

基于随机森林的非线性车辆模型构建与高精度 轨迹跟踪控制研究

龙尧成¹, 孙文^{1,2}, 张忠³, 何永¹, 刘桂均¹

(1. 常州工学院汽车工程学院, 江苏, 常州 213032; 2. 吉林大学汽车底盘集成与仿生全国重点实验室, 长春 130025;
3. 中汽研(天津)汽车工程研究院有限公司, 天津 300300)

摘要: 针对传统控制方案描述的车辆动力学特性精度有限, 对预期状态的高精确跟踪难以实现, 介绍了一种数据驱动
的模型预测路径跟踪控制方法。基于随机森林方法构建了车辆状态参数观测器, 并通过该观测器剖析了车辆动力学非线性
映射关系以优化控制器的底层数学模型, 以减少外部环境和车辆自身机械结构扰动对控制性能的不利影响。根据模型
预测控制机理, 结合车辆动力学映射关系构建整车状态空间方程, 分析了车辆状态在局部范围内的线性变化规律, 并以
最优四轮附着利用率为目标, 设计计算最优方向盘转角与四轮驱动力的二次规划代价函数。仿真结果表明, 所提出的控
制方案能在扰动存在的情况下避免过大的车身状态波动, 并且在无扰动的行驶路段中也能保持较低的轮胎附着利用率,
实现安全、稳定的高精度跟踪。

关键词: 机器学习; 非线性映射; 高精度跟踪控制; 模型预测控制; 自动驾驶

中图分类号: U463.5 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2025.02.08

Research on Nonlinear Vehicle Model Construction and High- Precision Trajectory Tracking Control Based on Random Forest

LONG Yaocheng¹, SUN Wen^{1,2}, ZHANG Zhong³, HE Yong¹, LIU Guijun¹

(1. College of Automotive Engineering, Changzhou Institute of Technology, Changzhou 213032, Jiangsu, China;
2. National Key Laboratory of Automotive Chassis Integration and Bionics, Jilin University, Changchun 130025, China;
3. CARTARC (Tianjin) Automotive Engineering Research Institute Co., Ltd., Tianjin 300300, China)

Abstract: In view of the limited accuracy of vehicle dynamics described by traditional control schemes, it is
difficult to achieve high precision tracking of the expected state. Therefore, a data-driven model predictive
control method for path tracking is introduced. Firstly, a vehicle state parameter observer was constructed
using the random forest method. Based on this observer, the nonlinear mapping relationship of vehicle

收稿日期: 2023-12-28 改稿日期: 2024-03-10 网络首发日期: 2024-06-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(62273061, 52272365); 吉林省中青年科技创新创业卓越人才(团队)项目(创
新类)(20230508050RC); 吉林省自然科学基金项目(20220101200JC); 江苏省高等学校基础科学(自然科学)研
究重大项目(22KJA580001, 21KJA130001); 江苏省高等学校基础科学(自然科学)研究面上项目
(22KJB580001); 常州市科技计划项目(CZ2022030)

参考文献引用格式:

龙尧成, 孙文, 张忠, 等. 基于随机森林的非线性车辆模型构建与高精度轨迹跟踪控制研究[J]. 汽车工程学报, 2025, 15(2):
197-210.

LONG Yaocheng, SUN Wen, ZHANG Zhong, et al. Research on Nonlinear Vehicle Model Construction and High-Precision
Trajectory Tracking Control Based on Random Forest[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2025, 15(2): 197-210. (in
Chinese)



dynamics was analyzed to optimize the controller's underlying mathematical model, thereby reducing the adverse effects of external environmental and mechanical structural disturbances on control performance. Secondly, according to the model predictive control mechanism and vehicle dynamics mapping relationship, the vehicle state space equation was constructed. The linear pattern of vehicle state changes within the local range was analyzed. The quadratic programming cost function for optimizing the steering wheel angle and four-wheel driving force was designed and calculated, aiming to achieve the optimal utilization rate of four-wheel adhesion. Finally, the simulation results show that the proposed control scheme can prevent excessive fluctuations in vehicle body state in the presence of disturbances, and it also maintains a low utilization rate of tire adhesion on undisturbed road sections, achieving safe, stable and high-precision tracking.

Keywords: machine learning; nonlinear mapping; high precision tracking control; model predictive control; autonomous driving

随着网联技术、智能技术的发展,智能汽车在交通规划^[1]、运输便捷^[2]、节能减排^[3]等方面为社会带来了正向影响。伴随着智能驾驶功能的普及,其为车辆在行驶过程中的横向稳定性、纵向车辆跟随能力都带来了便利^[4]。轨迹规划和底盘域控制作为智能驾驶中的核心功能已经具备了一定的研究基础,并在实车上装配^[5-6]。理想的规划轨迹可以保障车辆的横纵向风险可控^[5],但由于底盘系统的高度非线性和道路状态的随机性,精准的底盘跟随控制面临挑战^[7-8]。因此,提高智能底盘的控制精度以及跟随控制效果将成为保障车辆安全性和提升驾驶体验的核心技术。

为了在智能汽车跟随控制方面保证车辆的控制精度以及跟随控制效果,具有高鲁棒性和高环境适应能力的算法成为研究重点。PID成本低廉且效果显著^[9],保证了控制实时性。尽管PID的稳定裕度不小,但是动态系统对PID增益的变化十分敏感,易陷入局部最优解。LQR以最小的误差性能指标和最小的能耗指标实现最佳的控制效果^[10],能有效地适用于车辆控制系统,满足大部分控制需求,但是LQR在预测区间内的非渐进性能表现突出。MPC与LQR相似,MPC通过在线时域滚动优化和反馈修正方法确定控制系统的当前最优值。MPC具有较好的实时性、稳定性和鲁棒性^[11],表现出稳定的渐进特性,能考虑运动学约束,被广泛应用于自动驾驶的轨迹跟踪控制中。但是由于车辆系统内

部参数与驾驶环境的不确定性始终存在^[12],普通MPC仍不足以处理模型误差和传感器噪声等内部状态观测误差带来的系统扰动^[13]。模型误差不匹配、传感器噪声、通信延迟和未知环境等引起的外部不确定干扰对车辆模型的约束控制及预测区间的渐进性能提出了很大的挑战。

为了修正状态预测与真实状态的差异对结果的影响,Min-max MPC, tube-based MPC等鲁棒MPC方法被提出^[14]。平续斌等^[15]设计了一种基于准最小最大鲁棒优化的动态输出反馈鲁棒模型预测控制方法。经试验验证,该方案在确保优化控制问题递归可行性的基础上提升了控制性能,降低了优化控制问题求解在线计算量。HANG Peng等^[16]基于tube MPC设计自动驾驶汽车行驶极限性能的控制框架,经多次HIL仿真验证,证明了tube MPC对干扰和不确定性具有较强的鲁棒性。上述方案通过修改MPC控制器内部约束的方式平衡车辆内外部扰动并且获得了不错的跟踪效果,但是仍未从根源上消除扰动信息,无法实现真实预期路径的精准底盘跟随控制。

为了从根本上解决状态观测误差对控制精度造成的负面影响,部分学者提出了一种从状态方程建立的角度出发,实现车辆动力学非线性映射关系精确剖析的跟踪控制方案^[17]。LIU Wenjun等^[18]采用高斯过程回归方法来获取理想车辆模型与真实车辆动力学之间未被发现的差异,从而得到更精确的模

型，基于该模型构建的 MPC 对不同场景具有较强的适应性。李保珠等^[19]提出一种基于航迹矢量分级聚类的雷达与 ESM 航迹抗差关联算法，试验结果表明，所提算法在不同系统误差、目标分布密度、检测概率等环境下具有较好的关联效果和鲁棒性。LEE 等^[20]将 NMPC 方法训练为基于 DNN 的控制器，避免了对车辆控制进行复杂的数值优化，从而减少了计算负荷。但 DNN 模型随着网络层数的增加，可能会导致最终结果偏离全局最优解。同时，高斯过程回归方案要求观测数据满足多变量联合高斯分布，且其预测分布也满足高斯型^[21]。但是运动车辆作为一种高度非线性模型，其状态量变化规律十分复杂，上述数据驱动模型无法精准表示车辆的非线性特性。

