

doi: 10.14132/j.cnki.1673-5439.2025.05.011

序列缩放攻击下多智能体系统的二分一致性

王正新^{1,2}, 陶怡梅¹, 蒋国平^{2,3}, 冯元珍¹

(1. 南京邮电大学理学院, 江苏南京 210023
2. 南京邮电大学江苏省物联网智能机器人工程研究中心, 江苏南京 210023
3. 南京邮电大学自动化学院, 江苏南京 210023)

摘要: 研究基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统的二分一致性。首先, 考虑到序列缩放攻击的攻击程度未知, 设计了观测器来估计智能体的真实状态, 以减少对误差系统稳定性的影响。其次, 攻击信号被注入到整个网络的所有控制器到执行器的通道中, 针对线性多智能体系统, 提出基于观测器估计状态的分布式控制器, 可以有效避免使用系统本身的信息。最后, 利用 Lyapunov 函数证明受序列缩放攻击的线性多智能体系统在所设计的控制器下可以实现二分一致性, 通过数值仿真验证理论结果的有效性。

关键词: 线性多智能体系统; 序列缩放攻击; 分布式控制; 二分一致性

中图分类号: TP13; O231.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-5439(2025)05-0094-08

Bipartite consensus of multi-agent systems subject to sequential scaling attacks

WANG Zhengxin^{1,2}, TAO Yimei¹, JIANG Guoping^{2,3}, FENG Yuanzhen¹

(1. College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China
2. Jiangsu Engineering Research Center for IoT Intelligent Robots, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China
3. School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: The study investigates the bipartite consensus of linear multi-agent systems under sequential scaling attacks based on observers. First, since the attack degree of the sequential scaling attack is unknown, observers are designed to estimate the real states of the agents to reduce the impact on the stability of the error system. Second, the attack signals are injected into all controller-to-actuator channels throughout the network. and a distributed controller based on observer's state-estimates is proposed for the linear multi-agent system, which can effectively avoid the use of information from the system itself. Finally, the Lyapunov function proves that the designed controller can enable the linear multi-agent system subject to sequential scaling attacks to achieve bipartite consensus. And numerical simulations validate the theoretical results.

Keywords: linear multi-agent system; sequential scaling attack; distributed control; bipartite consensus

收稿日期: 2024-09-25; 修回日期: 2025-04-30 本刊网址: <http://nyzr.njupt.edu.cn>

基金项目: 国家自然科学基金(62476138, 42375016, 62373197)和江苏省研究生科研创新计划(KYCX23_0957)资助项目

作者简介: 王正新, 男, 博士, 副教授, zwang@njupt.edu.cn

引用本文: 王正新, 陶怡梅, 蒋国平, 等. 序列缩放攻击下多智能体系统的二分一致性[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2025, 45(5): 94-101.

Citation: WANG Zhengxin, TAO Yimei, JIANG Guoping, et al. Bipartite consensus of multi-agent systems subject to sequential scaling attacks[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2025, 45(5): 94-101.

近年来,多智能体系统的一致性控制受到广泛关注,其中多智能体系统的二分一致性控制也被广泛研究^[1]。智能体之间的信息交换是实现多智能体系统二分一致性的关键。在过去的研究过程中,针对多智能体系统二分一致性的问题,研究者们讨论的多智能体系统包括:线性多智能体系统^[2]、非线性多智能体系统^[3]、单层多智能体系统^[4]、多层多智能体系统^[5]、同质多智能体系统^[6]和异质多智能体系统^[7]。文献[8]通过符号网络设计了分布式控制方案,研究了一类非线性多智能体系统的二分一致性问题。文献[9]设计了使用邻接状态的基于时变函数的控制器,研究了在预设时间内多智能体系统实现二分一致性跟踪。考虑到通讯会存在时滞、量化数据等一系列约束,文献[10]针对通讯受限的多智能体系统,设计了基于量化函数的控制器,实现了多智能体系统的二分实用一致性。文献[11]通过引用一个统一的混合模型,研究了通讯延迟的多智能体系统的采样数据无领导者和领导者-跟随者的二分一致性问题。本文考虑线性多智能体系统,探讨受网络攻击的多智能体系统的二分一致性问题。

