

## 基于MPC的轮毂电机驱动车辆轨迹跟踪控制

付翔<sup>1,2,3,4</sup>, 刘毅<sup>1,2,3,4</sup>, 万佳琦<sup>1,2,3,4</sup>, 刘泽轩<sup>1,2,3,4</sup>

1. 武汉理工大学 现代汽车零部件技术湖北省重点实验室, 武汉 430070;
2. 武汉理工大学 汽车零部件技术湖北省协同创新中心, 武汉 430070;
3. 武汉理工大学 湖北省新能源与智能网联车工程技术研究中心, 武汉 430070;
4. 武汉理工大学 汽车工程学院, 武汉 430070)

**摘要:** 为解决轮毂电机驱动车辆在复杂工况下轨迹跟踪精度低、横摆稳定性差的问题, 提出一种协调控制方法。通过神经网络动态辨识以车辆质心侧偏角-质心侧偏角速度相平面划分的稳定域边界, 并基于边界线特征值得出失稳因子; 将该因子作为目标函数权重影响参数, 构建轨迹跟踪MPC模型, 输出前轮转角和四轮力矩控制量, 同时, 采用滑模控制方法防止车轮过度滑转。仿真表明, 该轨迹跟踪控制策略与单目标MPC轨迹跟踪控制策略相比, 在低附着路面车辆最大横向跟踪误差降低了61.7%, 最大质心侧偏角降低了75.7%, 车辆高速行驶时, 运动状态均保持在稳定域范围内, 实现了轨迹跟踪精度与车辆横摆稳定性能的综合提升。

**关键词:** 轮毂电机驱动车辆; 轨迹跟踪; 车辆稳定域辨识; 失稳因子

中图分类号: U467 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2025.01.09

## MPC-Based Trajectory Tracking Control for Vehicles with In-Wheel Motors

FU Xiang<sup>1,2,3,4</sup>, LIU Yi<sup>1,2,3,4</sup>, WAN Jiaqi<sup>1,2,3,4</sup>, LIU Zexuan<sup>1,2,3,4</sup>

1. Hubei Key Laboratory of Advanced Technology for Automotive Components, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
2. Hubei Collaborative Innovation Center for Automotive Components Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
3. Hubei Research Center for New Energy & Intelligent Connected Vehicle, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
4. School of Automotive Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;

**Abstract:** To address the issues of poor yaw stability and low trajectory tracking accuracy in in-wheel motor-driven vehicles under complex operating conditions, a coordinated control method was proposed. By using neural networks for dynamic identification, the stable region in the phase plane of vehicle center-of-mass sideslip angle and sideslip angular velocity was determined. And the instability factor was obtained based on the boundary line features. This factor served as a parameter influencing the objective function weight, while sliding mode control was employed to prevent excessive wheel slip. Simulation results show that compared to the single-target MPC trajectory tracking control strategy, the proposed method reduces the maximum lateral tracking error on low-adhesion road surfaces by 61.7%, and decreases the maximum sideslip angle of

收稿日期: 2023-11-17 改稿日期: 2023-12-26 网络首发日期: 2024-06-07

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFC3006005): 高性能水陆两栖艇救援关键技术研究

参考文献引用格式:

付翔, 刘毅, 万佳琦, 等. 基于MPC的轮毂电机驱动车辆轨迹跟踪控制[J]. 汽车工程学报, 2025, 15(1): 81-94.

FU Xiang, LIU Yi, WAN Jiaqi, et al. MPC-Based Trajectory Tracking Control for Vehicles with In-Wheel Motors [J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2025, 15(1): 81-94. (in Chinese)



the vehicle's center of mass by 75.7%. Even at high speeds, the vehicle maintains stable motion, achieving a balanced improvement in both trajectory tracking accuracy and yaw stability.

**Keywords:** in-wheel motor driven vehicles; trajectory tracking; integrated control; instability coefficient

轮毂电机驱动车辆的轨迹跟踪控制是其实现自动驾驶的重要一环, 如何精确且稳定地跟踪规划路径是目前该领域的研究重点。然而, 目前轨迹跟踪控制在复杂工况下仍存在跟踪精度低、车辆稳定性差等问题, 导致其跟踪性能较差, 使自动驾驶难以实现, 所以需要采用更高效精确的控制算法, 同时考虑车辆的不确定性因素, 实现更加准确、稳定的轨迹跟踪控制<sup>[1]</sup>。

为实现各工况下轮毂电机驱动车辆在轨迹跟踪控制下的高精度性和强稳定性, 控制策略需考虑双方制约和联动关系, 相关学者据此展开了大量研究。邵俊恺等<sup>[2]</sup>为了提高车辆各工况下轨迹跟踪鲁棒性, 将车辆的状态误差作为训练数据, 基于强化学习的方法在线调节PID增益。WANG Hengyang等<sup>[3]</sup>提出了一种基于模糊策略的权重自适应MPC轨迹跟踪控制器, 综合考虑车辆各性能对目标函数权重进行调整, 计算出了最优的前轮转角。XU Shaobing等<sup>[4]</sup>将车辆的预瞄曲率误差作为LQR的增广状态矢量, 构成了基于预瞄曲率误差前馈控制和跟踪误差反馈控制的LQR轨迹跟踪器。吴西涛等<sup>[5]</sup>在 $\beta - \gamma$ 相平面中分析了不同前轮转角下的车辆稳定域范围, 并以此设计了MPC轨迹跟踪控制器的车辆横摆约束, 改善了车辆在极限工况下的轨迹跟踪能力。钟龙飞等<sup>[6]</sup>利用双直线法对车辆在 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面中的稳定域进行了划分, 当车辆位于稳定域内或域外时, 分别采取模糊控制算法和PID控制算法反馈来计算调整车辆的横摆力矩, 综合优化了车辆控制响应性和稳定性。上述轨迹跟踪控制方法多考虑不同目标的协调控制, 但对于轨迹跟踪的精度控制和车辆稳定性控制的调节程度没有准确适当的设定。

为了对轨迹跟踪控制中各性能优化目标实现综合调节, 需考虑各性能指标在控制策略中所占权

重。采用强化学习和车辆相平面图稳定域边界<sup>[7]</sup>构建量化系数表征稳定性控制介入程度的方法, 可适当调节控制权重, 并联合MPC多目标协调控制综合优化轨迹跟踪精度和稳定性。

本文利用轮毂电机驱动车辆各轮力矩独立可测可控的特点, 构建轮毂电机整车动力学模型及轮胎模型, 针对复杂工况, 采用 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面法, 同时基于机器学习方法建立车辆稳定域并构建失稳因子, 基于失稳因子及分层MPC控制架构, 完成了轨迹跟踪中多目标协调控制, 实现车辆轨迹跟踪的性能优化, 并完成了轨迹跟踪精度和车辆稳定性协调控制的硬件在环仿真验证。

## 1 轮毂电机驱动车辆动力学模型

为实现四轮轮毂电机驱动车辆快速而准确地跟踪目标轨迹以及在复杂工况下的车辆稳定性, 需构建车辆动力学模型和非线性轮胎模型。

### 1.1 轨迹跟踪整车模型

在车辆行驶过程中, 将整车视为刚体, 忽略车辆的俯仰、侧倾和垂向运动并假设四轮轮毂电机和轮胎的特性相同, 考虑车辆横向、纵向、横摆3个自由度以及4个车轮旋转的自由度, 可建立如图1所示的车辆动力学七自由度模型。

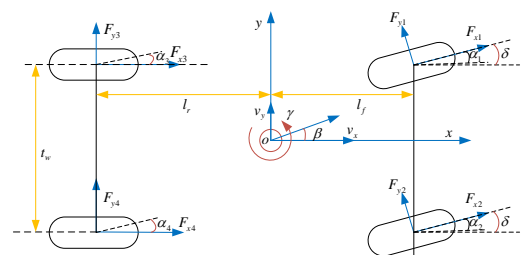


图1 七自由度车辆动力学模型

根据牛顿第2定律和达朗贝尔原理, 车辆横向、纵向、横摆三自由度方程为:

$$\begin{cases} ma_x = (F_{x1} + F_{x2}) \cos \delta - (F_{y1} + F_{y2}) \sin \delta + \\ F_{x3} + F_{x4} - F_f - F_w, \\ ma_y = (F_{x1} + F_{x2}) \sin \delta + (F_{y1} + F_{y2}) \cos \delta + \\ F_{y3} + F_{y4}, \\ I_z \dot{\gamma} = l_f [(F_{y1} + F_{y2}) \cos \delta + (F_{x1} + F_{x2}) \sin \delta] - \\ l_r (F_{y3} + F_{y4}) + \frac{l_w}{2} (F_{y1} \sin \delta - F_{x1} \cos \delta - F_{x3} + \\ F_{x2} \cos \delta - F_{y2} \sin \delta + F_{x4}). \end{cases} \quad (1)$$