随机森林作为一种基于决策树集成的方法，能

处理高维特征数据，对观测数据与预测数据都具有很好的容忍度。以随机森林为基础，构建状态观测器，将是解决车辆这一高度非线性系统的映射关系剖析问题的有力工具。

因此，本文基于随机森林提出一种具有高精度底层数据观测功能的路径跟踪 MPC 控制方案，用于在系统扰动始终存在的情况下辅助车辆完成高精度循迹控制。首先，基于随机森林构建车辆动力学状态观测器，实现车辆状态参数高精度预测。其次，在提出的 MPC 控制器中，引入车辆状态参数高精度观测器，根据得到的非线性映射关系构建新的状态空间方程、预测空间，从而使该 MPC 在高精度循迹跟踪中发挥作用。最后，通过仿真对比试验验证其相较于基础数学模型带来的控制效果提升。研究框架如图 1 所示。

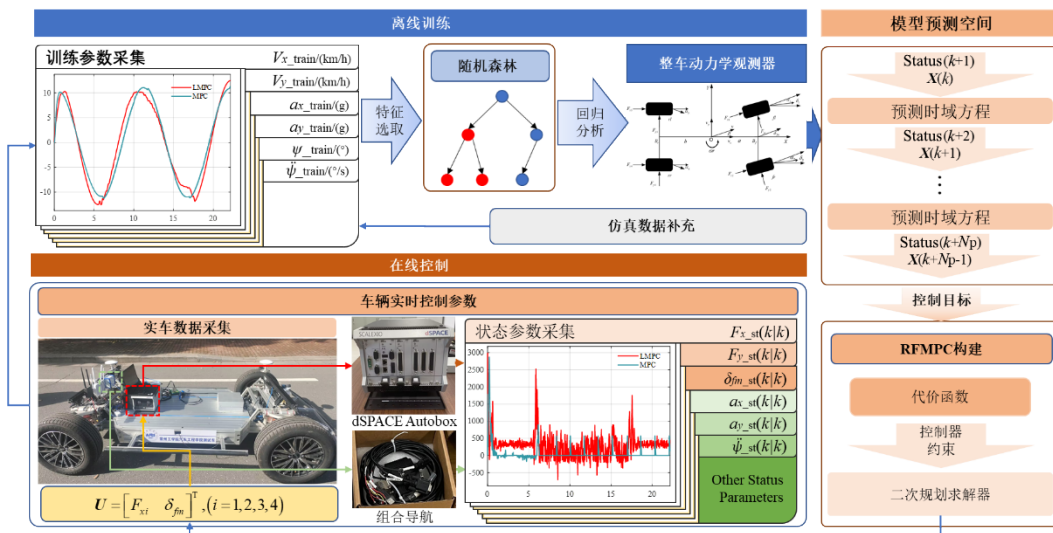


图 1 研究框架

1 基于随机森林回归算法构建观测器

控制器构建过程分为离线训练与在线实现。在离线训练中，需要选取合适的训练数据并基于随机森林方法训练观测器。因此，本节首先介绍了随机森林算法。其次，结合随机森林的数据处理特性，选取后续高精度跟踪控制器构建所需的状态参数。最后，在采集数据中选择需要的关键特征，利用随机森林算法获取特征间的隐含联系，构建整车动力学观测器。

1.1 随机森林原理介绍

机器学习描述了系统从特定问题的训练数据中学习以自动化分析模型构建过程，并解决相关任务的能力^[22]。其中，随机森林作为监督学习的一种，通过学习给定的输入输出样本，构建一个能将输入数据映射到相应输出的函数模型^[23]。

为了保证模型的泛化能力，从实际采集数据集有放回地随机抽取 $m\%$ 样本数据与 $n\%$ 的特征数据用于树的训练。设样本共有 N_n 组，则：

$$\text{train}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(1), \mathbf{U}(1) \\ \mathbf{X}(2), \mathbf{U}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(N_n), \mathbf{U}(N_n) \end{bmatrix} \times m\%,$$

$$\text{train}_f = [\mathbf{X}, \mathbf{U}] \times n\%。 \quad (1)$$

式中： train_s 为被选中用于随机森林训练的输入矩阵组； train_f 为本次输入矩阵组中的特征变量。

对应的预测输出可以表示为：

$$\text{train}_{pre} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(11) \\ \mathbf{X}(12) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(N_n + 10) \end{bmatrix} \times m\%。 \quad (2)$$

式中： train_{pre} 为与输入训练矩阵 train_s 相对应的输出矩阵。

随机森林从 train_f 随机不放回抽取特征 Fea_{ti} 。将所抽取特征在样本空间中相邻数据的中值作为切分点 S ，则：

$$S = \frac{\text{Fea}_{ti}(k+1) + \text{Fea}_{ti}(k)}{2}, k \in [1, N_n)。 \quad (3)$$

计算所有切分点对应的切分后的 $\text{MES}_{loss_{min}}$ ，计算所得的总 $\text{MSE}_{loss_{min}}$ 大于父代节点的 MSE ，或总 $\text{MSE}_{loss_{min}}$ 小于设定的生长收敛阈值 LOSS_{min} 时，回归树停止生长。

重复上述回归树生长过程至 train_f 中所有特征均被遍历，即完成一棵回归树构建。该回归树预测结果 tree_{out} 为所有输入状态量 train_s 在每个叶子节点上对应的预测量 train_{pre} 平均值，设叶子节点数量为 mm ，则：

$$\text{tree}_{out} = \text{ave} \sum \text{train}_{pre}(i), i \in [1, mm]。 \quad (4)$$

根据预期的随机森林的树数量 n_{tree} ，重复上述回归树构建过程 n_{tree} 次，构建完整的随机森林模型 RF_{out} ，进而完成车辆状态量的精准观测：

$$\text{RF}_{out} = \text{ave} \sum \text{tree}_{out}(i), i \in [1, n_{tree}]。 \quad (5)$$

1.2 训练参数选取

传统车辆动力学模型可表述为车辆在当前状态 \mathbf{X}_c 下，受控制信号 \mathbf{U} 影响进入状态量增量 $\dot{\mathbf{X}}_c$ 为：

$$\dot{\mathbf{X}}_c = f(\mathbf{X}_c, \mathbf{U})。 \quad (6)$$

为了观测车辆实际运动状态，对车辆的纵向车

速 V_x 、侧向车速 V_y 与横摆角速度 $\dot{\psi}$ 进行观测，因此，设控制器状态量为 $\mathbf{X}_c = [V_x \ V_y \ \dot{\psi}]$ 。整车纵向运动受传递到轮胎的实际驱动力控制，侧向运动受前轮转角控制，因此，设控制量为：

$$\mathbf{U} = [F_{xi} \ \delta_{im}], (i = 1, 2, 3, 4)。 \quad (7)$$

强调更精准的预期路径跟踪，直接将车辆坐标 (x, y) 与横摆角 ψ 纳入预测状态量中，则：

$$\mathbf{X}_{asix} = [x \ y \ \psi]。 \quad (8)$$

由于需训练数据直接由运动整车采集，轮胎模型参数已被完全记录在所采集离散数据的映射关系中，因此，所述的轮胎模型参考状态参数可以完全省去。且 $\mathbf{X}_{asix} = [x \ y \ \psi]^T$ 可直接由所观测的状态量 $\mathbf{X}_c = [V_x \ V_y \ \dot{\psi}]^T$ 得出，则最终的状态量被设计为 3 个量：

$$\mathbf{X} = [V_x \ V_y \ \dot{\psi}]^T。 \quad (9)$$

需观测控制量不变：

$$\mathbf{U} = [F_{xi} \ \delta_{im}]^T, (i = 1, 2, 3, 4)。 \quad (10)$$

综上所述，为满足 MPC 控制器构建需求，整车观测数据包括上述 8 个参数。

1.3 整车动力学观测器构建

为了保证整车动力学状态观测器的预测精准性，需要充分考量车辆行驶过程中的环境误差、机械误差。因此，所构建的状态观测器训练数据集需要直接采集实车数据。但是，考虑到实车试验条件有限，部分驾驶环境难以构建，因此，补充部分仿真数据结合实车采集数据构建训练数据集。

