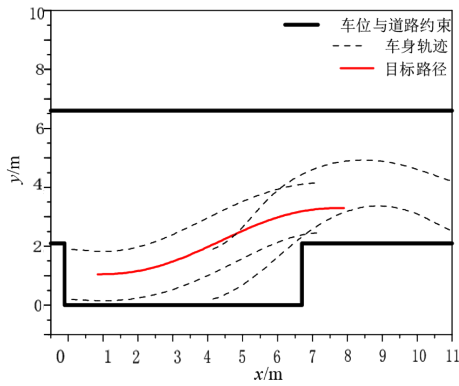
计算得出 c_{max} 为 0.218 3。由五次多项式优化法得到的目标路径最大曲率 k_{max} 为 0.247 8。五次多项式优化法得到的目标路径无法满足车辆的几何约束条件。

为了解决这个问题，在建立五次多项式约束条件时进行了调整。事实上，GAO Jianping 等^[3]所设定的五次多项式约束条件并没有考虑泊车结束时前轮所产生的角度。为了解决这个问题，文献[13]在泊车起始点引入了曲率约束，并将泊车起始点向前移动了 1 m。虽然这一调整使泊车路径更加合理，但也导致泊车终点的曲率值增大，超过了最大允许泊车路径曲率 0.218 3 的实际限制。针对上述问题，本文对五次多项式优化方法进行了以下 4 点改进：

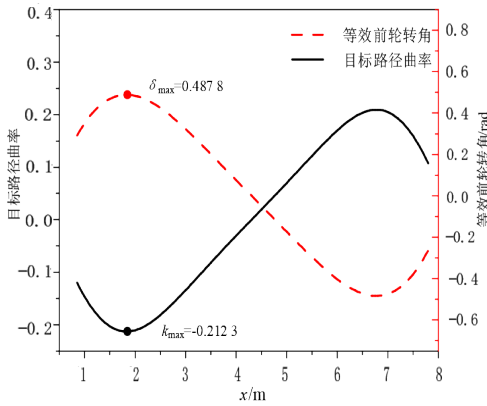
- 1) 将泊车路径的起点和终点分别向前和向后移动 0.1 m；
- 2) 将终点的二阶导数设为 0.11；
- 3) 设置泊车路径的中点为 P_{2min} 和 P_{3min} 之间的中点 $P_5 = (x_5, y_5)$ ；
- 4) 将车位的长度延长 0.3 m。

为验证本文算法的有效性，工况 1 选择 P_{1min} 作为泊车起始点，工况 2 选择 P_{1max} 作为泊车起始点。编写了 Matlab 程序进行模拟验证，结果如图 6 所示。

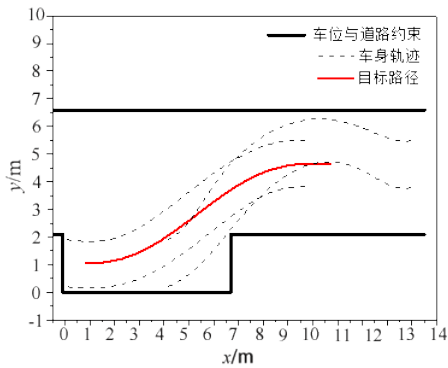
由图 6a、c 可知，在最小与最大泊车起始点的工况下，改进的五次多项式规划方法获得的目标路径都能规划出一条安全的泊车路径，车身不会发生碰撞。由图 6b、d 可知，两种工况下泊车路径的最大曲率分别为 0.212 3 和 0.198 8，均小于曲率阈值 0.218 3，满足车辆几何的约束条件。



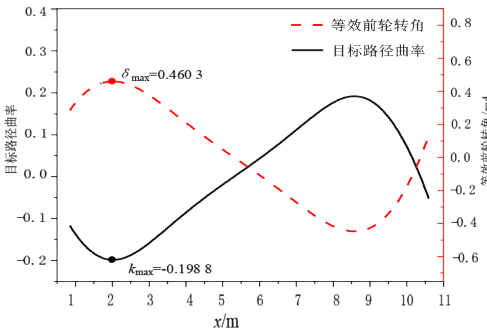
(a) 工况 1 的目标路径



(b) 工况 1 的目标路径曲率和车辆等效前轮角度



(c) 工况 2 的目标路径



(d) 工况 2 的目标路径曲率和车辆的等效前轮角度

图 6 改进的五次多项式优化结果

3 泊车跟踪控制器仿真分析与试验验证

目前的泊车主流跟踪控制算法及其特点^[19-21], 见表 5。由表可知, 纯跟踪 (Pure Pursuit) 算法与 Stanley 算法在跟踪精度方面效果差。MPC 算法在考虑约束条件的同时具有更高的精度, 但对计算量的要求更高。LQR 算法能达到较高的控制精度, 同时对计算要求较低。因此, 本文采用离散 LQR 算法构建泊车轨迹跟踪控制器, 用于跟踪目标路径, 并进行仿真和试验验证。

