# 考虑模型不确定性的智能汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协调控制*

赵茂杰[1,2] 路斌[1,2] 何兵[1,2] 潘登[1,2] 李影博[1,2] 曹礼鹏[1,2]

（1.中国汽车工程研究院股份有限公司，重庆 401100；2.中汽院（江苏）汽车工程研究院有限公司，苏州 215129）

【摘要】为提高智能汽车轨迹跟踪控制的精度和稳定性，提出了考虑模型不确定性的车辆轨迹跟踪与横摆稳定性可拓协调控制方法。上层基于可拓理论，将车辆行驶实时状态映射至可拓集合，根据关联函数确定控制模式和权重分配；下层考虑建模误差，采用轨迹跟踪控制器结合扩张状态观测器（ESO）和模型预测控制（MPC）算法求解前轮转角控制量，并基于自抗扰控制（ADRC）理论建立直接横摆力矩控制器，根据期望横摆角速度计算相应车轮制动力矩。仿真结果表明，该方法使横向误差均方根值和最大质心侧偏角分别减小了40%和45%，有效提高了跟踪精度和稳定性。

**关键词：模型不确定 轨迹跟踪 横摆稳定性 可拓协调控制**

**中图分类号：**U463.6 **文献标志码：**A **DOI：** 10.20104/j.cnki.1674-6546.20250284

# Coordinated Control of Trajectory Tracking and Yaw Stability for Intelligent Vehicles Considering Model Uncertainty

Zhao Maojie[1,2], Lu Bin[1,2], He Bing[1,2], Pan Deng[1,2], Li Yingbo[1,2], Cao Lipeng[1,2]

(1. China Automotive Engineering Research Institute Co., Ltd., Chongqing 401100; 2. Jiangsu CAERI Automotive Engineering Research Institute Co., Ltd., Suzhou 215129)

**【Abstract】**To improve the accuracy and stability of trajectory tracking control for intelligent vehicle, the paper presents an extension coordinated control approach that simultaneously improves tracking performance and maintains yaw stability in the presence of model uncertainty. In the upper layer, the real-time vehicle driving state is mapped to the extension set based on extension theory, where the control mode and weight distribution are determined according to the correlation function. The lower layer considers modeling errors and utilizes a trajectory tracking controller that integrates an Extended State Observer (ESO) with Model Predictive Control (MPC) to compute the front wheel steering angle control input. The Active Disturbance Rejection Control (ADRC) theory is employed to formulate a Direct Yaw Moment Controller (DYC), calculating the corresponding wheel braking torque according to the desired yaw rate. Simulation results validate that the improved tracking performance and stability using the proposed approach.

**Key words: Model uncertainty, Trajectory tracking, Yaw stability, Extension coordinated control**

**【引用格式】**赵茂杰，路斌，何兵，等. 考虑模型不确定性的智能汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协调控制[J]. 汽车工程师，2026(5): 34-41.

ZHAO M J, LU B, HE B, et al. Coordinated Control of Trajectory Tracking and Yaw Stability for Intelligent Vehicles Considering Model Uncertainty[J]. Automotive Engineer, 2026(5): 34-41.

## 1 前言

智能汽车轨迹跟踪任务要求车辆能够根据决策规划结果控制底盘执行机构，使车辆精准、稳定地跟踪期望轨迹，并保证车辆的行驶安全性和乘坐舒适性[1]。然而，车辆结构参数的不确定性、车辆动

*基金项目：重庆市自然科学基金项目（CSTB2025NSCQ-BSX0004）。

力学强非线性特性以及主动控制子系统间的强耦合关系给智能汽车轨迹跟踪控制的精确性和稳定性带来了巨大挑战。

国内外学者针对上述问题开展了大量研究。Xu等[2]设计了最优预瞄路径跟踪控制器，将路径跟踪转换为增广线性最优规划问题，并实现前轮转角的最优控制。Ji等[3]考虑道路几何约束和车辆运动学约束建立模型预测控制器，并使用二次规划方法求解最优前轮转角，实现对避障轨迹的稳定跟踪。Yang等[4]基于模糊集理论对车辆模型参数的不确定性进行数学表达，设计的最优鲁棒控制器能够有效提高系统的跟踪性能。Wang等[5]针对车辆转向饱和时外部干扰导致控制超调的问题，利用抗饱和扩张状态观测器（Extended State Observer，ESO）实现扰动的在线估计，提高了车辆的轨迹跟踪控制精度与鲁棒性。然而，单一转向控制方法受限于轮胎侧向力的非线性特性，难以满足轨迹跟踪的全局时变性能需求。

通过协调控制转向和制动两个不同自由度子系统，能够进一步提升车辆稳定响应速度和扩展控制裕度。Peng等[6]利用线性参数变化构造多胞体离散模型，设计有限时域的鲁棒模型预测控制（Model Predictive Control，MPC）算法，通过协调路径跟踪和直接横摆力矩控制（Direct Yaw moment Control，DYC），提升了控制系统的跟踪精度与鲁棒性。张雷等[7]构建了分层协调架构：顶层模型预测控制生成最优转向角与横摆力矩，底层采用二次规划分配轮胎力，实现了高精度的轨迹跟踪与稳定行驶。

可拓理论[8]因具有协调控制策略冲突和矛盾的潜力而被广泛应用。蔡英凤等[9]提出了基于可拓理论的车道保持系统，以跟踪误差和道路状态为基础制定不同的控制策略求解最优前轮转角，有效提升了多种道路曲率条件下的跟踪性能。汪洪波等[10]提出了一种基于可拓控制理论的车道偏离辅助控制策略，充分发挥电动助力转向和差动制动系统各自优势以提升车道偏离辅助系统的横向稳定性和驾驶员的操作舒适性。

