

## 伺服冲压仿真应变率本构模型的构建与评价

戴大力<sup>1</sup>, 赵坤民<sup>1,2</sup>

(1. 合众新能源汽车股份有限公司, 浙江, 嘉兴 314500; 2. 大连理工大学, 辽宁, 大连 116024)

**摘要:** 传统机械压机的滑块移动模式相对固定, 准静态问题的冲压仿真通常忽略应变率的影响。而伺服压机的滑块行程灵活, 冲压速度可调, 因此, 精确的伺服冲压仿真需要含应变率的材料本构模型。为解决通过拉伸试验只能获得有限数量应变率下的应力-应变曲线的问题, 以 DDQ 钢的试验数据拟合为例, 分析评价了幂律模型、线性幂律模型、Johnson-Cook 模型和 Cowper-Symonds 模型等应变率敏感模型。对分段应变范围和分组应变率进行曲线拟合, 构建了各模型中参数的识别方法, 并讨论了各模型在有限元软件中的适用性。研究结果可以帮助用户选择合适的本构模型进行伺服冲压仿真。

**关键词:** 应变率相关; 本构模型; 伺服冲压; 板材金属成形

中图分类号: TG156 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2025.02.11

## Development and Evaluation of Strain Rate-Dependent Constitutive Models for Servo Stamping Simulation

DAI Dali<sup>1</sup>, ZHAO Kunmin<sup>1,2</sup>

(1. Hozon New Energy Automobile Co., Ltd., Jiaxing 314500, Zhejiang, China;  
2. Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China)

**Abstract:** The slide movement pattern of traditional mechanical presses is relatively fixed, and quasi-static stamping simulations usually ignore the effect of strain rate. In contrast, servo presses feature a flexible slide stroke and adjustable stamping speed; thus, a material constitutive model that includes the strain rate effect is necessary to achieve accurate servo stamping simulations. To address the limitation of obtaining the stress-strain curves at only a finite number of strain rates through tensile tests, this paper analyzed and evaluated the strain rate-sensitive models, including the power law model, linear power law model, Johnson-Cook model and Cowper-Symonds model, using DDQ steel test data for model fitting as an example. Curve fitting is performed for segmented strain range and grouped strain rates, the parameter identification methods in each model are constructed and the applicability of each model in finite element software is discussed. The results provide guidance for selecting an appropriate constitutive model for servo stamping simulations.

**Keywords:** strain rate dependent; constitutive model; servo press stamping; sheet metal forming

收稿日期: 2023-11-23 改稿日期: 2024-01-01 网络首发日期: 2024-06-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(51775160)

参考文献引用格式:

戴大力, 赵坤民. 伺服冲压仿真应变率本构模型的构建与评价[J]. 汽车工程学报, 2025, 15(2): 235-244.

DAI Dali, ZHAO Kunmin. Development and Evaluation of Strain Rate-Dependent Constitutive Models for Servo Stamping Simulation[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2025, 15(2): 235-244. (in Chinese)



随着伺服控制和驱动技术的发展,高速、自动化、灵活的伺服压机在冲压行业中的应用越来越多。由伺服电机驱动,通过传感器测量滑块位置进行实时反馈,从而精确控制滑块的运动方式,显著提高了滑块的灵活性、生产率和精度<sup>[1]</sup>。

断裂、起皱和回弹是主要的金属成形缺陷,这些缺陷在铝合金、高强度钢等轻量化材料中更普遍,也更严重。这些轻量化材料具有低成形性和显著回弹性,对传统的冲压工艺提出了巨大的挑战。然而,利用伺服压机可以显著提高成形性,减少断裂、起皱和回弹。

有研究表明,强压和整形能减少回弹,而成形速度和保压时间不能减少回弹,在压机滑块和模垫处施加低频振动可以减少开裂,提高拉延深度<sup>[2]</sup>。渐进式和脉冲式运动可以防止轻量化结构构件起皱,提高形状精度,但不能减少回弹量<sup>[3]</sup>。模具表面与坯料的多次分离可以降低成形负荷,提高成形极限和拉伸性能。采用伺服模垫和较高的成形速度可获得较好的成形性能。脉动液压成形有助于提高成形性能和形状精度,且振荡压力越大,拉伸件的质量越好<sup>[4]</sup>。先进高强度钢表现出随时间变化的回弹<sup>[5]</sup>。

伺服压机工作时,滑块向下的速度在宏观上代表板材的拉伸速度,在微观上代表应变速率。随着滑块运动方式的调整,板料的应变速率也随之变化。以上研究表明,应变速率会影响成形结果。因此,需要一种能正确描述伺服冲压过程中应变速率对流动应力影响的塑性硬化模型。目前在理论指导较少的情况下,伺服冲压工艺的设定主要依靠技术人员的经验和技能,通过试错得到合适的工艺参数。为节省时间和资金,一些研究者开始应用有限元模拟来辅助伺服冲压工艺设计。然而,无论是本构模型还是伺服加载模式都过于简单,无法正确描述材料在伺服冲压条件下的复杂力学行为,一个成功的伺服冲压仿真需要一个更精确的应变速率硬化模型。

考虑应变速率效应的本构模型包括幂律模型<sup>[6]</sup>、Cowper-Symonds 模型<sup>[7]</sup>、Wagoner 模型<sup>[8]</sup>、

Johnson-Cook 模型<sup>[9]</sup>和 Linear 模型<sup>[10]</sup>。相关学者将这些应变速率硬化方程与应变硬化方程结合起来进行了研究,例如 Johnson-Cook 模型、Voice 模型和 Voice 修正模型被用于 DP600、TRIP780 和 AA5182 材料<sup>[11]</sup>,PAUL<sup>[12]</sup>提出应变率-温度相关流动曲线模型的一般形式。GAMBIRASIO 等<sup>[13]</sup>提出增强的 Johnson-Cook 模型,用来描述应变速率和温度对低屈服应力和塑性流动的影响。近年来,国内学者也对伺服冲压的应用进行了研究<sup>[15-23]</sup>。然而,很少有人将这些硬化模型与伺服冲压过程仿真结合起来指导实际生产。