式中： $a_x$ 、 $a_y$ 分别为纵、侧向加速度； $\delta$ 为前轮转角； $F_f$ 为车辆路面滚动阻力， $f$ 为滚动阻力系数； $F_w$ 为空气阻力。

此外，对轮毂电机驱动车辆四车轮旋转动力学模型进行分析研究，根据滚动车轮受力情况，可得到车轮旋转运动方程<sup>[8]</sup>为：

$$J_{\omega i} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{xi} i_g - F_{fi} r - F_{xi} r. \quad (2)$$

$$F_{fi} = F_{zi} \times f. \quad (3)$$

式中： $T_{xi}$ 为电机输出力矩； $\omega_i$ 为车轮转速； $i_g$ 为轮毂电机总成中减速器的减速比； $J_{\omega i}$ 为车轮转动惯量； $F_{xi}$ 为轮胎纵向力； $F_{zi}$ 为车轮受到的垂向载荷； $F_{fi}$ 为滚动阻力； $f$ 为轮胎滚动阻力系数。

## 1.2 Dugoff 轮胎模型

在轨迹跟踪过程中，车辆轮胎会处于一定的滑移和侧偏状态，采用 Dugoff 轮胎模型<sup>[9]</sup>对轮胎受力状态进行分析：

$$\begin{cases} F_{xi} = \mu_i F_{zi, kN} \times C_{xi} \times \frac{\lambda_i}{1 - \lambda_i} \times f(L_i), \\ F_{yi} = \mu_i F_{zi, kN} \times C_{yi} \times \frac{\tan \alpha_i}{1 - \lambda_i} \times f(L_i). \end{cases} \quad (4)$$

$$f(L_i) = \begin{cases} L_i(2 - L_i), & L_i < 1, \\ 1, & L_i \geq 1. \end{cases} \quad (5)$$

$$L_i = \frac{(1 - \lambda_i) \left[ 1 - \varepsilon v_{xi} \sqrt{(C_{yi} \tan \alpha_i)^2 + (C_{xi} \lambda_i)^2} \right]}{2 \sqrt{(C_{yi} \tan \alpha_i)^2 + (C_{xi} \lambda_i)^2}}. \quad (6)$$

式中： $\mu_i$ 为各车轮和地面的附着系数； $F_{zi, kN} = \frac{F_{zi}}{1000}$ ； $\lambda_i$ 为车轮的纵向滑转率； $\alpha_i$ 为轮胎侧偏角； $\varepsilon$ 为速度影响因子，取 1.16； $L_i$ 为边界值； $f(L_i)$ 为通过变量  $L_i$  计算出的修正系数； $C_{xi}$ 为轮胎的纵向刚度； $C_{yi}$ 为轮胎的侧偏刚度。

利用 dSPACE 内置的轮胎试验数据，可通过插值求解获取不同垂向载荷下轮胎的侧偏刚度和纵向刚度，各车轮垂向载荷为：

$$\begin{cases} F_{z1} = mg \frac{l_r}{2(l_f + l_r)} - ma_x \frac{h_g}{2(l_f + l_r)} - ma_y \frac{l_r h_g}{(l_f + l_r) t_w}, \\ F_{z2} = mg \frac{l_r}{2(l_f + l_r)} - ma_x \frac{h_g}{2(l_f + l_r)} + ma_y \frac{l_r h_g}{(l_f + l_r) t_w}, \\ F_{z3} = mg \frac{l_f}{2(l_f + l_r)} + ma_x \frac{h_g}{2(l_f + l_r)} - ma_y \frac{l_f h_g}{(l_f + l_r) t_w}, \\ F_{z4} = mg \frac{l_f}{2(l_f + l_r)} + ma_x \frac{h_g}{2(l_f + l_r)} + ma_y \frac{l_f h_g}{(l_f + l_r) t_w}. \end{cases} \quad (7)$$

根据当前车速和横摆角速度计算出的轮胎侧偏角为：

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arctan \frac{v_y + \gamma l_f}{v_x - \gamma t_w / 2} - \delta, \\ \alpha_2 = \arctan \frac{v_y + \gamma l_f}{v_x + \gamma t_w / 2} - \delta, \\ \alpha_3 = \arctan \frac{v_y - \gamma l_r}{v_x - \gamma t_w / 2}, \\ \alpha_4 = \arctan \frac{v_y - \gamma l_r}{v_x + \gamma t_w / 2}. \end{cases} \quad (8)$$

## 2 车辆稳定域辨识模型及失稳因子构建

本文控制策略需协调车辆轨迹跟踪过程中的跟踪精度与稳定性，车辆质心侧偏角-质心侧偏角速度 ( $\beta - \dot{\beta}$ ) 相平面可以准确反映车辆运行中的稳定状况<sup>[10]</sup>，所以采用通过辨识稳定域边界的方式获取量化系数嵌于控制策略中，间接作用于车辆稳定性控制。

### 2.1 车辆稳定域模型构建与分析

为绘制不同初始状态下的  $\beta - \dot{\beta}$  相平面，引入了基于纯侧偏工况下的二自由度车辆动力学模型为：

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{(F_{yf} \cos \delta_f) l_f - F_{yr} l_r}{I_z}, \\ \dot{\beta} = \frac{(F_{yf} \cos \delta_f + F_{yr} - m v_x \dot{\varphi})}{m v_x [1 + (\tan \beta)^2]}. \end{cases} \quad (9)$$

式中： $F_{yf}$ 和 $F_{yr}$ 分别为前轮和后轮侧偏力； $\delta_f$ 为前轮转角。

考虑车辆行驶过程中的非线性特征，将 Dugoff

轮胎模型引入到该二自由度模型公式中，在 Simulink 中搭建车辆  $\beta - \dot{\beta}$  相平面图，如图 2 所示。

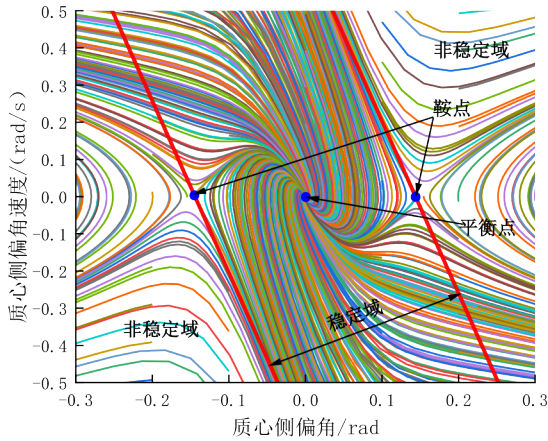


图 2  $\beta - \dot{\beta}$  相平面稳定域划分

图 2 中标注蓝点为初始状态下系统的平衡点和鞍点，平衡点是表征车辆稳定的点，鞍点为划分车辆稳定和稳定的临界点。根据状态参数的变化轨迹是否趋于稳定，以双直线法可将  $\beta - \dot{\beta}$  相平面分为向平衡点收敛的稳定区域和远离平衡点发散的非稳定区域<sup>[11]</sup>。

上述两直线通过鞍点且关于平衡点对称，利用数学式定义为：

$$N_2 \leq \dot{\beta} + M\beta \leq N_1 \quad (10)$$

式中： $M$ 、 $N_1$  和  $N_2$  为边界系数，分别为稳定边界直线的斜率和截距。

## 2.2 基于 GA-BP 神经网络的失稳因子设计

为实现车辆实时稳定域边界线参数辨识，本文利用 BP 神经网络对不同输入下的稳定域边界数据进行了回归预测，并采用遗传算法优化神经网络初始权重值和阈值以提高模型训练效率<sup>[12]</sup>，遗传算法优化 BP 神经网络的实现步骤如下。

1) 确定样本数据的输入和输出量，通过式(11)对试验数据进行归一化处理以消除量纲的影响，最后按照一定的比例关系划分训练集和测试集。

$$x^* = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (11)$$

式中： $x^*$  为归一化后的数据； $x_{\max}$  和  $x_{\min}$  分别为样本数据的最大值和最小值。

2) 确定 BP 神经网络输入层、隐含层和输出层

层数，并初始化权值和阈值。

3) 初始化种群规模，根据各网络层的权重和阈值个数对个体进行编码，构建适应度评价函数为：

$$F = \frac{1}{E_{\text{total}}} \quad (12)$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \sum_{k=1}^q (\text{target}_k^{(i)} - \text{out}_k^{(i)})^2 \quad (13)$$