表 5 主流跟踪控制算法的特点

算法	优势	劣势
PP、Stanley	实施简单, 算力要求低	跟踪效果差
MPC	控制精度高, 适用于多种工况	算力要求很高
LQR	跟踪效果好, 算力要求较低	对权重矩阵选择敏感

3.1 泊车路径跟踪控制算法

本文用状态量 $\zeta_k = [x_r, y_r, \varphi]^T$ 和控制量 $u_k = [v, \delta]^T$, 建立了车辆的二自由度运动状态空间表达式。对于目标轨迹上的任意参考点 k , 式 (1) 可改写为式 (9)。

$$\dot{x}_k = f(x_k, u_k) \quad (9)$$

对式 (9) 进行泰勒级数展开, 忽略高阶项可以得到式 (10)。

$$\dot{\zeta}_k = f(\zeta_k, u_k) + \frac{\partial f(\zeta, u)}{\partial \zeta} (\zeta - \zeta_k) + \frac{\partial f(\zeta, u)}{\partial u} (u - u_k) \quad (10)$$

进行微分处理后, 就得到了车辆二自由度运动学的线性状态空间表达式为:

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_k \sin \varphi_k \\ 0 & 0 & v_k \cos \varphi_k \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_k \\ y - y_k \\ \varphi - \varphi_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & 0 \\ \sin \varphi_k & 0 \\ \tan \delta_k / l & v_k / l \cos^2 \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v - v_k \\ \delta - \delta_k \end{bmatrix} \quad (11)$$

可简化为:

$$\dot{\zeta} = A\tilde{\zeta} + B\tilde{u} \quad (12)$$

式中: $\tilde{\zeta} = x - x_k, \tilde{u} = u - u_k$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_k \sin \varphi_k \\ 0 & 0 & v_k \cos \varphi_k \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & 0 \\ \sin \varphi_k & 0 \\ \tan \delta_k / l & v_k / l \cos^2 \delta_k \end{bmatrix}。$$

对式(11)进行离散化处理,可得到式(13)。

$$\tilde{\xi}_{(n+1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Tv_k \sin \varphi_k \\ 0 & 1 & Tv_k \cos \varphi_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\xi}_{(n)} + \begin{bmatrix} T \cos \varphi_k & 0 \\ T \sin \varphi_k & 0 \\ T \tan \delta_k / l & Tv_k / l \cos^2 \delta_k \end{bmatrix} \tilde{u}_{(n)}。 \quad (13)$$

式中: T 为采样时间。

式(13)可简化为:

$$\tilde{\xi}_{(n+1)} = \tilde{A} \tilde{\xi}_{(n)} + \tilde{B} \tilde{u}_{(n)}。 \quad (14)$$

设计系统的状态反馈矩阵 \mathbf{K} 为:

$$\tilde{u}_{(n)} = -\mathbf{K} \tilde{\xi}_{(n)}。 \quad (15)$$

则状态空间方程可表示为:

$$\tilde{\xi}_{(n+1)} = (\tilde{A} - \tilde{B}\mathbf{K}) \tilde{\xi}_{(n)}。 \quad (16)$$

该方程表示一个闭环控制系统,为控制该系统,LQR算法通过最小化代价函数的方式寻求一系列控制输入 \tilde{u} ,使状态向量 $\tilde{\xi}$ 快速收敛并稳定收敛至0,以实现最优控制。其成本函数为:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (\tilde{\xi}_{(n)}^T \mathbf{Q} \tilde{\xi}_{(n)} + \tilde{u}_{(n)}^T \mathbf{R} \tilde{u}_{(n)})。 \quad (17)$$

权重矩阵 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 用于调整状态向量 $\tilde{\xi}_{(n)}$ 和控制向量 $\tilde{u}_{(n)}$ 对成本函数 J 的贡献。

通过求解提里卡方程可以得到状态反馈矩阵 \mathbf{K} 。

$$\begin{cases} p_{(n-1)} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T p_{(n)} \mathbf{A} - \\ \mathbf{A}^T p_{(n)} \mathbf{B} (\mathbf{R} + \mathbf{B}^T p_{(n)} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B} p_{(n)} \mathbf{A}, \\ \mathbf{K}_{(n)} = -(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T p_{(n+1)} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T p_{(n+1)} \mathbf{A}。 \end{cases} \quad (18)$$

\mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 矩阵是对角矩阵, $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_1, q_2, q_3]$, $\mathbf{R} = \text{diag}[r_1, r_2]$ 。 q_1 、 q_2 和 q_3 分别为对横坐标 x 、纵坐标 y 和航向角 φ 的误差的敏感程度, r_1 与 r_2 分别为车辆后轴中心点速度 v 和前轮角度 δ 的误差的敏感程度。系数值越大,相关变量的显著性就越高,在求解过程中,这些系数就越快趋于0。

