基于优化人工势场法的智能汽车主动避障路径规划*

周钢　王健　王鸿祥　杜若飞　邓欢　王金波

（山东交通学院，济南 250357）

【摘要】针对人工势场法在智能汽车路径规划中存在的局部极小值、目标无法到达、安全性不足等问题，设计了障碍物椭圆斥力势场、道路边界斥力势场、速度斥力势场和虚拟目标点，以避免与不规则障碍物和移动障碍物碰撞，并避免车辆陷入局部极小值问题，将上述斥力场合并后，规划与结构化道路一致的路线，并通过B样条曲线拟合方法对路径进行平滑处理。验证结果表明，优化后的人工势场法相较于传统人工势场法规划的路径更短且安全性更高。

关键词：路径规划　人工势场法　虚拟目标点　B样条曲线

中图分类号：U461.91　　**文献标志码：**A　　**DOI：** 10.20104/j.cnki.1674-6546.20250214

Active Obstacle Avoidance Path Planning for Intelligent Vehicles Using an Optimized Artificial Potential Field Method

Zhou Gang, Wang Jian, Wang Hongxiang, Du Ruofei, Deng Huan, Wang Jinbo

(Shandong Jiaotong University, Jinan 250357)

【Abstract】Path planning is a critical component in autonomous vehicle research, among which the Artificial Potential Field (APF) method has attracted significant attention due to its simplicity and efficiency. However, it also suffers from issues such as local minima, failure to reach the target and insufficient safety. This paper proposes optimizations to the APF method to address these limitations. Firstly, an elliptical repulsive potential field for obstacles is designed to mitigate collision risks when avoiding irregularly shaped obstacles. Secondly, a road boundary repulsive potential field is introduced to ensure strict adherence to traffic rules during vehicle operation. Thirdly, a velocity repulsive potential field is established to prevent collisions with moving obstacles. Fourthly, virtual target points are designed to help the vehicle escape local minima. Finally, these repulsive fields are integrated into a new unified formulation, facilitating the planning of paths consistent with structured road environments. After path planning, the generated path is smoothed using B-spline curve fitting. Validation results demonstrate that the optimized APF method produces safer, shorter and more realistic paths that bet.

Key words: Path planning, Artificial Potential Field (APF), Virtual target point, B-spline curve

【引用格式】周钢，王健，王鸿祥，等．基于优化人工势场法的智能汽车主动避障路径规划[J]. 汽车工程师，2026(2): 15-20.

ZHOU G, WANG J, WANG H X, et al. Active Obstacle Avoidance Path Planning for Intelligent Vehicles Using an Optimized Artificial Potential Field Method[J]. Automotive Engineer, 2026(2): 15-20.

1　前言

路径规划的任务是在复杂的动态环境中为车辆实时生成一条从起始点到目标点，同时满足无碰撞、平滑且符合车辆动力学约束的可行轨迹。根据对环境信息的了解程度，路径规划可分为全局路径规划与局部路径规划两类。全局路径规划依赖于完整的先验环境信息，常见方法包括迪杰斯特拉（Dijkstra）算法、A*算法、快速探索随机树（Rapidly-exploring Random Tree，RRT）算法和蚁群算法；局部路径规划以传感器实时获取的信息为基础，典型方法有遗传算法、人工势场法和动态窗口法等。在上

