

基于 H_∞ 观测器和迭代学习的泊车路径跟踪横向控制

王杰¹, 刘丛志², 张澧桐¹

(1. 长春理工大学, 长春 130022; 2. 重庆大学, 重庆 400044)

摘要: 泊车跟踪精度直接影响泊车效率、剩余泊车空间甚至泊车安全。当前, 自动泊车路径跟踪绝大部分采用基于模型的反馈控制, 模型参数的不确定性会导致泊车路径跟踪算法控制性能下降, 进而产生较大的跟踪误差。为减小模型参数不确定性对泊车路径跟踪效果的影响, 提出了基于迭代学习的前馈控制策略。考虑到在时间域对系统进行迭代学习控制通常受执行器实际速度的影响, 所以控制时将系统由时间域转换到与期望路径相关的空间域。由于系统模型中的一些状态变量难以测量, 且系统无法满足D型迭代学习率收敛条件, 所以提出 H_∞ 观测器设计准则以准确估计状态信息。同时, 构造具有观测误差的增广系统进行迭代学习控制, 在线性二次型最优控制(LQR)的初次泊车跟踪信息基础上进一步减小泊车路径跟踪误差。进行硬件在环(HIL)测试, 验证了该方法具有良好的实际应用潜力。试验结果表明, 经过多次迭代后, 与LQR初次控制的泊车跟踪效果相比, 所提出的控制方法能更准确地跟踪期望路径。

关键词: 路径跟踪; 迭代学习; H_∞ 观测器; 自动泊车

中图分类号: U469.72

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.2095-1469.2025.01.08

Lateral Control Method for Parking Path Tracking Based on H_∞ Observer and Iterative Learning

WANG Jie¹, LIU Congzhi², ZHANG Litong¹

(1. Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Parking tracking accuracy directly affects parking safety, efficiency, and available parking space. Currently, most autonomous parking path tracking relies on model-based feedback control. High tracking errors can arise from a decline in the algorithm's control performance due to uncertainties in system model parameters. In this paper, a feedforward control approach based on iterative learning was developed to reduce the impact of model parameter uncertainty on parking path tracking. Considering that iterative learning control of the system in the time domain was usually affected by the actual speed of the actuator, the system was transformed from the time domain to the space domain, which was related to the desired path. Due to the difficulty in measuring some state variables in the system model and the system's failure to meet the D-type iterative learning rate convergence condition, the design criteria for an H_∞ observer were proposed to

收稿日期: 2024-01-29 改稿日期: 2024-02-24 网络首发日期: 2024-06-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(52102444); 清华大学汽车安全与节能国家重点实验室开放基金项目(KFY2205); 河北省中央引导地方科技发展基金项目(226Z2204G)

参考文献引用格式:

王杰, 刘丛志, 张澧桐. 基于 H_∞ 观测器和迭代学习的泊车路径跟踪横向控制[J]. 汽车工程学报, 2025, 15(1): 69-80.

WANG Jie, LIU Congzhi, ZHANG Litong. Lateral Control Method for Parking Path Tracking Based on H_∞ Observer and Iterative Learning[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2025, 15(1): 69-80. (in Chinese)



accurately estimate state information. Meanwhile, an augmented system with observation errors was constructed to implement iterative learning control, which further reduced the parking path tracking error based on the initial parking tracking information from linear quadratic optimal control (LQR). Finally, a hardware-in-the-loop (HIL) test was established, which proved that the proposed method had excellent practical application potential. The experimental results show that after several iterations, the proposed control method tracks the desired path more accurately than the initial LQR control.

Keywords: path tracking; iterative learning control; H_∞ observer; automatic parking

随着生活水平的不断提高以及智能汽车产业技术的不断发展和创新进步,人们对汽车智能化水平的期望越来越高,车辆自动驾驶系统得以快速发展^[1]。此外,由于车辆数量的急剧增加,导致停车空间被不断压缩,停车问题成为近年来大城市面临的主要挑战之一^[2]。自动泊车作为全自动驾驶系统的关键功能,其广泛普及可以有效降低泊车风险以及车辆碰撞概率,将乘客从复杂的泊车任务中解放出来^[3-4]。

自动泊车功能主要由两部分组成,分别为生成期望轨迹以实现避障和控制车辆精确跟踪规划轨迹。路径跟踪是自动泊车功能的重要组成部分,诸多学者以此为研究主题,并提出了许多控制方案,如深度学习^[5]、线性二次最优控制(LQR)^[6]、模糊控制^[7]、滑模控制^[8]、模型预测控制(MPC)^[9]和 H_2 控制^[10]等。CHAI Runqi等^[5]设计了一种自适应跟踪控制算法,通过对神经网络参数的自适应,保证控制方法的稳定性。FAN Zhengshuai等^[6]对非线性车辆运动学模型进行线性化后采用LQR控制对系统进行闭环控制,实现了泊车路径跟踪,但实际跟踪轨迹不光滑,存在超调现象,且在较复杂的路径下产生了误差累积。TAVAKOLI等^[7]将泊车路径分为弧段和直线段,利用模糊推理分别实现对两段期望路径的跟踪,但试验结果存在较大的跟踪误差。LI Chenxu等^[8]在运动学基础上采用位置和姿态双滑模变结构控制算法实现路径跟踪控制效果,但滑模控制存在适用性差的问题,难以获得效果良好的参数。YE Hao等^[9]对车辆运动学模型进行线性化和离散化后对车辆的未来状态进行预

测,添加了控制量和控制增量约束,并在目标函数和约束中添加了松弛因子,进而将优化问题转化为二次规划问题进行求解以计算每个周期的控制增量,然而,模型预测控制计算复杂度较高,计算资源消耗较大。SEO等^[10]采用线性参数变化的车辆运动学模型设计了状态反馈控制器,实现了泊车路径跟踪,但纵向速度控制存在较大波动。同时,在上述基于模型控制的方法中并没有明确考虑模型参数的不确定性信息。由于泊车过程中会受到环境因素、参数估计误差等干扰,模型参数的不确定性是不可避免的,如果忽略这些参数的不确定性信息,将导致基于模型的反馈控制算法的控制性能下降。因此,在跟踪算法的框架设计中,必须从理论上考虑减小模型的参数不确定性信息带来的跟踪误差。

迭代学习控制(ILC)是一种前馈控制方法,旨在重复完成某一控制任务时从过去的控制输入和跟踪误差数据中获取信息以提高跟踪性能^[11-12]。由于固定车位的泊车具有重复运动的性质,则可以将基于数据驱动的迭代学习控制和基于模型的反馈控制相结合,来抑制模型的参数不确定性带来的影响。

SALEEM等^[13]设计了一种交叉耦合模糊逻辑控制方法,采用最小二乘回归法,根据ILC生成的轨迹自适应调整模糊隶属函数的形状,实现了定位台的跟踪控制。PIPATPAIBUL等^[14]采用PD在线ILC和切换增益PD在线ILC对无人机进行轨迹跟踪控制。CHEN Yiyang等^[15]采用两阶段设计框架,提出一种基于ILC更新和梯度投影更新的综合算法,实现了龙门机器人的精确跟踪。LU Xiaochun