其中， $E_{\text{total}}$  为 BP 神经网络模型的误差，如式(12)所示，误差  $E_{\text{total}}$  值与个体的适应度  $F$  呈负相关。

4) 对种群个体进行选择、交叉和变异操作。计算出每个个体的适应度，利用轮盘赌算法选择适应度高的个体作为父代。通过交叉的方式混合父代优秀基因，得到新一代的基因为：

$$\begin{cases} A_j = A_j(1 - e) + B_j e, \\ B_j = B_j(1 - e) + A_j e. \end{cases} \quad (14)$$

式中： $A$ 、 $B$  为父代两个个体； $j$  为基因位置； $e$  为 0 到 1 的随机数。

引入一个  $[0, 1]$  之间的随机变异因子  $\tau$ ，若  $\tau$  大于变异概率，则对个体基因进行变异运算，变异式为：

$$A_j = \begin{cases} A_j + (A_j - A_{\max})f(g) & \tau > 0.5, \\ A_j + (A_{\min} - A_j)f(g) & \tau \leq 0.5. \end{cases} \quad (15)$$

$$f(g) = \tau \left( 1 - \frac{g}{G_{\max}} \right)^2 \quad (16)$$

式中： $A_{\max}$  为基因  $A_j$  的上限； $A_{\min}$  为基因  $A_j$  的下限； $g$  为迭代次数； $G_{\max}$  为最大进化次数。

5) 不断迭代上述过程直至误差达到最小，将此时的权值和阈值重新分配至 BP 神经网络，进行训练和预测。

本文通过 Matlab 计算得出 120 组以路面附着系数、车速和前轮转角为输入、直线斜率和截距为输出的样本数据，前 80 组设为训练集，后 40 组设为测试集。设置 GA-BP 神经网络结构为 3-5-2。设置神经网络的学习率为 0.01，误差阈值为  $1e-6$ ，遗传算法的种群规模为 5，遗传代数为 50，得到最终基

于 GA-BP 神经网络的训练模型，具有较高的准确度，其训练集的均方根误差 RMSE 为 0.005 884 1，测试集 RMSE 为 0.006 622 9，可以较精确地实现真实值的回归预测，满足对稳定性边界斜率和截距的辨识要求。

通过 GA-BP 神经网络辨识出车辆当前行驶状态的稳定边界线后，可据此判定此时车辆行驶的稳态。为防止出现失稳状况，引入失稳因子  $\kappa$ ，根据  $\kappa$  的大小量化轨迹跟踪控制中稳定性控制的权重占比。

在与上下稳定边界线平行且距离相等的直线上任取一点为原点，建立  $\beta - \dot{\beta}$  相平面图，如图 3 所示。

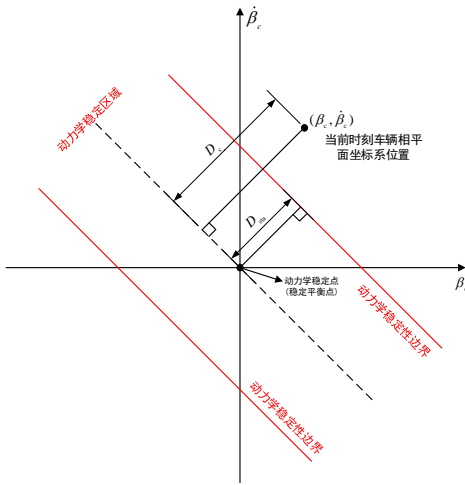


图 3 失稳因子计算

以  $D_{sta}$  为安全距离， $D_c$  为车辆当前的  $\beta_c - \dot{\beta}_c$  点距直线的距离，其计算式为：

$$\begin{cases} D_{sta} = |N_1| / \sqrt{M^2 + 1}, \\ D_c = |\beta_c + M\dot{\beta}_c| / \sqrt{M^2 + 1}. \end{cases} \quad (17)$$

则失稳因子  $\kappa$  可定义为：

$$\kappa = \begin{cases} D_c / D_{sta} & D_c < D_{sta}, \\ 1 & D_c \geq D_{sta}. \end{cases} \quad (18)$$

### 3 轨迹跟踪协调控制策略开发

基于前文失稳因子，利用轮毂电机各轮转矩一侧独立可控的特点，建立如图 4 所示的车辆轨迹跟踪协调控制策略，上层以道路跟踪轨迹精度和动力

学稳定性为控制目标，下层考虑路面附着约束、动力学约束、电机外特性约束以及车轮最优滑转率限制，通过多目标优化动态协调控制算法实现车辆的转矩矢量控制，进而提高车辆轨迹跟踪控制在各工况下的鲁棒性。

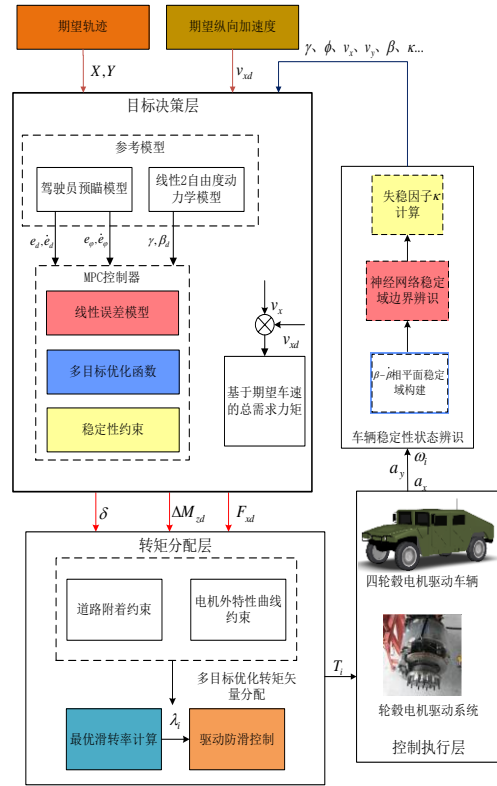


图 4 轮毂电机驱动车辆轨迹跟踪控制策略

#### 3.1 基于失稳因子的轨迹跟踪模型预测控制

由失稳因子进一步开发轨迹跟踪 MPC 策略。首先对车辆轨迹跟踪中的稳定性控制和跟踪误差控制分别进行分析建模，再以此为基础建立多目标模型预测控制器。

##### 3.1.1 稳定性控制模型

针对轨迹跟踪过程中的稳定性控制问题，简化车辆动力学模型，假设车速保持恒定，忽略车轮纵向力，得到沿横向平动和绕垂向转动的线性二自由度车辆参考模型 (2-DOF)，其车辆横向和横摆的运动式为<sup>[13]</sup>：

$$\begin{cases} ma_y = m(\dot{v}_y + v_x \gamma) = F_{yf} \cos \delta + F_{yr}, \\ I_z \dot{\omega} = \sum M_z = l_f F_{yf} \cos \delta - l_r F_{yr}. \end{cases} \quad (19)$$

代入 Dugoff 轮胎模型后得到的前后轴侧向力为:

$$\begin{cases} F_{yf} = \mu F_{z_f, kN} \times C_{yf} \times \frac{\tan \alpha_f}{1 - \lambda_f} \times f(L_f), \\ F_{yr} = \mu F_{z_r, kN} \times C_{yr} \times \frac{\tan \alpha_r}{1 - \lambda_r} \times f(L_r). \end{cases} \quad (20)$$

前后轮的侧偏角为:

$$\begin{cases} \alpha_f = \frac{l_f \omega}{v_x} + \beta - \delta, \\ \alpha_r = \beta - \frac{l_r \omega}{v_x}. \end{cases} \quad (21)$$

为便于计算, 将式(20)中的  $\frac{\mu F_{z_f, kN} \times C_{yf} \times f(L_f)}{1 - \lambda_f}$  和  $\frac{\mu F_{z_r, kN} \times C_{yr} \times f(L_r)}{1 - \lambda_r}$  分别用  $C_f$  和  $C_r$  替换, 假设  $\cos \delta \approx 1$ ,  $\tan \alpha \approx 0$ , 得到基于 Dugoff 轮胎模型的车辆二自由度动力学方程为:

$$\begin{cases} m(\gamma v_x + \dot{v}_y) = \frac{\gamma}{v_x}(-l_r C_r + l_f C_f) - C_f \delta + (C_f + C_r) \beta, \\ \dot{\gamma} l_z = \beta(l_f C_f - l_r C_r) - l_f C_f \delta + \frac{\gamma}{v_x}(C_f l_f^2 + k_2 l_r^2). \end{cases} \quad (22)$$