为了使所训练的观测器模型满足模型预测需求，将 k 时刻时，实车采集与补充的状态量数据 $\mathbf{X}(k)$ 及一个预测步长后的控制量数据 $\mathbf{U}(k+1)$ 作为随机森林的输入，一个预测步长后的状态量 $\mathbf{X}(k+1)$ 作为被观测输出，构建车辆状态预测器。

此时，基于随机森林构建的新 MPC 控制器中，机器学习方案在控制器构建中无法被直接应用于状态空间方程的构建，需要对其状态空间方程及预测区间的构建针对机器学习特性进行部分改进。

针对需观测状态量 \mathbf{X} 将观测器 RF_{out} 拆分为 RF_{V_x} , RF_{V_y} , $\text{RF}_{\dot{\psi}}$ 分别表示, 则基于随机森林的观测器可用式 (11) 表示。

$$\begin{aligned} V_x(k+1) &= \text{RF}_{V_x}(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k+1)), \\ V_y(k+1) &= \text{RF}_{V_y}(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k+1)), \\ \dot{\psi}(k+1) &= \text{RF}_{\dot{\psi}}(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k+1)). \end{aligned} \quad (11)$$

2 控制器设计

在考虑控制器的跟踪控制性能的同时, 控制器运算效率也是评价控制方案的重要指标之一。现有机器学习方案的预测过程计算效率已经满足一般 CAN 信号发送的频率要求, 但在计算资源较低的车载控制器上, 数据驱动模型的计算效率仍然无法得到保证。

因此, 本文首先将训练得到的车辆动力学观测器离散成为整车动力学映射, 并构建局部的预测时域方程以降低计算成本。其次, 再将该局部的预测时域方程用于 MPC 控制器的构建中。最后, 为所构建的 LMPC (Learning Based Model Predictive Control) 设计了合理的约束。

2.1 基于动力学映射的预测时域方程构建

在基于控制量与状态量的总体可行范围内离散观测器输入, 并观测记录所得数据获得整车非线性映射关系。设每个控制量离散 N 次, 每个状态量离散 M 次, 所得映射关系输入可以用笛卡尔积表达为:

$$\mathbf{D} = \delta_{\text{im}} \times F_{x1} \times F_{x2} \times F_{x3} \times F_{x4} \times V_x \times V_y \times \dot{\psi}. \quad (12)$$

式中: 所有的参数为该参数在各自可行范围内进行 N 或 M 次离散后的矩阵; \mathbf{D} 为各离散参数间的所有可能组合, 其矩阵维度为 $i \in [8, N^5 \times M^3]$ 。

基于式 (11) 所表示的观测器, 整车动力学非线性映射关系可以表示为:

$$\text{RF}_{\text{Mapping}} \leftarrow \begin{cases} \text{RF}_{V_x}(\mathbf{D}) \\ \text{RF}_{V_y}(\mathbf{D}) \\ \text{RF}_{\dot{\psi}}(\mathbf{D}) \end{cases}. \quad (13)$$

上述映射关系 $\text{RF}_{\text{Mapping}}$ 即为 LMPC 的状态空间方程, 基于上一时刻的状态量反馈与控制量反馈, 即可获得状态量预测值。而二次规划求解只能求解线性问题, 需要将映射关系中的离散关系线性化。首先, 基于控制量与状态量最大可变值 $\Delta \mathbf{X}_{\text{max}}$, $\Delta \mathbf{U}_{\text{max}}$ 选取局部可行范围, 通过查表筛选范围内映射关系, 构建局部车辆动力学映射。设 $\mathbf{X}(k)$ 为反馈状态量, $\mathbf{U}(k)$ 为上一时刻输出的控制量, 则:

$$\begin{aligned} [\mathbf{X}(k+i)] &\leftarrow \text{RF}_{\text{Mapping}} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}(k) - \Delta \mathbf{X}_{\text{max}} \\ \vdots \\ \mathbf{X}(k) + \Delta \mathbf{X}_{\text{max}} \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} \mathbf{U}(k) - \Delta \mathbf{U}_{\text{max}} \\ \vdots \\ \mathbf{U}(k) + \Delta \mathbf{U}_{\text{max}} \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

该范围内车辆状态变化较小且变化趋势的变化较小, 因此, 在该范围内, 可以对所得离散数据进行线性化表述。由于整车误差由所有控制量与状态量分量误差结合表示, 构建初始线性关系如式 (15) 所示, 基于原动力学模型, 为每一个变量设置误差系数矩阵为 \mathbf{C}_1 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{C}_3 。

$$\begin{aligned} V_x(k \pm i) &= \mathbf{C}_1 \times (\mathbf{U}(k \pm i), \mathbf{X}(k \pm i - 1)) \\ V_y(k \pm i) &= \mathbf{C}_2 \times (\mathbf{U}(k \pm i), \mathbf{X}(k \pm i - 1)). \\ \dot{\psi}(k \pm i) &= \mathbf{C}_3 \times (\mathbf{U}(k \pm i), \mathbf{X}(k \pm i - 1)) \end{aligned} \quad (15)$$

基于设置的初始值, 从 $\mathbf{C}_1(0)$, $\mathbf{C}_2(0)$, $\mathbf{C}_3(0)$ 开始, 基于最小二乘指标求取合适的误差系数使式 (15) 对预测状态量 $\mathbf{X}(k \pm i)$ 的拟合最佳。

获取该范围内的精准线性关系后即可基于此式实现新的预测时域的构建, 此时 $\mathbf{X}(k)$ 为定值, 根据传统 MPC 构建方案推导状态矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} , 则构建的 LMPC 的状态方程离散时域方程为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+1) + \mathbf{B} \times \mathbf{X}(k). \quad (16)$$

2.2 LMPC 构建

上述时域方程中, \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 为通过系数 \mathbf{C}_1 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{C}_3 与已知状态量 $\mathbf{X}(k)$ 获取的常数矩阵, 构建的预测矩阵可表示为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}(k+1) &= \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+1) + \mathbf{B} \times \mathbf{X}(k), \\
\mathbf{X}(k+2) &= \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+2) + \mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+1) + \mathbf{B}^2 \times \mathbf{X}(k), \\
\mathbf{X}(k+3) &= \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+3) + \mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+2) + \mathbf{B}^2 \times \\
&\quad \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+1) + \mathbf{B}^3 \times \mathbf{X}(k), \\
&\quad \vdots \\
\mathbf{X}(k+N_p) &= \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+N_p-1) + \mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+N_p-2) + \\
&\quad \dots + \mathbf{B}^{N_p-2} \times \mathbf{A} \times \mathbf{U}(k+1) + \mathbf{B}^{N_p} \times \mathbf{X}(k). \tag{17}
\end{aligned}$$

定义预测步长为 N_p ，将从 k 时刻出发的第 i 步的状态量与控制量的预测状态分别表示为 $\mathbf{X}(k|k+i)$ 与 $\mathbf{U}(k|k+i)$ 。则状态量预测序列为 $\mathbf{X}_p(k)$ ，控制量预测序列为 $\mathbf{U}_p(k)$ ：

$$\mathbf{X}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(k|k) \\ \mathbf{X}(k|k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(k|k+N_p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}(k|k) \\ \mathbf{U}(k|k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{U}(k|k+N_p-1) \end{bmatrix}. \tag{18}$$