由于信号是通过网络传输的,因此在网络系统通信中不可避免地出现网络攻击。常见的网络攻击有拒绝服务攻击^[12],欺骗攻击^[13]和序列缩放攻击^[14]。拒绝服务攻击是指攻击者通过各种手段,使得用户无法正常使用网络服务,即试图阻止数据传输。欺骗攻击主要通过注入虚假数据来修改传输信号。序列缩放攻击可以视为拒绝服务攻击和欺骗攻击的结合:当缩放因子为0时,是拒绝服务攻击;而当缩放因子大于0时,是欺骗服务攻击。这些网络攻击对多智能体系统的稳定性有很大的影响。因此,针对网络攻击下的多智能体系统,研究者们进行了大量的控制器设计和稳定性研究。在文献[15]中,为了应对受拒绝服务攻击时实时信息对触发器不可用的情形,设计了一个分布式的事件触发方案,研究了受拒绝服务攻击下线性多智能体系统的二分一致性问题。文献[16]针对遭受不连续拒绝服务攻击的非线性多智能体系统,设计了自适应安全控制策略,保证了系统实现二分渐近一致性。文献[17]研究了具有时变时滞和切换符号网络的非线性多智能体系统的二分领导跟随一致性,并且运用所提出的理论构造了一个多智能体安全通信系统。文献[18]设计了基于观测器的分布式控制

器,研究了受虚假数据攻击下的合作竞争多智能体系统的一致性问题。在文献[19]中,为了减少通讯资源的消耗,设计了分布式静态和动态控制协议,研究了受序列缩放攻击的线性多智能体系统的一致性问题。文献[20]研究了多链路序列缩放攻击,为了抵御多链路序列缩放攻击,设计了自适应跟踪控制方案,研究了受多链路序列缩放攻击下非线性多智能体系统的完全分布式控制。

在研究多智能体系统的二分一致性问题,由于系统的准确状态很难获取,对误差系统的稳定性影响很大。因此,基于观测器估计状态的控制器可以避免利用系统本身的信息。文献[21]设计了利用相对信息的控制器,研究了基于观测器的广义多智能体系统的二分一致性。与文献[21]不同的是,文献[22]设计了动态事件触发控制方法,研究了基于观测器的离散多智能体系统的二分一致性。由于网络攻击无处不在,文献[23]研究了基于观测器的动态事件触发方案下,受拒绝服务攻击下的线性多智能体系统的二分一致性。考虑到节点动力学中有确定性扰动,文献[24]设计了基于观测器的控制器,研究了带有外部扰动的多智能体系统的二分一致性。基于观测器的多智能体系统二分一致性的问题已经被广泛研究,但很少有研究致力于序列缩放攻击下基于观测器多智能体系统安全二分一致性。因此,本文将针对序列攻击下基于观测器的线性多智能体系统的安全二分一致性问题展开研究。

受上述讨论的启发,本文研究序列缩放攻击下基于观测器的线性多智能体系统的二分一致性问题。主要创新之处如下:首先,针对每条通讯链路的序列攻击程度都是未知的,攻击程度可以相同,也可以不同。其次,设计了基于观测器估计状态的分布式控制器,该控制器是基于被序列缩放攻击后的多智能体系统的局部信息和观测器的估计状态,不仅可以有效避免使用系统本身的信息,还能在多智能体系统被攻击后实现分布式控制。最后,本文研究合作竞争网络的二分一致性问题,一条边的权重可以是正的,也可以是负的。

1 基础知识和系统模型描述

1.1 符号说明

\mathbb{R}^n 和 $\mathbb{R}^{N \times N}$ 表示 n 维向量空间和 $N \times N$ 维实矩阵空间。 \mathbf{E}_n 表示 $n \times n$ 维单位阵。如果 \mathbf{A} 是对称的,