因车辆在低附着路面行驶时, 受到路面附着条件的制约, 结合 2-DOF 与第 1 节搭建的 Dugoff 轮胎模型, 对相应的车辆横摆角速度  $\gamma$  和质心侧偏角  $\beta$  的相应限制<sup>[14]</sup>为:

$$\gamma \leq 0.85 \frac{\mu g}{v_x}. \quad (23)$$

$$\beta_d \leq \tan^{-1}(0.02 \mu g). \quad (24)$$

在该限制下, 本文基于当前车辆行驶的状态参数, 反馈调节四轮驱动力产生的力矩, 以  $x = [\beta \ \gamma]^T$ ,  $u = [\delta \ T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4]^T$ , 可建立基于 2-DOF 的四轮力矩控制模型。

### 3.1.2 跟踪误差模型

针对轨迹跟踪精度控制问题, 利用 Frenet 坐标系建立以道路中心线为参考系的跟踪误差模型, 通过 Frenet 坐标系和全局坐标系之间的互相转换, 最终得到输入到控制器的规划轨迹。

如图 5 所示,  $\vec{x}$  和  $\vec{x}_r$  分别为车辆质心和车辆参考线投影点坐标的矢量表示,  $\vec{n}_x$ 、 $\vec{t}_x$ 、 $\vec{n}_r$ 、 $\vec{t}_r$  为车辆质心和投影点处的单位法向量和切向量,  $e_d$  为当前

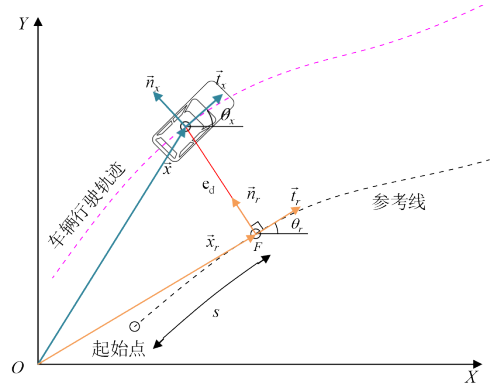


图 5 道路偏差模型

时刻车辆质心到期望轨迹参考点的横向偏差,  $\theta$  和  $\theta_r$  分别为车辆实际航向角和期望航向角。根据矢量运算原理, 得到轨迹跟踪过程中的横向误差和航向角偏差为:

$$\begin{cases} e_d = (\vec{x} - \vec{x}_r) \times \vec{n}_r, \\ e_\varphi = \theta - \theta_r. \end{cases} \quad (25)$$

因行驶过程航向角  $\theta = \beta + \varphi$ , 考虑到  $\beta$  接近于 0,  $e_\varphi$  可近似等于  $\varphi - \theta_r$ , 代入上式后求得:

$$\begin{cases} \dot{e}_d = v_x e_\varphi + v_x \beta, \\ \ddot{e}_d = v_x \dot{e}_\varphi + v_x \dot{\beta}, \\ \dot{e}_\varphi = \dot{\varphi} - \dot{\theta}_r, \\ \ddot{e}_\varphi = \ddot{\varphi} - \ddot{\theta}_r. \end{cases} \quad (26)$$

根据曲率定义可知, 投影点处的曲率  $k_r$  等于切线转角  $\Delta\theta_r$  和弧长  $\Delta s$  之比的极限, 所以有:

$$k_r = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta_r}{\Delta s} = \frac{d\theta_r}{ds} = \frac{\dot{\theta}_r}{\dot{s}}. \quad (27)$$

由于  $\dot{s} \approx v_x$ , 所以得到  $\dot{\theta}_r = k_r v_x$ 。

联立式(25)、(26)、(27),  $x = [e_d \ e_d \ e_\varphi \ e_\varphi]^T$ ,  $u = [\delta \ T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4]^T$ , 引入道路曲率  $k_r$  作为干扰项  $w$ , 以此可建立道路偏差控制模型。

### 3.1.3 多目标模型预测控制器

综合上述保证车辆稳定性的四轮力矩控制模型和保证车辆轨迹跟踪精度的道路偏差控制模型, 建立基于线性 MPC 的轨迹跟踪多目标控制器, 其线性预测模型为:

$$\dot{x} = A_c x + B_c u + D_c w. \quad (28)$$

式中:  $x = [e_d \ e_d \ e_\varphi \ e_\varphi \ \beta \ \gamma]^T$ ;  $u = [\delta \ T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4]^T$ ;  $w$  为干扰项  $k_r$ ;

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-C_f - C_r}{mv_x} & \frac{C_f + C_r}{m} & \frac{-l_f C_f + l_r C_r}{mv_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-l_f C_f + l_r C_r}{I_z v_x} & \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} & \frac{-l_f^2 C_f - l_r^2 C_r}{I_z v_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-C_f + C_r}{mv_x} & \frac{C_r l_r - C_f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z} & \frac{-C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix};$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_c}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{l_f C_f}{I_z} & \frac{-1}{I_z r} & \frac{1}{I_z r} & \frac{-1}{I_z r} & \frac{1}{I_z r} \\ \frac{C_f}{mv_x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_f l_f}{I_z} & \frac{-1}{I_z r} & \frac{1}{I_z r} & \frac{-1}{I_z r} & \frac{1}{I_z r} \end{bmatrix}; D_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l_r C_r - l_f C_f - v_x^2}{m} \\ 0 \\ \frac{-l_f^2 C_f - l_r^2 C_r}{I_z} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \circ$$

采用欧拉前向法对式 (28) 进行离散化得到：

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Dw(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (29)$$

式中： $x(k)$ 、 $u(k)$ 、 $w(k)$ 和 $y(k)$ 分别为当前时刻的状态量、控制量、干扰项和输出量，矩阵中 $A = I + A_c \Delta T$ ， $B = B_c \Delta T$ ， $C = I_{6 \times 6}$ ， $D = D_c \Delta T$ ，以 $I$ 为单位矩阵， $\Delta T$ 为采样步长。

对式 (29) 的预测模型进行迭代运算，令系统的当前时刻为 $k$ ，得到未来时域内的系统未来时刻输出方程为：

$$y = \psi x(k) + \Theta u + Sw. \quad (30)$$

$$\text{式中： } y = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ y(k+3) \\ \vdots \\ y(k+N_c) \\ \vdots \\ y(k+N_p) \end{bmatrix}; \psi = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_c} \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}; \Theta =$$

$$\begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_c-1}B & CA^{N_c-2}B & CA^{N_c-3}B & \dots & CA^0B \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}; u =$$

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix}; w = \begin{bmatrix} w(k) \\ w(k+1) \\ w(k+2) \\ \vdots \\ w(k+N_c-1) \end{bmatrix}; S = \begin{bmatrix} CD & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CAD & CD & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}D & \dots & \dots & \dots & CD \end{bmatrix} \circ$$

其中， $N_p$ 为预测时域， $N_c$ 为控制时域。

如式 (30) 所示，为扩大多约束下预测模型求解问题的可行解范围，在目标函数中加入了松弛因子 $\varepsilon$ ，得到控制器优化目标函数为：

$$J = \sum_{k=1}^{N_p} \|y(k+i) - y_d(k+i)\|_Q^2 + \sum_{k=1}^{N_c-1} \|(u(k+i) - u(k+i-1))\|_R^2 + \rho \varepsilon^2. \quad (31)$$

式中： $Q = \text{diag}(q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6)$ 为控制器输出误差的权重占比，其中， $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ 、 $q_4$ 为轨迹跟踪控制在系统输出误差中的权重占比， $q_5$ 、 $q_6$ 为稳定性控制在系统输出误差中的权重占比； $R = \text{diag}(r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5)$ 为控制量最小化在目标函数

中所占的比重。

考虑实际行驶中的车辆动力学和驱动系统约束，将式(31)的目标优化函数转化为下述二次规划问题：

$$\begin{aligned} \min_u J(k) &= xHx^T + fx^T, \\ \text{subject to } &u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}, \\ &\eta_{\min} \leq \eta(k) \leq \eta_{\max}. \end{aligned} \quad (32)$$

式中： $x = [u(k) \ \varepsilon]$ ， $H = \begin{bmatrix} \theta^T Q \theta & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix}$ ， $f = [2E^T Q \theta \ 0]$ ， $E = \psi x(k) - y_d(k)$ ； $u_{\min}$ 和 $u_{\max}$ 分别为前轮转角和附加横摆力矩的约束； $\eta_{\min}$ 和 $\eta_{\max}$ 为车辆动力学模型约束。参考实际情况，车辆动力学模型及控制参数约束值见表1。