综上所述，针对车辆模型系统存在不确定参数、单一控制策略作用范围有限的问题，本文基于可拓控制理论协调轨迹跟踪和DYC控制器，根据车辆实时特征状态设计相应的控制策略，在轨迹跟踪控制器中引入ESO对干扰的估计，结合MPC算法对控制量进行前馈补偿，同时采用自抗扰控制（Active Disturbance Rejection Control，ADRC）算法保障DYC控制器的抗干扰能力，在提升轨迹跟踪控制性能的同时提高车辆稳定性。

## 2 车辆动力学模型

### 2.1 二自由度动力学模型

本文基于二自由度车辆动力学模型建立轨迹跟踪误差模型，只考虑车辆$y$轴侧向与$z$轴横摆2个自由度，如图1所示，其中，$OXY$为大地坐标系，$(x_r,y_r,\varphi_r)$为期望轨迹参考点坐标，$(x,y,\varphi)$为车辆实际位置坐标，$v_x$、$v_y$分别为车辆质心的纵向和侧向速度，$l_f$、$l_r$分别为前、后轴到质心的距离，$\beta$为质心侧偏角，$\varphi$为车辆横摆角，$F_{yf}$、$F_{yr}$分别为前、后车轮所受的侧向力，$\delta_f$为前轮转角。根据牛顿第二定律和力矩平衡原理，可得到车辆动力学方程为：

$$\begin{cases} m\left(\dot{v}_y+v_x\dot{\varphi}\right)=2F_{yf}\cos\delta_f+2F_{yr} \\ I_z\ddot{\varphi}=2F_{yf}l_f\cos\delta_f-2F_{yr}l_r \end{cases} \tag{1}$$

式中：$m$为整车质量，$I_z$为绕$z$轴的转动惯量。

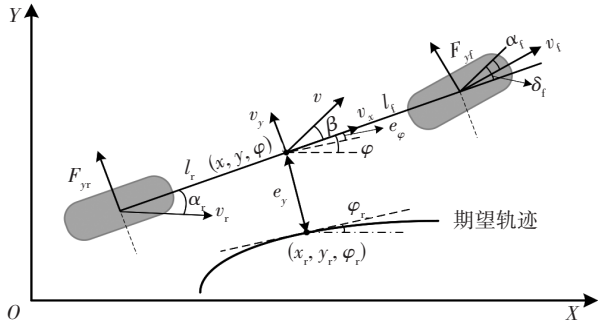



图1 车辆轨迹跟踪误差模型

当车辆的前轮转向角和侧偏角较小时，魔术轮胎公式前、后轮侧向力$F_{yf}$、$F_{yr}$与前、后轮侧偏角$\alpha_f$、$\alpha_r$间可以近似为线性关系：

$$\begin{cases} F_{yf}=C_f\alpha_f,\ \alpha_f=\delta_f-\dfrac{v_y+l_f\dot{\varphi}}{v_x} \\ F_{yr}=C_r\alpha_r,\ \alpha_r=\dfrac{l_r\dot{\varphi}-v_y}{v_x} \end{cases} \tag{2}$$

式中：$C_f$、$C_r$分别为前、后车轮的侧偏刚度。

综合式（1）、式（2）可得：

$$\begin{cases} m\left(\dot{v}_y+v_x\dot{\varphi}\right)=2\left[C_f\left(\delta_f-\dfrac{v_y+l_f\dot{\varphi}}{v_x}\right)+C_r\dfrac{l_r\dot{\varphi}-v_y}{v_x}\right] \\ I_z\ddot{\varphi}=2\left[l_fC_f\left(\delta_f-\dfrac{v_y+l_f\dot{\varphi}}{v_x}\right)-l_rC_r\dfrac{l_r\dot{\varphi}-v_y}{v_x}\right] \end{cases} \tag{3}$$

### 2.2 轨迹跟踪误差模型

车辆在跟踪期望轨迹的过程中，参考横摆角速度$\dot{\varphi}_r$可由此处的道路曲率表示，进而推导出期望侧

向加速度$a_{ydes}$：

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_r = v_x\rho \\ a_{ydes} = v_x^2\rho = v_x\dot{\varphi}_r\end{cases} \tag{4}$$

式中：$\rho$为道路参考点曲率。

由式(4)建立轨迹跟踪误差模型为：

$$\begin{cases}\ddot{e}_\varphi = \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_r \\ \ddot{e}_y = a_y - a_{ydes} = \dot{v}_y + v_x\dot{\varphi} - v_x\dot{\varphi}_r = \dot{v}_y + v_x\dot{e}_\varphi\end{cases} \tag{5}$$

式中：$e_y$为横向误差，$e_\varphi$为航向角误差，$a_y$为实际侧向加速度。

综合式(3)~式(5)得到考虑模型不确定性的动力学模型为[11]：

$$\begin{cases} m\ddot{e}_y = \dfrac{-2(C_f+C_r)}{v_x}\dot{e}_y + 2(C_f+C_r)e_\varphi + 2C_f\delta_f + \\ \qquad \dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{v_x}\dot{e}_\varphi + \left[\dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{v_x} - v_x\right]\dot{\varphi}_r + R_1 \\ I_z\ddot{e}_\varphi = \dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{v_x}\dot{e}_y + 2(l_fC_f-l_rC_r)e_\varphi + 2l_fC_f\delta_f - \\ \qquad \dfrac{2(l_r^2C_r+l_f^2C_f)}{v_x}\dot{e}_\varphi - \dfrac{2(l_r^2C_r+l_f^2C_f)}{v_x}\dot{\varphi}_r + R_2 \end{cases} \tag{6}$$