等^[16]将D型ILC算法与具有随机有界扰动的WMR动态模型相结合，实现了轮式移动机器人的轨迹跟踪。KANG等^[17]采用一种既有预测项又有当前项的迭代学习规则对二轮机器人进行跟踪控制。然而，上述ILC控制的数学模型都无法直接应用于车辆，所以提出一种基于车辆动力学模型的D型迭代学习横向前馈控制策略，主要工作如下。

1) 由于在时间域进行迭代通常受执行器实际速度波动干扰的影响，所以应用时间、速度、空间三者的映射关系，将系统由时间域转换到与期望路径相关的空间域。

2) 将线性二次型最优控制、前馈控制和迭代学习控制相结合，完成泊车轨迹跟踪，以D型迭代学习控制率进一步减小了跟踪误差。

3) 为使系统满足迭代条件，建立了 H_∞ 观测器的设计准则，构造具有观测误差的增广系统进行迭代控制。

本文结构如下。

第1节描述了车辆横向动力学模型。第2节叙述了系统由时间域转换到空间域的映射关系。第3节为泊车最优二次型反馈控制器的设计。第4节首先描述了D型迭代学习率的更新过程及其收敛条件；其次，由于横向动力学模型无法满足迭代学习收敛条件，所以提出 H_∞ 观测器的设计准则；而后建立增广系统，完成了迭代学习控制器的设计。第5节完成了硬件在环仿真并对试验结果进行了分析。第6节对本文进行了简要的总结。

1 车辆动力学模型

为避免车辆运动学模型^[18]的双输入量造成迭代的相互干扰，对泊车采用横纵向解耦控制，同时更关注车辆的横向运动。当研究路径跟踪的转向控制系统时，使用相对轨迹的位置及方向误差这类状态变量更有效^[19]，所以采用横向动力学模型^[20]，当车辆仅为前轮转向时，动力学模型如图1所示，其符号定义见表1。

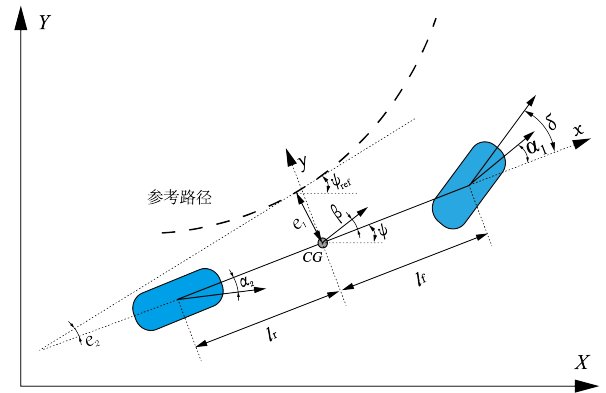


图1 车辆横向动力学模型

表1 动力学模型符号和描述

参数	符号
车辆质心	CG
车身横摆角/rad	ψ
期望轨迹的车辆横摆角/rad	ψ_{ref}
车辆质心侧偏角/rad	β
前轮/后轮侧偏角/rad	α_1, α_2
从期望轨迹到车辆质心的距离/m	e_1
相对期望轨迹的车辆方向误差/rad	e_2
车辆质量/kg	m
车辆绕 z 轴的转动惯量/(m^2/s^2)	I_z
前轮/后轮的侧偏刚度/(N/rad)	C_{af}, C_{ar}
质心至前轴/后轴的距离/(m)	l_f, l_r
车辆纵向速度/(m/s)	V_{ego}

由于传感器可直接测量位置信息和航向信息，易得横向距离误差 e_1 和航向误差 e_2 ，所以构造观测向量 $\mathbf{Y} = [e_1 \ e_2]^T$ 。车辆横向动力学模型的状态空间方程为：

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{X}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{X}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_1\delta(t) + \tilde{\mathbf{B}}_2c, \\ \tilde{\mathbf{Y}}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{X}}(t). \end{cases} \quad (1)$$

式中： $\tilde{\mathbf{X}} = [e_1 \ \dot{e}_1 \ e_2 \ \dot{e}_2]^T$ ；

$$\tilde{\mathbf{B}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2C_{af}}{m} & 0 & \frac{2C_{af}l_f}{I_z} \end{bmatrix}^T; \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af}+2C_{ar}}{mV_{ego}} & \frac{2C_{af}+2C_{ar}}{m} & -\frac{2C_{af}l_f-2C_{ar}l_r}{mV_{ego}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{af}l_f-2C_{ar}l_r}{I_zV_{ego}} & \frac{2C_{af}l_f-2C_{ar}l_r}{I_z} & \frac{2C_{af}l_f^2+2C_{ar}l_r^2}{I_zV_{ego}} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -V_{ego}^2 - \frac{2C_{af}l_f - 2C_{ar}l_r}{m} & 0 & -\frac{2C_{af}l_f^2 + 2C_{ar}l_r^2}{I_z} \end{bmatrix}^T;$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

δ 为车辆的前轮转角; c 为道路曲率。

2 轨迹跟踪的设计目标

期望路径是输出空间 \mathbb{R}^m 中由连续双射函数 $\tilde{r}: s \rightarrow \tilde{r}(s)$ 定义的点的子集。该函数将每个空间坐标 s 连续映射到输出空间的点 $\tilde{r}(s)$, 即:

$$\tilde{r}(s) \in \mathbb{R}^m, s \in [0, 1]. \quad (2)$$

其中, 空间坐标 s 为期望路径上对应点到期望路径起点的弧长归一化结果, 如图 2 所示。

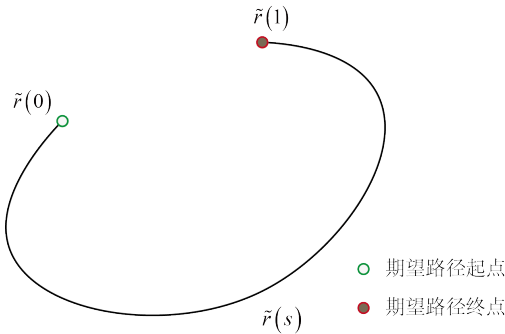


图 2 空间坐标 s 与期望路径的对应关系

定义从时间区间 $[0, T]$ 到空间坐标区间 $[0, 1]$

的连续映射 g 表示沿期望路径运动的期望速度, 则:

$$s = g(t), t \in [0, T], s \in [0, 1]. \quad (3)$$

为防止系统向后运动, 给出的约束为 $\dot{g}(t) \geq 0$ 。

此外, 初始和终端条件分别为 $g(0) = 0$ 和 $g(T) = 1$, 保证系统从时刻 0 的初始位置出发, 到达时刻 T 的终端位置。

因此, 根据映射 g 可以将控制系统由时间域转换到空间域, 则轨迹跟踪可以被描述为: 计算一个输入信号 u , 使系统在空间坐标区间 $[0, 1]$ 内按照期望速度对期望路径进行精确跟踪, 即:

$$y = \tilde{r}(s) = \tilde{r}(g(t)), t \in [0, T], s \in [0, 1]. \quad (4)$$

3 泊车最优二次型反馈控制

在自动驾驶车辆控制设计与分析中, LQR 控制算法是一种常用的控制方法^[21]。为了保证能对泊车轨迹进行初步跟踪, 使跟踪误差信号保持在可接受的范围内, 同时, 为迭代学习控制提供输入量和跟踪误差信息, 在初次泊车时采用 LQR 控制方法实现车辆的横向控制。在初次泊车后, 车辆将采用迭代学习控制进一步提升泊车轨迹跟踪精度, 减小跟踪误差。自动泊车横向控制整体结构如图 3 所示。