表1 车辆动力学模型及控制参数约束值

参数	约束值
质心侧偏角 $\beta/(\circ)$	干燥沥青路面： $\pm 12$ 冰雪路面： $\pm 2$
侧向加速度 $a_y/(\text{m/s}^2)$	$\mu g$
前轮侧偏角 $\alpha_f/(\circ)$	$\pm 2.5$
后轮侧偏角 $\alpha_r/(\circ)$	$\pm 5$
车辆轮毂力矩 $T_i/\text{kNm}$	$\pm 1\ 250$

将上述约束值代入二次规划问题进行求解，通过实时滚动优化，得到每个周期内最优化控制解序列  $U(k) = [u(k) \ u(k+1) \ \dots \ u(k+N_c)]$ ，该序列第一项  $u(k)$  即为车辆轨迹跟踪的控制输入。

随后基于第二章计算的失稳因子，对多目标模型控制器各优化目标的权重参数进行再设计。

为削弱权重优化分配过程中的系统抖振，利用 Sigmoid 函数对失稳因子函数进行平移和拉伸操作实现平滑处理<sup>[15]</sup>，设计了如图6所示的权重比例调节区域。

跟踪精度控制和稳定性控制的比例系数计算式为：

$$f(\kappa) = \begin{cases} 0.2 + \frac{0.8}{1 + e^{20(\kappa - 0.5)}}, & \text{跟踪精度控制,} \\ 0.2 + \frac{0.8}{1 + e^{-20(\kappa - 0.5)}}, & \text{稳定性控制.} \end{cases} \quad (33)$$

根据上式权重比例系数计算式，得到轨迹跟踪控制权重参数  $q_i (i = 1, 2, 3, 4)$  和稳定性控制权重参数  $q_j (j = 5, 6)$  为：

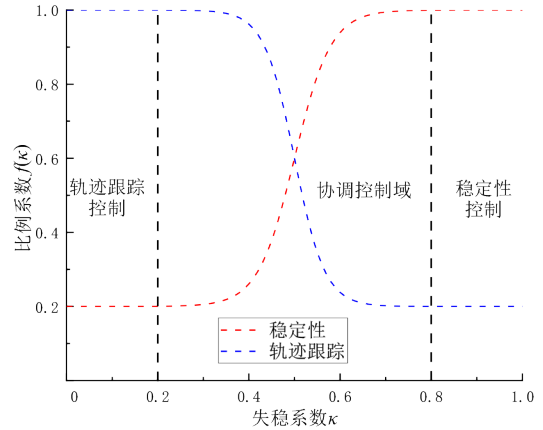


图6 不同控制目标权重调节的比例系数

$$\begin{aligned} q_i &= q_{i, \max} \times f(\kappa), \\ q_j &= q_{j, \max} \times f(\kappa). \end{aligned} \quad (34)$$

式中： $q_{i, \max}$ 和 $q_{j, \max}$ 分别为道路轨迹跟踪和稳定控制的最大权值，即在 MPC 中施加的控制量相对优先完成该目标。

### 3.2 基于最优滑转率的车轮驱动防滑控制

为使整车轨迹跟踪过程中在保证动力性的同时有足够的稳定裕度，使车轮运动保持在最佳状态<sup>[16]</sup>，本文建立路面利用附着系数和滑转率的  $\mu - \lambda$  模型，利用参数拟合识别车轮最优滑转率，以此进行轮毂电机转矩调节。

由 Burckhardt 等人开发的标准路面下的  $\mu - \lambda$  模型得到：

$$\mu(\lambda) = C_1(1 - e^{-C_2\lambda}) - C_3 \times \lambda. \quad (35)$$

式中： $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 为利用路面试验数据拟合得到的参数<sup>[17]</sup>。

由微分性质可知，当  $\frac{d\mu(\lambda)}{d\lambda} = 0$  时，路面利用附着系数  $\mu(\lambda)$  处于极大值点，此时对应的滑转率  $\lambda$  即为当前状态车轮的最优滑转率  $\lambda_{opt}$ ，通过以上计算得到的最优滑转率  $\lambda_{opt}$  为：

$$\lambda_{opt} = \frac{1}{C_2} \ln \frac{C_1 C_2}{C_3}. \quad (36)$$

以识别的最优滑转率为控制目标，基于滑模变结构算法，对轮毂电机输出力矩进行矢量调节，参考式(2)、式(3)得到单个车轮的力矩控制模型为：

$$\begin{cases} F_{zi} \dot{v}_{xi} / g = F_{xi} - F_{fi}, \\ J_{wi} \dot{\omega}_i = T_i - F_{xi} r. \end{cases} \quad (37)$$

式中： $F_{zi}$ 为估算的车轮垂向载荷； $v_{xi}$ 为车轮质心处的速度； $T_i$ 为驱动轮的输出力矩。

各轮滑转率为：

$$\lambda_i = (\omega_i r - v_{xi}) / \omega_i r \quad (38)$$

以最优滑转率  $\lambda_{opt}$  为目标，得到单个车轮滑转的控制误差为：

$$e = \lambda_i - \lambda_{opt} \quad (39)$$

设置滑模面为：

$$S = \dot{e} + Ce = \dot{\lambda}_i + C(\lambda_i - \lambda_{opt}) \quad (40)$$

联立式 (37) 和式 (38)，对滑转率  $\lambda_i$  进行求导得到：

$$\dot{\lambda}_i = \frac{1}{\omega_i r} \left[ -\dot{v}_{xi} + \frac{(1 - \lambda_i)r}{J_{wi}} (T_i - F_{xi}r) \right] \quad (41)$$

$$\ddot{\lambda}_i = \frac{1}{\omega r} \left[ -\ddot{v}_{xi} + \frac{(1 - \lambda)r}{J} (\dot{T}_i - \dot{F}_{xi}r) + \frac{2r}{J} (T_i - F_{xi}r) \dot{\lambda}_i \right] \quad (42)$$

为削弱滑模面处的系统抖振，提高收敛速度，采用饱和函数  $\text{sat}(s)$  代替符号函数  $\text{sgn}(s)$ ：

$$\dot{s} = -K\text{sat}(s), K > 0 \quad (43)$$

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s), & |s| > H, \\ s/H, & |s| < H. \end{cases} \quad (44)$$

式中： $K$ 为趋近律常数，表明系统状态点接近滑模面的速率； $H > 0$ ，为边界层厚度。

联立式(40)~(44)，得到单个车轮上的防滑转矩调节量为：

$$\begin{aligned} \dot{T}_i &= \frac{\omega_i J_{wi}}{1 - \lambda} \left[ -K\text{sat}(s) + C(\dot{\lambda}_{opt} - \dot{\lambda}_i) \right] + \\ &\frac{\omega_i J_{wi}}{1 - \lambda} \left[ \frac{\ddot{v}_{xi}}{\omega_i r} + \frac{(1 - \lambda_i)r \dot{F}_{xi}}{\omega_i J_{wi}} - \frac{2(T_i - F_{xi}r) \dot{\lambda}_i}{\omega_i J_{wi}} \right] \end{aligned} \quad (45)$$

当车轮驱动防滑控制系统介入时，对应车轮的电机控制力矩为：

$$\Delta T_i = \dot{T}_i / i_g \quad (46)$$

联立上式的电机分配力矩，得到最终的电机目标驱动力矩为：

$$T_i = T_{di} + \Delta T_i \quad (47)$$

## 4 仿真试验分析

### 4.1 硬件在环仿真平台搭建

本文通过离线仿真硬件在环验证轨迹跟踪控制

策略的有效性，搭建的 dSPACE 硬件在环仿真平台如图 7 所示。

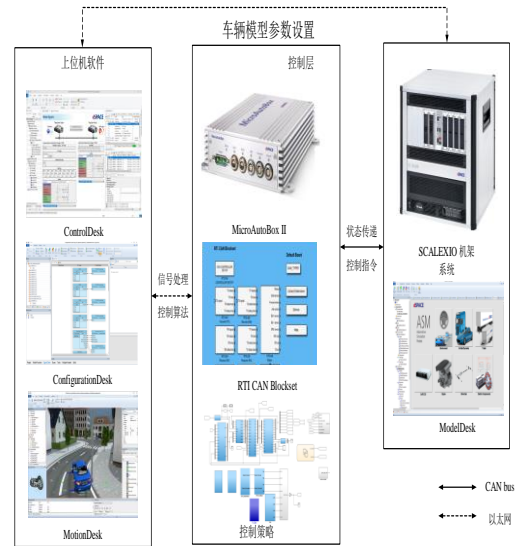


图 7 硬件在环仿真平台

仿真平台包含一个上位 PC 机和两个下位控制机柜，其中，下位控制机柜包括实时运行控制策略模型的快速原型控制器 MicroAutoBox II 与人-车-路闭环模型的硬件在环仿真器 SCALEXIO，上位 PC 机安装有 ModelDesk、MotionDesk 和 Matlab/Simulink 等软件，负责编写并编译软件和程序下载，并实现可视化。