式中：$R_1$、$R_2$为建模误差的扰动，主要包括车辆动力学参数摄动、轮胎非线性侧偏刚度以及外部干扰等。

定义状态向量为$\boldsymbol{x}=(e_y,\dot{e}_y,e_\varphi,\dot{e}_\varphi)^T$、控制输入为$\boldsymbol{u}=\delta_f$、干扰矩阵为$\boldsymbol{f}=[R_1\ \ R_2\ \ \dot{\varphi}_r]^T$，将式(6)转化为状态空间方程形式：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{f}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{cases} \tag{7}$$

式中：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-2(C_f+C_r)}{mv_x} & \dfrac{2(C_f+C_r)}{m} & \dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{mv_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{I_zv_x} & \dfrac{2(l_fC_f-l_rC_r)}{I_z} & -\dfrac{2(l_r^2C_r+l_f^2C_f)}{I_zv_x} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{2C_f}{m} \\ 0 \\ \dfrac{2l_fC_f}{I_z} \end{bmatrix},\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{mv_x} - v_x \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\dfrac{2(l_r^2C_r+l_f^2C_f)}{I_zv_x} \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{C}=diag(1,1,1,1)$。

## 3 基于扩张状态观测器的干扰估计

为了解决线性状态空间方程中存在的建模误差干扰问题，采用扩张状态观测器将车辆动力学模型中的建模误差扰动$R_1$与$R_2$扩张为新的状态变量，构建二阶系统[12]：

$$\begin{bmatrix}\ddot{e}_y \\ \dot{\ddot{e}}_y \\ \dot{R}_1 \\ \dot{R}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{4\times4} & \boldsymbol{I}_{2\times2} \\ \boldsymbol{O}_{2\times4} & \boldsymbol{O}_{4\times2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_y \\ \dot{e}_y \\ e_\varphi \\ \dot{e}_\varphi \\ R_1 \\ R_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{4\times1}\end{bmatrix}\delta_f + \begin{bmatrix}0 \\ 0 \\ \dot{R}_1 \\ \dot{R}_2\end{bmatrix} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{A}_{4\times4}$、$\boldsymbol{B}_{4\times1}$可由式(7)中$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$得到，$\boldsymbol{I}$为单位矩阵，$\boldsymbol{O}$为零矩阵。

记$e_y$、$\dot{e}_y$、$e_\varphi$、$\dot{e}_\varphi$、$R_1$、$R_2$的估计值分别为$h_1$、$h_2$、$h_3$、$h_4$、$h_5$、$h_6$，观测的横向误差$h_1$和航向角误差$h_3$与实际值$e_y$和$e_\varphi$的差值分别为$e_1$和$e_2$，设计式(8)的扩张状态观测器为：

$$\begin{bmatrix}\dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \\ \dot{h}_4 \\ \dot{h}_5 \\ \dot{h}_6\end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_z\begin{bmatrix}h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6\end{bmatrix} + \boldsymbol{B}_z\delta_f - \begin{bmatrix}k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \\ k_3 & 0 \\ 0 & k_4 \\ 0 & k_5 \\ 0 & k_6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_1 \\ e_2\end{bmatrix} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{A}_z=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{4\times4} & \boldsymbol{I}_{2\times2} \\ \boldsymbol{O}_{2\times4} & \boldsymbol{O}_{4\times2}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_z=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{4\times1} \\ \boldsymbol{O}_{2\times1}\end{bmatrix}$，$k_1$、$k_2$、$k_3$、$k_4$、$k_5$、$k_6$为扩张状态观测器增益参数。

通过ESO可以进一步观测到建模误差扰动$R_1$、$R_2$的估计值$h_5$、$h_6$，最终可得干扰矩阵$\hat{\boldsymbol{f}}=[h_5\ h_6\ \dot{\varphi}_r]^T$。

## 4 轨迹跟踪与横摆稳定性可拓协调控制

### 4.1 协调控制策略

在模式决策层中，根据可拓控制理论[8]设计轨迹跟踪可拓协调控制策略，选取车辆特征状态参数，构建二维的可拓集合并计算关联函数，最终根据其结果进行测度模式识别。

分别选取表征车辆轨迹跟踪控制精度的横向位置误差$e_y$和表征稳定性能的质心侧偏角$\beta$作为特征量，以横向位置误差$e_y$为纵坐标、质心侧偏角$\beta$为横坐标构建二维可拓集合$Q(\beta,e_y)\in(-\infty,+\infty)$，如图2所示。

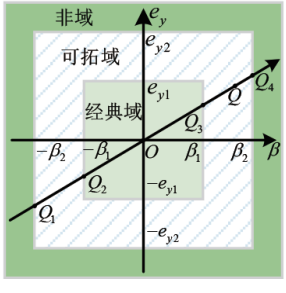



图2 可拓集合划分示意

二维可拓集合$Q(\beta,e_y)$需要根据车辆实时特征量状态进一步划分为经典域、可拓域和非域。对于可拓集合纵坐标$e_y$，选用公差带划分法[13]确定经典域和可拓域的边界，横向位置误差经典域边界$e_{y1}$和可拓域边界$e_{y2}$分别定义为：

$$\begin{cases}\left|y-y_r\right|\leqslant e_{y1}=\xi_1\left|e_y^*+\varepsilon\right|\\ \left|y-y_r\right|\leqslant e_{y2}=\xi_2\left|e_y^*+\varepsilon\right|\end{cases}\tag{10}$$