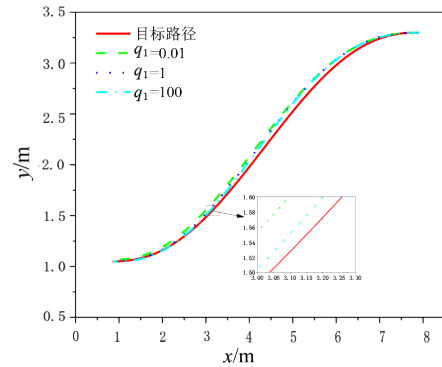
LQR算法的性能受系数值的影响,通常利用经验选取的系数矩阵在面对复杂工况的情况下难以保

证跟踪的精确度与控制的鲁棒性。

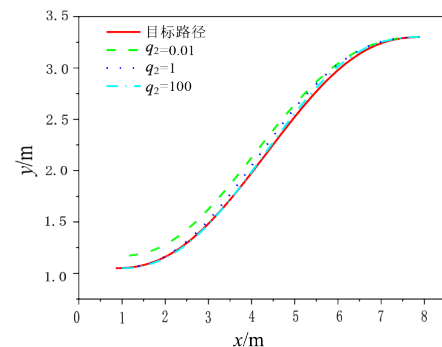
3.2 FUZZY-LQR跟踪控制算法

为了提高泊车路径跟踪精度,本文结合模糊控制方法设计了FUZZY-LQR泊车跟踪算法。模糊控制算法不需要精确的系统建模,对过程参数的变化具有很强的适应性,同时保持了鲁棒性和易控制性^[20]。为了增强系统的稳定性,提高泊车轨迹跟踪控制器的跟踪精度,将模糊控制与LQR控制器相结合,根据经验设计模糊控制规则,并利用模糊控制动态调整LQR控制器的系数矩阵。

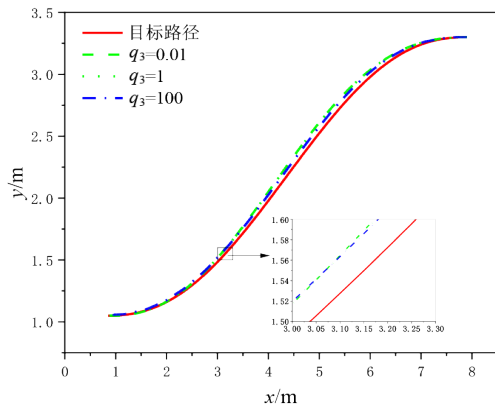
基于运动学建模的LQR泊车轨迹跟踪控制器由 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 矩阵中的5个系数组成。在控制过程中,这些系数的增加会导致各自的状态量或控制量加速趋近于0。为了研究每个加权系数对泊车轨迹跟踪控制器性能的影响,本文利用Simulink/CarSim协同仿真平台进行了验证。以预先设定的泊车路径条件(工况1)为测试场景,修改单个系数的值,同时将其他4个系数设为1。该测试旨在评估不同权重系数对跟踪控制效果的影响,结果如图7和图8所示。



(a) q_1 对跟踪效果的影响

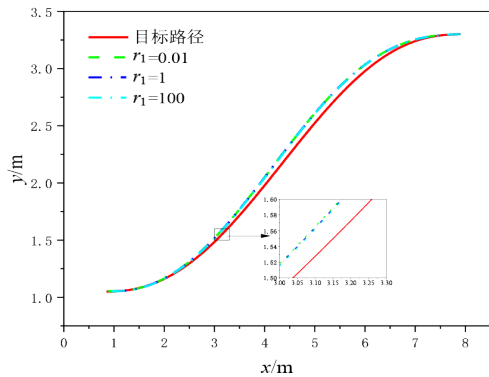


(b) q_2 对跟踪效果的影响

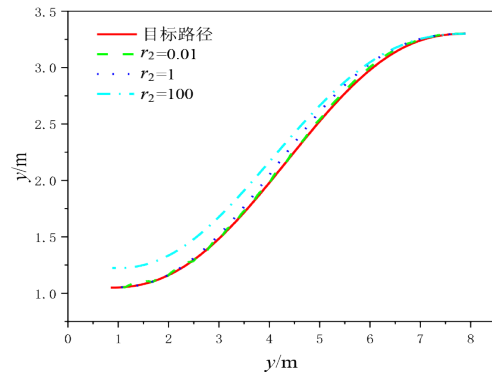


(c) q_3 对跟踪效果的影响

图 7 Q矩阵的不同参数调整对跟踪效果的影响



(a) r_1 对跟踪效果的影响



(b) r_2 对跟踪效果的影响

图 8 R矩阵的不同参数调整对跟踪效果的影响

对比分析以上仿真结果，可得到在 5 个加权系数中， q_2 和 r_2 的改变对轨迹跟踪效果有显著影响。 q_2 值过小会降低跟踪精度，而 q_2 值较大则会提高精度，但会增加计算复杂度。相反，过大的 r_2 会降低跟踪精度，而较小的 r_2 则会提高精度，但会大大降低泊车轨迹跟踪控制器的鲁棒性。加权系数 q_1 、 q_3