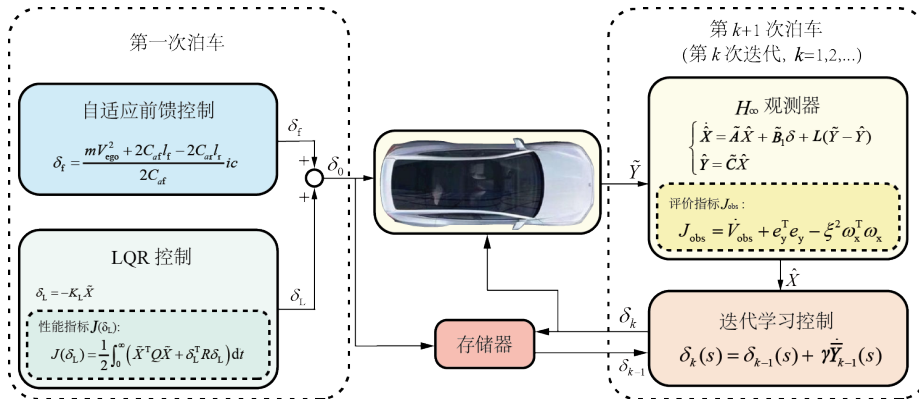


图 3 自动泊车横向控制整体结构

3.1 线性二次型最优控制

在控制的某瞬时时刻, 可以认为控制器控制跟随的是轨迹的切线方向, 道路曲率为 0。而期望轨

迹的曲率变化可以转换为车辆的额外期望转向角 δ_f , 以前馈的方式加入到转向角输出控制中, 则系统的状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = \tilde{A}\tilde{X} + \tilde{B}_1\delta_L, \\ \tilde{Y} = \tilde{C}\tilde{X}. \end{cases} \quad (5)$$

考虑连续线性定常系统[式(5)]和性能指标为:

$$J(\delta_L) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\tilde{X}^T \mathbf{Q} \tilde{X} + \delta_L^T \mathbf{R} \delta_L) dt. \quad (6)$$

式中: δ_L 无约束; \mathbf{Q} 为对称半正定矩阵; \mathbf{R} 为对称正定矩阵。

要求寻找最优控制 δ_L 使性能指标 J [式(6)] 最小。

此时的最优控制为:

$$\delta_L = -K_L \tilde{X} = -\mathbf{R}^{-1} \tilde{B}_1^T P_f \tilde{X}. \quad (7)$$

其中, P_f 是如下代数黎卡提方程的解。

$$P_f \tilde{B}_1 \mathbf{R}^{-1} \tilde{B}_1^T P_f - \tilde{A}^T P_f - P_f \tilde{A} - \mathbf{Q} = 0. \quad (8)$$

3.2 自适应前馈控制

由于线性二次型最优控制的系统[式(5)]忽略了期望轨迹的曲率变化, 所以同时采用自适应前馈控制, 为前轮转角提供即时响应输入, 抑制系统的静态误差, 以获得良好的泊车路径跟踪效果。

令车辆初次泊车时的前轮转角输入控制为 δ_0 , 则:

$$\delta_0 = \delta_L + \delta_f. \quad (9)$$

式中: δ_L 为线性二次型最优控制的反馈输入; δ_f 为自适应前馈控制输入。

由式(1)可知, \dot{e}_1 和 \dot{e}_2 不可同时为0, 且在泊车路径跟踪中更注重横向距离偏差 e_1 , 所以采用自适应前馈控制使横向距离偏差的导数 \dot{e}_1 为0, 即:

$$\frac{2C_{af}}{m} \delta_f - V_{ego}^2 c - \frac{2C_{af} l_f - 2C_{af} l_r}{m} c = 0. \quad (10)$$

则自适应前馈控制输入为:

$$\delta_f = \frac{mV_{ego}^2 + 2C_{af} l_f - 2C_{af} l_r}{2C_{af}} c. \quad (11)$$

4 泊车迭代学习前馈控制

传统轨迹跟踪采用反馈的方式解决, 但系统模型具有不确定性, 反馈量不能精确计算, 以及由于反馈控制的本质特性, 采用经典的控制方法会不可避免地导致跟踪误差不为0。迭代学习控制可以使用先前重复收集的数据更新控制动作, 通过渐进学习得到所需的控制信号, 对于泊车等重复型任务可以有效提高跟踪精度。

综合考虑不同迭代学习率的收敛条件, 由于D型迭代学习率迭代增益的计算复杂度较低, 相较其他迭代学习率更容易实现和应用, 所以对泊车路径跟踪迭代学习前馈控制采用D型迭代学习率。

4.1 D型迭代学习率及其收敛条件

为了建立以下一般系统的收敛条件:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax_k(t) + Bu_k(t), \\ y_k(t) = Cx_k(t). \end{cases} \quad (12)$$

使用D型迭代学习率, 利用系统输出与期望输出量的误差 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 的导数 $\dot{e}_k(t)$ 对输入量进行修正, 则系统下一批次输入量为:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \gamma \dot{e}_k(t). \quad (13)$$

式中: k 为迭代次数; γ 为输出误差导数 $\dot{e}_k(t)$ 的增益矩阵。

给定可微的期望轨迹 $y_d(t)$, 设期望控制 $u_d(t)$ 使系统期望初始状态为 $x_d(0)$ 的输出轨迹为 $y_d(t) = Cx_d(t)$, 即:

$$x_d(t) = e^{At} x_d(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u_d(\tau) d\tau. \quad (14)$$

式中: $x_d(t)$ 为期望状态。

定理1 对于式(12)采用迭代学习算法式(13), 若满足:

$$\begin{cases} \|I - \gamma CB\| < 1, \\ x_k(0) = x_d(0) \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \end{cases} \quad (15)$$

则当 $k \rightarrow \infty$ 时, 系统的迭代输出 $y_k(t)$ 一致收敛于期望轨迹 $y_d(t)$, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t)$, ($t \in [0, T]$)。

证明: 设控制误差为 $\Delta u_k(t) = u_d(t) - u_k(t)$, 则

$$\Delta u_{k+1}(t) = \Delta u_k(t) - \gamma \dot{e}_k(t) =$$

$$\Delta u_k(t) - \gamma C \frac{d}{dt} \int_0^t e^{A(t-\tau)} B \Delta u_k(\tau) d\tau =$$

$$(I - \gamma CB) \Delta u_k(t) - \int_0^t \gamma C A e^{A(t-\tau)} B \Delta u_k(\tau) d\tau.$$

(16)

对式(16)取范数, 则

$$\begin{aligned} \|\Delta u_{k+1}(t)\| &\leq \|I - \gamma CB\| \|\Delta u_k(t)\| + \\ &\int_0^t \|\gamma C A e^{A(t-\tau)} B\| \|\Delta u_k(\tau)\| d\tau. \end{aligned} \quad (17)$$