λ_{\min} 表示其最小特征值, λ_{\max} 表示其最大的特征值。矩阵 A 和 B 的克罗内克积用 $A \otimes B$ 表示。符号 $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数。 $\text{sign}(\cdot)$ 是符号函数, 即

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

1.2 图论与引理

首先描述一个带符号图的无领导者多智能体系统: $G = (V, \mathcal{E})$ 表示一个符号图, 其中 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 为节点的集合, $\mathcal{E} \subseteq V \times V$ 表示边的集合, 设 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为邻接矩阵。如果点对 $(i, j) \in \mathcal{E}$, 那么表明智能体 i 和智能体 j 可以接收到彼此传输的信息, 即对于 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 来说, $a_{ij} \neq 0$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。对于一个领导者和 N 个跟随者的多智能体系统, 假设它的符号图为 $\tilde{G} = (\tilde{V}, \tilde{\mathcal{E}})$, 用 0 代表领导者, $\tilde{V} = \{0, 1, \dots, N\}$ 。设 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ 表示领导者和跟随者之间的连接矩阵, 如果 $d_i > 0$, 则智能体 i 可以接收领导者的信息, 否则, $d_i = 0$ 。拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 其中 $l_{ii} = \sum_{j=1}^N |a_{ij}|$, $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$ 。定义矩阵 $H = L + D$ 。

如果集合 V 被划分为两个子集 $\{V_1, V_2\}$, 满足 $V_1 \cup V_2 = V$ 和 $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, 以及对 $\forall i, j \in V_q (q \in \{1, 2\})$ 有 $a_{ij} \geq 0$; 对 $\forall i \in V_q, j \in V_m, q \neq m (q, m \in \{1, 2\})$ 有 $a_{ij} \leq 0$, 那么就称图 G 为结构平衡的。

本文中 G 是无向的, 因此 $a_{ij} = a_{ji}$ 。如果每个跟随者智能体可以直接或间接地接收来自领导者智能体的信息, 那么就称 \tilde{G} 是连通的。本文假设 \tilde{G} 是连通的, 无向图 G 是结构平衡的。

引理 1^[25] 对于任意两个向量 x, y 有

$$2x^T y \leq x^T x + y^T y$$

1.3 模型描述

本文以一个单层网络来讨论序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性问题。该线性多智能体系统有 $N + 1$ 个节点, 节点 0 代表领导者, 节点 1 到节点 N 代表跟随者。

在本文线性多智能体系统中, 第 i 个跟随者的动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) & i = 1, 2, \dots, N \\ y_i(t) = Cx_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

领导者动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = Ax_0(t) \\ y_0(t) = Cx_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为第 i 个跟随者的状态, $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$ 为领导者的状态, $y_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 和 $y_0(t) \in \mathbb{R}^r$ 为第 i 个跟随者的输出和领导者的输出, $u_i(t) \in \mathbb{R}^s$ 为控制输入, $i = 1, 2, \dots, N$ 。 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times s}$, $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 为系统矩阵。

由于跟随者状态的真实值很难获取, 为了有效估计系统的状态, 本文设计了一个跟随者状态观测器, 其动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + G(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = C\hat{x}_i(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\hat{x}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为第 i 个跟随者的估计状态, $\hat{y}_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 为第 i 个跟随者的输出状态估计, $G \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 为一个反馈矩阵, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

注 1 与文献[20]相比, 本文中设计的观测器用来估计智能体的真实状态, 用观测器的观测状态来估计智能体真实的状态, 一方面是可以减少对误差系统的稳定性的影响, 另一方面是降低了多智能体系统实现二分一致性的难度。

假设 1 (A, B) 是可观的, (A, C) 是可测的。

假设 2 通信拓扑 \tilde{G} 包含一个以领导者节点为根节点的有向生成树, 而所有跟随者的子图 G 都是无向连通的。

本文讨论序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性问题, 下面给出二分一致性的定义:

定义 1 如果对于任意初值, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - \phi_i x_0(t)\| = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