和 r_1 对跟踪效果的影响较小。

为研究采用模糊控制策略改进 LQR 算法的效果，本文进行了如图 9 所示的泊车路径跟踪算法仿真分析。控制策略分为两部分：首先，根据车辆当前位置误差 (err) 和目标路径曲率 (k) 更新 q_2 和 r_2 参数；然后，利用基于运动学的离散 LQR 控制器计算车辆速度和前轮转角。

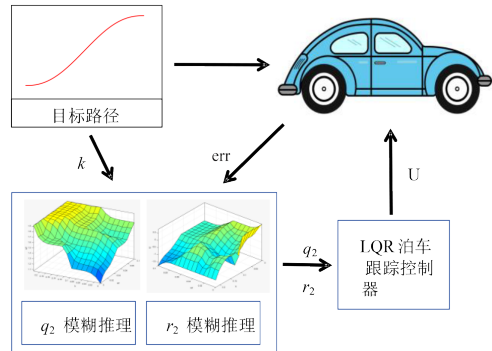


图 9 基于模糊控制的改进型 LQR 泊车路径跟踪算法

根据前述研究可知，在基于运动学模型的离散 LQR 算法中， q_2 和 r_2 对跟踪性能有显著影响。根据驾驶经验和仿真结果，模糊推理输入 err 表示当前车辆位置与目标路径点之间的位置误差，而 k 表示目标路径点的曲率。随着 err 和 k 的增加，跟踪难度也会增加。在这种情况下，为了保持跟踪精度，需要增加 q_2 ，同时减少 r_2 ，以提高车辆的执行能力。当 err 和 k 较小时，在增大 r_2 的同时减小 q_2 的值可确保提高稳定性并减少计算负荷。

模糊控制框架如图 10 所示，采用目标路径点的曲率 k 和车辆与目标路径点之间的距离 err 作为模糊控制的输入，产生控制因子 α 和 β 作为输出。

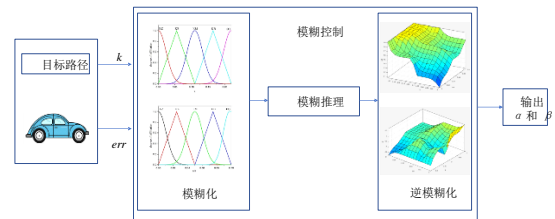


图 10 模糊控制框架

q_2 和 r_2 的值满足式 (19)。

$$\begin{cases} q_2 = 10^\alpha, \\ r_2 = 10^\beta. \end{cases} \quad (19)$$

根据前面的分析，使用三角函数和高斯函数设计了输入和输出隶属度函数，分别如图 11 和图 12 所示。表 6 和表 7 列出了具体的模糊控制规则。随后，采用经典的重心法对推理结果进行反模糊处理。控制因子 α 和 β 的模糊推理结果如图 13 所示。

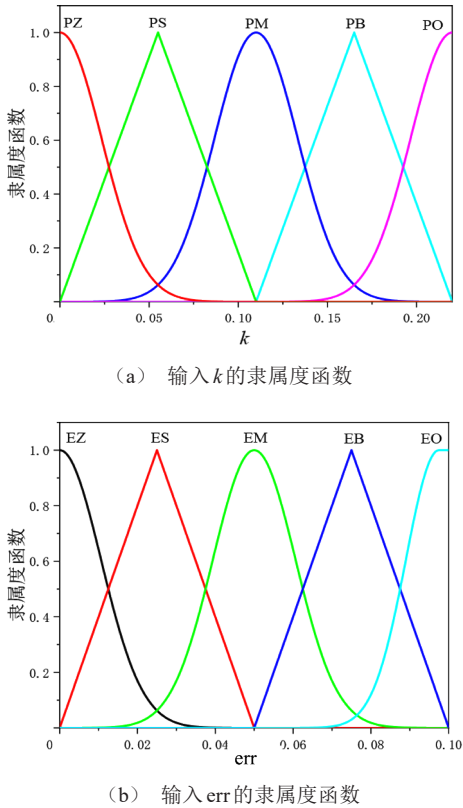


图 11 模糊控制输入的隶属度函数

3.3 平行泊车跟踪控制器仿真与结果分析

以本文通过五次多项式优化得到的曲线为目标路径，采用 FUZZY-LQR 算法进行跟踪。构建的联合仿真模型如图 14 所示。FUZZY-LQR 控制器的输入包括车辆模型的坐标和航向角，输出包括目标车速 v 和前轮角度 δ 。

图 15 所示为通过联合仿真得到的工况 1 的泊车模拟动画效果，图 16 为分别采用 FUZZY-LQR 和 LQR 两种跟踪算法进行仿真跟踪的结果对比图。由仿真结果可知，基于改进五次多项式优化规划目标泊车路径，以 FUZZY-LQR 算法设计的泊车跟踪控制器，可以成功完成泊车任务。泊车过程中没有发生任何碰撞，符合安全要求。FUZZY-LQR 跟踪控制器最大跟踪误差为 0.027 m，平均跟踪误差为