两端同乘正函数 $e^{-\lambda t}$ ($t \in [0, T]$), 则

$$e^{-\lambda t} \|\Delta u_{k+1}(t)\| \leq \|I - \gamma CB\| e^{-\lambda t} \|\Delta u_k(t)\| +$$

$$\rho \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\Delta u_k(\tau)\| d\tau. \quad (18)$$

式中: $\rho = \sup_{t \in [0, T]} \|\gamma CAe^{At}B\|$ 。

引入 λ 范数^[22]。

向量函数 $\mathbf{h}: [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^n$ 的 λ 范数为:

$$\|\mathbf{h}\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{e^{-\lambda t} \|\mathbf{h}(t)\|\} \quad (\lambda > 0)。 \quad (19)$$

式中: $\|\cdot\|$ 为 n 维实向量空间 \mathbf{R}^n 上的一种范数。

性质: 对于向量函数 $\mathbf{f}, \mathbf{h}: [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^n$, 如

果 $\mathbf{h}(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} \mathbf{f}(\tau) d\tau$, 那么当 $\lambda > a$ 时, $\|\mathbf{h}\|_\lambda \leq$

$$\frac{1 - e^{(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \|\mathbf{f}\|_\lambda。$$

由 λ 范数的定义和性质可知:

$$\|\Delta u_{k+1}\|_\lambda \leq \left(\|I - \gamma CB\| + \rho \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \right) \|\Delta u_k\|_\lambda。 \quad (20)$$

当选取足够大的 λ 时, 条件 $\|I - \gamma CB\| < 1$ 蕴含

$\|I - \gamma CB\| + \rho \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} < 1$, 因此:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta u_k\|_\lambda = 0。 \quad (21)$$

由 $e_k(t) = \int_0^t Ce^{A(t-\tau)} B \Delta u_k(\tau) d\tau$ 可知:

$$\|e_k\|_\lambda \leq cb \frac{1 - e^{(a-\lambda)t}}{\lambda - a} \|\Delta u_k\|_\lambda。 \quad (22)$$

式中: $\lambda > a$; $a = \|A\|$; $b = \|B\|$; $c = \|C\|$ 。

由式(21)和式(22)可知, $\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t \in [0, T]} \|e_k(t)\| = 0$ 。

4.2 H_∞ 观测器

由于车辆横向动力学模型状态空间方程式(1)无法满足 4.1 节中的迭代学习算法收敛条件式(15), 即 $\|I - \gamma \tilde{C} \tilde{B}_1\|$ 恒为 1, 且某些状态变量难以被测量, 所以设计以下 H_∞ 观测器, 在不增加传感器的情况下提供准确的状态估计, 确保所有的状态变量都能有效作用于反馈, 同时构造新的系统以满足迭代收敛条件。

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}(t) = \tilde{A} \hat{X}(t) + \tilde{B}_1 \delta(t) + L(\tilde{Y}(t) - \hat{Y}(t)), \\ \hat{Y}(t) = \tilde{C} \hat{X}(t)。 \end{cases} \quad (23)$$

式中: L 为状态观测器的反馈增益; $\hat{X}(t)$ 和 $\hat{Y}(t)$ 分别为 $\tilde{X}(t)$ 和 $\tilde{Y}(t)$ 的最优估计。

将横向动力学模型中的道路曲率项 c 视为干扰项 $\omega_x(t)$, 设状态估计误差 $e_x(t) = \tilde{X}(t) - \hat{X}(t)$,

则状态观测器误差的空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = (\tilde{A} - L\tilde{C})e_x(t) + \tilde{B}_2 \omega_x(t), \\ e_y(t) = \tilde{C}e_x(t)。 \end{cases} \quad (24)$$

式中: $\dot{e}_x(t) = \dot{\tilde{X}}(t) - \dot{\hat{X}}(t) = \tilde{A}\tilde{X}(t) + \tilde{B}_1\delta(t) + \tilde{B}_2\omega_x(t) - [\tilde{A}\hat{X}(t) - \tilde{B}_1\delta(t) - L(\tilde{Y}(t) - \hat{Y}(t))] = (\tilde{A} - L\tilde{C})e_x(t) + \tilde{B}_2\omega_x(t)$ 。

为保证状态观测器的状态估计准确性, 提出 H_∞ 观测器设计准则。

定理 2 如果存在正标量 $\zeta > 0$ 使以下不等式成立, 则使状态观测器式(23)具有 H_∞ 性能:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^T P - \tilde{C}^T \eta^T + P\tilde{A} - \eta\tilde{C} & P\tilde{B}_2 & \tilde{C}^T \\ \tilde{B}_2^T P & -\zeta^2 & 0 \\ \tilde{C} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0。 \quad (25)$$

式中: 矩阵 $P = P^T > 0$; $\eta = PL$ 。

证明: 假设存在正标量 $\zeta > 0$ 使以下不等式成立, 则

$$\int_0^T \|e_y(t)\| dt < \lambda_{\text{obs max}}(P) \|e_x(0)\|^2 + \zeta^2 \int_0^T \omega_x^T(t) \omega_x(t) dt。 \quad (26)$$

式中: $\lambda_{\text{obs max}}(P)$ 为正定矩阵 P 的最大特征值。

设李雅普诺夫方程为:

$$V_{\text{obs}} = e_x^T(t) P e_x(t)。 \quad (27)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\text{obs}} &= \dot{e}_x^T(t) P e_x(t) + e_x^T(t) P \dot{e}_x(t) = \\ &= \begin{bmatrix} e_x^T(t) (\tilde{A} - L\tilde{C})^T + \omega_x^T(t) \tilde{B}_2^T \\ e_x^T(t) P \end{bmatrix} P e_x(t) + \\ &= e_x^T(t) P \left[(\tilde{A} - L\tilde{C})e_x(t) + \tilde{B}_2\omega_x(t) \right] = \\ &= \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \kappa & P\tilde{B}_2 \\ \tilde{B}_2^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix}。 \end{aligned} \quad (28)$$

式中: $\kappa = (\tilde{A} - L\tilde{C})^T P + P(\tilde{A} - L\tilde{C})$ 。

为使观测器具有 H_∞ 性能, 评价指标 J_{obs} 被建立为:

$$\begin{aligned} J_{\text{obs}} &= \dot{V}_{\text{obs}}(t) + e_y^T(t) e_y(t) - \zeta^2 \omega_x^T(t) \omega_x(t) = \\ &= \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \theta & P\tilde{B}_2 \\ \tilde{B}_2^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix}^T \Pi \begin{bmatrix} e_x(t) \\ \omega_x(t) \end{bmatrix}。 \end{aligned} \quad (29)$$

式中: $\theta = (\tilde{A} - L\tilde{C})^T P + P(\tilde{A} - L\tilde{C}) + \tilde{C}^T \tilde{C}$ 。

注意到 $\Pi < 0$ 等价于 $J_{\text{obs}} < 0$ ，由舒尔补定理^[23]可知， $\Pi < 0$ 可以被转化为 LMI，如式 (25) 所示，求解 LMI 即可解得观测器的增益矩阵 L 。