*基金项目：山东省科技型中小企业创新能力提升工程项目（2025TSGCCZZB0653）；山东省交通运输科技项目（2022B107）。

述方法中，人工势场法因其计算效率高、响应速度快等特点而备受关注。

人工势场法虽然在原理与实现上较为简单，但其自身存在一定的固有缺陷，如易陷入局部最优，从而导致被控对象难以获得全局最优路径。为此，研究人员对人工势场法进行了改进。文献[1]通过限制障碍物的影响区域降低了目标点附近障碍物对无人车运动的干扰。文献[2]通过引入新的距离因子，并借助指数函数对其取值范围进行约束，提升了势场性能。文献[3]在障碍物一侧设置中间目标点，以替代真实目标点，实现了对车辆运动的有效引导。文献[4]采用随机势场策略，以协助系统摆脱局部极小值问题。文献[5]对沿墙（Follow-Wall）算法进行改进，通过对障碍物影响范围实施二次分层，使车辆能够沿障碍物轮廓执行巡线运动。文献[6]将绕行最近障碍物的策略与人工势场法相结合，使无人机在逃离局部极小区域的同时实现无碰撞运动，并针对目标不可达问题提出了一种并行搜索机制，确保在避障的同时可靠抵达目标。文献[7]构建了一种包含径向与切向分量的斥力函数，可有效抑制运动过程中的振荡现象。文献[8]在传统人工势场框架中引入第二个虚拟目标重力场，显著缓解了局部极小值问题，同时提高了车辆的行驶安全性与稳定性。文献[9]提出了横向变道模型和纵向制动距离模型，并将安全模型集合到人工势场法中，从而规划出满足稳定性要求的避障路径。上述算法在提高规划效率、降低运算成本和遵守运动学约束方面取得了重要成果，然而，要实现更高效、准确和安全的自动驾驶车辆行驶路径规划，还需进一步改进。

为此，本文在传统人工势场法的基础上，引入虚拟目标点机制，在避免车辆陷入局部极小值问题的同时，通过椭圆斥力势场、道路边界斥力势场与速度斥力势场，规范其规划路径的合理性与安全性。

2 传统人工势场法

人工势场法[10]的核心思想是将真实环境信息抽象为一个由目标点引力场和障碍物斥力场共同构成的虚拟势场模型。通过将引力和斥力势场以矢量叠加方式合成联合势场，引导智能车辆实现路径规划。

2.1 引力势场

引力势场的大小取决于目标位置与车辆之间的距离，车辆受到目标的吸引，并沿着引力势场的梯度下降方向移动，如图1所示。其中，x、y分别为车辆在二维空间的纵向、横向坐标。

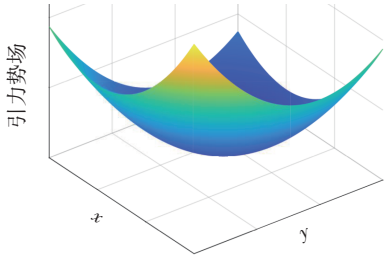


图1 引力势场示意

引力势场的势场函数为：

$$U_{att}=\frac{1}{2}k\rho^2(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_g) \tag{1}$$

式中：k为引力增益系数，$\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_g)$为汽车位置$\boldsymbol{q}$与目标点位置$\boldsymbol{q}_g$间的距离。

相应的引力$\boldsymbol{F}_{att}$为引力场的负梯度：

$$\boldsymbol{F}_{att}=-\nabla U_{att}=k\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_g) \tag{2}$$

2.2 斥力势场

斥力势场的大小主要取决于车辆与障碍物间的距离。车辆处于障碍物的影响范围外时所受斥力势能为零，进入该范围后，势能随距离减小而增大，如图2所示。

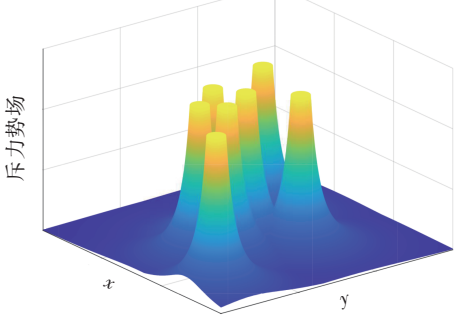


图2 斥力势场示意

斥力势场的势场函数为：

$$U_{rep}=\begin{cases}\frac{1}{2}k_{rep}\left(\frac{1}{\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)}-\frac{1}{\rho_0}\right)^2, & 0\leqslant\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)\leqslant\rho_0\\ 0, & \rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)>\rho_0\end{cases} \tag{3}$$

式中：k_{rep}为斥力增益系数，$\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)$为障碍物位置$\boldsymbol{q}_0$与车辆位置$\boldsymbol{q}$间的距离，$\rho_0$为障碍物对车辆产生作用的最大距离。

相应的斥力为：

$$\boldsymbol{F}_{rep}=\begin{cases}k_{rep}\left(\frac{1}{\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)}-\frac{1}{\rho_0}\right)\frac{1}{\rho^2(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)}\nabla\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0), & 0\leqslant\rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)\leqslant\rho_0\\ 0, & \rho(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}_0)>\rho_0\end{cases} \tag{4}$$