本文对 3 种典型的汽车车身材料在不同应变速率下进行了测试,其中, HSLA350 和 DDQ195 都出现了正应变速率效应。由于本文的主要目的是展示一种方法,并且实验室 DDQ 钢材较多,试验数据充分,所以只选择了 DDQ195 为例,通过封闭解或曲线拟合的方法确定了 4 种具有应变速率硬化效应模型的应变速率敏感性参数,讨论了这些识别参数的性质以及每个方程在拟合试验数据时的适用性。分别根据线性幂律模型、修正 Johnson-Cook 模型和 Cowper-Symonds 模型确定了具有唯一参数集的完整应变和应变速率硬化方程。这些方程可以在有限元软件中实现,用于伺服冲压仿真。

大多数有限元软件都提供了这些应变速率敏感本构模型,但是用户如果不彻底了解这些模型,可能会选择不合适的模型或者不能正确地识别模型中的参数。本文的研究结果可以帮助有限元软件用户选择合适的本构模型进行伺服冲压仿真。

## 1 应变速率效应

材料在冲压过程中的流动应力受应变速率的影响,应变速率效应可正可负。在正作用下,流动应力随应变速率增大,而在负作用下,流动应力随应变速率减小。铝合金等材料表现出复杂或过渡性的应变速率效应,即低应变速率下的负效应和高应变速率下的正效应。即使是表现出正应变速率效应的材料,其变化趋势也不尽相同。有些材料在初始屈服应力和随后的硬化应力上表现出相同程度的强化,而有些材

料则表现出不同程度的强化。

为研究汽车常用板材的应变率敏感性，在 100 kN 伺服万能试验机上对铝合金 AL6061、高强度低合金钢 HSLA350 和深冲优质钢 DDQ195 进行了拉伸试验。从  $0.001 \text{ s}^{-1}$  到  $0.01 \text{ s}^{-1}$  再到  $0.1 \text{ s}^{-1}$ ，应变速率发生突变。同时，对 DDQ 钢进行了  $0.000 1$ 、 $0.001$ 、 $0.01$ 、 $0.1 \text{ s}^{-1}$  速率的拉伸试验，将滑块的原始工作速度和位移转化为应变速率和工程应变。给定工程应力和应变，可计算真实应力和真实应变，进而计算出真实塑性应变。

应变速率对 AL6061、HSLA350 和 DDQ195 流动应力的影响如图 1 所示，随着应变速率的增大，DDQ 和 HSLA 的流动应力增大，即出现正应变速率效应。然而，AL6061 的流动应力并不随应变速率变化，除了在速率切换点，由于惯性效应，应力可能出现小的颠簸。由于 HSLA 和 DDQ 都是汽车常用的材料，所以在设计伺服冲压工艺时，考虑应变速率效应是非常重要的。

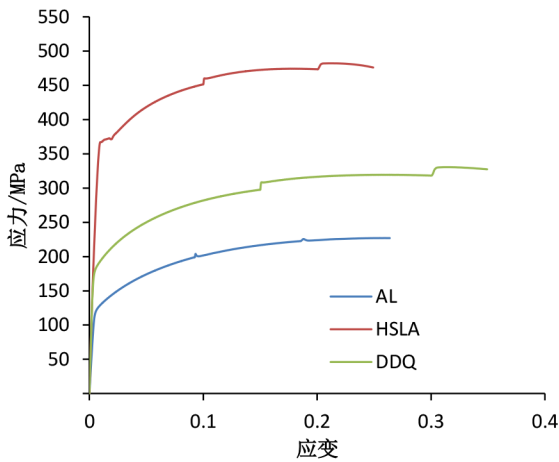


图 1 不同材料的应变率效应

不同材料的应变率效应可以分为 4 类，如图 2 所示。由图 2a 可知，初始屈服应力和后续硬化应力的强化程度相同；由图 2b 可知，初始屈服应力的强化程度较低；图 2c 所示的初始屈服应力的强化程度较高；图 2d 中应力呈现弱化效应。

## 2 本构模型

真流动应力  $\sigma$  与真塑性应变  $\varepsilon$ 、真塑性应变率  $\dot{\varepsilon}$

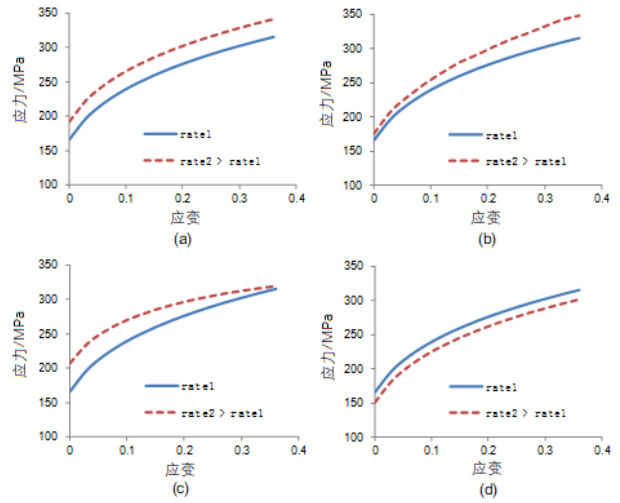


图 2 应变速率对流动应力的 4 类影响

之间的关系一般采用乘积形式，如式(1)所示。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = f(\varepsilon) \times g(\dot{\varepsilon}) \quad (1)$$

式中： $f(\varepsilon)$  为应变硬化函数，与应变速率无关； $g(\dot{\varepsilon})$  为应变速率效应的函数。

ZHAO Kunmin 等<sup>[14]</sup>指出，在大应变范围内， $f(\varepsilon)$  最好用式(2)来描述。

$$f(\varepsilon) = \sigma_0 + K\varepsilon + Q(1 - e^{-b\varepsilon}) = \sigma_0 + h(\varepsilon) \quad (2)$$

式中： $\sigma_0$  为初始屈服应力； $h(\varepsilon)$  为应变硬化的函数。

$\sigma_0$  和  $h(\varepsilon)$  可分别采用不同的应变率硬化模型，如式(3)所示，以反映图 2 中不同的应变率效应。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma_0 \times g_1(\dot{\varepsilon}) + h(\varepsilon) \times g_2(\dot{\varepsilon}) \quad (3)$$