其中, 当 $i \in V_1$ 时 $\phi_i = 1$; 当 $i \in V_2$ 时 $\phi_i = -1$, 那么称多智能体系统式(1)和式(2)可以实现二分一致性。

2 序列缩放攻击模型和分布式控制器协议

2.1 序列缩放攻击模型

本文的序列缩放攻击主要讨论对多智能体系统通讯拓扑进行篡改信息或阻止智能体之间传输信息的恶意攻击。序列缩放攻击被描述为

$$\begin{cases} \bar{a}_{ij} = u_{ij} a_{ij} & i, j \in V \\ \bar{d}_i = u_{i0} d_i & i \in V \end{cases}$$

其中, u_{ij} 和 u_{i0} 为缩放因子且 $u_{ij}, u_{i0} \geq 0$, $\bar{a}_{ij} \in \mathbb{R}$ 为跟随者之间受到攻击的权重, $\bar{d}_i \in \mathbb{R}$ 为跟随者和领导

者之间受到攻击的权重。因此,序列攻击下的通讯拓扑可以表示为 \bar{G} ,其对应的邻接矩阵为 $\bar{A} = [\bar{a}_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$,拉普拉斯矩阵为 $\bar{L} = [\bar{l}_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$,其中 $\bar{l}_{ii} = \sum_{j=1}^N |\bar{a}_{ij}|$ 和 $\bar{l}_{ij} = -\bar{a}_{ij}, i \neq j$,牵制连接矩阵为 $\bar{D} = \text{diag}\{\bar{d}_1, \bar{d}_2, \dots, \bar{d}_N\}$,信息交换矩阵为 $\bar{H} = \bar{L} + \bar{D}$,其中 $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$ 为 \bar{H} 的特征值。

注2 在本文中,序列缩放攻击下线性多智能体系统的通信拓扑遭受了未知攻击,并且可能会导致网络断开连接。当通讯拓扑断开连接的时候,即缩放因子为0时,那么该多智能体系统可以被视为受到拒绝服务攻击;当通讯拓扑没有断开连接,即缩放因子不为0时,那么该多智能体系统可以被视为受到欺骗攻击,因此序列缩放攻击本质上是拒绝服务攻击和欺骗攻击的结合。

2.2 分布式控制协议

本文主要研究基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性问题,因此根据序列缩放攻击下的线性多智能体系统的通讯拓扑,为了实现线性多智能体系统式(1)和式(2)的安全二分一致性,设计了如下分布式控制协议:

$$u_i(t) = K \sum_{j=1}^N |\bar{a}_{ij}| (\text{sign}(\bar{a}_{ij}) \hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)) + \bar{d}_i(\phi_i x_0(t) - \hat{x}_i(t)) \quad (4)$$

其中, $K \in \mathbb{R}^{s \times n}$ 为一个待设计的反馈矩阵, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

注3 本文假设网络中只有一个攻击者,攻击者可以对整个网络的所有智能体发起攻击。当攻击发生时,每个智能体受到的攻击程度不一定相同,那么未知的攻击信号被注入到整个网络的所有控制器到执行器的通道中,因此 $u_i(t)$ 具有更灵活的变化,这将给多智能体系统达到二分一致性造成一定的困难。

3 主要结果

3.1 线性多智能体的误差系统

为了实现基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性,定义3个误差,分别是二分一致性误差、估计的二分一致性误差和估计误差。其中二分一致性误差表示为 $\delta_i(t) = x_i(t) - \phi_i x_0(t), i = 2, 3, \dots, N$;估计的二分一致性误差表示为 $\hat{\delta}_i(t) = \hat{x}_i(t) - \phi_i x_0(t), i = 2, 3, \dots, N$;估计误差表示为 $e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t) = \delta_i(t) - \hat{\delta}_i(t)$ 。