4.3 迭代学习控制

设计基于 4.1 节中讨论的 D 型迭代学习率和 4.2 节设计的 H_∞ 观测器的迭代学习控制器，以改进泊车跟踪控制性能，则闭环系统为：

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}(t) = \tilde{A}\tilde{X}(t) + \tilde{B}_1\delta(t), \\ \dot{\hat{X}}(t) = \tilde{A}\hat{X}(t) + \tilde{B}_1\delta(t) + L(\tilde{Y}(t) - \hat{Y}(t)). \end{cases} \quad (30)$$

由于 H_∞ 观测器的观测误差为 $e_x(t) = \tilde{X}(t) - \hat{X}(t)$ ，则闭环系统[式(30)]等价于：

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}(t) = \tilde{A}\tilde{X}(t) + \tilde{B}_1\delta(t), \\ \dot{e}_x(t) = (\tilde{A} - L\tilde{C})e_x(t). \end{cases} \quad (31)$$

由于横向动力学模型的状态变量表示实际轨迹与期望路径的偏差，因此系统的期望状态 \tilde{X}_d 为 0。构造增广向量 $\bar{X} = [\tilde{X}^T \ e_x^T]^T$ 。受迭代学习算法式 (13) 的启发，增广系统的输出可设为 $\bar{Y} = -\hat{X}$ 。随后，考虑到观测误差 $e_x(t) = \tilde{X}(t) - \hat{X}(t)$ ，则增广系统[式(31)]可表示为：

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}\bar{X}(t) + \bar{B}\delta(t), \\ \bar{Y}(t) = \bar{C}\bar{X}(t). \end{cases} \quad (32)$$

式中：

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & \tilde{A} - L\tilde{C} \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{C} = [-I \ I].$$

对于式 (32)，迭代学习控制输入为：

$$\delta_k(t) = \delta_{k-1}(t) + \gamma \dot{\bar{Y}}_{k-1}(t). \quad (33)$$

式中： k 为迭代次数； γ 为状态量最优估计的导数 $\dot{\bar{Y}}_{k-1}(t)$ 的增益矩阵。

当车辆的纵向速度控制良好时，时域与预期轨迹相关的空间域是统一的，如第 2 节所述。因此，控制输入可表示为：

$$\delta_k(s) = \begin{cases} \delta_0(s), & k = 0, \\ \delta_{k-1}(s) + \gamma \dot{\bar{Y}}_{k-1}(s), & k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (34)$$

式中： $s \in [0, 1]$ 。

由于横向距离误差的导数 \dot{e}_1 能在一定程度上反映迭代速度，所以将其作为停止迭代的条件，即当满足 $|\dot{e}_1| < \varepsilon$ 时停止迭代。

5 试验验证和分析

本节以硬件在环仿真平台对泊车迭代学习控制算法的性能进行验证，说明其在实践中的有效性。硬件在环仿真测试平台由具有 Jetson Xavier 芯片的控制器、控制器上位机、主机 PC 端构成。使用控制器对试验所构建的算法进行验证，迭代学习泊车程序在控制器的 Ubuntu 系统下利用 ROS 平台编译运行，泊车的仿真环境构建和运行则在主机 PC 端完成。控制器与控制器上位机、主机 PC 端使用网线连接，利用 Matlab/Simulink 与 ROS 的消息传递机制完成主机 PC 端与控制器的数据传输。虚拟仿真车辆使用 GPS 传感器定位，并使用卡尔曼滤波对车辆的位置和车速进行估计。该测试平台如图 4 所示。

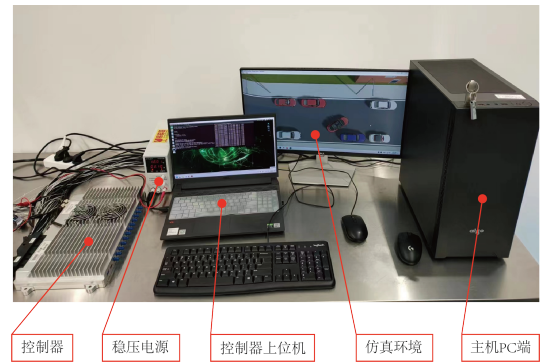


图 4 硬件在环仿真测试平台

虚拟仿真车辆动力学参数见表 2。与车辆动力学参数对应的线性二次型最优控制反馈增益 $K_L = [3.1623 \ 0.1509 \ 1.9382 \ 0.0936]$ ，停止迭代条件为 $\varepsilon = 0.002$ ，观测器的增益矩阵为：

$$L = \begin{bmatrix} 0.1001 & 1.5778 \\ 179.8775 & 97.8676 \\ -1.5722 & 0.5241 \\ -0.3651 & 897.9785 \end{bmatrix}。$$

表 2 仿真车辆动力学参数

参数	值
车辆质量 m/kg	1 831
车辆绕 z 轴的转动惯量 $I_z/(\text{m}^2)$	3 146
前轮/后轮的侧偏刚度 $C_{\alpha f}, C_{\alpha r}/(\text{N}/\text{rad})$	52 151, 41 400
质心至前轴/后轴的距离 $l_f, l_r/\text{m}$	1.27, 1.61

计算线性二次型最优控制反馈增益时，模型中车辆速度取定值 $V_{ego} = -0.5 \text{ m/s}$ ，以简化反馈增益计算，同时，模拟状态空间方程中速度参数与实际车速存在误差等参数不确定性问题。

试验以前轮转角与转向系统传动比的乘积即方向盘转角作为车辆横向控制输入。车辆纵向速度采用位置-速度双环PID控制，如图5所示。其中，油门制动标定表由油门、制动与车辆速度、加速度的

试验标定测得。

D型迭代学习率的收敛条件要求车辆每次迭代泊车初始位置恒定，即每次开始泊车前需要停在固定期望路径的起始位置及其邻域。对于固定车位，可采取等距采样的方式，将泊车任务转化为对有限个固定轨迹的路径跟踪控制，确定有限个泊车起始点和泊车路径以解决每次泊车时跟踪路径的变化问题。

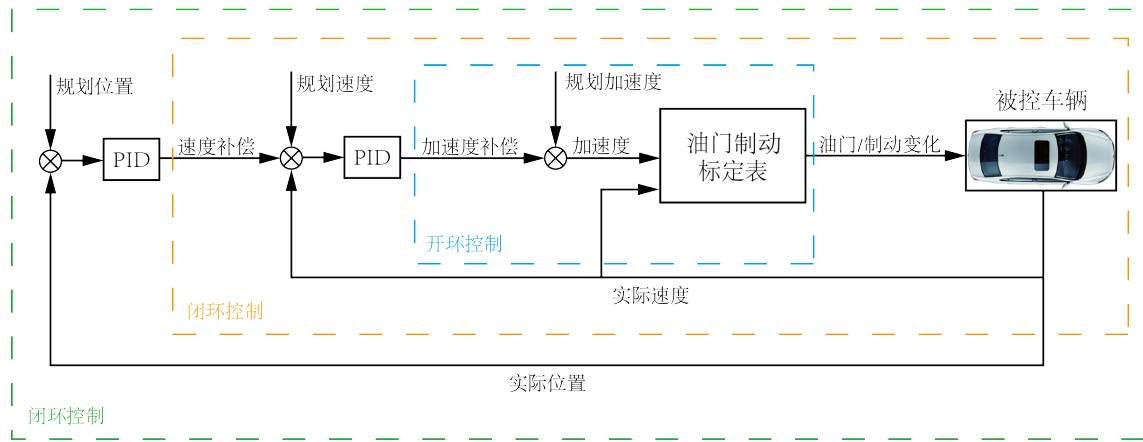
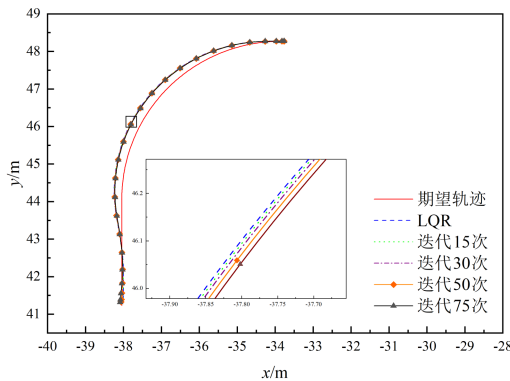