试验整车和轮毂电机参数见表 2 和表 3。

表 2 整车模型参数表

参数	值
整车质量/kg	4 320
轴距/m	3.5
轮距/m	2.05
轮胎半径/m	0.425
质心到前轴距离/m	1.8
质心到后轴距离/m	1.7
整车横摆转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	13 230

### 4.2 硬件在环仿真平台轨迹跟踪策略验证

为验证本文所提出的基于 MPC 的轨迹跟踪和稳定性多目标协调控制+驱动防滑控制策略的优越性 (A 策略)，利用基于 MPC 单一目标控制的轨迹跟踪控制策略+驱动防滑控制策略 (B 策略) 作为

表 3 模型预测控制器参数表

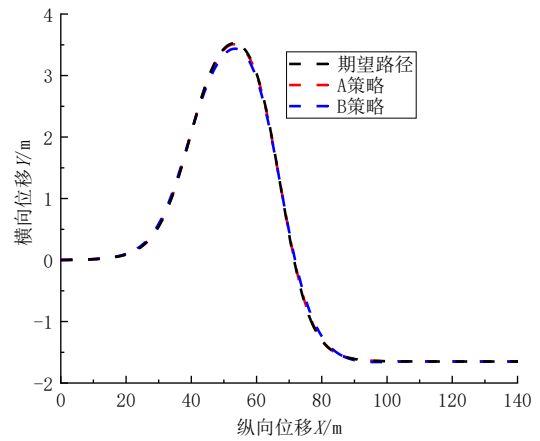
参数	值
采样时间 $T/\text{ms}$	20
预测步长 $N_p$	30
控制步长 $N_c$	3
轨迹跟踪中最大权值 $q_{i, \max}$	$q \begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix}_{i, \max}$
稳定性跟踪最大权值 $q_{j, \max}$	$q \begin{bmatrix} 250 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}_{j, \max}$
控制量权值 $R$	$R = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$
最大前轮转角 $\delta_{\max}/\text{rad}$	0.4
最大前轮转角变化率 $\Delta\delta_{\max}/(\text{rad/s})$	0.02
硬件控制器采样时间 $T_c/\text{ms}$	10

对比策略，该策略以道路误差为控制目标，基于MPC算法计算跟踪期望轨迹的前轮转角，以路面附着和电机峰值力矩为约束，利用PID算法计算跟踪纵向车速的总需求力矩。

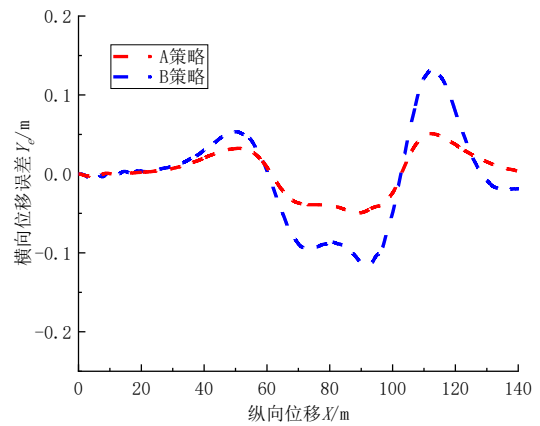
考虑良好路面附着系数较大，难以体现不同控制策略的区别，本试验验证采用路面附着系数 $\mu=0.4$ 的双移线行驶工况。考虑实际使用情况，设置车速分别为 $v_1=36 \text{ km/h}$ ， $v_2=54 \text{ km/h}$ ，并分别对该场景下车辆的轨迹跟踪精度性和车辆稳定性进行仿真分析，如图8~9所示。

由图8可知，车辆在低附着路面进行轨迹跟踪时，车轮始终保持较高的附着裕度，整车的稳定性较好，使两种控制策略下的轨迹精度较高。采用A控制策略通过改善车辆的横摆能力和四轮转矩的优化分配，提高了车辆的跟踪性能，最大横向跟踪误差为0.051 m，最大航向角误差为0.058 rad，比B策略最大横向跟踪误差降低了61.7%，最大航向角误差降低了65.9%。

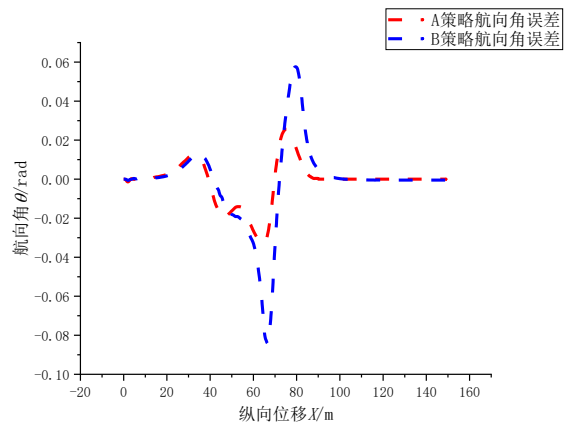
由图9可知，由于车速的上升，采用B策略的车辆出现了误差难以控制的情况，在转向曲率较大时发生失稳，整车无法跟踪期望轨迹，而基于A策略的跟踪误差虽然变大，但仍能按照期望轨迹进行跟踪，车辆跟踪过程中的最大横向误差为0.560 m，



(a) 行驶轨迹



(b) 横向位移误差

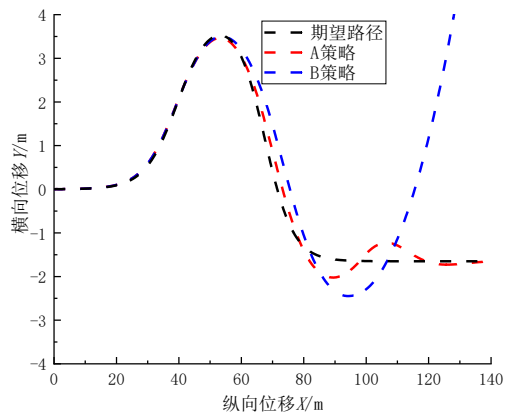


(c) 航向角误差

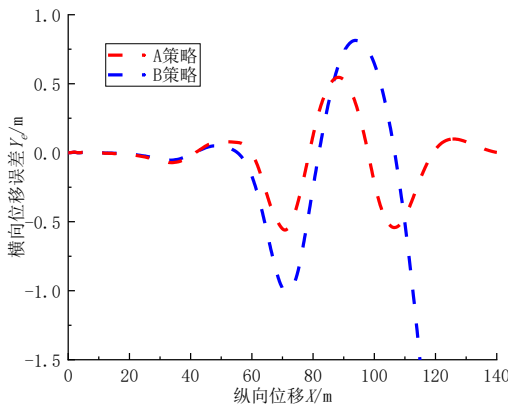
图 8 轨迹跟踪精度性能仿真分析 ( $v=36 \text{ km/h}$ )

最大航向角误差为0.203 rad。

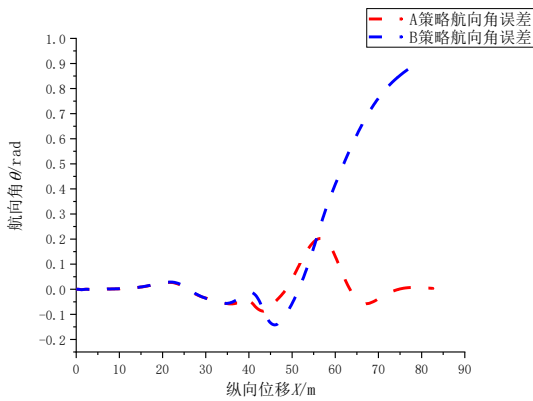
由图10a、b可知，在低附着低速路面下，车辆的失稳因子很小，两种控制算法都能跟踪期望的横摆角速度，对比分析两种控制策略下的车辆 $\beta - \dot{\beta}$ 相轨迹图，虽然系统最终均能收敛到平衡点，但基于B策略的车辆相轨迹图的变化范围较大，质心侧