为了证明基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性,根据线性多智能体系统式(1)和式(2),可以得到二分一致性误差的导数为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - \phi_i \dot{x}_0(t) = A x_i(t) + B u_i(t) - \phi_i A x_0(t) = \\ & A \delta_i(t) + B K \left(\sum_{j=1}^N |\bar{a}_{ij}| (\text{sign}(\bar{a}_{ij}) \hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)) + \right. \\ & \left. \bar{d}_i(\phi_i x_0(t) - \hat{x}_i(t)) \right) = A \delta_i(t) + B K \left(- \sum_{j=1}^N \bar{l}_{ij} \hat{x}_j(t) + \right. \\ & \left. \bar{d}_i(\phi_i x_0(t) - \hat{x}_i(t)) \right) = A \delta_i(t) + B K \left(- \sum_{j=1}^N \bar{l}_{ij} (\hat{\delta}_j(t) + \right. \\ & \left. \phi_j x_0(t)) - \bar{d}_i \hat{\delta}_i(t) \right) = A \delta_i(t) - B K \sum_{j=1}^N \bar{h}_{ij} \hat{\delta}_j(t) = \\ & A \delta_i(t) - B K \sum_{j=1}^N \bar{h}_{ij} (\delta_j(t) - e_j(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

根据线性多智能体系统式(1)和观测器式(3),可以得到估计误差的导数为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - \dot{\hat{x}}_i(t) = A x_i(t) + B u_i(t) - A \hat{x}_i(t) - \\ & B u_i(t) - G C (x_i(t) - \hat{x}_i(t)) = (A - G C) e_i(t) \end{aligned} \quad (6)$$

注4 本文描述的一个带符号图的有领导者多智能体系统,研究的是受序列缩放攻击下的多智能体系统二分一致性问题。与无符号的多智能体系统相比,在符号图中使用 $\bar{L}\phi = 0$ 而不是 $\bar{L}1_N = 0$ 。

3.2 序列缩放攻击下线性多智能体系统的安全二分一致性

本节主要通过状态观测器式(3)和控制器式(4),实现了基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统式(1)和式(2)的安全二分一致性。

定理1 在假设1和假设2的前提下,通过应用状态观测器式(3)和控制器式(4),如果存在正定矩阵 $P_1, P_2, \alpha > 0, c > 0$ 使得

$$\begin{cases} P_1 A + A^T P_1 + \left(\frac{\lambda_N}{c} - 2\lambda_1 \right) P_1 B B^T P_1 = -\alpha E_n \\ P_2 A + A^T P_2 - P_2 G C - C^T G^T P_2 + c \lambda_N P_1 B B^T P_1 < 0 \end{cases} \quad (7)$$

成立,其中 $K = B^T P_1$,那么基于观测器的序列缩放攻击下多智能体系统式(1)和式(2)可以达到安全二分一致性。

证明 构造如下的Lyapunov函数

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

$$V_1(t) = \delta^T(t) (I_N \otimes P_1) \delta(t) \quad (8)$$

$$V_2(t) = e^T(t) (I_N \otimes P_2) e(t) \quad (9)$$

沿着式(8)对 $V_1(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \delta^T(t)(I_N \otimes P_1)\delta(t) + \delta^T(t)(I_N \otimes P_1)\dot{\delta}(t) = \\ & \delta^T(t)(I_N \otimes (P_1A + A^T P_1))\delta(t) - \\ & 2\delta^T(t)(\bar{H} \otimes P_1 B B^T P_1)\delta(t) + \\ & 2\delta^T(t)(\bar{H} \otimes P_1 B B^T P_1)e(t) \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\bar{\delta}^T = (U \otimes I_N)\delta(t), \quad \bar{e}^T = (U \otimes I_N)e(t)$$

其中, U 为正交矩阵满足 $U^T \bar{H} U = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$, 因此从引理1^[25]可以得到

$$\begin{aligned} 2\delta^T(t)(\bar{H} \otimes P_1 B B^T P_1)e(t) \leq & \frac{\lambda_N}{c} \delta^T(t) \cdot \\ & (I_N \otimes P_1 B B^T P_1)\delta(t) + c\lambda_N e^T(t) \cdot \\ & (I_N \otimes P_1 B B^T P_1)e(t) \end{aligned} \quad (11)$$