式(4)为式(1)另一种更常用的形式。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_0) = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}_0) \times g\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \quad (4)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_0$  为参考应变率。

在这种情况下，式(3)变成另一种形式，如式(5)所示。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_0) = \sigma_0(\dot{\varepsilon}_0) \times g_1\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + h(\varepsilon, \dot{\varepsilon}_0) \times g_2\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \quad (5)$$

为描述应变速率对流动应力的影响，研究者提出了不同形式的  $g(\dot{\varepsilon})$ 。以下几节将对这些不同的形式进行分析，并对 DDQ195 的拉伸试验数据进行拟合，以检验模型的适用性。

本文使用的数据拟合工具为 KaleidaGraph 软件，该软件使用最小二乘法非线性曲线拟合来分析

数据,内嵌了 100 多个方程,用户也可以自定义方程。灵活的数据输入方式包括从其他应用程序粘贴数据,直接打开 Microsoft Excel 文件或导入各种文本文件,使用平滑曲线拟合来改善数据的表现,轻松导出曲线拟合结果以供进一步分析。

## 2.1 幂律模型

幂律模型可以描述为:

$$g(\dot{\varepsilon}) = (\dot{\varepsilon})^m \quad (6)$$

式中:  $m$  为应变率灵敏度参数。

为确定  $m$  的值,在不同应变速率下进行拉伸试验,在任意应变点由式(1)和式(6)导出式(7)。

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_j} = \frac{g(\dot{\varepsilon}_i)}{g(\dot{\varepsilon}_j)} = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_j} \right)^m \quad (7)$$

DDQ195 在 4 种应变速率下进行了试验:  $\dot{\varepsilon}_1 = 0.0001 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\varepsilon}_2 = 0.001 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\varepsilon}_3 = 0.01 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\varepsilon}_4 = 0.1 \text{ s}^{-1}$ 。式(7)中  $m$  的值有闭式解,但是不同应变下的  $m$  值存在显著差异。因此,本文决定通过分段拟合相邻两条应力-应变曲线,即 3 组应变率分别为 (0.0001, 0.001)、(0.001, 0.01) 和 (0.01, 0.1), 选取低应变区间 (1%~10%)、中应变区间 (11%~20%) 和高应变区间 (21%~30%) 的数据来识别  $m$  值,在整个应变区间也进行曲线拟合以便比较。DDQ195 幂律模型应变率灵敏度参数的最佳拟合值见表 1。

表 1 幂律模型中应变率敏感性参数值

$(\dot{\varepsilon}_i, \dot{\varepsilon}_j)$	低应变	中应变	高应变	全应变
(0.0001, 0.001)	0.010 18	0.010 18	0.010 18	0.010 18
(0.001, 0.01)	0.019 91	0.016 33	0.012 70	0.015 83
(0.01, 0.1)	0.023 80	0.016 28	0.011 85	0.016 48

表 1 中  $m$  的分段拟合值显示出有趣的趋势。除  $0.0001 \sim 0.001 \text{ s}^{-1}$  的低应变率外,应变率敏感性随应变率升高而升高,随应变率降低而降低。这些值太分散,很难得到合理的平均值。由于  $m$  值在应变和应变速率上的非唯一性,使幂律模型在伺服冲压仿真中显得繁琐或不可行。

当采用幂律模型对整个应力-应变曲线进行缩放时,即将式(1)和式(6)合并,  $f(\varepsilon)$  则表示应变速率为  $1.0 \text{ s}^{-1}$  时的应力-应变曲线。应变速率为  $1.0 \text{ s}^{-1}$

的拉伸试验很难在常规实验室进行,通常可用的设备是最高速度为  $500 \text{ mm/min}$  的通用试验机,使用这种设备和最小规长为  $25 \text{ mm}$  的标准狗骨试样,只能达到  $0.3 \text{ s}^{-1}$  的应变速率。

式(1)中的  $f(\varepsilon)$  应该与速率无关,数学上可由式(8)计算。

$$f(\varepsilon) = \frac{\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}{g(\dot{\varepsilon})} \quad (8)$$

根据幂律模型计算出的与速率无关的应力-应变曲线如图 3 所示。由图可知,曲线随应变速率而变化,而理论上应该唯一。尝试选取所有应变率的平均  $m$  值来计算与应变率无关的应力-应变曲线,结果也非唯一。因此,绝对应变率的幂律模型是不适用的。

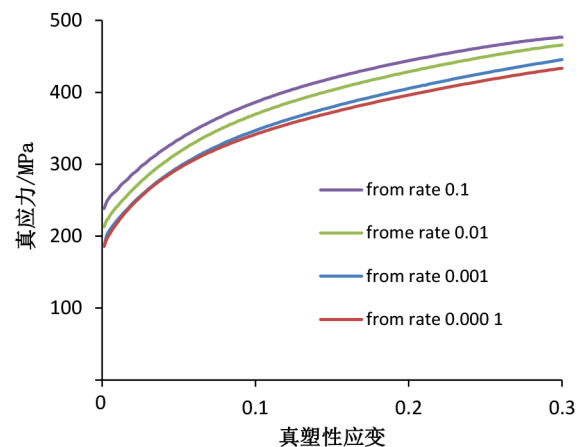


图 3 根据幂律模型计算出的与速率无关的应力-应变曲线

以相对应变率表示的幂律模型的另一种形式可以描述为:

$$g\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^m \quad (9)$$

式中:  $\dot{\varepsilon}_0$  为参考应变率。

此处,  $\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_1 = 0.0001 \text{ s}^{-1}$ , 因此有:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_1} = g\left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_1}\right) = \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_1}\right)^m \quad (i = 2, 3, 4) \quad (10)$$

将式(10)拟合至整个应变范围内的应变-应力曲线,得到应变率敏感性参数  $m$  值,即应变率为  $0.001$ 、 $0.01$  和  $0.1 \text{ s}^{-1}$  时对应的  $m$  值分别为  $0.01020$ 、 $0.01301$  和  $0.01416$ 。将识别的  $m$  值代入式(4)和式(9)计算得到拟合的应力-应变曲线,与实测的应力-应变曲线一同绘制在图 4 中,进行对比分析。