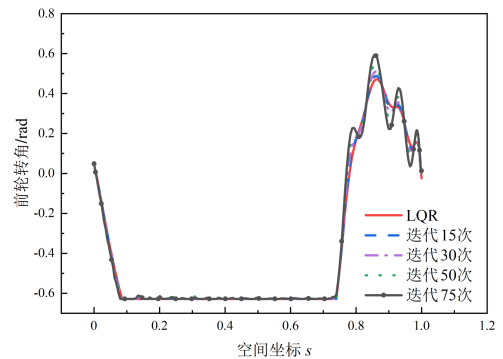
图5 车辆纵向速度控制

5.1 垂直式泊车场景

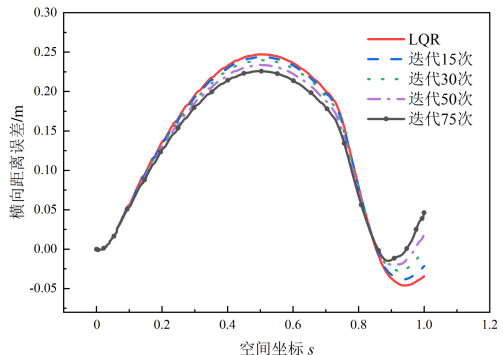
场景1用于验证所提出的控制器在垂直式泊车时的性能。当选取迭代学习参数为 $\gamma = [0 \ 0.03 \ 0 \ 0.03]$ 时，泊车轨迹跟踪的实际轨迹、前轮转角、横向距离误差 e_1 、航向误差 e_2 、观测器获得的横向距离误差的导数 \dot{e}_1 和航向误差的导数 \dot{e}_2 ，如图6所示。



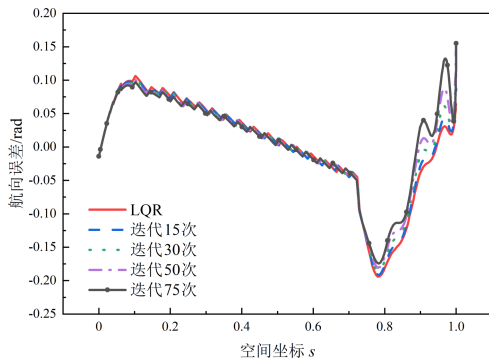
(a) 期望轨迹与实际轨迹



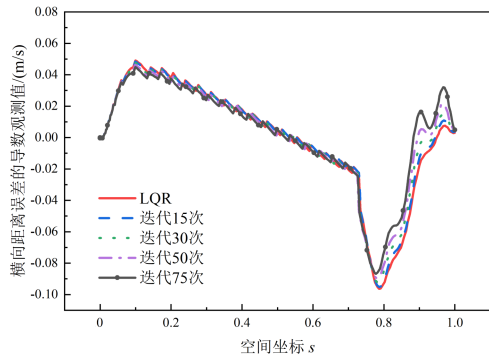
(b) 车辆前轮转角



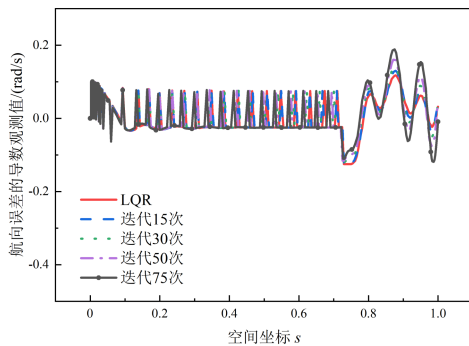
(c) 期望轨迹与实际轨迹的横向距离误差



(d) 期望轨迹与实际轨迹的航向误差



(e) 横向距离误差的导数观测值

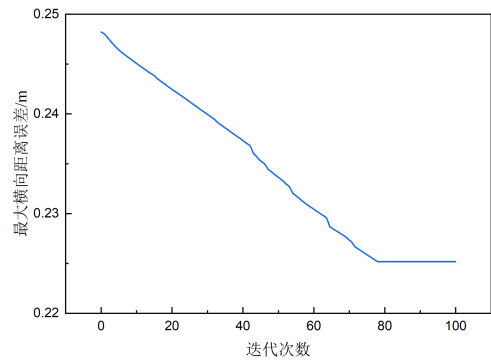


(f) 航向误差的导数观测值

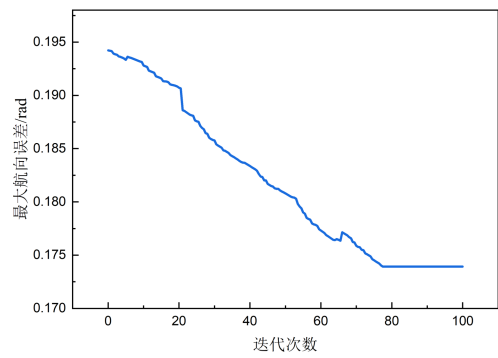
图 6 垂直式泊车路径跟踪与迭代次数

由图 6 可知，LQR 跟踪泊车轨迹时，横向距离误差和航向误差较大，这是因为泊车参考路径的转弯半径接近于车辆最小转弯半径。由于 LQR 作为反馈控制，在没有预瞄算法时泊车起始前轮转角接近于 0，且没有较大跟踪误差，所以导致圆弧段跟踪误差较大。由图 6b 可知，D 型迭代学习率受初始输入影响较大，随着迭代次数的增加，初始输入的波动也随之被放大。由图 6a、c、d 可知，随着迭代次数的增加，车辆与参考轨迹的横向距离误差和航

向误差在逐渐减小，跟踪精度在逐渐提高，但由于在泊车初始状态跟踪误差较小，而之后车辆轨迹转弯半径接近于车辆最小转弯半径，所以跟踪效果没有明显改善。由图 6 和图 7 可知，随着迭代次数的增加，迭代学习前馈控制对前轮转角会造成迭代误差累积，导致航向误差在泊车终点位置产生明显波动，进而影响到车辆的轨迹跟踪效果，使横向距离误差和航向误差虽然在整个泊车过程中呈现减小趋势，但在泊车终点附近迭代效果较差。