2.3 总势场

传统人工势场法获得的总势场如图3所示，其势场函数为：

$$U_{total}=U_{att}+U_{rep} \tag{5}$$

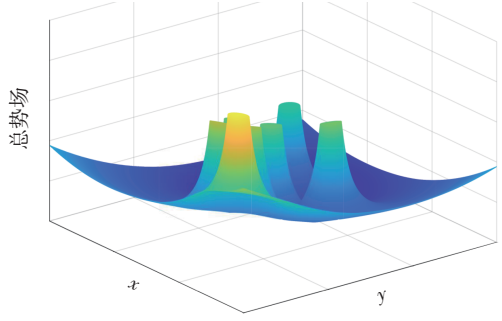


图3 总势场示意

传统人工势场法中目标车辆所受到的合力为：

$$\boldsymbol{F}_{total}=\boldsymbol{F}_{att}+\boldsymbol{F}_{rep} \tag{6}$$

2.4 传统人工势场法存在的弊端及分析

如图4所示，由于障碍物与目标点距离过近，当车辆到达目标点时，目标点的引力降为零，而障碍物的斥力不为零，此时车辆虽到达目标点，但在斥力场的作用下无法停止，从而导致目标不可达。

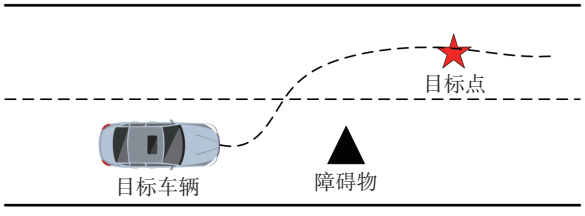


图4 目标不可达问题

如图5所示，若在车辆行驶过程中障碍物产生的斥力与目标点产生的引力大小相等、方向相反，则车辆所受合力为零（目标点除外）。此时，车辆将陷入停滞状态，无法继续向目标点移动。

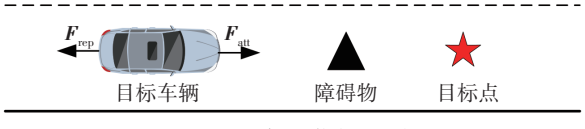


图5 局部最优解问题

3 优化人工势场法

3.1 障碍物椭圆斥力势场

在传统人工势场法中，斥力势场通常假设为以障碍物为中心的圆型势场。然而，实际交通环境中，许多障碍物的形状更接近椭圆形，且其对路径规划的影响在不同方向上并不对称。为准确地建模障碍物的影响范围，本文提出一种椭圆斥力势场模型，如图6所示。

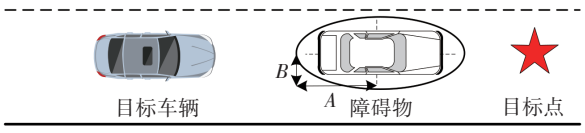


图6 障碍物椭圆斥力势场

假设障碍物的斥力范围为椭圆形，障碍物对车辆产生的斥力势场可以表示为：

$$U_{repi}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}k_{repi}\left(\dfrac{1}{\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})}-\dfrac{1}{\rho_0}\right)^2, & \rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})\leqslant 1\\ 0, & \rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})>1\end{cases} \tag{7}$$

式中：k_{repi}为斥力增益系数，$\boldsymbol{P}(P_x,P_y)$为车辆当前位置坐标，$\boldsymbol{P}_{obs}(P_{obs,x},P_{obs,y})$为障碍物中心坐标，$\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})=\sqrt{\dfrac{(P_x-P_{obs,x})^2}{A^2}+\dfrac{(P_y-P_{obs,y})^2}{B^2}}$为自车的目标位置与障碍物间的距离，$A$、$B$分别为椭圆斥力势场的长半轴、短半轴。

由式(7)可得障碍物斥力的表达式为：

$$\boldsymbol{F}_{repi}=\begin{cases}k_{repi}\left(\dfrac{1}{\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})}-\dfrac{1}{\rho_0}\right), & \rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})\leqslant 1\\ 0, & \rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})>1\end{cases} \tag{8}$$