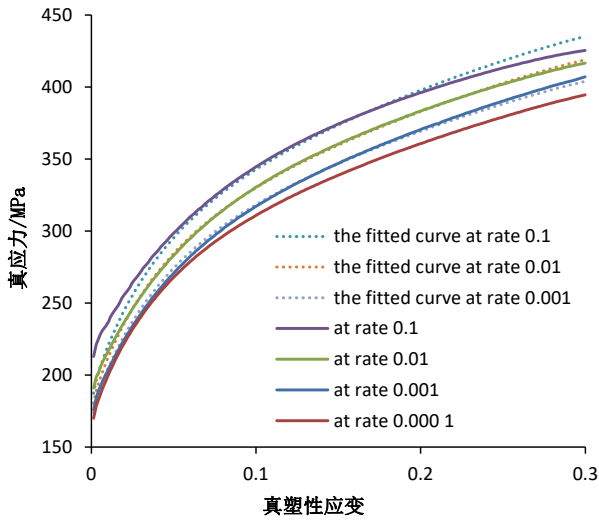


图 4 用幂律模型缩放整个流动曲线的拟合曲线（虚线）和实测曲线（实线）

对比发现，初始屈服附近的拟合曲线明显低于实测曲线。实测曲线的形状和趋势表明 DDQ195 属于图 2 中的 a 类，即应变速率主要影响初始屈服应力，因此，只需要对初始屈服应力进行标度。即式 (3) 或式 (5) 中的函数  $g_2=1$ 。由式 (5) 得到的修正式为：

$$\sigma_i = (\sigma_1 - \sigma_{y1}) + g \left( \frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_1} \right) \times \sigma_{y1}, \quad (i = 2, 3, 4) \quad (11)$$

式中： $h(\varepsilon, \dot{\varepsilon}_0) = (\sigma_1 - \sigma_{y1})$  为应变硬化应力， $\sigma_{y1} = 170 \text{ MPa}$ ，为参考应变速率为  $0.0001 \text{ s}^{-1}$  时的初始屈服应力。

通过拟合方程 (11) 可以得到应变率敏感性参数  $m$  的值，即应变率为  $0.001$ 、 $0.01$  和  $0.1 \text{ s}^{-1}$  对应的  $m$  值分别为  $0.01841$ 、 $0.02409$  和  $0.02634$ 。利用式 (4) 和式 (9) 计算得到的应力-应变曲线如图 5 所示。与实测曲线进行对比，拟合曲线与实测曲线吻合较好，然而在应用该模型进行仿真时，不同应变率下需要不同的  $m$  值，这导致有限元软件实现起来较繁琐。

### 2.2 线性幂律模型

与幂律模型相比，线性幂律模型的指数中增加了一个与应变速率相关的项，如式 (12) 所示。

$$g(\dot{\varepsilon}) = \dot{\varepsilon}^{(m_1 + m_2 \cdot \ln \dot{\varepsilon})} \quad (12)$$

结合式 (1) 和式 (12) 可得：

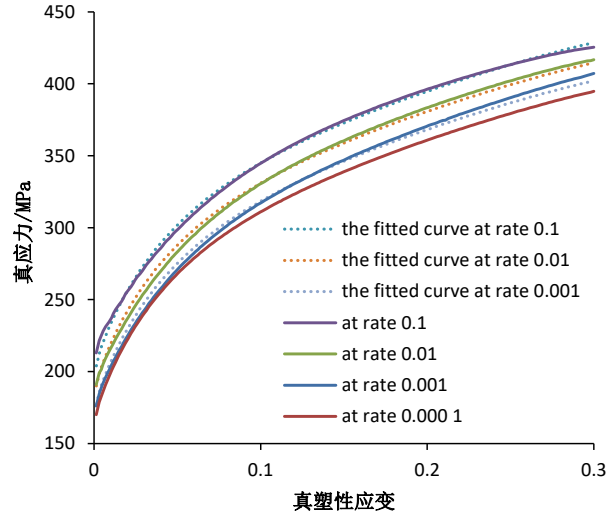


图 5 用幂律模型缩放初始屈服应力的拟合曲线（虚线）和实测曲线（实线）

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_j} = \frac{\dot{\varepsilon}_i^{(m_1 + m_2 \ln \dot{\varepsilon}_i)}}{\dot{\varepsilon}_j^{(m_1 + m_2 \ln \dot{\varepsilon}_j)}}, \quad (i, j) = (2, 1), (3, 2), (4, 3) \quad (13)$$

将式 (13) 拟合至实测应力-应变曲线，得到应变率敏感性参数  $m_1$  和  $m_2$  的值，见表 2。这些数值随应变和应变速率的变化而变化，没有明显趋势。

表 2 线性幂律模型中应变率敏感性参数值

$(\dot{\varepsilon}_i, \dot{\varepsilon}_j)$	低应变区间	中应变区间	高应变区间	全应变区间
(0.0001, 0.001)	$m_1=0.06314$ $m_2=0.00328$	$m_1=0.06314$ $m_2=0.00328$	$m_1=0.06314$ $m_2=0.00328$	$m_1=0.06314$ $m_2=0.00328$
(0.001, 0.01)	$m_1=0.04146$ $m_2=0.00187$	$m_1=0.02892$ $m_2=0.00109$	$m_1=0.03210$ $m_2=0.00168$	$m_1=0.03866$ $m_2=0.00198$
(0.01, 0.1)	$m_1=0.04380$ $m_2=0.00289$	$m_1=0.03656$ $m_2=0.00294$	$m_1=0.03435$ $m_2=0.00326$	$m_1=0.04014$ $m_2=0.00342$

利用识别的参数值，由式 (8) 和式 (12) 计算出数学上与速率无关的应力-应变曲线，如图 6 所示。与使用绝对应变率的幂律模型的结果相似，线性幂律模型的速率无关应力-应变曲线也随应变率而变化，因此也不适用。

同样，也可以采用该模型的另一形式，如式 (14) 所示。

$$g\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{m_1 + m_2 \ln \dot{\varepsilon}} \quad (14)$$