状态量预测空间 $\mathbf{X}_p(k)$ 表述 N_p 时刻内车辆状态的预测变化，直接影响车辆对路径的实际跟踪精度。考虑车辆预期状态 $\mathbf{X}(k|k+i)$ 对输入的预期状态量 \mathbf{X}_{ref} 误差，设计状态量代价函数为：

$$J_x = \sum_{i=0}^{N_p} \left(\left(\mathbf{X}(k|k+i) - \mathbf{X}_{\text{ref}} \right)^T \times \mathbf{Q} \times \left(\mathbf{X}(k|k+i) - \mathbf{X}_{\text{ref}} \right) \right). \tag{19}$$

式中： \mathbf{Q} 为一定维度的状态量权重矩阵； J_x 为基于状态量与状态参考误差计算的二次型代价函数。

该代价函数描述车辆对预期路径与预期状态 \mathbf{X}_{ref} 的跟踪能力。式 (19) 中 \mathbf{X}_{ref} 由整车七自由度模型与路径规划模型一同给出，如式 (20) 所示。

$$\mathbf{X}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} V_{x \text{ ref}} \\ V_{y \text{ ref}} \\ \dot{\psi}_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x(k) + a_x(k) \times dt \\ V_y(k) + a_y(k) \times dt \\ \dot{\psi}(k) + \ddot{\psi}(k) \times dt \end{bmatrix}. \tag{20}$$

式中： $a_x(k)$ ， $a_y(k)$ ， $\ddot{\psi}(k)$ 分别为车辆在 k 时刻的纵向加速度、侧向加速度与横摆角加速度。

通过 $\mathbf{X}(k|k)$ 中的轮胎观测参数计算控制量参考，并将车辆反馈状态量与预期控制量输入状态空间方程计算获取预期 $a_x(k)$ ， $a_y(k)$ ， $\omega_{\text{rr}}(k)$ 。

为避免控制量的跳动变化过大，考虑车辆预期

控制量与上一步控制量的差值，设计控制量代价函数为：

$$J_u = \sum_{i=0}^{N_p-1} \left(\left(\mathbf{U}(k|k+i) - \mathbf{U}(k|k+i-1) \right)^T \times \mathbf{R} \times \left(\mathbf{U}(k|k+i) - \mathbf{U}(k|k+i-1) \right) \right). \tag{21}$$

式中： $\mathbf{U}(k|k-1)$ 等于上一步的实际控制量； \mathbf{R} 为一定维度的控制量权重矩阵。

该代价函数描述了车辆的操纵稳定性。总的代价函数 J 表示为：

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{i=0}^{N_p} \left(\left(\mathbf{X}(k|k+i) - \mathbf{X}_{\text{ref}} \right)^T \times \mathbf{Q} \times \left(\mathbf{X}(k|k+i) - \mathbf{X}_{\text{ref}} \right) \right) + \\
&\quad \sum_{i=0}^{N_p-1} \left(\left(\mathbf{U}(k|k+i) - \mathbf{U}(k|k+i-1) \right)^T \times \mathbf{R} \times \left(\mathbf{U}(k|k+i) - \mathbf{U}(k|k+i-1) \right) \right) + \\
&\quad \left(\mathbf{X}(k|k+N_p) - \mathbf{X}_{\text{terminal}} \right)^T \times \mathbf{Q}_{N_p} \times \\
&\quad \left(\mathbf{X}(k|k+N_p) - \mathbf{X}_{\text{terminal}} \right). \tag{22}
\end{aligned}$$

总代价函数 J 除了考虑状态量代价函数与控制量代价函数，还加入了终端误差来评估控制策略的性能，确保系统状态能趋于理想的终端状态或维持在某个期望的操作范围内。终端误差基于状态量预测的最终步 $\mathbf{X}(k|k+N_p)$ 与初始状态量 $\mathbf{X}_{\text{terminal}}$ 之差计算，终端权重矩阵 \mathbf{Q}_{N_p} 为三维对角常数矩阵。

由上述推导过程可得， $\mathbf{X}_p(k)$ 仅与 k 时刻的状态量 $\mathbf{X}(k|k)$ 与待求解的控制量集合 $\mathbf{U}_p(k)$ 有关，式中的所有预测状态量均被 $\mathbf{U}_p(k)$ 替换。此时，代价函数 J 成为仅与控制量有关的二次型求解问题。

2.3 LMPC 约束

车辆稳定性控制的主要约束包含车辆操纵性与侧向稳定性，本文将横向约束定义为：

$$\Delta \delta_{\text{fm, min}} \leq \Delta \delta_{\text{fm}}(k) \leq \Delta \delta_{\text{fm, max}}. \tag{23}$$

式中： $\Delta\delta_{\text{fm}, \text{min}}$ 与 $\Delta\delta_{\text{fm}, \text{max}}$ 为单控制步长内，前轮转角变化范围的下界与上界。

考虑整车纵向运动安全约束与预期车速需求，将车辆纵向约束定义为：

$$\dot{\omega} = T_1 - F_{z1} \times f \times r - F_{x1} \times r = 0。 \quad (24)$$

式中： f , r 分别为质心到前后轴的距离。

考虑车辆驱动系统性能限制，需要为轮胎力矩添加一组边界力矩约束，则：

$$\begin{cases} \delta_{\text{fm}, \text{min}} \leq U_{\delta} \leq \delta_{\text{fm}, \text{max}}, \\ F_{x, \text{min}} \leq U_{Fx} \leq F_{x, \text{max}}。 \end{cases} \quad (25)$$

式中： $\delta_{\text{fm}, \text{min}}$ 与 $\delta_{\text{fm}, \text{max}}$ 为前轮转角的下界与上界； $F_{x, \text{min}}$ 与 $F_{x, \text{max}}$ 为四轮驱动力的下界与上界。

3 仿真试验验证

通过第 1 节和第 2 节对车辆模型的数学分析和控制算法的推导，构建了用于实现精准路径跟踪的 LMPC 控制器。本节将评估 LMPC 在路径跟踪精度方面和车辆操纵稳定性方面的性能。为了验证车辆的跟踪性能，测试其不同路况下车辆的跟踪效果，本文采用了单圆路径作为仿真预期路径。采用八字绕环轨迹验证车辆在不同转向需求下的适应能力，代表了日常生活中的常见驾驶情景。

LMPC 通过对比一系列传统控制方案，评价 LMPC 跟踪控制与稳定性控制方面的性能，包括以下 3 种。

- 1) Pure Pursuit: 基于几何追踪的路径追踪方法。
- 2) LQR: 通过得到状态线性反馈的最优控制规律，构成闭环最优控制。
- 3) MPC: 通过在线时域滚动优化和反馈修正方法确定控制系统的当前最优值，并且考虑控制量约束。

其中，Pure Pursuit、LQR、MPC 均基于七自由度车辆动力学模型搭建，而 LMPC 以所训练的整车动力学观测器为基础构建。所构建观测器预测结果如图 2 所示，获得了极高的预测精度，测试用例为一正弦前轮转角输入行驶工况。