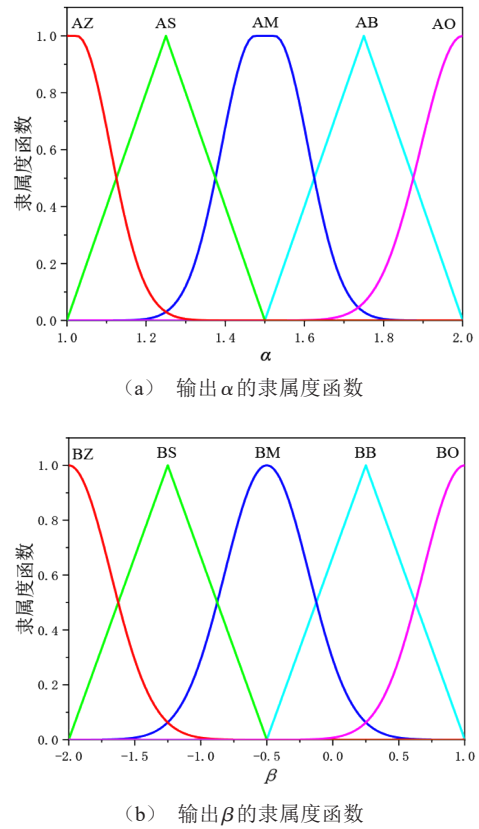


图 12 模糊控制输出隶属度函数

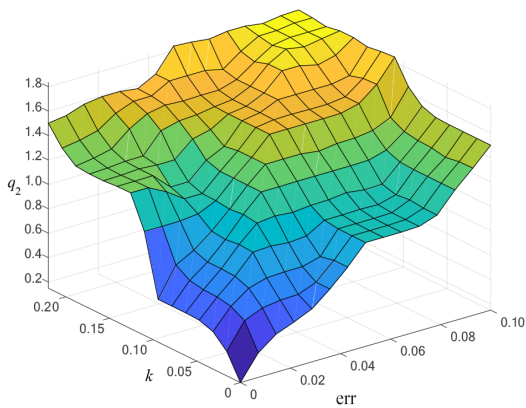
表 6 α 的模糊规则

α	k				
	KZ	KS	KM	KB	KO
EZ	AZ	AS	AM	AB	AO
ES	AS	AM	AM	AO	AO
EM	AM	AB	AB	AO	AO
EB	AM	AM	AB	AO	AO
EO	AB	AB	AO	RO	AO

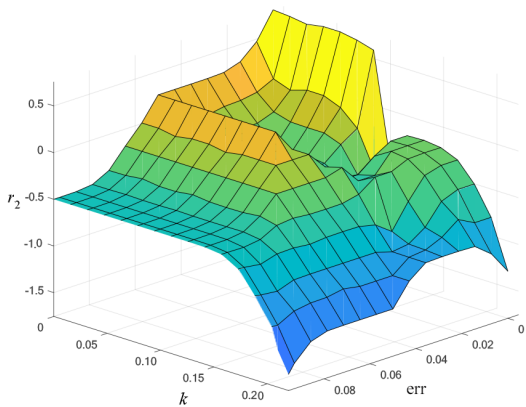
表 7 β 的模糊规则

β	k				
	KZ	KS	KM	KB	KO
EZ	BO	BO	BB	BM	BS
ES	BB	BM	BS	BS	BS
EM	BB	BB	BM	BM	BS
EB	BM	BM	BM	BS	BS
EO	BM	BM	BM	BS	BZ

0.013 m，LQR 跟踪控制器最大跟踪误差为 0.064 m，平均跟踪误差为 0.020 m。相较于系数矩阵固定的



(a) α 的输出模糊推理



(b) β 的输出模糊推理结果

图 13 模糊控制输出模糊推理结果

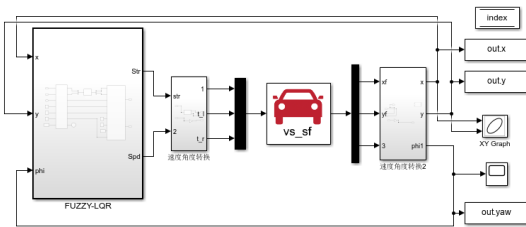


图 14 联合仿真模型

LQR 跟踪控制器, FUZZY-LQR 跟踪控制器跟踪误差降低了 33%。由此可见, FUZZY-LQR 控制精度优于权重矩阵为固定值的 LQR 跟踪控制器。

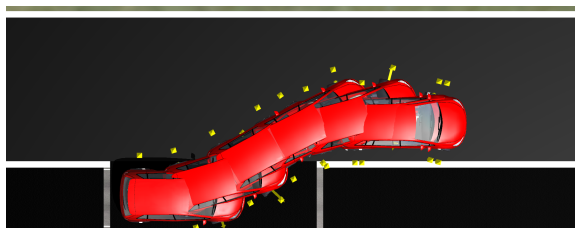