式中：$\xi_1$、$\xi_2$为公差带系数，$e_y^*$为期望横向位置偏差[9]，$\varepsilon$为松弛因子。

对于可拓集合的横坐标$\beta$，其经典域边界$\beta_1$根据轮胎侧偏特性的线性区和非线性区的边界确定，参考文献[14]得到临界前轮转角$\delta_{f_th}=\mu C/v_x^2$，其中$\mu$为地面附着系数、$C$为常数，进一步得到质心侧偏角经典域边界$\beta_1$：

$$\beta_1=\pm\frac{l_r+ml_fv_x^2/(LC_r)}{L(1+Kv_x^2)}\delta_{f_th}\tag{11}$$

式中：$L$为轴距，$K=m(l_f/C_r-l_r/C_f)/L^2$为稳定性系数。

参考文献[14]的经验公式，$\left|\beta_2\right|=\left|\arctan(0.02\mu g)\right|$，此时车辆有失稳的趋势，将其定义为可拓域边界$\beta_2$。基于质心侧偏角$\beta$和横向位置误差$e_y$将可拓集合划分如下：在$\beta$和$e_y$小于经典域边界时，车辆的状态较为稳定，轮胎处于线性区域，轨迹跟踪效果较好，无需直接横摆力矩控制介入；在$\beta$和$e_y$均大于经典域边界时，车辆已经出现失稳现象，车辆状态处于可拓域和非域，单一轨迹跟踪无法满足控制要求，通过直接横摆力矩协同控制以保障车辆的稳定性能。

根据可拓距的定义，图2中点$Q$与最优状态点$O(0,0)$的连线分别与经典域、可拓域边界相交于$Q_2$、$Q_3$和$Q_1$、$Q_4$，进一步将二维可拓距转换为一维可拓距，关联函数$K(Q)$可表示为：

$$K(Q)=\frac{\rho(Q,(Q_1,Q_4))}{D(Q,(Q_1,Q_4),(Q_2,Q_3))}\tag{12}$$

式中：$\rho(Q,(Q_1,Q_4))=\left|Q-(Q_1+Q_4)/2\right|-(Q_4-Q_1)/2$，$D(Q,(Q_1,Q_4),(Q_2,Q_3))=\rho(Q,(Q_1,Q_4))-\rho(Q,(Q_2,Q_3))$，$\rho(Q,(Q_2,Q_3))=\left|Q-(Q_2+Q_3)/2\right|-(Q_3-Q_2)/2$。

具体的测度模式识别与控制策略如下：

测度模式$M_1$：当$K(Q)\geqslant 0$时，横向位置误差和质心侧偏角较小，车辆状态稳定，轮胎处于线性工作区域，转向控制具有较好的控制效果，直接横摆力矩控制不作用。

测度模式$M_2$：当$-1<K(Q)<0$时，横向位置误差和质心侧偏角增大，轮胎侧偏力与侧偏角处于非线性区域，由于转向控制输出饱和问题，此时直接横摆力矩控制介入，提高车辆轨迹跟踪控制的稳定性。根据关联函数$K(Q)$进一步确定DYC的控制输出量权重系数$\gamma_M$。

测度模式$M_3$：当$K(Q)\leqslant -1$时，车辆处于失稳状态，直接横摆力矩控制权重为1，使车辆快速恢复稳定状态。

综上，模式决策层输出的权重系数表达式如下：

$$\begin{cases}\gamma_\delta=1,\gamma_M=0 & K(Q)\geqslant 0\\ \gamma_\delta=1-\gamma_M,\gamma_M=\lambda\left(\dfrac{1}{1+e^{-a(K(Q)-c)}}\right) & -1\leqslant K(Q)<0\\ \gamma_\delta=0,\gamma_M=1 & K(Q)\leqslant -1\end{cases}\tag{13}$$

式中：$a$、$c$为系数，$\gamma_\delta$为前轮转角控制输出权重系数。

### 4.2 基于模型预测控制的轨迹跟踪控制

轨迹跟踪控制器根据车辆的实际位姿和期望位姿计算输出前轮转角序列。为消除模型参数带来的干扰，基于第3节设计的ESO进行观测估计并对控制量进行前馈补偿。综合考虑跟踪精度、稳定性、舒适性设计多目标约束函数，最终通过模型预测控制算法滚动优化求解轨迹跟踪最优前轮转角。整体控制架构如图3所示。

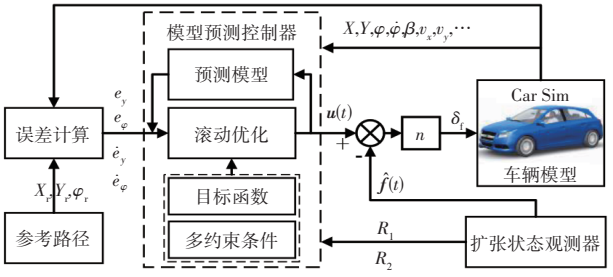



图3 轨迹跟踪控制框图

为得到预测时域内车辆轨迹跟踪控制所需的最优前轮转角控制序列，假设当前时刻为$k$，基于式(7)利用前向欧拉公式得到离散状态空间方程为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{D}_k\hat{\boldsymbol{f}}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{x}(k)\end{cases}\tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{A}_k=\boldsymbol{I}+T\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}_k=T\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{D}_k=\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{C}_k=\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{I}$为单位矩阵，$T$为采样周期。