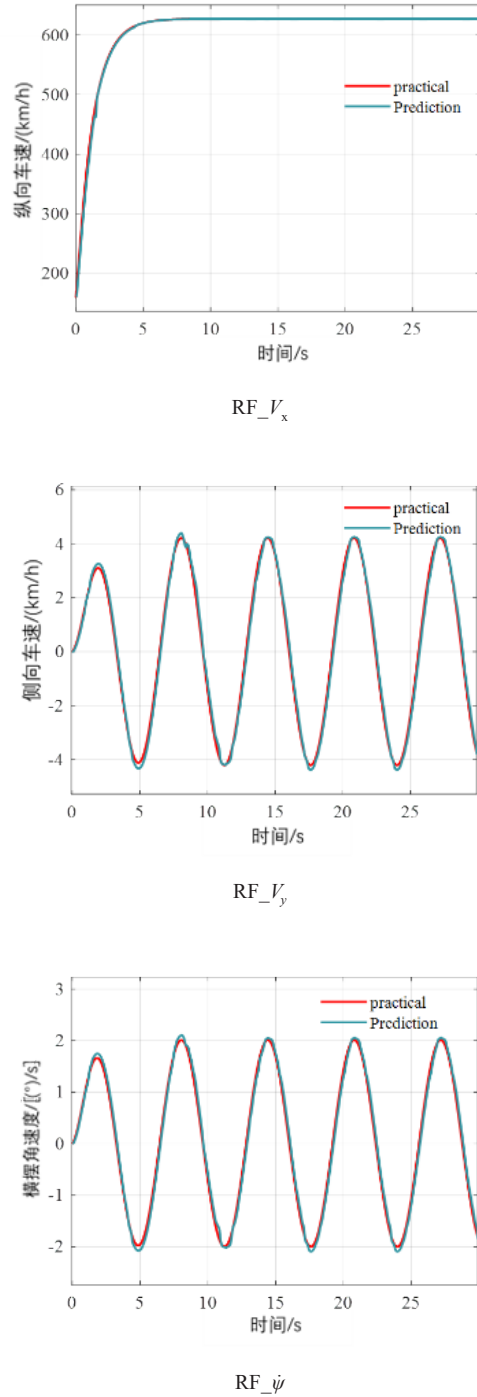


图 2 车辆实际行驶状态与观测器预测状态拟合情况

为了更好地说明 LMPC 的性能表现，控制器中的部分初始参数需要被设置，包括控制策略的采样时间 dt 等于 0.01 s ，预测时间为 0.1 s 。预测步长 N_p 与控制步长 N_c 分别为 5 步与 1 步。设置第 k 步的权重因子为 $(6 - k) \times I$ ，其余对照控制器按照不同控制设置为该方案常用定值。

为了验证所提出的 LMPC 控制方案的性能, 本文使用 Matlab 与 CarSim 联合仿真的方式进行仿真试验, 并使用 dSPACE 进行 HIL 试验, 验证控制方案可布置性。

3.1 仿真试验

3.1.1 跟踪性能分析

为了分析控制器对预期路径的跟踪精度, 选取质心侧偏角、侧向误差与跟踪路径作为评价指标, 通过与参考量之间的均方误差, 量化评价跟踪精度。4 种控制器的跟踪结果如图 3 所示。

跟踪效果如图 3a 所示, 4 种控制方案对路径的跟踪效果均表现出较优的跟踪精度。但是从图 3b、c 看来, 显然 Pure Pursuit 的跟踪精度最高, 而 LMPC 的跟踪精度仅次于 Pure Pursuit, MPC 与 LQR 控制效果差别不大, 精度较 LMPC 来说更差。这个结论同样在图 3d 中有所体现, 在航向角跟踪过程中, Pure Pursuit 与 LMPC 的跟踪超调量明显低于 MPC 与 LQR, LMPC 与 Pure Pursuit 的稳态误差和 MPC、LQR 相比, 也保持在一个较低的水平。综上所述, 在较小转角变化的常态行驶过程中, LMPC 和 Pure Pursuit 的跟踪精度会优于 MPC 与 LQR, 其中, Pure Pursuit 的跟踪精度最高。

尽管 Pure Pursuit 在常态跟踪过程中的跟踪效果难以比拟, 但是该控制方案的鲁棒性却难以保证。如图 3b、d 所示, 在约 320 m 处航向角误差与侧向误差存在明显波动, 这是由于参考转向需求由预期路径航向角与车速航向角误差获取, 在路径水平于大地坐标系的 X 轴时, 即 1/2 行程处, 车辆状态的滞后将会导致参考转向需求产生约为 -2π 的扰动。

在该扰动影响下, 4 种控制器都受到了一定的影响。其中, Pure Pursuit 不考虑车辆模型的特性导致其对于干扰的识别能力有限, 控制系统对于干扰量的处理能力较差, 所受干扰量将完全传递至车身控制系统, 对控制精度以及车身稳定性影响极大。具体来说, 如图 3b、d 所示, 在干扰量存在的条件下, Pure Pursuit 受到的影响最大, 所带来的控制扰动量

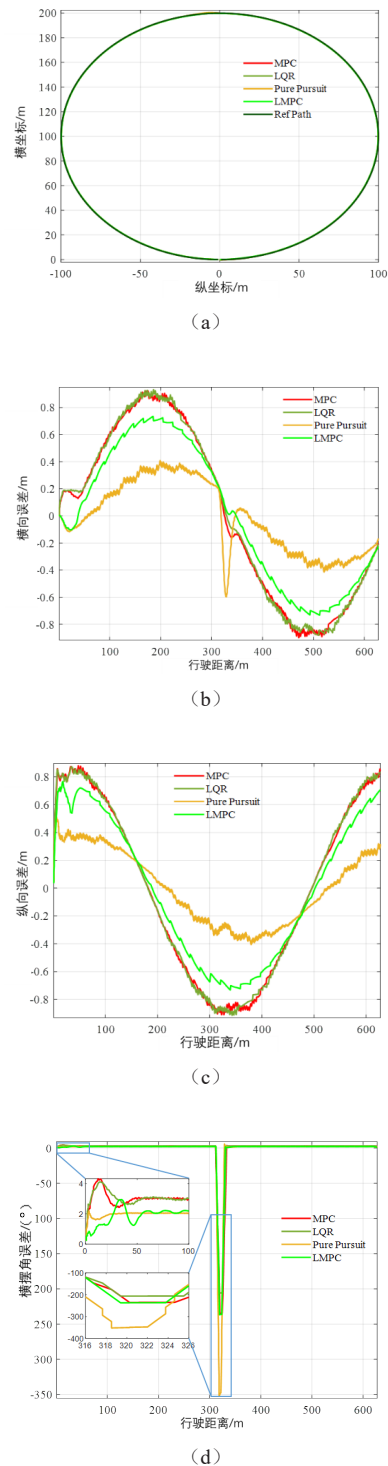


图 3 单圆轨迹下的车辆跟踪轨迹与跟踪误差

最多。而相对来说, LMPC、MPC 和 LQR 等内模控制方案表现出较强的鲁棒特性, 尽管无法完全消除扰动带来的控制效果削减, 但也带来了明显的优化效果。

为了进一步量化评价 4 种控制方案下的跟踪精

度，表1列出了4种控制方案横向误差、纵向误差以及航向误差的均方误差RMSE。

表1 单圆轨迹下三参数均方差

控制类型	Y_error/m	X_error/m	$\psi_error/ (^{\circ})$
MPC	0.556	0.565	7.875
LQR	0.558	0.567	7.288
Pure Pursuit	0.258	0.259	7.546
LMPC	0.448	0.460	6.076

由表1可知，得益于Pure Pursuit对稳态过程的优秀跟踪效果，尽管鲁棒性差，其侧向误差、航向误差的RMSE仍然是所有控制效果中最好的。LMPC除了与Pure Pursuit相比略差，但其数据驱动特性使它的跟踪误差低于MPC与LQR，相较于更优的MPC控制方案，LMPC在侧向误差上取得了19.39%的精度提升，在纵向误差上取得了18.60%的精度提升，在航向误差上取得了22.84%的精度提升。综上所述，分析结果表明，所建立的控制器在路径跟踪精度方面较其他常见路径跟踪控制方案具有更好的效果。

3.1.2 稳定性分析

为了分析车辆的操纵稳定性，本文主要分析了车辆的侧向运动过程中的轮胎附着状态，即横摆角速度变化与轮胎附着利用率变化^[24]。图4绘制了4种控制器得出的控制量变化曲线。图5绘制了4个控制器在跟踪过程中四轮附着利用率关于时间的响应曲线，从左到右、上到下依次为左前轮附着利用率、右前轮附着利用率、左后轮附着利用率、右后轮附着利用率。由于跟踪坐标的快速更新导致观测数据反复波动明显且难以观测，本文采用Matlab自带的一维数组滤波器对这2组数据进行了轻微的滤波处理以观察其变化趋势，滤波器选用的窗口大小为5。

如图4a所示，从横摆角速度变化的角度，4种控制方案均存在一定的抖动。显然，这同样是由于参考转向需求由预期路径航向角与车速航向角误差获取而导致的，由于基于坐标获取的需求转向角的