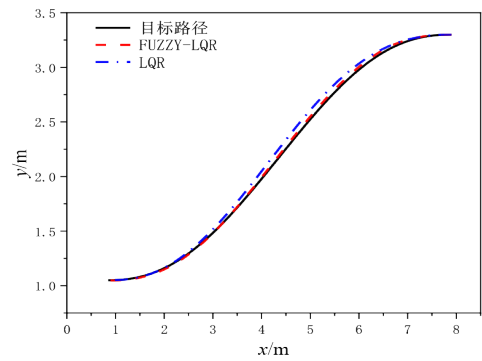
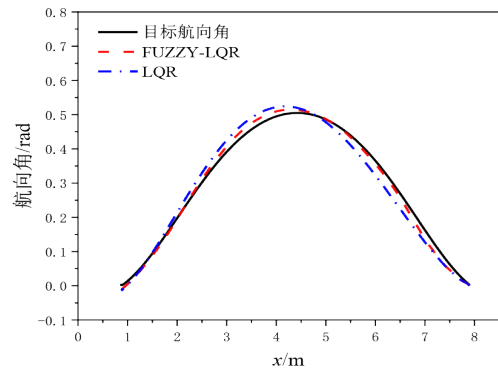


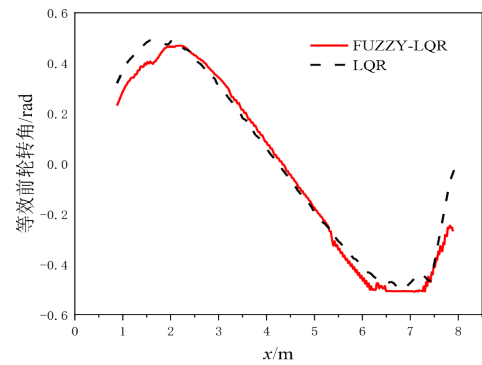
图 15 工况 1 的泊车模拟动画效果



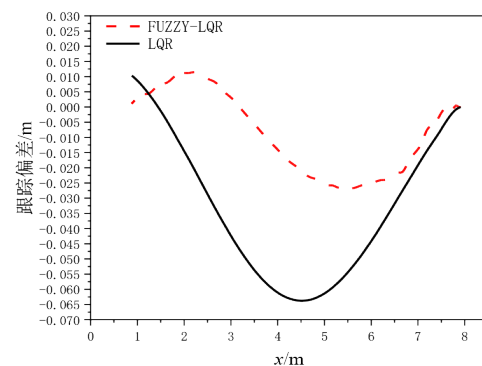
(a) 路径跟踪效果



(b) 航向角跟踪效果



(c) 等效前轮转角变化



(d) 跟踪误差变化

图 16 仿真跟踪结果对比

3.4 试验验证

为了进一步验证本文所提出的算法的有效性，在校园内选择一处平行泊车停车场进行试验验证。试验平台由北汽新能源某款轿车改造而来，其加装了激光雷达、惯性导航、摄像头等传感器，工控机型号为研华 MIC-7700Q。同时，对底盘进行了线控改造，加装了线控转向系统，通过工控机 CAN 总线与原车 ECU 进行通讯，实现线控制动以及线控驱动。

本文的 ROS 节点关系如图 17 所示。首先利用 SLAM 技术建立试验场景的三维点云地图并为试验提供定位信息，在 path_planning 节点中使用 C++ 编写改进的五次多项式优化泊车路径规划算法，在 LQR_node_world 节点中使用 C++ 编写 FUZZY-LQR 路径跟踪控制器。泊车试验场景与停车场高精地图如图 18 所示，泊车过程如图 19 所示，实车泊车轨迹如图 20 所示，实车跟踪结果曲线如图 21 所示。