(a) 最大横向距离误差



(b) 最大航向误差

图 7 垂直式泊车路径跟踪误差与迭代次数

由图 7 可知，满足迭代停止条件后，最大横向距离误差绝对值为 0.225 2 m，最大航向误差绝对值为 0.173 9 rad。LQR 初始泊车跟踪最大横向距离误差绝对值为 0.248 2 m，最大航向误差绝对值为 0.194 2 rad。与 LQR 跟踪结果相比，迭代学习横向跟踪效果提升 9.26%，航向跟踪效果提升 10.45%。

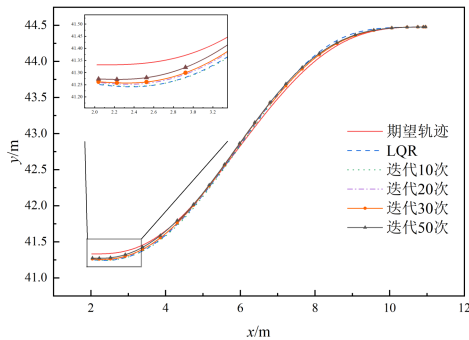
5.2 平行式泊车场景

场景 2 用于验证所提出的控制器在平行

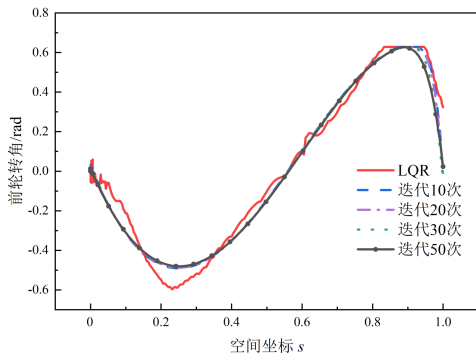
式泊车时的性能。当选取迭代学习参数为 $\gamma = [0 \ 0.005 \ 0 \ 0.005]$ 时，泊车轨迹跟踪的实际轨迹、前轮转角、横向距离误差 e_1 、航向误差 e_2 、观测器获得的横向距离误差的导数 \dot{e}_1 和航向误差的导数 \dot{e}_2 ，如图 8 所示。

在试验中，上次迭代的前轮转角采样值由于采样时间间隔、信号延迟与干扰会存在一定的误差波动，进而造成迭代误差累积，影响泊车轨迹跟踪迭代效果，所以对每次迭代采集的前轮转角进行分段多项式拟合。

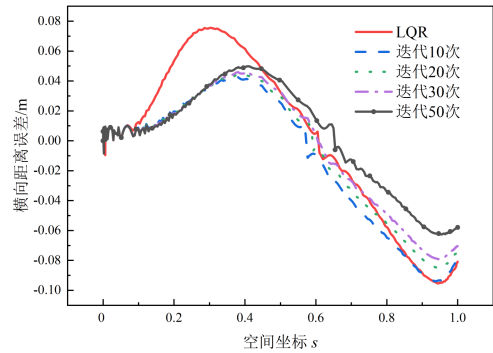
图 8a 中局部放大处为泊车终止点附近。由图可知，车辆实际泊车轨迹逐渐接近期望轨迹。由图 8b 可知，在泊车终止点附近迭代效果最显著，车辆前轮转角随迭代次数产生明显变化。在泊车起始点附近迭代时的前轮转角与最初 LQR 轨迹跟踪时差异较大，这是由前轮转角的分段多项式拟合造成的误差。由图 8c、d 可以看出，随着迭代次数的增加，实际泊车轨迹与期望轨迹的横向距离误差和航向误差整体逐渐趋近于 0。



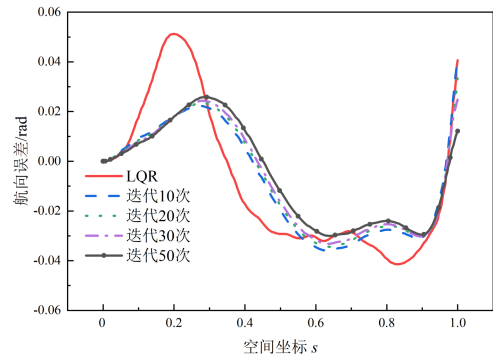
(a) 期望轨迹与实际轨迹



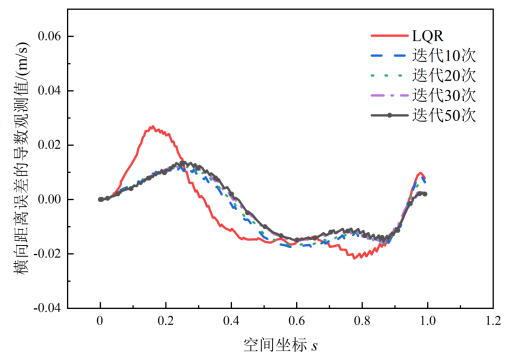
(b) 车辆前轮转角



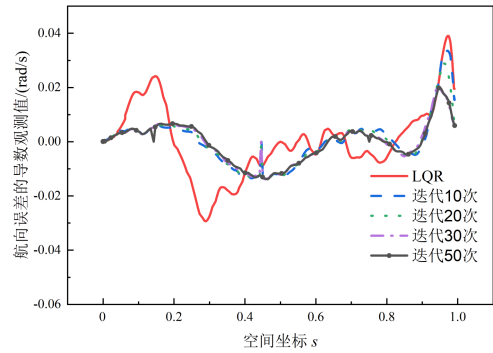
(c) 期望轨迹与实际轨迹的横向距离误差



(d) 期望轨迹与实际轨迹的航向误差



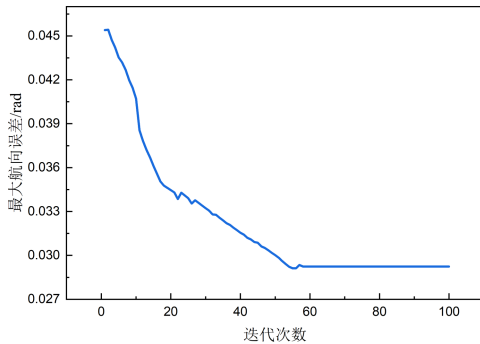
(e) 横向距离误差的导数观测值



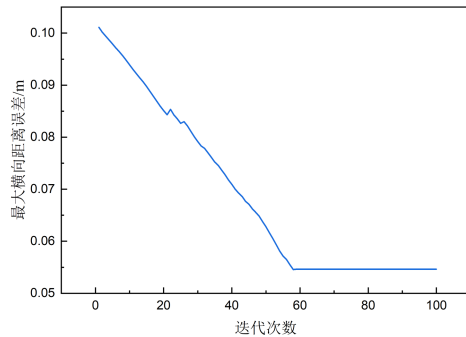
(f) 航向误差的导数观测值

图 8 平行式泊车路径跟踪与迭代次数

实际泊车轨迹与期望轨迹的最大横向距离误差和最大航向误差如图 9 所示。由图可知，最大横向距离误差和最大航向误差随迭代次数的增加逐渐减小，其迭代结果与图 8c、d 相对应。