3.2 速度斥力势场

车辆实际行驶环境复杂多变，仅考虑静态障碍物环境无法满足车辆路径规划的实际要求。因此，本文在原有斥力势场函数的基础上引入速度斥力势场函数，如图7所示。

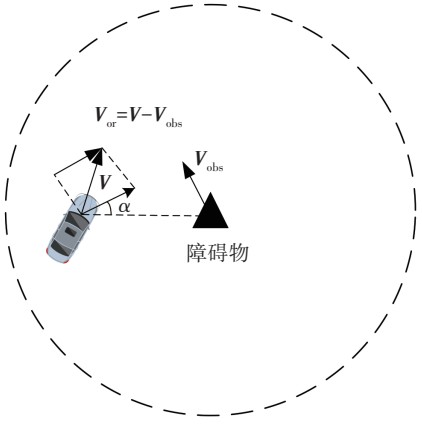


图7 速度斥力势场

速度斥力势场函数和速度斥力的表达式分别为：

$$U_v=\begin{cases}\dfrac{1}{2}k_v\|\boldsymbol{V}_{or}\|^2,\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})\leqslant 1且\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\\0,\qquad\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})>1\end{cases}\tag{9}$$

$$\boldsymbol{F}_v=\begin{cases}k_v\|\boldsymbol{V}_{or}\|^2,\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})\leqslant 1且\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\\0,\rho(\boldsymbol{P},\boldsymbol{P}_{obs})>1\end{cases}\tag{10}$$

式中：k_v为速度势场的增益系数，$\boldsymbol{V}_{or}$为目标车辆与障碍物的相对速度，α为$\boldsymbol{V}_{or}$与车辆和障碍物相对位移间的夹角。

3.3 道路边界斥力势场

传统的人工势场法通常用于研究网格地图场景中的机器人路径规划，忽略了交通场景规则。通常，车辆在行驶过程中倾向于在道路中央行驶。图8展示了道路边界斥力势场的分布情况，道路两侧的斥力场设置为最大值，并向道路中间逐渐减小。

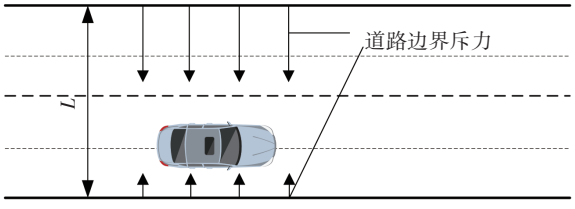


图8 道路边界斥力势场

因此，针对不同的道路区域定义相应斥力函数：

$$U_{road}=\begin{cases}k_{road1}(e^{|y-y_l|}-1),&y\leqslant\dfrac{L}{4}\\2k_{road2}\left[\cos\dfrac{2(y-y_l)}{L}\right],&\dfrac{L}{4}<y<\dfrac{3L}{4}\\k_{road3}(e^{|y-y_r|}-1),&y\geqslant\dfrac{3L}{4}\end{cases}\tag{11}$$

式中：k_{road1}、k_{road2}、k_{road3}为道路斥力场增益系数，L为道路宽度，y_l、y_r分别为左、右车道中心线的水平位置。

相应地，目标车辆受到的道路边界斥力为：

$$\boldsymbol{F}_{road}=\begin{cases}k_{road1}e^{|y-y_l|},&y\leqslant\dfrac{L}{4}\\k_{road2}\left[\sin\dfrac{2(y-y_l)}{L}\right],&\dfrac{L}{4}<y<\dfrac{3L}{4}\\k_{road3}e^{|y-y_r|},&y\geqslant\dfrac{3L}{4}\end{cases}\tag{12}$$

3.4 虚拟目标点

为解决局部最优解问题，本文在路径规划过程中设计了虚拟目标点。如图9所示，当车辆出现停滞时，在障碍物左侧或右侧生成虚拟目标点，此时原始目标点所施加的引力将被转化为虚拟目标点的引力。汽车逃离局部极小值后，虚拟目标点被移除，并恢复原来的目标点，以确保汽车路径规划的无缝衔接。虚拟目标点具体工作原理如图10所示。