定义$N_p$为预测时域、$N_c$为控制时域，且$N_c\leqslant N_p$，使用控制增量$\Delta\boldsymbol{u}(k)$取代控制量$\boldsymbol{u}(k)$，进一步推导出未来$N_p$步内的预测方程为：

$$\boldsymbol{Y}_{N_p}(k+1)=\boldsymbol{\psi}_k\Delta\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{I}\boldsymbol{y}(k)+\boldsymbol{\Phi}_k\Delta\boldsymbol{U}(k)+\boldsymbol{S}_k\Delta\hat{\boldsymbol{f}}(k)\tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{Y}_{N_p}(k)=[\boldsymbol{y}(k+1)\ \boldsymbol{y}(k+2)\ \cdots\ \boldsymbol{y}(k+N_p)]^T$、$\boldsymbol{y}(k)=[e_y(k)\ \dot{e}_y(k)\ e_\varphi(k)\ \dot{e}_\varphi(k)]^T$为预测时域内的系统输出，$\Delta\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{x}(k)-\boldsymbol{x}(k-1)$为状态增量，$\Delta\hat{\boldsymbol{f}}(k)=[\hat{\boldsymbol{f}}(k)-\hat{\boldsymbol{f}}(k-1)]$为干扰输入增

量，$\Delta \boldsymbol{U}(k)=[\Delta \boldsymbol{u}(k)\ \Delta \boldsymbol{u}(k+1)\ \cdots\ \Delta \boldsymbol{u}(k+N_c-1)]^{\mathrm{T}}$为控制时域内输入增量，$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}\\ \sum_{i=1}^{2}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i}\\ \vdots\\ \sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{I}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{3\times3}\\ \boldsymbol{I}_{3\times3}\\ \vdots\\ \boldsymbol{I}_{3\times3}\end{bmatrix}_{N_p\times1}$，

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{k}}\\ \sum_{i=1}^{2}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{D}_{\mathrm{k}}\\ \vdots\\ \sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{D}_{\mathrm{k}}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}} & 0 & \cdots & 0\\ \sum_{i=1}^{2}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}} & \boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}} & \sum_{i=1}^{N_p-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_p-N_c+1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}^{i-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{k}}\end{bmatrix}。$$

轨迹跟踪控制过程中需要综合优化精确性$J_1$、稳定性$J_2$以及舒适性$J_3$ 3项性能指标：

$$\begin{cases}J_1=\sum_{i=1}^{N_p}[e_y^2(k+i)+e_\varphi^2(k+i))+\dot{e}_y^2(k+i+\dot{e}_\varphi^2(k+i)]\\ J_2=\sum_{i=1}^{N_p}[\beta^2(k+i)+\dot{\beta}^2(k+i)+v_y^2(k+i)+\omega_{\mathrm{r}}^2(k+i)]\\ J_3=\sum_{i=1}^{N_p}\left[\delta_{\mathrm{f}}^2(k+i)+\Delta\delta_{\mathrm{f}}^2(k+i)\right]\end{cases}\tag{16}$$

式中：$\omega_{\mathrm{r}}$为理想横摆角速度。

结合上述多目标函数和相关约束条件，车辆路径跟踪问题可以描述为最优控制问题：

$$\begin{aligned}\min J&=\min(J_1+J_2+J_3)\\&=\min\left\{\sum_{i=k+1}^{N_p}\left\|\boldsymbol{M}\boldsymbol{x}(k+i)\right\|_2+\sum_{i=k}^{N_c}\left[\left\|\boldsymbol{N}\boldsymbol{u}(k+i)\right\|_2+\right.\right.\\&\left.\left.\left\|\boldsymbol{T}\Delta\boldsymbol{u}(k+i)\right\|_2+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+i)\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{y}(k+i+1)\right]\right\}\end{aligned}\tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{T}$、$\boldsymbol{T}_1$可由式(15)~式(17)推导得到，约束条件包括系统状态约束($\boldsymbol{x}_{\min}\leqslant\boldsymbol{x}(k+i)\leqslant\boldsymbol{x}_{\max}$)、控制量约束($\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}(k+i-1)\leqslant\boldsymbol{u}_{\max}$)和控制量增量约束($\Delta\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\Delta\boldsymbol{u}(k+i-1)\leqslant\Delta\boldsymbol{u}_{\max}$)。

通过模型预测控制算法求解出前轮转角控制量$\boldsymbol{u}(t)$后，进一步根据扩张状态观测器所估算的扰动量$\hat{\boldsymbol{f}}$(t)实施前馈补偿，以此获得考虑模型参数不确定性的前轮转角控制量$\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}(t)$：

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}(t)=\frac{\boldsymbol{u}(t)-\hat{\boldsymbol{f}}(t)}{n}\tag{18}$$

式中：$n$为控制量的补偿因子。

### 4.3 基于自抗扰算法的直接横摆力矩控制

直接横摆力矩控制主要通过调整左、右侧的差动力矩产生绕$z$轴的附加力矩来增强车辆的横向稳定性。基于自抗扰控制理论建立一阶横摆力矩控制器，主要由扩张状态观测器和非线性误差反馈控制组成[15]，如图4所示。

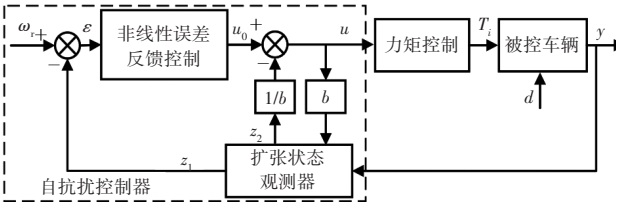



图4 基于自抗扰算法的直接力矩控制框图

选取理想的横摆角速度作为控制目标状态，当$\dot{v}_y=0$、$\ddot{\varphi}=0$时，由式(3)可以得到稳态时的理想横摆角速度和理想质心侧偏角：

$$\begin{cases}\omega_{\mathrm{r}}=\dfrac{v_x\delta_{\mathrm{f}}}{L(1+Kv_x^2)}\\ \beta_{\mathrm{r}}=\pm\dfrac{l_{\mathrm{r}}+ml_{\mathrm{f}}v_x^2/(LC_{\mathrm{r}})}{L(1+Kv_x^2)}\delta_{\mathrm{f}}\end{cases}\tag{19}$$