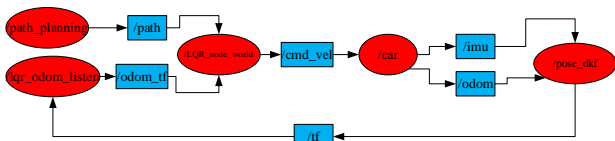


图 17 ROS 节点关系

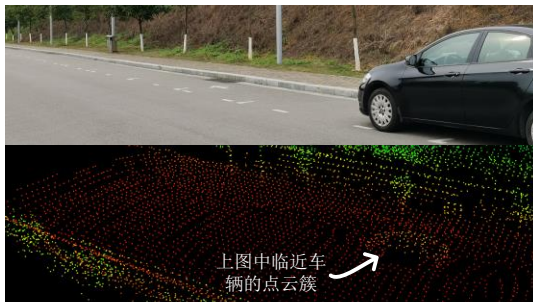


图 18 泊车试验场景与停车场高精地图



图 19 泊车过程

由图 18~20 可知，在 FUZZY-LQR 泊车跟踪控制器的控制下，试验车辆成功跟踪泊车路径，顺利泊入预定车位，车辆的位姿符合要求。由图 21 可知，

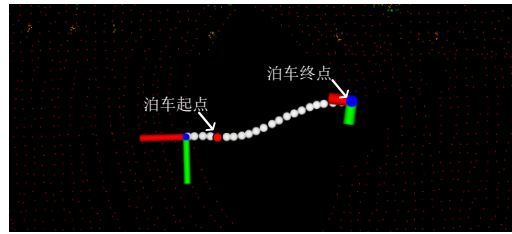
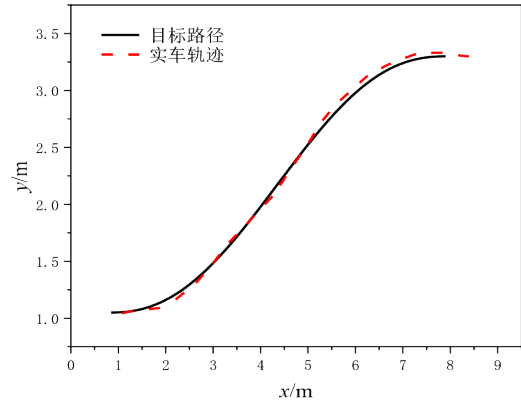
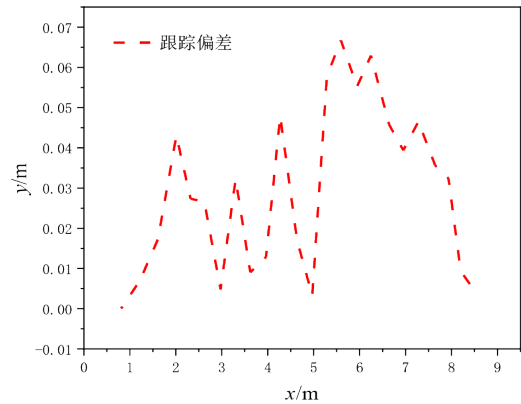


图 20 实车泊车轨迹



(a) 实车跟踪轨迹



(b) 跟踪偏差展示

图 21 实车跟踪结果曲线

FUZZY-LQR 跟踪控制器最大跟踪误差为 0.070 m，平均跟踪误差为 0.029 m。

试验结果表明，本文设计的泊车路径规划算法和泊车轨迹跟踪控制器能有效地完成自动泊车任务，为解决自动泊车问题提供了一种稳健的解决方案。

4 结论

本文基于小型汽车运动学模型和相关车辆参数，结合反向平行泊车的圆弧-直线-圆弧规划算

法, 确定了平行泊车的最小泊车空间和合理的起始点范围。针对平行泊车路径曲率变化大、难以有效跟踪的难题, 考虑了车辆泊车过程中的实时变化, 优化了五次多项式的参数。通过 Matlab 仿真试验, 获得了连续、平滑的泊车路径, 并确保其曲率符合车辆机械结构的约束条件。随后, 采用 FUZZY-LQR 算法设计泊车跟踪控制器, 并建立了一个联合仿真平台进行路径跟踪验证。仿真结果表明, 车辆能在保持恒定纵向速度的情况下成功完成泊车任

务。最后, 在实车上进行了试验验证, 证明了本文所介绍算法的合理性。FUZZY-LQR 相比传统 LQR 方法提高了跟踪精度, 同时, 模糊控制作为一种基于经验的控制理论, 对算力的消耗很低, 因此, 其整体算力要求较小, 实时性好、实用性强。

综上所述, 本文提出的方法确保了平行泊车过程中的稳定性和安全性。这种方法对于提高自动泊车系统的性能和提供更高效、更人性化的泊车体验具有重要意义。

参考文献 (References)