其中， $\dot{\varepsilon}_0$  是参考应变率，此处， $\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_1 = 0.0001 \text{ s}^{-1}$ ，可得：

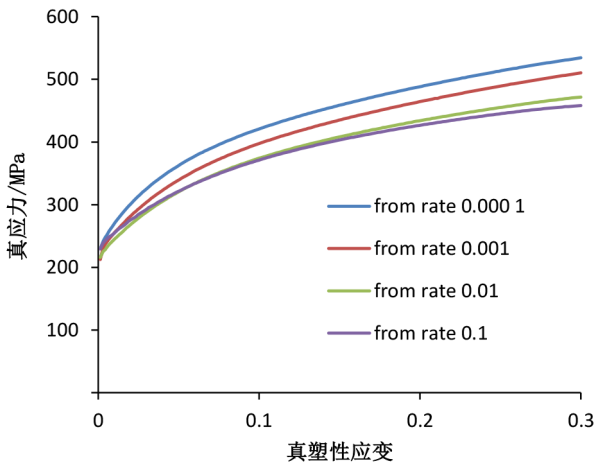


图6 根据线性幂律模型计算出的与速率无关的应力-应变曲线

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_1} = g\left(\frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_1}\right) = \left(\frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_1}\right)^{m_1 + m_2 \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_1}\right)}, \quad (i = 2, 3, 4) \quad (15)$$

应用式(15)对实测应力-应变曲线进行拟合, 得到所有应变率的单一参数值, 即  $m_1 = 0.008\ 07$ 、 $m_2 = 0.001\ 03$ 。利用识别的参数值计算得到拟合应力-应变曲线, 与实测曲线一同绘制在图7中。

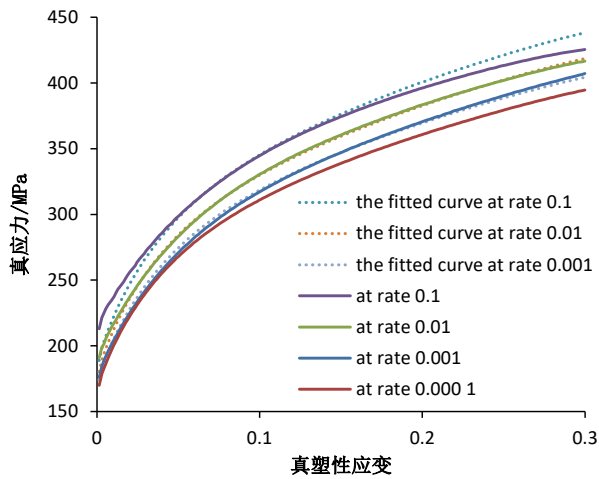


图7 用线性幂律模型缩放整个流动曲线的拟合曲线(虚线)和实测曲线(实线)

与图4的结果相似, 拟合曲线与实测曲线不太吻合, 尤其是在低应变区间, 因为a类应变率效应下只需对初始屈服应力进行缩放, 而这里对整个流变应力曲线进行了缩放。

为了将4种应变速率下的应力-应变曲线合在一起拟合, 将式(11)进一步推导为式(16), 通过式

(17)进行变量转换有助于将3组数据合并为1组。

$$\frac{\sigma_i - \sigma_1}{\sigma_{y1}} = g\left(\frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_1}\right) - 1, \quad (i = 2, 3, 4) \quad (16)$$

$$y = \frac{\sigma_i - \sigma_1}{\sigma_{y1}}, \quad x = \frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_1}, \quad (i = 2, 3, 4) \quad (17)$$

由式(16)和式(17)可以得到1组参数值, 即  $m_1 = 0.016\ 99$ 、 $m_2 = 0.001\ 38$ 。根据式(14)中  $m_1$  和  $m_2$  的辨识值, 可由式(5)计算出应变-应力曲线, 并将其与实测曲线绘制在图8中进行对比, 观察到拟合曲线与测试曲线高度吻合。

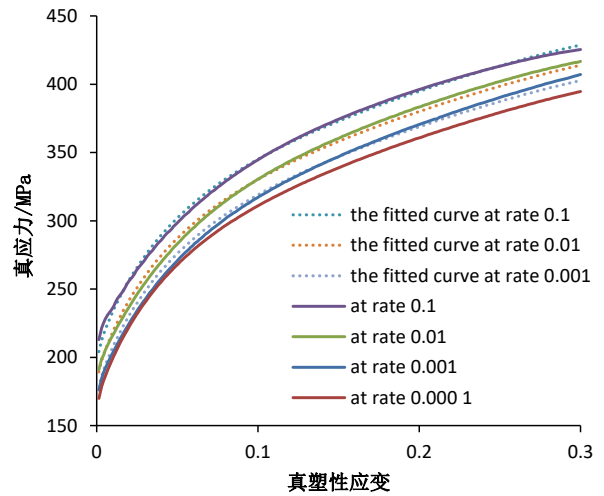


图8 用线性幂律模型缩放初始屈服应力的拟合曲线(虚线)和实测曲线(实线)

文献[14]给出了式(6)中的硬化函数  $h(\epsilon)$  的参数识别方法, 并且提供了DDQ195的相关参数值。DDQ195含应变率的应力-应变曲线可以用式(18)显式表达, 其在有限元程序中的实现很简单。

$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) = 278.6\epsilon + 154.1\left(1 - e^{-9.096\epsilon^{0.8343}}\right) + 170\left(\frac{\dot{\epsilon}}{10^{-4}}\right)^{0.01699 + 0.00138 \ln \dot{\epsilon}} \quad (18)$$

### 2.3 Johnson-Cook 模型

Johnson-Cook模型可表达为:

$$g\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) = 1 + m \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) \quad (19)$$

按照前几节介绍的方法, 将初始屈服应力按式(19)进行缩放, 通过曲线拟合确定应变率灵敏性参数  $m$  的取值。应变速率为  $0.001$ 、 $0.01$  和  $0.1\ s^{-1}$  对应的参数值分别为  $0.018\ 80$ 、 $0.025\ 48$  和  $0.028\ 89$ 。计