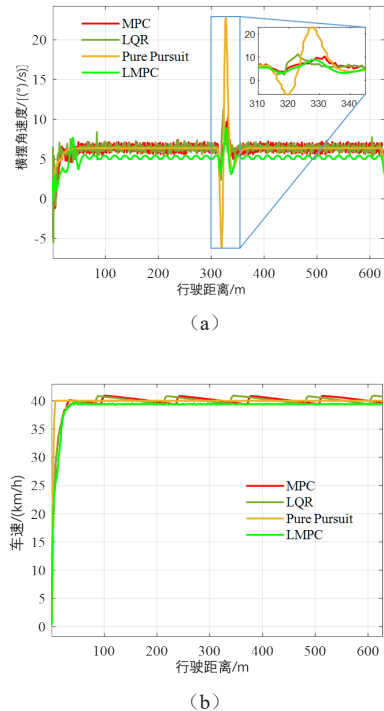


图4 单圆轨迹下的车辆横摆角速度变化与车速变化

不断变化，在反馈修正过程中将会导致参考转向需求在实际转向需求左右来回跳动。

尽管由整车车速来看，整车的行驶速度变化较稳定，力矩需求变化不大，但由于控制参考的不断抖动，带来的是整车侧向力需求的不断高频调整，这也是四轮轮胎附着利用率不断跳动、难以收敛的原因。而MPC与LQR的整车车速变化则是由于侧向力的跳动致使车速达到了设定的控制约束时，整车侧向速度将会受约束影响缓慢降回预期车速。

具体来说，如图4b所示，MPC与LQR的车速在达到预期车速后并没有完全收敛，反而出现了反复跳动；同样地，如图5中的轮胎附着利用系数所示，尽管MPC与LQR控制器的跳动始终存在，但能明显看出其阶段上升并快速掉落的这一重复过程，与图中趋势完全一致。

而LMPC与Pure Pursuit相较于MPC与LQR已明显降低了这种不合理的跳动，这同样归功于LMPC基于数据驱动的底层整车运动学模型。整车合理运动数据的采集，使所构建的整车运动学模型

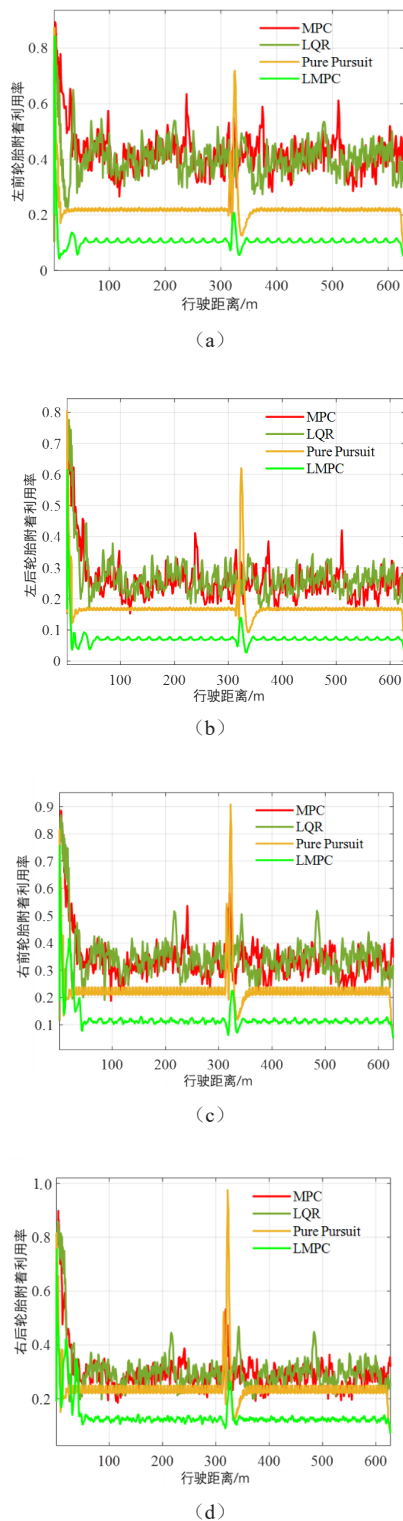


图5 单圆轨迹下车辆的四轮附着利用率

在模型预测阶段会主动偏向于更合理的状态量变化, 尽管这种基于观测器构建的整车动力学映射包含一定的泛化能力, 但在训练集状态参数范围内的泛化往往能保证预测值较高的精度。

而基于普通数学模型的整车运动学模型, 经过多轮的线性简化, 往往会导致整车状态的不合理线性延展, 致使MPC与LQR对控制扰动的反应较敏感, 鲁棒性较差。同时Pure Pursuit由于直接跟踪预期车速, 其速度控制效果明显最优。且恒定的车速控制保证了轮胎较稳定的轮胎附着利用率。但由于Pure Pursuit并非内模控制, 系统鲁棒性极差, 所以其抗扰动能力最差。

综上所述, 数据驱动的LMPC在控制器鲁棒性上表现出极大的优势, 稳定的控制效果带来了较低的轮胎附着利用率, 在4种控制方案中, 最低的平均附着利用率表明整车动力性最优, 同时地面侧向力裕度较大, 整车侧向稳定性最优。Pure Pursuit仅次于LMPC, 但是对扰动的容忍度差, 在图5d中, 其峰值轮胎附着利用系数达到了约0.98, 非常接近轮胎附着极限, 极易发生失稳。LQR与MPC由于侧向力需求的快速跳动, 轮胎附着系数难以降低, 平均轮胎附着利用率最大, 这表明在相同的地面附着条件下和预期运动状态下, 这2种控制方案对地面附着力的需求更大, 地面侧向可用力更小, 车辆侧向稳定性有限。

3.2 硬件在环试验测试

为了进一步验证所构建的LMPC控制方案的性能以及在控制器中的应用能力, 本文对控制器进行了硬件在环试验验证。硬件在环测试的硬件布置方案如图6所示, 通过一台笔记本电脑与一个实时控制器进行测试。测试用到的模拟车辆模型放在笔记本电脑中进行编译, 离线数据集与所构建的LMPC在控制器指定软件中编译并下载到控制器的处理器板卡中。控制器与主机之间通过CAN总线通讯实现交互。

本文选择八字绕环工况作为本节的试驾循环, 其中八字绕环的下半圆与仿真试验工况相似, 上半圆则选择一个更小圆进一步验证其在小半径路况下的跟踪控制效果。在本节的最后分析了4种控制方案的实际控制时间成本, 验证所构建的LMPC在实车布置上的应用前景。

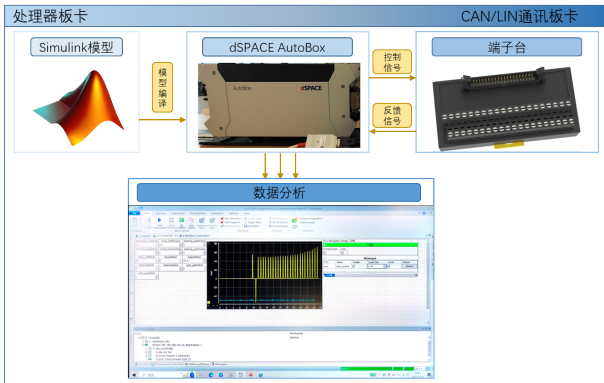


图6 硬件在环试验联系图

3.2.1 跟踪性能分析

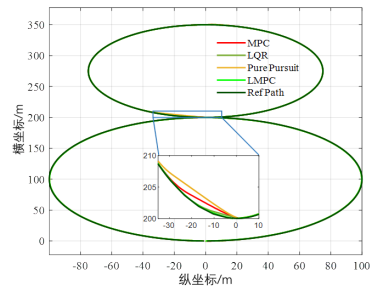
本节主要从跟踪误差分析其跟踪精度；从轮胎附着利用率分析控制器的稳定性裕度。图7主要包含实际跟踪轨迹、纵向跟踪误差、侧向跟踪误差与航向角跟踪误差。其中，纵向跟踪误差与侧向跟踪误差由于跟踪坐标的快速更新，误差反复波动明显且难以观测，因此，对这4组数据进行了轻微的滤波处理以观察其变化趋势，采用的滤波参数与仿真试验部分相同。