同时，理想横摆角速度受限于道路条件，可进一步描述为：

$$\omega_{\mathrm{r}}=\min\left\{\frac{v_x\delta_{\mathrm{f}}}{L(1+Kv_x^2)},\frac{\mu g}{v_x}\right\}\tag{20}$$

将附加横摆力矩引入车辆二自由度动力学模型式(3)中，控制系统进一步改写为一阶状态方程，以附加横摆力矩$\Delta M$作为输入、横摆角速度$\omega$作为输出：

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,d)+bu\\ y=x\end{cases}\tag{21}$$

式中：$f(x,d)=\dfrac{2(l_rC_r-l_fC_f)}{I_z}\beta-\dfrac{2(l_f^2C_f+l_r^2C_r)}{I_zv_x}\omega+\dfrac{2l_fC_f}{I_z}\delta_f$，$x=\omega$，$b=1/I_z$，$u=\Delta M$。

基于ADRC算法，实时的参数扰动能够通过ESO进行估计，扩张状态观测器设计为：

$$\begin{cases}e=z_1-y\\ \dot{z}_1=z_2-s_1fal(e,0.5,0.01)+b_1u(t)\\ \dot{z}_2=-s_2fal(e,0.25,0.01)\end{cases}\tag{22}$$

式中：$z_1$、$z_2$为估计得到的扰动值；$s_1$、$s_2$为状态观测增益；$b_1$为控制量的补偿因子；$fal(\ )$为非线性函数[6]，通

过非线性误差反馈进一步消除控制误差。

由于直接横摆力矩控制器为一阶系统，非线性误差反馈控制律设计为[16]：

$$\begin{cases}\varepsilon_1=\omega_r-z_1\\ u_0=\beta_3 fal(\varepsilon,0.25,0.01)\end{cases}\tag{23}$$

式中：$\varepsilon_1$为横摆角速度的误差，$u_0$为反馈控制量，$\beta_3$为比例增益。

最终，附加横摆力矩的控制输入表示为$\Delta M^*=I_z(u_0-z_2)$。

由于单轮制动控制过程灵活易控，且过渡平稳、冲击小、实时性能好，本文采用单轮制动的方式设计直接横摆力矩分配策略[17]。基于车辆当前的行驶方向和附加横摆力矩的正负值确定相应制动车轮，如表1所示。

**表1　直接横摆力矩分配策略**

| 转向方向 | 附加横摆力矩$\Delta M^*$ | 作用车轮 |
|---|---|---|
| 左转向 | $\Delta M^*\geqslant 0$ | 左后轮 |
| | $\Delta M^*<0$ | 右前轮 |
| 右转向 | $\Delta M^*\geqslant 0$ | 左前轮 |
| | $\Delta M^*<0$ | 右后轮 |

根据分配策略确定作用车轮，同时考虑前、后轴载荷比例的影响，将附加横摆力矩转化为各车轮的制动力矩，分别表示为：

$$\begin{cases}T_{\mathrm{fr}}=\dfrac{F_{\mathrm{zfr}}}{F_{\mathrm{zfr}}+F_{\mathrm{zfl}}}\dfrac{2\Delta M^*}{B\cos\delta_{\mathrm{f}}+2l_{\mathrm{f}}\sin\delta_{\mathrm{f}}}r_0, T_{\mathrm{rr}}=\dfrac{F_{\mathrm{zrr}}}{F_{\mathrm{zrr}}+F_{\mathrm{zrl}}}\dfrac{2\Delta M^*}{B}r_0\\ T_{\mathrm{fl}}=\dfrac{F_{\mathrm{zfl}}}{F_{\mathrm{zfr}}+F_{\mathrm{zfl}}}\dfrac{2\Delta M^*}{B\cos\delta_{\mathrm{f}}+2l_{\mathrm{f}}\sin\delta_{\mathrm{f}}}r_0, T_{\mathrm{rl}}=\dfrac{F_{\mathrm{zrl}}}{F_{\mathrm{zrr}}+F_{\mathrm{zrl}}}\dfrac{2\Delta M^*}{B}r_0\end{cases}\tag{24}$$

式中：$F_{bij}$、$F_{zij}$、$T_{ij}$ ($ij$=fr、fl、rr、rl)分别为右前、左前、右后、左后车轮的作用力、垂向力和制动力矩，$r_0$为车轮半径，$B$为车轮轮距。

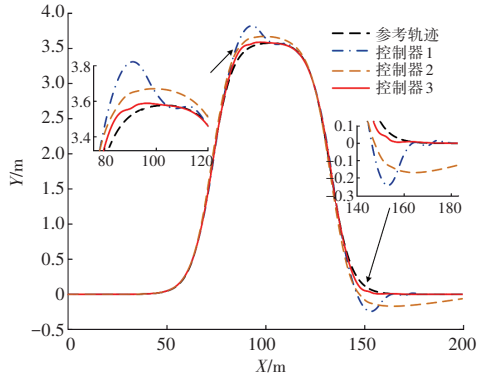
## 5　仿真分析

基于CarSim和Simulink，通过双移线工况对所提出的可拓协调控制方法进行联合仿真验证，并与其他2种控制算法进行对比。以本文提出的单一主动转向轨迹跟踪控制器作为控制器1、基于MPC集成的转向和横摆力矩控制器[6]作为控制器2、本文提出的可拓协调控制策略作为控制器3，设定路面附着系数为0.8、车辆速度为72 km/h，车辆主要参数如表2所示。