(a) 行驶轨迹



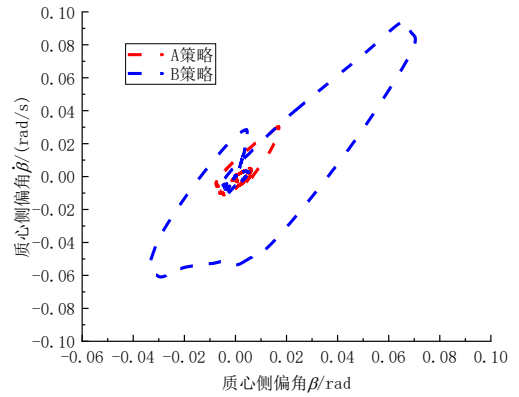
(b) 横向位移误差



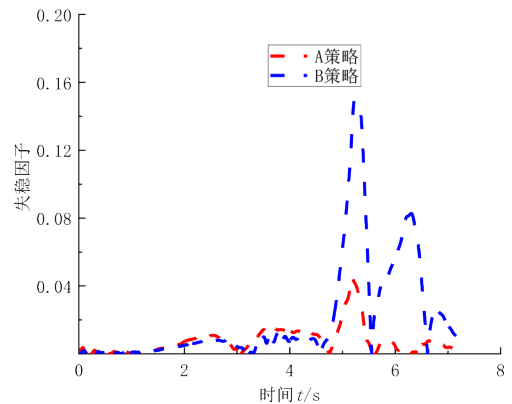
(c) 航向角误差

图 9 轨迹跟踪精度性能仿真分析 (v=54 km/h)

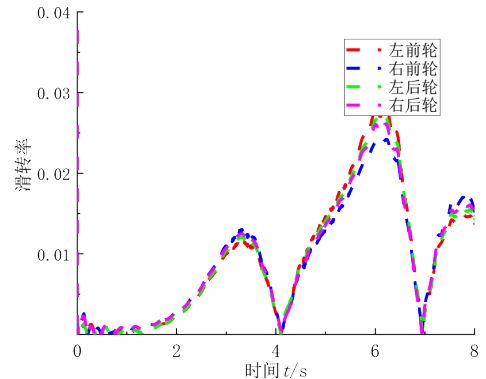
偏角绝对值最大为 0.070 rad，质心侧偏角速度绝对值最大为 0.095 rad/s，而基于 A 策略的车辆相轨迹图变化范围较小，质心侧偏角绝对值最大为 0.017 rad，质心侧偏角速度绝对值最大为 0.030 rad/s。由图 10c~f 可知，虽然此时的路面附着系数较低，但由于车辆的跟踪速度较低，车轮受到的横纵向力始终保持在附着极限内，车轮滑转率较低。



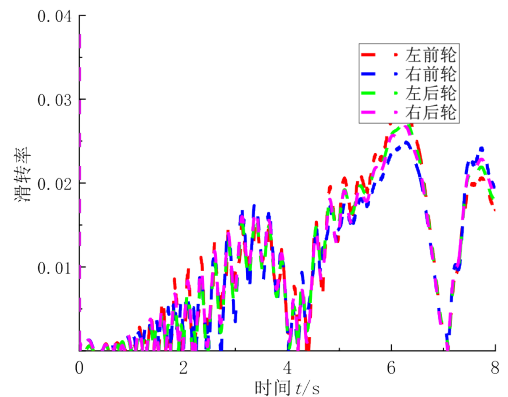
(a)  $\beta - \dot{\beta}$  相平面图



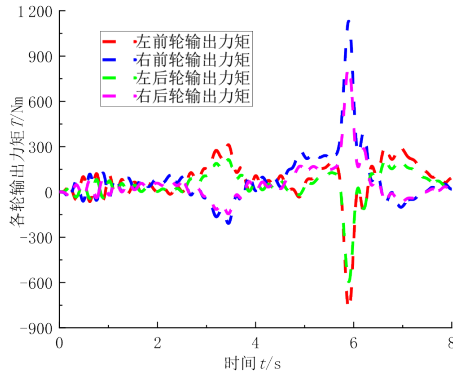
(b) 失稳因子



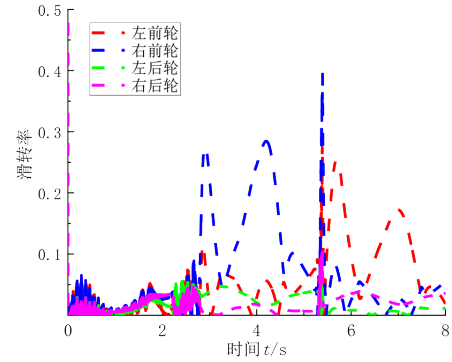
(c) 各轮滑转率(A策略)



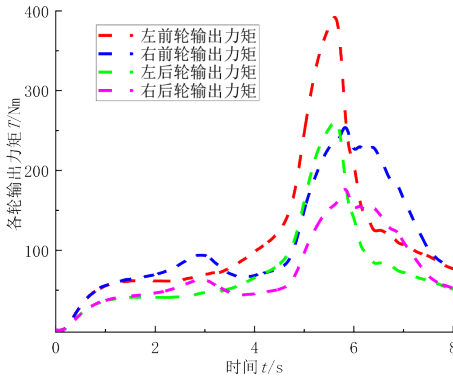
(d) 各轮滑转率(B策略)



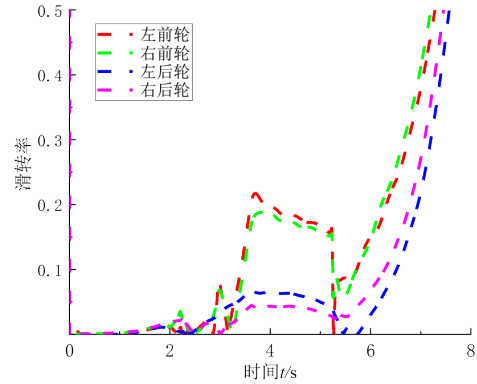
(e) 各轮输出转矩(A策略)



(c) 各轮滑转率(A策略)

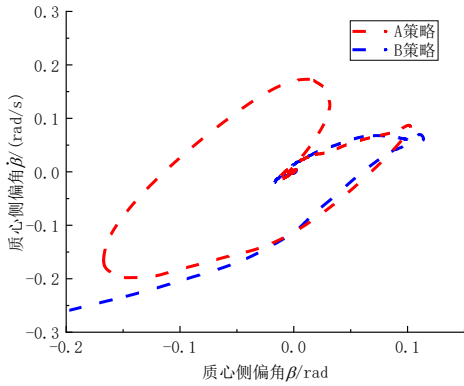


(f) 各轮输出转矩(B策略)

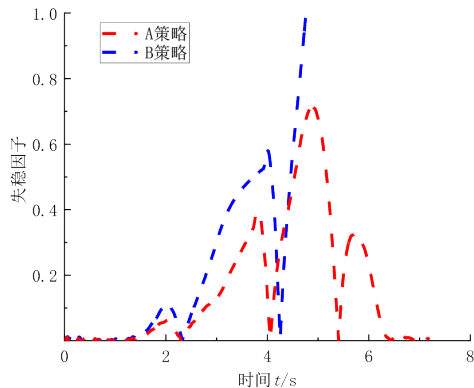


(d) 各轮滑转率(B策略)

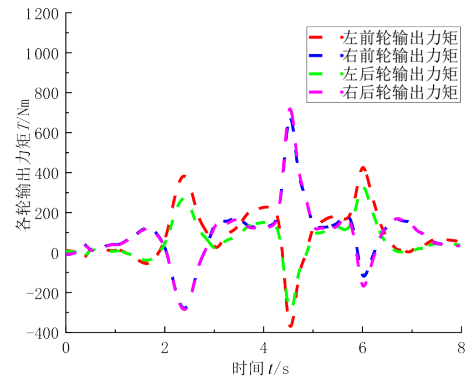
图 10 轨迹跟踪稳定性能仿真分析 (v=36 km/h)



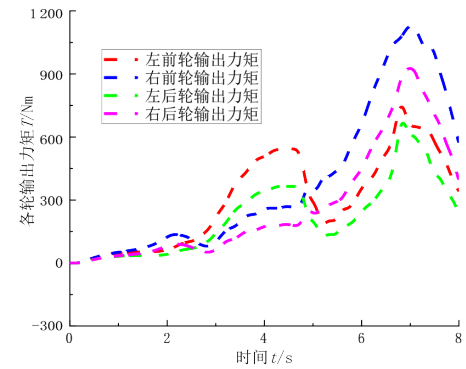
(a)  $\beta - \dot{\beta}$ 相平面图



(b) 失稳因子



(e) 各轮输出转矩(A策略)