(b) 最大航向误差



(a) 最大横向距离误差

图 9 平行式泊车路径跟踪误差与迭代次数

由图 8c、d 可知，LQR 轨迹跟踪实际泊车轨迹与期望轨迹的最大横向距离误差绝对值为 0.095 4

m，最大航向误差绝对值为 0.051 3 rad。由图 9 可知，第一次迭代时最大横向距离误差绝对值为 0.101 1 m，最大航向误差绝对值为 0.045 3 rad。最大横向距离误差绝对值在初次迭代时反向增大是因为在对 LQR 轨迹跟踪时，前轮转角进行分段多项式拟合产生了误差。

满足迭代停止条件后，最大横向距离误差绝对值为 0.054 6 m，最大航向误差绝对值为 0.029 2 rad。与 LQR 跟踪结果相比，横向跟踪效果提升 42.77%，航向跟踪效果提升 43.08%。

6 结论

为提高泊车的路径跟踪性能，本文提出了一种带有状态观测器的迭代学习横向控制策略。首先，将系统由时间域转换到与期望路径相关的空间域。其次，提出了 H_∞ 观测器的设计准则以满足 D 型迭代学习率的收敛条件，并建立增广系统以满足迭代控制的需要。最后，硬件在环仿真测试表明，所提出的迭代学习横向控制方法能在 LQR 控制的泊车跟踪信息基础上进一步减小跟踪误差，达到更高的跟踪精度，垂直式泊车横向跟踪效果和航向跟踪效果分别提升了 9.26% 和 10.45%，平行式泊车横向跟踪效果和航向跟踪效果分别提升了 42.77% 和 43.08%，验证了控制策略的有效性。

参考文献 (References)

- [1] ZIEBINSKI A, CUPEK R, ERDOGAN H, et al. A Survey of ADAS Technologies for the Future Perspective of Sensor Fusion [C]//Computational Collective Intelligence: 8th International Conference, ICCCI 2016, Sept. 28–30, 2016, Halkidiki, Greece. Springer International Publishing, 2016: 135–146.
- [2] BANZHAF H, NIENHÜSER D, KNOOP S, et al. The Future of Parking: A Survey on Automated Valet Parking with an Outlook on High Density Parking [C]//2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), June 11–14, 2017, Los Angeles, California, USA. Piscataway NJ: IEEE, c2017: 1827–1834.
- [3] JHANG J H, LIAN F L. An Autonomous Parking System of Optimally Integrating Bidirectional Rapidly-Exploring Random Trees and Parking-Oriented Model Predictive Control [J]. IEEE Access, 2020, 8: 163502–163523.
- [4] HEIMBERGER M, HORGAN J, HUGHES C, et al. Computer Vision in Automated Parking Systems: Design, Implementation and Challenges [J]. Image and Vision Computing, 2017, 68: 88–101.
- [5] CHAI Runqi, LIU Derong, LIU Tianhao, et al. Deep Learning-Based Trajectory Planning and Control for Autonomous Ground Vehicle Parking Maneuver [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2023, 20(3): 1633–1647.
- [6] FAN Zhengshuai, CHEN Hui. Study on Path Following Control Method for Automatic Parking System Based on LQR [J]. SAE International Journal of Passenger Cars—Electronic and Electrical Systems, 2017, 10(1): 41–49.
- [7] TAVAKOLI E, IBRAHIMI F, ALIPANAH A, et al. A

- Novel Intelligent Parallel Parking System Based on Fuzzy Logic Without Using Sensor[C]//2020 6th Iranian Conference on Signal Processing and Intelligent Systems (ICSPIS), Dec. 23–24, 2020, Mashhad, Iran. Piscataway NJ: IEEE, c2020: 1–5.
- [8] LI Chenxu, JIANG Haobin, MA Shidian, et al. Automatic Parking Path Planning and Tracking Control Research for Intelligent Vehicles[J]. Applied Sciences, 2020, 10(24): 1–27.
- [9] YE Hao, JIANG Haobin, MA Shidian, et al. Linear Model Predictive Control of Automatic Parking Path Tracking with Soft Constraints[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(3): 1–13.
- [10] SEO J W, KIM D J, KIM J S, et al. LPV H_2 State Feedback Controller for Automated Parking System[J]. IEEE Control Systems Letters, 2022, 6: 572–577.
- [11] BRISTOW D A, THARAYIL M, ALLEYNE A G. A Survey of Iterative Learning Control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2006, 26(3): 96–114.
- [12] AHN H S, CHEN Yangquan, MOORE K. L. Iterative Learning Control: Brief Survey and Categorization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews), 2007, 37(6): 1099–1121.
- [13] SALEEM O, RIZWAN M. ILC-Adapted Parameter Optimization of Cross-Coupled Single-Input Fuzzy Tracking Controllers for an X-Y Positioning Table[J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2020, 43(6): 519–531.
- [14] PIPATPAIBUL P I, OUYANG Puren. Application of Online Iterative Learning Tracking Control for Quadrotor Uavs[J]. International Scholarly Research Notices, 2013, 2013: 1–20.
- [15] CHEN Yiyang, CHU Bing, FREEMAN C T. Iterative Learning Control for Path-Following Tasks with Performance Optimization[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2022, 30(1): 234–246.
- [16] LU Xiaochun, FEI Juntao. Velocity Tracking Control of Wheeled Mobile Robots by Iterative Learning Control[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13(3): 403–410.
- [17] KANG M K, LEE J S, HAN K L. Kinematic Path-Tracking of Mobile Robot Using Iterative Learning Control[J]. Journal of Robotic Systems, 2005, 22(2): 111–121.
- [18] PANG Hui, LIU Nan, HU Chuan, et al. A Practical Trajectory Tracking Control of Autonomous Vehicles Using Linear Time-Varying MPC Method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022, 236(4): 709–723.
- [19] RAJAMANI R. Vehicle Dynamics and Control[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2011.
- [20] HANG Peng, CHEN Xinbo. Path Tracking Control of 4-Wheel-Steering Autonomous Ground Vehicles Based on Linear Parameter-Varying System with Experimental Verification[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2020, 235(3): 411–423.
- [21] PIAO Changhao, LIU Xiaodong, LU Chong. Lateral Control Using Parameter Self-Tuning LQR on Autonomous Vehicle[C]//2019 International Conference on Intelligent Computing, Automation and Systems (ICICAS), Dec. 6–8, 2019, Chongqing, China. Piscataway NJ: IEEE, c2019: 913–917.
- [22] 于少娟, 齐向东, 吴聚华. 迭代学习控制理论及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
YU Shaojuan, QI Xiangdong, WU Juhua. Theory and Application of Iterative Learning Control[M]. Beijing: China Machine Press, 2005. (in Chinese)
- [23] RATHINASAMY S, ARUMUGHAM A, KALIDASS M. Robust Sampled-Data H_∞ Control for Mechanical Systems[J]. Complexity, 2015, 20(4): 19–29.

作者简介



王杰 (1997–), 男, 山西孝义人, 硕士研究生, 主要研究方向为自动驾驶车辆动力学与控制。

E-mail: 15292301068@163.com

通信作者



刘丛志 (1989–), 男, 湖北随州人, 博士, 副教授, 主要研究方向为复杂机电系统与控制理论、自动驾驶车辆动力学与控制。

E-mail: 15281063684@163.com