如图7a中放大部分所示，Pure Pursuit表现出明显的轨迹偏离。该偏离也体现在侧向、纵向跟踪误差与航向角误差中，Pure Pursuit的误差均最突出。而LMPC显然各项误差表现均优于Pure Pursuit，对系统误差的容忍能力更优，鲁棒性优良。得益于MPC的多预测步长，在受到扰动时MPC的收敛速度较LQR明显更快，因此，在图7d中，MPC的航向角误差反而更小于LQR。可以认为LMPC的鲁棒性远高于普通MPC与LQR控制方案。

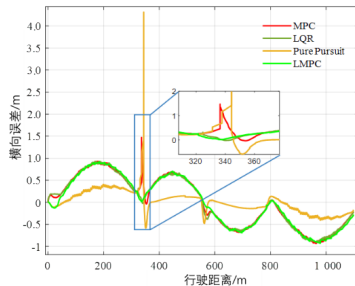
为了进一步量化评价在八字绕环轨迹下2个控制器的整体跟踪精度，表2给出了关于单圆轨迹横摆角速度与侧向跟踪误差参数相较于参考值的均方差RMSE。

表2 八字绕环轨迹下三参数均方差

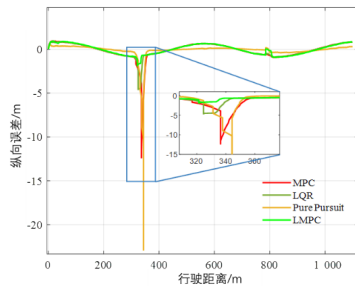
控制类型	X_error/m	Y_error/m	$\psi_error/(^\circ)$
MPC	0.501	0.565	3.323
LQR	0.523	0.738	3.358
Pure Pursuit	0.241	0.602	2.296
LMPC	0.496	0.505	2.383



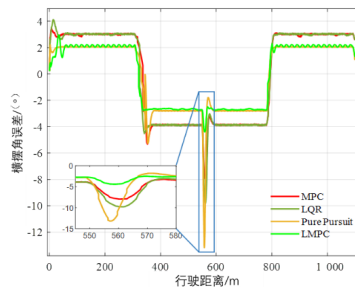
(a)



(b)



(c)



(d)

图7 八字绕环工况下的车辆跟踪轨迹与跟踪误差

由表2可知，相较于更优的MPC控制方案，LMPC在侧向误差上取得了0.78%的精度提升，在纵向误差上取得了10.58%的精度提升，在航向误差上取得了28.29%的精度提升。综上所述，分析结果表明，所建立的控制器在路径跟踪精度方面较

其他常见路径跟踪控制方案具有更好的效果。

3.2.2 稳定性分析

图 8 绘制了 4 种控制器得出的控制量横摆角速度变化曲线。图 9 绘制了 4 种控制器在跟踪过程中四轮附着利用率关于时间的响应曲线，从左到右、从上到下依次为左前轮附着利用率、右前轮附着利用率、左后轮附着利用率、右后轮附着利用率。与稳定性分析相似，由于跟踪坐标的快速更新导致观测数据反复波动明显且难以观测，对这 4 组数据进行轻微的滤波处理以观察其变化趋势。

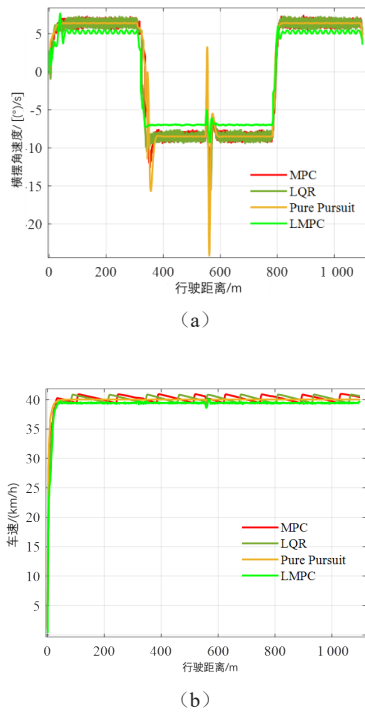


图 8 八字绕环工况下的车辆横摆角速度变化与车速变化

如图 8a 所示，从横摆角速度变化的角度，4 种控制方案均存在一定的抖动。归功于 LMPC 基于数据驱动的底层整车运动学模型。LMPC 相较于 MPC 与 LQR 已明显降低了这种不合理的跳动。而 Pure Pursuit 抗扰动能力最差，如图 9b 所示，Pure Pursuit 控制方案的轮胎附着利用率在行程 1/2 位置达到了约 0.99，地面侧向力裕度极低，极易发生失稳。在低半径工况下，LMPC 的轮胎附着利用率在该工况下仍保持在较低水平，可以认为 LMPC 在低半径路径下保持了较优的跟踪稳定性。

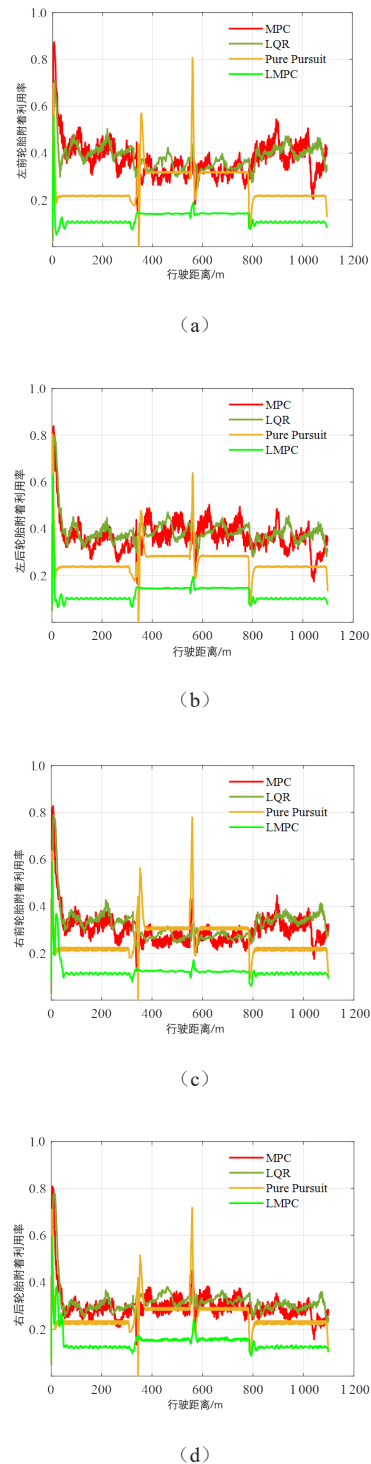


图 9 八字绕环工况下车辆的四轮附着利用率

数据驱动的 LMPC 控制器在车身稳定性上表现出极大的优势，受外部干扰影响最低，同时稳定的控制效果带来了较低的轮胎附着利用率。在 4 种控制方案中，最低的平均附着利用率表明整车动力性最优，这也说明在相同路面附着条件下，LMPC 获

得的地面侧向力裕度最大,整车侧向稳定性最优,能以较小的稳定性代价实现高精度的轨迹跟踪效果。相较于其他控制方案,LMPC能始终将轮胎附着利用率控制在较低范围内。

4 结论

本文针对车辆行驶时系统误差始终存在,难以实现高精度控制的问题,提出了一种基于随机森林的轨迹跟踪控制策略。该策略将离线数据训练和在线数据调用相结合,探索非线性车辆模型在MPC控制方案中的应用,以实现MPC的计算成本缩减与跟踪精度提升。