算得到的应力-应变曲线与实测结果基本一致, 如图 9 所示。

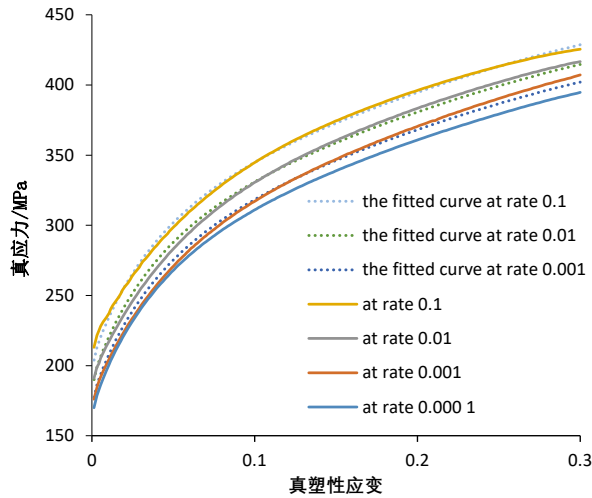


图 9 用 Johnson-Cook 模型缩放初始屈服应力的拟合曲线 (虚线) 和实测曲线 (实线)

Johnson-Cook 模型的灵敏性参数值随应变率而变化, 这导致其在有限元程序中的实现不简单。在伺服冲压过程中, 成形材料的应变率随模具的行程而变化, 局部应变率也普遍不同, 需要有一套适用于所有应变率的参数。因此, 有研究者提出了一种修正的 Johnson-Cook 模型, 在模型中加入了一个二次项, 如式(20)所示。

$$g\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = 1 + m_1 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + m_2 \left(\ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^2 \quad (20)$$

利用式(20)对应变率为 0.000 1、0.001、0.01 和 0.1 s<sup>-1</sup> 的 4 条应力-应变曲线进行集体拟合, 得到一组  $m_1$  和  $m_2$ , 即  $m_1 = 0.015\ 90$ 、 $m_2 = 0.001\ 89$ 。计算得到的应力-应变曲线与实测数据吻合较好, 如图 10 所示。

将式(1)、(5)、(20)与识别出的参数结合, 可以得到 DDQ 钢含应变率的应力-应变曲线的另一种显式表达式(21), 它在有限元程序中的实现也很简单。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 278.6\varepsilon + 154.1(1 - e^{-9.096\varepsilon^{0.8343}}) + 170\left(1 + 0.015\ 90 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{10^{-4}} + 0.001\ 89 \left(\ln \frac{\dot{\varepsilon}}{10^{-4}}\right)^2\right) \quad (21)$$

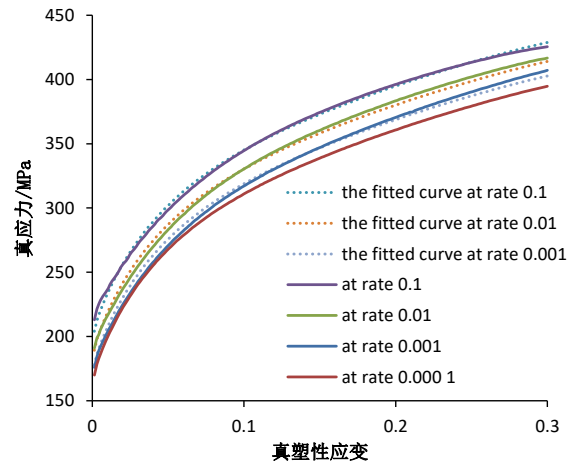


图 10 用 Johnson-Cook 修正模型缩放初始屈服应力的拟合曲线 (虚线) 和实测曲线 (实线)

### 2.4 Cowper-Symonds 模型

The Cowper-Symonds 模型可表达为:

$$g(\dot{\varepsilon}) = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{m_1}\right)^{\frac{1}{m_2}} \quad (22)$$

结合式(1)和式(22)可得:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_j} = \frac{g(\dot{\varepsilon}_i)}{g(\dot{\varepsilon}_j)} = \frac{1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{m_1}\right)^{\frac{1}{m_2}}}{1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_j}{m_1}\right)^{\frac{1}{m_2}}}$$

$$(i, j) = (2, 1), (3, 2), (4, 3) \quad (23)$$

通过拟合式(23)得到  $m_1$  和  $m_2$  的值, 见表 3。由表可知, 应变率灵敏性随应变和应变率的变化而变化。

表 3 Cowper-Symonds 模型应变率敏感性参数值

$(\dot{\varepsilon}_i, \dot{\varepsilon}_j)$	低应变区间	中应变区间	高应变区间	全应变区间
(0.000 1, 0.001)	$m_1=0.624\ 0$ $m_2=0.190\ 6$	$m_1=0.624\ 0$ $m_2=0.190\ 6$	$m_1=0.624\ 0$ $m_2=0.190\ 6$	$m_1=0.624\ 0$ $m_2=0.190\ 6$
(0.001, 0.01)	$m_1=0.060\ 9$ $m_2=0.594\ 8$	$m_1=0.064\ 5$ $m_2=0.574\ 5$	$m_1=0.068\ 9$ $m_2=0.550\ 9$	$m_1=0.055\ 3$ $m_2=0.521\ 4$
(0.01, 0.1)	$m_1=0.186\ 9$ $m_2=0.021\ 7$	$m_1=0.195\ 9$ $m_2=0.205\ 9$	$m_1=0.202\ 4$ $m_2=0.196\ 5$	$m_1=0.248\ 6$ $m_2=0.280\ 0$

由式(8)计算得到的不同应变率下与速率无关的应力-应变曲线, 如图 11 所示。速率无关曲线的多重性表明该方法不可行。因此, 应采用相对应变率式(5), 根据前几节的结果, 只需要缩放初始屈服应力。