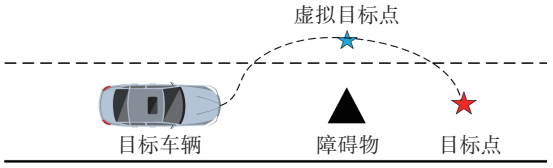


图9 虚拟目标点原理

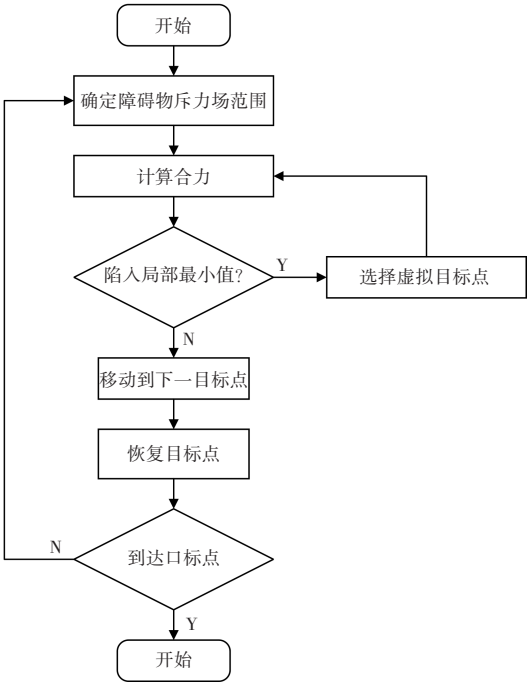


图10 虚拟目标点判定流程

因此，优化人工势场法的总势场函数为：

$$U_{all}=U_{att}+U_{repi}+U_v+U_{road}\tag{13}$$

目标车辆在势场中所受到的合力为：

$$\boldsymbol{F}_{all}=\boldsymbol{F}_{att}+\boldsymbol{F}_{repi}+\boldsymbol{F}_v+\boldsymbol{F}_{road}\tag{14}$$

4 B样条曲线路径平滑处理

在智能车辆的运动规划中，人工势场法生成的初始轨迹通常为一组离散的航迹点序列，整体平滑性欠佳，在路径点连接处易出现曲率不连续或突变现象，难以满足车辆平滑行驶的运动学和动力学约束要求。为有效解决上述问题，提高轨迹的可执行性，本文采用B样条曲线拟合对规划所得的原始离散路径点进行精细化平滑处理。

B样条曲线作为贝塞尔曲线的一种推广形式，在复杂曲线建模领域展现出显著优势，尤其在保持曲线全局光滑性与灵活控制点约束方面效果更好。其k阶B样条曲线的表达式为：

$$\boldsymbol{P}(u)=\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{P}_iB_{i,k}(u),u_{k-1}\leqslant u\leqslant u_{n+1}\tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{P}_i$为控制多边形的第i个顶点；$B_{i,k}(u)$为第i个k阶B样条的基函数；u为参数，定义在节点向量$\boldsymbol{U}=(u_0,u_1,\cdots,u_m)$上；$m=n+k$为节点数量；$n$为控制点数量。

其中，基函数的表达式为：

$$B_{i,k}(u)=\begin{cases}\begin{cases}0, & u>u_{i+1}\text{或}u<u_i\\ 1, & u_i<u<u_{i+1}\end{cases}, & k=1\\ \dfrac{u-u_i}{u_{i+k-1}-u_i}B_{i,k-1}(u)+\dfrac{u_{i+k}-u}{u_{i+k}-u_{i+1}}B_{i+1,k-1}(u), & k\geqslant 2\end{cases}\tag{16}$$

B样条的核心优势在于其局部支撑性与分段多项式结构，曲线由多段低阶多项式曲线光滑连接而成，显著降低了拟合过程的整体计算复杂度。同时，其对非均匀分布的采样数据点具备优异的适应能力，能够生成高光滑度的拟合曲线。本文首先通过改进的人工势场法获取初始离散路径点集，然后应用上述B样条曲线拟合框架对该点集进行处理，生成最终的平滑连续路径，如图11所示。

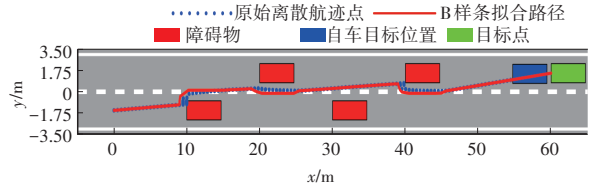


图11　B样条曲线平滑处理

由图11可知，经B样条拟合处理的路径几何连续性得到根本性改善，且在保持对原始规划路径高度遵循的前提下，整体拟合偏差被控制在可接受的微小范围内，确保了路径的有效性与可靠性。