- [1] PARK W J, KIM B S, SEO D-E, et al. Parking Space Detection Using Ultrasonic Sensor in Parking Assistance System[C]//2008 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, June 4-6, 2008, Eindhoven, Netherlands. Piscataway NJ: IEEE, c2008:1032-1037.
- [2] QIU Duoyang, QIU Duoli, WU Bing, et al. Hierarchical Control of Trajectory Planning and Trajectory Tracking for Autonomous Parallel Parking[J]. IEEE Access, 2021, 9:94845-94861.
- [3] GAO Jianping, CHAI Wenjian, WU Yanfeng. Research on Parallel Parking Path Planning and Tracking Control of Unmanned Vehicles[J]. Journal of Algorithms & Computational Technology, 2023, 17:1-12.
- [4] 张成涛, 覃立仁, 杨航, 等. 自动泊车关键技术研究进展综述[J]. 汽车工程学报, 2023, 13(5):603-614.
ZHANG Chengtao, QIN Liren, YANG Hang, et al. Review of Research Progress in Key Technologies of Autonomous Parking[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2023, 13(5):603-614. (in Chinese)
- [5] KIM M, AHN J, PARK J. TargetTree-RRT*: Continuous-Curvature Path Planning Algorithm for Autonomous Parking in Complex Environments[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024, 21(1):606-617.
- [6] WANG Dong, ZHENG Shutong, REN Yanxi, et al. Path Planning Based on the Improved RRT* Algorithm for the Mining Truck [J]. Computers, Materials & Continua, 2022, 71(2):3571-3587.
- [7] MENG Tianchuang, YANG Tianhong, HUANG Jin, et al. Improved Hybrid A-Star Algorithm for Path Planning in Autonomous Parking System Based on Multi-Stage Dynamic Optimization [J]. International Journal of Automotive Technology, 2023, 24(2):459-468.
- [8] LIU Yijie, WANG Ping. An Autonomous Parking Algorithm Based on A-Star Algorithm Correction and MPC Path Tracking [C]//International Conference on Signal Processing and Communication Technology (SPCT 2021), Dec. 24-26, 2022, Tianjin, China. Piscataway NJ: IEEE, c2022:1217824.1-1217824.6.
- [9] YU Leiyan, WANG Xianyu, HOU Zaiyou, et al. Path Planning Optimization for Driverless Vehicle in Parallel Parking Integrating Radial Basis Function Neural Network [J]. Applied Sciences, 2021, 11(17):8178.1-8178.17.
- [10] LI Chenxu, JIANG Haobin, MA Shidian, et al. Automatic Parking Path Planning and Tracking Control Research for Intelligent Vehicles[J]. Applied Sciences, 2020, 10(24):9100.1-9100.27.
- [11] SONG Jie, ZHANG Weiwei, WU Xuncheng, et al. Laser-Based SLAM Automatic Parallel Parking Path Planning and Tracking for Passenger Vehicle [J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019, 13(10):1557-1568.
- [12] HELENE V, SEBASTIEN G, NICOLETA M E, et al. Automatic Parallel Parking in Tiny Spots: Path Planning and Control[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 16(1):396-410.
- [13] ZHANG Bingzhan, LI Zhiyuan, NI Yaoyao, et al. Research on Path Planning and Tracking Control of Automatic Parking System[J]. World Electric Vehicle Journal, 2022, 13(1):1-13.
- [14] 张家旭, 赵健, 施正堂, 等. 基于回旋曲线的平行泊车路径规划和跟踪控制[J]. 吉林大学学报(工学版), 2020, 50(6):2247-2257.
ZHANG Jiaxu, ZHAO Jian, SHI Zhengtang, et al. Path Planning and Tracking Control for Parallel Parking Based on Clothoid Curve [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2020, 50(6):2247-2257. (in Chinese)

- [15] 骆嫔,熊胜健,隋立洋,等.基于预瞄PID的自动泊车路径跟踪分析[J].汽车实用技术,2023,48(11):66-71.
LUO Man, XIONG Shengjian, SUI Liyang, et al. Analysis of Automatic Parking Path Tracking Based on Preview Analysis of Automatic Parking Path Tracking Based on Preview PID[J].Automobile Applied Technology, 2023,48(11):66-71.(in Chinese)
- [16] 李世豪,付子扬,吕洋.基于MPC的自动泊车系统轨迹跟踪控制分析[J].汽车实用技术,2023,48(8):65-69.
LI Shihao, FU Ziyang, LYU Yang. Analysis of Trajectory Tracking Control of Automatic Parking System Based on MPC[J].Automobile Applied Technology, 2023,48(8):65-69.(in Chinese)
- [17] CHEN Qiping, GAN Lu, CHEN Bo, et al.Parallel Parking Path Planning Based on Improved Arctangent Function Optimization [J]. International Journal of Automotive Technology,2023,24(1):23-33.
- [18] ZHANG Zhiming, LU Shan, XIE Lei, et al.A Guaranteed Collision-Free Trajectory Planning Method for Autonomous Parking [J]. IET Intelligent Transport Systems, 2021,15(2):331-343.
- [19] LIU Jia, YANG Zhiheng, HUANG Zhejun, et al. Simulation Performance Evaluation of Pure Pursuit, Stanley, LQR, MPC Controller for Autonomous Vehicles [C]// 2021 IEEE International Conference on Real-Time Computing and Robotics (RCAR), July 15-19, 2021, Xining, China.Piscataway NJ:IEEE, c2021:1444-1449.
- [20] 马悦琦,迟瑞娟,赵彦涛,等.基于模糊控制的插秧机LQR曲线路径跟踪控制器优化方法[J].农业机械学报,2023,54(S1):1-8,102.
MA Yueqi, CHI Ruijuan, ZHAO Yantao, et al. Optimization Method of LQR Curve Path Tracking Controller for Unmanned Rice Transplanter Based on Fuzzy Control [J].Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2023,54(S1):1-8,102.(in Chinese)
- [21] 陆洋,沈永峰,高乐子.基于改进GA的自动驾驶横向LQR控制器优化设计[J].机械设计与研究,2024,40(6):202-208.
LU Yang, SHEN Yongfeng, GAO Lezi. Optimal Design of Horizontal LOR Controller for Automatic Driving Based on Improved Genetic Algorithm [J].Machine Design and Research,2024,40(6):202-208.(in Chinese)

作者简介



张成涛 (1978-), 男, 江苏徐州人, 博士, 副教授, 主要研究方向为车辆智能化控制技术。
E-mail: 63423881@qq.com