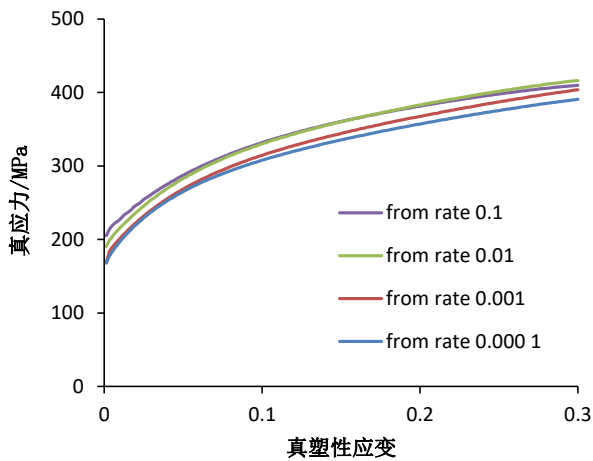


图 11 根据 Cowper-Symonds 模型计算出的速率无关应力-应变曲线

在采用 Cowper-Symonds 模型时, 低应变率下 (本研究为  $0.0001 \text{ s}^{-1}$ ) 的参考应力-应变曲线通常被称为静态应力-应变曲线, 忽略了应变率效应。因此, 可以推导出一个简化形式, 如式(24)所示。

$$g\left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_1}\right) = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{m_1}\right)^{\frac{1}{m_2}}, \quad (i = 2, 3, 4)。 \quad (24)$$

再次使用式(16)和式(17)来合并 3 组数据, 对合并数据进行曲线拟合, 得到式(24)中  $m_1$  和  $m_2$  的单一集合, 即  $m_1=27.59$ 、 $m_2=3.521$ 。计算得到的应力-应变曲线与实测结果吻合较好, 如图 12 所示。

与式(18)和式(21)类似, 式(25)以 Cowper-Symonds 模型表达的含应变率的应力-应变曲线在有限元程序中的实现也很简单。

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 278.6\varepsilon + 154.1(1 - e^{-9.096\varepsilon^{0.8343}}) + 170\left(1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{27.59}\right)^{\frac{1}{3.521}}\right)。 \quad (25)$$

### 3 讨论

线性幂律模型、修正的 Johnson-Cook 模型和相

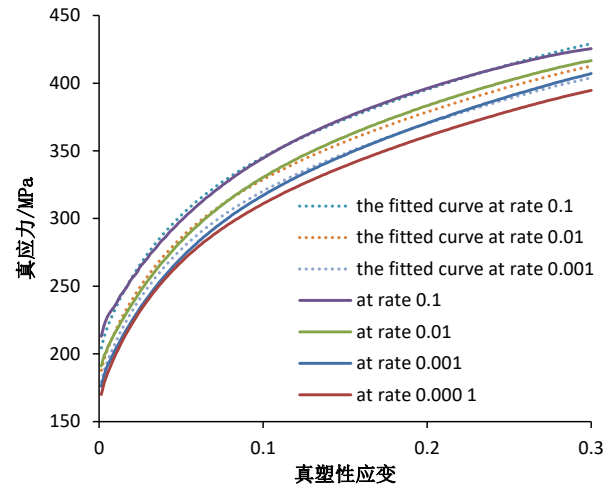


图 12 用 Cowper-Symonds 模型缩放初始屈服应力的拟合曲线 (虚线) 和实测曲线 (实线)

对应变率形式的 Cowper-Symonds 模型, 即式(14)、(20)、(24), 能较好地预测速率相关的应力-应变曲线, 如图 8、10、12 所示。这些模型中参数值的唯一性使它们在有限元程序中实现起来很简单。式(18)、(21)、(25)给出了 DDQ195 的速率相关应力-应变曲线的显式表达式。

如何量化这些模型的预测精度是很有意义的。采用式(26)计算应变率为 0.001、0.01 和  $0.1 \text{ s}^{-1}$  的实测应力-应变曲线与使用线性幂律模型、Johnson-Cook 修正模型和参考应变率为  $0.0001 \text{ s}^{-1}$  的 Cowper-Symonds 模型的拟合曲线之间的误差。

$$\text{Error}(\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\sigma_{\text{exp}}^i - \sigma_{\text{model}}^i}{\sigma_{\text{exp}}^i} \right| \times 100\%。 \quad (26)$$

表 4 所示的误差百分比表明, 在描述 DDQ195 的应变率效应时, 3 种模型都具有很高的准确性。最准确的模型是修正的 Johnson-Cook 模型, 其次是线性幂律模型和 Cowper-Symonds 模型。

### 4 结论

在室温下, 应变速率低于  $1.0 \text{ s}^{-1}$  时, DDQ 和

表 4 不同模型预测应力-应变曲线的误差百分比

	应变率 $0.001 \text{ s}^{-1}/\%$	应变率 $0.01 \text{ s}^{-1}/\%$	应变率 $0.1 \text{ s}^{-1}/\%$	平均值/ $\%$
Power-Law (linear)	0.909 7	0.839 1	0.533 8	0.760 9
Johnson-Cook (mod)	0.902 9	0.835 9	0.533 7	0.757 5
Cowper-Symonds	1.038 7	0.945 2	0.539 6	0.841 2

HSLA 钢表现出正的应变率效应, 而 AL6061 铝合金对应变速率不敏感。DDQ 钢的应变率效应属于只需要缩放初始屈服应力的类型。相对速率形式下的应变率模型优于绝对速率形式下的模型, 因为由绝对应变率形式计算出的与速率无关的应力-应变曲线并不唯一。幂律模型、Johnson-Cook 模型等单参数速率依赖模型的参数值随应变率变化, 在有限元程序中实现较繁琐, 不适用于伺服冲压仿

真。线性幂律模型、Johnson-Cook 修正模型和 Cowper-Symonds 模型等两参数速率相关模型各只需 1 组参数值即可高精度拟合本研究中所有应变率下的数据, 在有限元程序中的实现简单直接, 是伺服冲压仿真的优选模型。双参数模型预测的应力-应变曲线与 DDQ 钢实测数据的百分比误差小于 1.0%。最准确的模型是修正的 Johnson-Cook 模型, 其次是线性幂律模型和 Cowper-Symonds 模型。