(f) 各轮输出转矩(B策略)

图 11 轨迹跟踪稳定性能仿真分析 (v=54 km/h)

而在速度得到提升之后,由图11a~b可知,两种控制策略下整车稳定性大幅下降。其中,基于B策略的车辆在以较高速度转向时,整车发生侧滑和甩尾现象,从 $\beta - \dot{\beta}$ 相轨迹图可以看出,系统状态点无法向平衡点处收敛,而基于A策略虽然跟踪精度略有下降,但其最大质心侧偏角绝对值始终保持在0.2 rad内,系统状态点最终能收敛至平衡点。在速度大幅提升后,分析图11c~f可知,由于车轮的纵横向裕度的降低,驱动力大小易突破轮胎的附着极限,基于B策略的车辆无法对驱动力矩进行矢量调节,导致车轮滑转严重,最终使整车偏离了期望轨迹,而A策略根据失稳因子的变化将整车的控制权重调节为以稳定性为主,通过频繁调节车轮力矩来校正车辆的稳定性状态,同时,利用驱动防滑的控制策略矢量调节车轮的力矩大小,以抑制整车的甩尾和侧滑现象,当车辆失稳因子变小后,控制器将权重调节为以跟踪精度为主,继续按照期望轨迹行驶。

## 参考文献 (References)

- [1] 张雷,赵宪华,王震坡.四轮轮毂电机独立驱动电动汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协调控制研究[J].汽车工程,2020,42(11):1513-1521.  
ZHANG Lei, ZHAO Xianhua, WANG Zhenpo. Study on Coordinated Control of Trajectory Tracking and Yaw Stability for Autonomous Four-Wheel-Independent-Driving Electric Vehicles [J]. Automotive Engineering, 2020, 42(11): 1513-1521. (in Chinese)
- [2] 邵俊恺,赵翮,杨珏,等.无人驾驶铰接式车辆强化学习路径跟踪控制算法[J].农业机械学报,2017,48(3):376-382.  
SHAO Junkai, ZHAO Xuan, YANG Jue, et al. Reinforcement Learning Path Tracking Control Algorithm for Unmanned Articulated Vehicles [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(3): 376-382. (in Chinese)
- [3] WANG Hengyang, LIU Biao, PING Xianyao, et al. Path Tracking Control for Autonomous Vehicles Based on an Improved MPC [J]. IEEE Access, 2019, 7: 161064-161073.
- [4] XU Shaobing, PENG H. Design, Analysis, and Experiments of Preview Path Tracking Control for Autonomous Vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.
- [5] 吴西涛,魏超,翟建坤,等.考虑横摆稳定性的无人车轨迹跟踪控制优化研究[J].机械工程学报,2022,58(6):130-142.  
WU Xitao, WEI Chao, ZHAI Jiankun, et al. Study on the Optimization of Autonomous Vehicle on Path-Following Considering Yaw Stability [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(6): 130-142. (in Chinese)
- [6] 钟龙飞,彭育辉,江铭.基于相平面的分布式驱动电动汽车稳定性控制[J].汽车工程,2021,43(5):721-729,738.  
ZHONG Longfei, PENG Yuhui, JIANG Ming. Stability Control of Distributed Drive Electric Vehicle Based on Phase Plane [J]. Automotive Engineering, 2021, 43(5): 721-729, 738. (in Chinese)
- [7] 刘飞,熊璐,邓律华,等.基于相平面法的车辆行驶稳定性判定方法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2014,42(11):63-70.  
LIU Fei, XIONG Lu, DENG Lühua, et al. Vehicle Stability Criterion Based on Phase Plane Method [J]. Journal of South China University of Technology

## 5 结论

1) 针对车辆轨迹跟踪过程中的稳定性状态辨识问题,基于车辆 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面轨迹图通过双直线法对车辆行驶中稳定域与失稳域进行划分;基于遗传算法优化BP神经网络实现了车辆随机状态参数下的稳定域边界系数辨识,根据辨识的稳定边界直线设计得出失稳因子。

2) 考虑多目标协调控制提出了轮毂电机驱动车辆轨迹跟踪控制策略,基于模型预测控制算法,引入失稳因子作为目标函数权重影响参数,充分平衡复杂工况下轨迹跟踪精度和车辆稳定性控制问题;基于最优滑转率设计了车轮驱动防滑控制系统以防止车轮过度滑转。dSPACE测试结果显示,本文设计的控制策略在低附着路面工况下有效降低了横向跟踪误差和质心侧偏角绝对值,在 $\beta - \dot{\beta}$ 相轨迹图上收敛,并对输出力矩能有效调节,显著提高了轨迹跟踪精度和车辆稳定性。

- (Natural Science Edition), 2014, 42 (11): 63-70. (in Chinese)
- [8] 胡金芳, 颜春辉, 赵林峰, 等. 分布式驱动电动汽车转向工况转矩分配控制研究[J]. 中国公路学报, 2020, 33 (8): 92-101.  
HU Jinfang, YAN Chunhui, ZHAO Linfeng, et al. Torque Distribution in Distributed Drive Electric Vehicles Under Steering Conditions [J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(8): 92-101. (in Chinese)
- [9] 宁满旭, 王三舟, 巴腾跃, 等. 无人驾驶重型汽车 AEB 控制算法及仿真[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2022, 36(6): 72-80.  
NING Manxu, WANG Sanzhou, BA Tengyue, et al. AEB Control Algorithm and Simulation Verification of Pilotless Heavy Vehicle [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2022, 36(6): 72-80. (in Chinese)
- [10] 吴文娟. 基于相平面的车辆稳定性分析与协调控制研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2021.  
WU Wenjuan. Research on Vehicle Stability Analysis and Coordination Control Based on Phase Plane [D]. Chongqing: Chongqing University, 2021. (in Chinese)
- [11] 阳贵兵, 廖自力, 刘春光, 等. 基于  $\beta - \beta$  相平面法的电传动车辆稳定性控制方法[J]. 装甲兵工程学院学报, 2016, 30(3): 59-63.  
YANG Guibing, LIAO Zili, LIU Chunguang, et al. Stability Control Method of Electric Drive Vehicle Based on  $\beta - \beta$  Phase Plane Method [J]. Journal of Academy of Armored Force Engineering, 2016, 30 (3): 59-63. (in Chinese)
- [12] 梁旺, 秦兆博, 陈亮, 等. 基于改进 BP 神经网络的智能车纵向控制方法[J]. 汽车工程, 2022, 44 (8): 1162-1172.  
LIANG Wang, QIN Zhaobo, CHEN Liang, et al. Longitudinal Control Method of Intelligent Vehicle Based on Improved BP Neural Network [J]. Automotive Engineering, 2022, 44(8): 1162-1172. (in Chinese)
- [13] 辛建平. 基于变时域模型预测控制的轨迹跟踪控制研究[J]. 装备机械, 2022(2): 40-45.  
XIN Jianping. Research on Trajectory Tracking Control Based on Time Variant Domain Model Predictive Control [J]. The Magazine on Equipment Machinery, 2022 (2): 40-45. (in Chinese)
- [14] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2018.  
YU Zhisheng. Automobile Theory [M]. Beijing: China Machine Press, 2018. (in Chinese)
- [15] 郑彩霞, 王为叶. 一种基于 Sigmoid 函数的自动驾驶车辆运动规划方法[J]. 技术与市场, 2022, 29(7): 44-46.  
ZHENG Caixia, WANG Weiye. A Sigmoid Function Based Motion Planning Method for Autonomous Vehicles [J]. Technology and Market, 2022, 29 (7): 44-46. (in Chinese)
- [16] 王震坡, 丁晓林, 张雷. 四轮轮毂电机驱动电动汽车驱动防滑控制关键技术综述[J]. 机械工程学报, 2019, 55 (12): 99-120.  
WANG Zhenpo, DING Xiaolin, ZHANG Lei. Overview on Key Technologies of Acceleration Slip Regulation for Four-Wheel-Independently-Actuated Electric Vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55 (12): 99-120. (in Chinese)
- [17] 范小彬, 邓攀. 轮胎/路面附着系数实时估计方法[J]. 科技通报, 2015(9): 237-239, 277.  
FAN Xiaobin, DENG Pan. Tire/Road Friction Coefficient Real-Time Estimation Method [J]. Bulletin of Science and Technology, 2015(9): 237-239, 277. (in Chinese)

## 作者简介



付翔 (1973-), 女, 湖北随州人, 博士, 副教授, 主要研究方向为新能源整车控制技术。  
E-mail: 759263695@qq.com