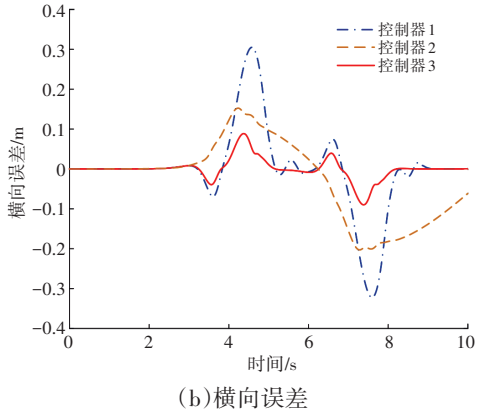
仿真结果如图5和表3所示。由图5a、图5b可以看出，控制器3通过ESO对车辆建模误差扰动参数进行观测，并对控制输出进行前馈补偿，能够准确地跟踪双移线工况的参考轨迹。相较于未考虑模型不确定性的控制器2，其横向位置误差的最大值和均方根值分别减小了50%和40%。同时，仅采用前轮转向的控制器1由于转向输出饱和，导致车辆存在较大的跟踪误差。由图5c、图5d可知，控制器3的前轮转角变化最为平稳，所产生的横摆力矩变化范围也更小。这主要是因为可拓协调控制策略基于车辆实时特征量状态合理分配前轮转角与横摆力矩的控制输出，有效抑制了控制输出突变引起的车辆抖动。由图5e、图5f可知，控制器3的横摆角速度波动更小且收敛时间更短，同时其质心侧偏角最大值为1.72°，较控制器2减小了45%。上述结果表明，本文提出的方法能有效提升跟踪精度和行驶稳定性。

**表2　车辆配置参数**

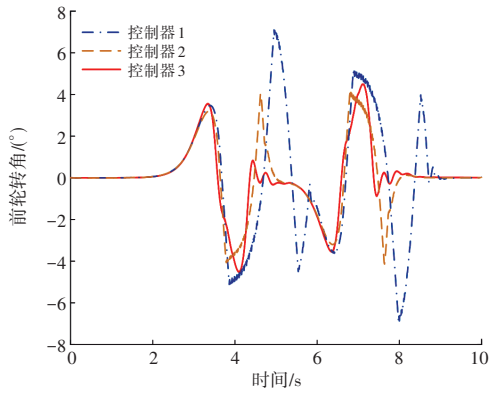
| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 整车质量$m$/kg | 1 412 |
| 质心高度$h_g$/m | 0.54 |
| 质心到前轴的距离$l_f$/m | 1.015 |
| 质心到后轴的距离$l_r$/m | 1.895 |
| 车辆绕$z$轴的转动惯量$I_z$/kg·m$^2$ | 1 536.7 |
| 车轮轮距$B$/m | 1.675 |
| 前轮侧偏刚度$C_f$/kN·rad$^{-1}$ | 6×10$^4$ |
| 后轮侧偏刚度$C_r$/kN·rad$^{-1}$ | 4×10$^4$ |



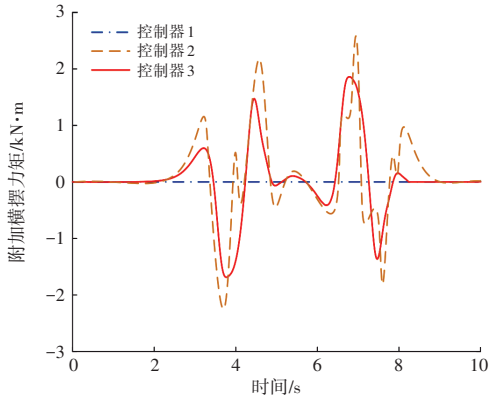

(a)行驶轨迹



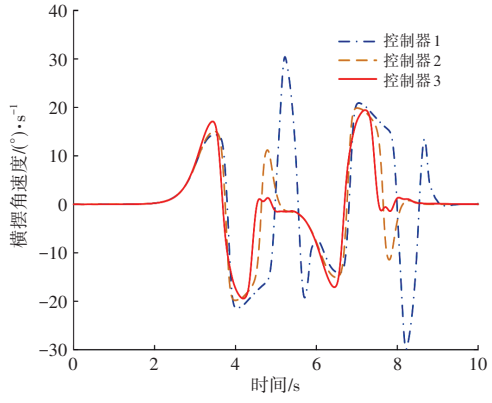

(b)横向误差



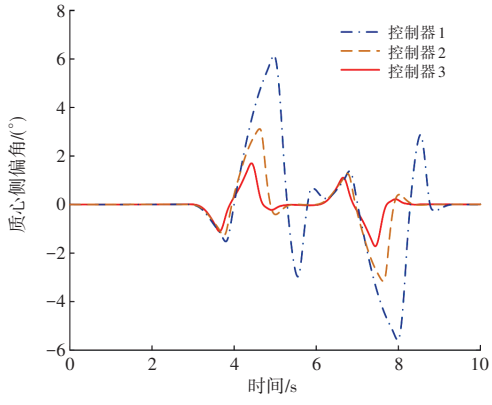

(c)前轮转角




(d)附加横摆力矩




(e)横摆角速度




(f)质心侧偏角

图5　双移线工况仿真结果

**表3　轨迹跟踪性能对比**

| 控制器 | 横向误差/m | | 航向角误差/(°) | | 质心侧偏角/(°) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 最大值 | 均方根值 | 最大值 | 均方根值 | 最大值 | 均方根值 |
| 控制器1 | 0.32 | 0.14 | 1.86 | 0.63 | 6.15 | 2.11 |
| 控制器2 | 0.20 | 0.10 | 0.29 | 0.05 | 3.16 | 0.95 |
| 控制器3 | 0.10 | 0.06 | 0.06 | 0.02 | 1.72 | 0.48 |