## 参考文献 (References)

- [1] MATSUMOTO R, JEON J Y, UTSUNOMIYA H. Shape Accuracy in the Forming of Deep Holes with Retreat and Advance Pulse Ram Motion on a Servo Press [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2013, 213 (5) : 770-778.
- [2] KRIECHENBAUER S, MAUERMANN R, MULLER P. Deep Drawing with Superimposed Low-Frequency Vibrations on Servo-Screw Presses [C]//11th International Conference on Technology of Plasticity (ICTP 2014), Oct. 19-24, 2014, Nagoya, Japan. Piscataway NJ: IEEE, c2014:905-913.
- [3] MAJIDI O, LEE M G, BARLAT F. U-Draw Bending of DP780 in Non-Conventional Drawing Mode Using Direct-Drive Digital Servo-Press [C]//11th International Conference on Technology of Plasticity (ICTP 2014), Oct. 19-24, 2014, Nagoya, Japan. Piscataway NJ: IEEE, c2014:987-992.
- [4] XU Yong, ZHANG Shihong, CHENG Ming, et al. Application of Pulsating Hydroforming in Manufacture of Engine Cradle of Austenitic Stainless Steel [C]//11th International Conference on Technology of Plasticity (ICTP 2014), Oct. 19-24, 2014, Nagoya, Japan. Piscataway NJ: IEEE, c2014:2205-2210.
- [5] LIM H, LEE M G, SUNG J H, et al. Time-Dependent Springback of Advanced High Strength Steels [J]. *International Journal of Plasticity*, 2012, 29:42-59.
- [6] ZENER C, HOLLomon J H. Effect of Strain Rate Upon Plastic Flow of Steel [J]. *Journal of Applied Physics*, 1944, 15:22-32.
- [7] COWPER G R, SYMONDS P S. Strain Hardening and Strain Rate Effect in the Impact Loading of Cantilever Beams [J]. *Small Business Economics*, 1957, 31 (3) : 235-263.
- [8] WAGONER R H. A New Description of Strain-Rate Sensitivity [J]. *Scripta Metallurgica*, 1981, 15(10) : 1135-1137.
- [9] JOHNSON G R, COOK W H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain-Rates and High Temperatures [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1983, 21:541-548.
- [10] SUNG J H, KIM J H, WAGONER R H. A Plastic Constitutive Equation Incorporating Strain, Strain-Rate, and Temperature [J]. *International Journal of Plasticity*, 2010, 26(12):1746-1771.
- [11] RAHMAAN T, BARDELICK A, IMBERT J, et al. Effect of Strain Rate on Flow Stress and Anisotropy of DP600, TRIP780, and AA5182-O Sheet Metal Alloys [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 88:72-90.
- [12] PAUL S K. Predicting the Flow Behavior of Metals Under Different Strain Rate and Temperature Through Phenomenological Modeling [J]. *Computational Materials Science*, 2012, 65:91-99.
- [13] GAMBIRASIO L, RIZZI E. An Enhanced Johnson-Cook Strength Model for Splitting Strain Rate and Temperature Effects on Lower Yield Stress and Plastic Flow [J]. *Computational Materials Science*, 2016, 113:231-265.
- [14] ZHAO Kunmin, WANG Limin, CHANG Ying, et al. Identification of Post-Necking Stress-Strain Curve for Sheet Metals by Inverse Method [J]. *Mechanics of Materials*, 2016, 92:107-118.
- [15] 方伍梅. 伺服工艺对板料成形性影响的研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2018.  
FANG Wumei. Study on the Influence of Servo Technology on Sheet Metal Formability [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018. (in Chinese)
- [16] 王涛. 伺服冲压下板料回弹研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2018.  
WANG Tao. Study on Sheet Springback Under Servo Stamping [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018. (in Chinese)

- [17] 戴定国. 高强铝合金车身构件伺服热冲压工艺与性能调控[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.  
DAI Dingguo. Servo Hot Stamping Process and Property Regulation of High Strength Aluminum Alloy Automotive Parts[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018. (in Chinese)
- [18] 王燕齐. 6061 铝合金板材冲压性能与伺服成形工艺研究[D]. 广州: 广东工业大学, 2019.  
WANG Yanqi. 6061 Aluminum Alloy Plate Stamping Performance and Servo Forming Process Research[D]. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2019. (in Chinese)
- [19] 刘红武, 李彦波. 伺服冲压成型数值模拟解决方案研究[J]. 内燃机与配件, 2019(15): 119-121.  
LIU Hongwu, LI Yanbo. Research on Numerical Simulation Solution of Servo Press Molding[J]. Internal Combustion Engine and Parts, 2019(15): 119-121. (in Chinese)
- [20] 陶冶, 刘杨胜, 杨洪涛, 等. 汽车车身制造伺服冲压技术[C]//2020 年未来汽车技术大会暨重庆汽车行业第 33 届年会论文集. 重庆, 2020: 183-187.  
TAO Ye, LIU Yangsheng, YANG Hongtao, et al. Servo Stamping Technology for Automobile Body Manufacturing [C]//Proceedings of the 2020 Future Automotive Technology Conference and the 33rd Annual Meeting of Chongqing Automotive Industry. Chongqing, 2020: 183-187. (in Chinese)
- [21] 宋燕利, 刘煜键, 方志凌, 等. 超高强钢构件热冲压成形技术与应用[J]. 机械工程学报, 2023, 59(20): 154-178.  
SONG Yanli, LIU Yujian, FANG Zhiling, et al. Hot Stamping Technology and Application of Ultra-High Strength Steel Components [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 154-178. (in Chinese)
- [22] 刘健, 丁明明, 沈铨, 等. 基于伺服压力机的波纹板冲压成形工艺与回弹研究[J]. 锻压技术, 2023, 48(12): 57-62.  
LIU Jian, DING Mingming, SHEN Cheng, et al. Research on Stamping Process and Springback for Corrugated Plate Based on Servo Press [J]. Forging & Stamping Technology, 2023, 48(12): 57-62. (in Chinese)

#### 作者简介



戴大力 (1969-), 男, 河北丰润人, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为新能源汽车整车开发。

E-mail: daidali@hozonauto.com

#### 通信作者



赵坤民 (1971-), 男, 辽宁大连人, 博士, 教授级高级工程师, 主要研究方向为车身设计与先进制造。

E-mail: zhaokunmin@hozonauto.com