5　仿真验证

本文在静态和动态两种工况下进行了仿真验证，其中静态工况又分为静态变道和超车工况。仿真环境为二维环境，地图尺寸为70 m×8 m，每条车道宽度为3.5 m，车辆与障碍物的尺寸均为4.7 m×1.8 m。

5.1　静态变道场景

设自车前方的障碍物速度恒为零，从坐标(0 m, −1.75 m)开始，以15 m/s的车速行驶到(65 m,1.75 m)位置，不同算法规划的路径如图12所示。

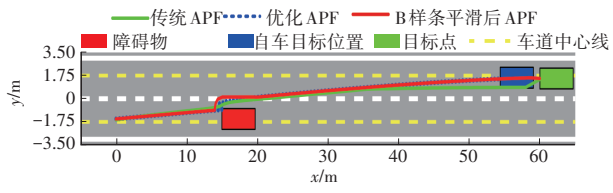


图12　静态变道场景规划路径

从图12中可以看出：传统人工势场法在变道时紧邻障碍物，没有考虑障碍物的形状，极有可能与其发生碰撞；优化人工势场法不仅与障碍物保持一定的安全距离，并且在变道后能够及时沿道路中心线行驶，既符合实际驾驶情况，也提高了行驶的安全性。

5.2　静态超车场景

设自车前方障碍物的速度为零，以15 m/s的车速从(0 m,−1.75 m)移动到(60 m,1.75 m)的位置，不同算法规划的路径如图13所示。

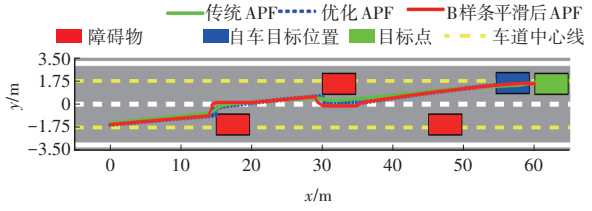


图13　静态超车场景规划路径

由图13可知：传统人工势场法规划的路径紧邻前2个障碍物，且在即将到达目标点时右侧存在第3个障碍物，导致路线存在轻微振荡；优化人工势场法在缩短路径长度、安全避开障碍物后仍严格沿车道线行驶，并且路线更加平滑顺畅。

5.3　动态超车场景

设障碍物速度为5 m/s，自车的起点和终点分别位于(0 m,−1.75 m)和(60 m,1.75 m)，自车车速为15 m/s，不同算法规划的路径如图14所示。

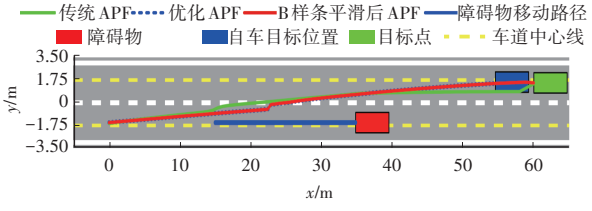


图14　动态超车场景规划路径

从图14中可以看出：传统人工势场法虽可避开障碍物，但路径较长且避开障碍物后在驶向目标点时的路线存在振荡，不符合实际驾驶习惯；优化人工势场法不仅缩短了规划路径的长度，且在避开障碍物后仍处于自车当前车道行驶，避免了障碍物车辆突然加速带来的安全风险。

6　结束语

本文提出了一种基于优化人工势场法的智能汽车主动避障路径规划方法，设计了障碍物椭圆斥力势场、道路边界斥力势场、速度斥力势场和虚拟目标点，将上述斥力场合并开展路径规划，并通过B

样条曲线拟合方法对路径进行了平滑处理。静态变道、静态超车和动态超车工况下的仿真验证结果表明，相较于传统人工势场法，优化后的人工势场法不仅能够缩短规划路径的实际距离，且提高了行驶的安全性和路径的平顺性，更加符合实际驾驶习惯。

参 考 文 献

[1] 温素芳，郭光耀．基于改进人工势场法的移动机器人路径规划[J]．计算机工程与设计，2015，36(10)：2818-2822.
WEN S F, GUO G G. Mobile Robot Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Computer Engineering and Design, 2015, 36(10): 2818-2822.