## 6　结束语

本文提出了一种考虑模型不确定性的智能汽车轨迹跟踪与横摆稳定性的协调控制策略,建立了考虑模型不确定性的车辆动力学状态方程,利用ESO对车辆建模扰动参数进行实时估计,并结合MPC算法通过前馈补偿控制输出,采用可拓协调控制策略克服单一控制策略输出饱和问题,扩展轨迹跟踪控制范围。仿真结果表明,本文提出的方法在跟踪精度和行驶稳定性方面取得了较大的提升。

此外,可拓协调控制策略尚需实车试验验证,且应探索结合神经网络的传统控制方法增强策略,以应对极端工况下的性能提升需求。

### 参　考　文　献

[1] ROKONUZZAMAN M, MOHAJER N, NAHAVANDI S, et al. Review and Performance Evaluation of Path Tracking Controllers of Autonomous Vehicles[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2021, 15(5): 646-670.

[2] XU S B, PENG H. Design, Analysis, and Experiments of Preview Path Tracking Control for Autonomous Vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.

[3] JI J, KHAJEPOUR A, MELEK W W, et al. Path Planning and Tracking for Vehicle Collision Avoidance Based on Model Predictive Control with Multiconstraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(2): 952-964.

[4] YANG Z Y, HUANG J, YANG D G, et al. Design and Optimization of Robust Path Tracking Control for Autonomous Vehicles with Fuzzy Uncertainty[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(6): 1788-1800.

[5] WANG H Y, ZUO Z Q, WANG Y J, et al. Composite Nonlinear Path-Following Control for Unmanned Ground Vehicles with Anti-Windup ESO[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(9): 5865-5876.

[6] PENG H N, WANG W D, AN Q, et al. Path Tracking and Direct Yaw Moment Coordinated Control Based on Robust

MPC with the Finite Time Horizon for Autonomous Independent-Drive Vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(6): 6053-6066.

[7] 张雷, 赵宪华, 王震坡. 四轮轮毂电机独立驱动电动汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协调控制研究[J]. 汽车工程, 2020, 42(11): 1513-1521.
ZHANG L, ZHAO X H, WANG Z P. Study on Coordinated Control of Trajectory Tracking and Yaw Stability for Autonomous Four-Wheel-Independent-Driving Electric Vehicles[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(11): 1513-1521.

[8] 蔡文, 杨春燕. 可拓学的基础理论与方法体系[J]. 科学通报, 2013, 58(13): 1190-1199.
CAI W, YANG C Y. Basic Theory and Methodology on Extenics[J]. Chinese Science Bulletin, 2013, 58(13): 1190-1199.

[9] 蔡英凤, 臧勇, 孙晓强, 等. 基于可拓切换控制方法的智能车辆车道保持系统研究[J]. 中国公路学报, 2019, 32(6): 43-52.
CAI Y F, ZANG Y, SUN X Q, et al. Lane-Keeping System of Intelligent Vehicles Based on Extension Switching Control Method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(6): 43-52.

[10] 汪洪波, 夏志, 陈无畏. 考虑人机协调的基于转向和制动可拓联合的车道偏离辅助控制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(4): 135-147.
WANG H B, XIA Z, CHEN W W. Lane Departure Assistance Control Based on Extension Combination of Steering and Braking Systems Considering Human-Machine Coordination[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(4): 135-147.

[11] ALAGAPPAN A V, RAO K V N, KUMAR R K. A Comparison of Various Algorithms to Extract Magic Formula Tyre Model Coefficients for Vehicle Dynamics Simulations[J]. Vehicle System Dynamics, 2015, 53(2): 154-178.

[12] 李宗俐. 基于干扰观测器的模型预测控制器设计与实现[D]. 长春: 吉林大学, 2018.
LI Z L. The Design and Realization of the Model Predictive Controller Based on Disturbance Observer[D]. Changchun: Jilin University, 2018.

[13] 谭洪亮. 基于可拓模式识别的轮毂电机驱动汽车稳定性控制系统研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2019.
TAN H L. Research on the Stability Control System of In-Wheel Motor Driver Vehicle Based on the Extension Pattern Recognition[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2019.

[14] WU X J, ZHOU B, WEN G L, et al. Intervention Criterion and Control Research for Active Front Steering with Consideration of Road Adhesion[J]. Vehicle System Dynamics, 2018, 56(4): 553-578.

[15] 韩京清. 自抗扰控制技术:估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 125-140.
HAN J Q. Active Disturbance Rejection Control Technique: the
Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 125-140.

[16] NAH J, YIM S. Vehicle Stability Control with Four-Wheel Independent Braking, Drive and Steering on In-Wheel Motor-Driven Electric Vehicles[J]. Electronics, 2020, 9(11).

[17] 余志生. 汽车理论[M]. 第4版. 北京: 机械工业出版社, 2006: 194-197.
YU Z S. Automobile Theory[M]. 4th Ed. Beijing: China Machine Press, 2006: 194-197.

(责任编辑　斛　畔)
修改稿收到日期为2025年12月5日。