1) 引入随机森林方法来构建车辆状态参数观测器。这种方法有效地解析了车辆动力学的非线性映射关系,相较于传统的控制方案,本文所提出的方法能更准确地描述车辆动力学特性,从而提高跟踪精度。

2) 将模型预测控制机理与车辆动力学的映射关系相结合,设计了全新的整车状态空间方程。这个方程能表征车辆在局部范围内的线性变化规律,使控制器能更准确地预测车辆未来的状态,并据此计算出最优的方向盘转角和四轮驱动力。

3) 所提出的方法实现了在扰动存在的情况下,仍能保持车身状态的稳定,避免过大的波动,这是传统控制方法难以做到的。同时,该方法还能在无扰动的行驶路段中保持较低的轮胎附着利用率,这既提高了行驶的安全性,又提高了能源的使用效率。

4) 合理的数据选取范围对MPC的预测区间产生明显的导向作用,其范围的选取直接影响预测区间的状态量变化趋势。因此,后续需要研究更合理的预测范围的动态选取方案,以进一步提高整车的跟踪控制效果。

参考文献 (References)

- [1] 严新平,褚端峰,刘佳仑,等.智能交通发展的现状、挑战与展望[J].交通运输研究,2021,7(6):2-10,22.
YAN Xinping, CHU Duanfeng, LIU Jialun, et al. Status Quo, Challenges and Perspectives of Intelligent Transportation Development[J].Transportation Standardization,2021,7(6):2-10,22.(in Chinese)
- [2] BIYIK C, ABARESHI A, PAZ A, et al. Smart Mobility Adoption: A Review of the Literature[J].Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity, 2021, 7(2):1-20.
- [3] 《中国公路学报》编辑部.中国汽车工程学术研究综述·2023[J].中国公路学报,2023,36(11):1-192.
Editorial Department of China Journal of Highways. Review on China's Automotive Engineering Research Progress: 2023 [J]. China Journal of Highway and Transport,2023,36(11):1-192.(in Chinese)
- [4] NAVARRO J, MARS F, YOUNG M S. Lateral Control Assistance in Car Driving: Classification, Review and Future Prospects[J].IET Intelligent Transport Systems, 2011, 5(3):207-220.
- [5] 吕贵林,高洪伟,陈涛,等.自动驾驶汽车轨迹规划方法综述[J].汽车文摘,2023(7):24-35.
LYU Guilin, GAO Hongwei, CHEN Tao, et al. A Review on Techniques of Trajectory Planning for Automated Driving Vehicle[J].Automotive Digest, 2023(7):24-35. (in Chinese)
- [6] 李松.智能汽车轨迹跟踪控制算法研究综述[J].汽车文摘,2023(9):19-27.
LI Song. Overview of Algorithm Research on Trajectory Tracking and Control for Intelligent Vehicles [J]. Automotive Digest,2023(9):19-27.(in Chinese)
- [7] JIA Yansun, WANG Shaoquan, PENG Jun, et al. Evaluation of Pavement Rutting Based on Driving Safety of Vehicles [J]. International Journal of Pavement Research and Technology, 2022(2):457-469.
- [8] VICTOR S, RECEVEUR J B, MELCHIOR P, et al. Optimal Trajectory Planning and Robust Tracking Using Vehicle Model Inversion [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(5):4556-4569.
- [9] COPPOLA A, LUI D G, PETRILLO A, et al. Cooperative Driving of Heterogeneous Uncertain Nonlinear Connected and Autonomous Vehicles via Distributed Switching Robust PID-Like Control [J]. Information Sciences, 2023, 625:277-298.
- [10] BHATTACHARYYA S P. Robust Control Under Parametric Uncertainty: An Overview and Recent Results[J]. Annual Reviews in Control, 2017, 44:45-77.

- [11] CHENG Zhiping, JIA Dongqiang, LI Zhongwen, et al. Multi-Time Scale Dynamic Robust Optimal Scheduling of CCHP Microgrid Based on Rolling Optimization [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 139: 107957.1–107957.16.
- [12] ZHANG Jie, ZHANG Bangji, ZHANG Nong, et al. A Novel Robust Event-Triggered Fault Tolerant Automatic Steering Control Approach of Autonomous Land Vehicles Under In-Vehicle Network Delay [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31 (7) : 2436–2464.
- [13] GE Linhe, ZHAO Yang, MA Fangwu, et al. Towards Longitudinal and Lateral Coupling Control of Autonomous Vehicles Using Offset Free MPC [J]. Control Engineering Practice, 2022, 121: 105074.1–105074.13.
- [14] PING Xubin, HU Jianchen, LIN Tingyu, et al. A Survey of Output Feedback Robust MPC for Linear Parameter Varying Systems [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(10): 1717–1751.
- [15] 平续斌, 刘思伟, 吴宗原, 等. 准最小最大优化动态输出反馈鲁棒 MPC [J]. 西安电子科技大学学报, 2022, 49 (6): 164–176.
PING Xubin, LIU Siwei, WU Zongyuan, et al. Quasi-Min-Max Optimization of Dynamic Output Feedback Robust MPC [J]. Journal of Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2022, 49(6): 164–176. (in Chinese)
- [16] HANG Peng, XIA Xin, CHEN Guang, et al. Active Safety Control of Automated Electric Vehicles at Driving Limits: A Tube-Based MPC Approach [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2022, 8(1): 1338–1349.
- [17] 龚建伟, 龚乘, 林云龙, 等. 智能车辆规划与控制策略学习方法综述 [J]. 北京理工大学学报, 2022, 42 (7) : 665–674.
GONG Jianwei, GONG Cheng, LIN Yunlong, et al. Review on Machine Learning Methods for Motion Planning and Control Policy of Intelligent Vehicles [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2022, 42 (7) : 665–674. (in Chinese)
- [18] LIU Wenjun, ZHAI Yulin, CHEN Guang, et al. Gaussian Process Based Model Predictive Control for Overtaking Scenarios at Highway Curves [C] // 2022 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), June 4–9, 2022, Aachen, Germany. Piscataway NJ: IEEE, c2022: 1161–1167.
- [19] 李保珠, 张林, 董云龙, 等. 基于航迹矢量分级聚类的雷达与电子支援措施抗差关联算法 [J]. 电子与信息学报, 2019, 41(6): 1310–1316.
LI Baozhu, ZHANG Lin, DONG Yunlong, et al. Anti-Bias Track Association Algorithm of Radar and Electronic Support Measurements Based on Track Vectors Hierarchical Clustering [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41(6): 1310–1316. (in Chinese)
- [20] LEE T, KANG Y. Performance Analysis of Deep Neural Network Controller for Autonomous Driving Learning from a Nonlinear Model Predictive Control Method [J]. Electronics, 2021, 10(7): 767781.1–767781.15.
- [21] 王方成, 刘玉敏, 崔庆安. 基于高斯过程回归的混合型参数建模及优化 [J]. 统计与决策, 2023, 39(1): 34–39.
WANG Fangcheng, LIU Yuming, CUI Qingan. Hybrid Parameter Modeling and Optimization Based on Gaussian Process Regression [J]. Statistics and Decision, 2023, 39 (1): 34–39. (in Chinese)
- [22] JANIESCH C, ZSCHECH P, HEINRICH K. Machine Learning and Deep Learning [J]. Electronic Markets, 2021, 31(3): 685–695.
- [23] SARKER I H. Machine Learning: Algorithms, Real-World Applications and Research Directions [J]. SN Computer Science, 2021, 2(3): 1–21.
- [24] 方剑梅. 基于车路协同的路面-轮胎间附着系数估计及应用 [D]. 西安: 长安大学, 2023.
FANG Jianmei. Estimation of Tire-Road Adhesion Coefficient and Application Based on CVIS [D]. Xi'an: Chang'an University, 2023. (in Chinese)

作者简介



孙文 (1989–), 女, 吉林长春人, 博士, 副教授, 主要研究方向为线控底盘域控制和智能驾驶路径规划。
E-mail: sunw@czu.cn