[2] 杜艺生，孙宁，宋莹．人工势场法在移动机器人路径规划中的改进[J]．计算机系统应用，2023，32(9)：177-182.
DU Y S, SUN N, SONG Y. Improvement of Artificial Potential Field Method in Mobile Robot Path Planning[J]. Computer Systems Applications, 2023, 32(9): 177-182.

[3] 张鹏彬，曾钰培．改进人工势场法的移动机器人路径规划[J]．机器人技术与应用，2018(3)：27-29.
ZHANG P B, ZENG Y P. Path Planning for Mobile Robot Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Robot Technique and Application, 2018(3): 27-29.

[4] 谌海云，陈华胄，刘强．基于改进人工势场法的多无人机三维编队路径规划[J]．系统仿真学报，2020，32(3)：414-420.
CHEN H Y, CHEN H Z, LIU Q. Multi-UAV 3D Formation Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(3): 414-420.

[5] 邵毅帆，梅松，石志刚，等．基于改进人工势场法的农用机器人路径规划技术研究[J]．中国农机化学报，2023，44(8)：206-213.
SHAO Y F, MEI S, SHI Z G, et al. Research on Path Planning Technology for Agricultural Robots Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Journal of Chinese Agricultural Mechanization, 2023, 44(8): 206-213.

[6] HUANG T P, HUANG D Q, QIN N, et al. Path Planning and Control of a Quadrotor UAV Based on an Improved APF Using Parallel Search[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2021, 2021(1).

[7] YAN P, YAN Z, ZHENG H X, et al. Real Time Robot Path Planning Method Based on Improved Artificial Potential Field Method[C]// 2018 37th Chinese Control Conference (CCC). Wuhan, China: IEEE, 2018: 4814-4820.

[8] DUAN Y J, YANG C B, ZHU J H, et al. Active Obstacle Avoidance Method of Autonomous Vehicle Based on Improved Artificial Potential Field[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2022, 19(4).

[9] FENG S, QIAN Y B, WANG Y. Collision Avoidance Method of Autonomous Vehicle Based on Improved Artificial Potential Field Algorithm[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2021, 235(14): 3416-3430.

[10] 赵炳巍，贾峰，曹岩，等．基于模拟退火算法的人工势场法路径规划研究[J]．计算机工程与科学，2022，44(4)：746-752.
ZHAO B W, JIA F, CAO Y, et al. Research on Path Planning of Artificial Potential Field Method Based on Simulated Annealing Algorithm[J]. Computer Engineering & Science, 2022, 44(4): 746-752.

（责任编辑　斛　畔）

修改稿收到日期为2025年10月26日。

（上接第14页）

International Journal of Refrigeration, 2019, 100: 156-166.

[9] WANG F X, WU W D, HUANG Y C, et al. Experimental Study on Optimal Heating Cycle Characteristics of CO_2 Secondary Throttling Heat Pump System for Electric Vehicles[J]. Energy Conversion and Management, 2023, 295.

[10] WANG F X, WU W D, WANG R J, et al. Experimental Study and Exergy Analysis of Electric Vehicle Single-Stage Compression Secondary Throttling CO_2 Air-Source Heat Pump System in Cold Climate[J]. International Journal of Refrigeration, 2024, 164: 75-85.

[11] FRITZSON P, ENGELSON V. MODELICA-A Unified Object-Oriented Language for System Modeling and Simulation[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2017, 1445: 67-90.

[12] CHANG Y J, WANG C C. A Generalized Heat Transfer Correlation for Iouver Fin Geometry[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 1997, 40(3): 533-544.

[13] KIM M, PETTERSEN J, BULLARD C W. Fundamental Process and System Design Issues in CO_2 Vapor Compression Systems[J]. Progress in Energy and Combustion Science, 2004, 30(2): 119-174.

[14] GNIELINSKI V. New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flows[J]. International Journal of Chemical Engineering, 1976, 16(2): 359-368.

[15] CHURCHILL S W. Friction-Factor Equation Spans all Fluid-Flow Regimes[J]. Chemical Engineering, 1977, 84(24): 91-92.

（责任编辑　弦　歌）

修改稿收到日期为2025年6月20日。