结合式(10)和式(11)得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & \delta^T(t)(I_N \otimes (P_1A + A^T P_1 + \\ & (\frac{\lambda_N}{c} - 2\lambda_1)P_1 B B^T P_1))\delta(t) + c\lambda_N e^T(t) \cdot \\ & (I_N \otimes P_1 B B^T P_1)e(t) \end{aligned} \quad (12)$$

沿着式(9)对 $V_2(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & e^T(t)(I_N \otimes (P_2A + A^T P_2 - C^T G^T P_2 - \\ & P_2 G C))e(t) \end{aligned} \quad (13)$$

结合式(12)和式(13)得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & e^T(t)(I_N \otimes (P_2A + A^T P_2 - C^T G^T P_2 - P_2 G C + \\ & c\lambda_N P_1 B B^T P_1))e(t) + \delta^T(t)(I_N \otimes (P_1A + A^T P_1 + \\ & (\frac{\lambda_N}{c} - 2\lambda_1)P_1 B B^T P_1))\delta(t) \end{aligned} \quad (14)$$

将式(7)代入式(14)中得到: $\dot{V}(t) < 0$ 。因此, 基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统可以实现安全二分一致性。

注5 定理1中的式(7)可以结合代数 Riccati 方程解出 P_1 和 P_2 , 其中 K 矩阵可以由矩阵 P_1 和 B 得出, 定理1的求解过程完全依赖于基于观测器的多智能体系统的可观性和可测性, 并且 λ_1 和 λ_N 是由 $\bar{H} = \bar{L} + \bar{D}$ 求解得出。

4 仿真分析

例1 考虑一个单层的线性多智能体系统, 其中包括10个跟随者和1个领导者, 其中, 跟随者动力学方程如下

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) & i = 1, 2, \dots, 10 \\ y_i(t) = Cx_i(t) \end{cases}$$

领导者动力学方程如下

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = Ax_0(t) \\ y_0(t) = Cx_0(t) \end{cases}$$

跟随者状态观测器动力学方程如下

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + G(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ i = 1, 2, \dots, 10 \\ \hat{y}_i(t) = C\hat{x}_i(t) \end{cases}$$

其中, $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = [0 \quad -2]^T$, $C = [1 \quad 0]$, $G = [1 \quad 0]^T$ 。10个跟随者可以分为两个点集: $V_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $V_2 = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ 。线性多智能体系统的拓扑图如图1所示。

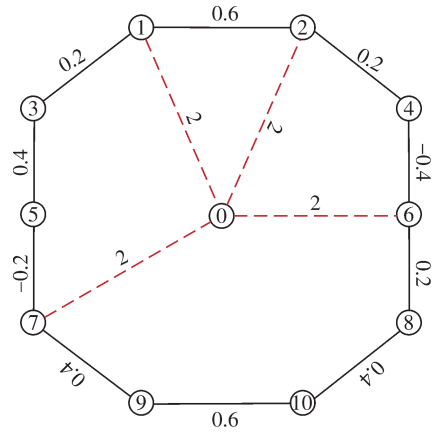


图1 线性多智能体系统的拓扑图

其中拓扑图的邻接矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

拉普拉斯矩阵 L 为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

连接矩阵 D 为 $D = \text{diag}\{1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0,$

$0\}$, 信息交换矩阵 H 为

$$H = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

序列缩放攻击的缩放因子为: $\mu_{12} = \mu_{21} = 0.6$, $\mu_{13} = \mu_{31} = 0.2$, $\mu_{24} = \mu_{42} = 0.2$, $\mu_{35} = \mu_{53} = 0.4$, $\mu_{46} = \mu_{64} = 0.4$, $\mu_{57} = \mu_{75} = 0.2$, $\mu_{68} = \mu_{86} = 0.2$, $\mu_{79} = \mu_{97} = 0.4$, $\mu_{810} = \mu_{108} = 0.4$, $\mu_{910} = \mu_{109} = 0.6$, $\mu_{10} = 2$, $\mu_{20} = 2, \mu_{60} = 2, \mu_{70} = 2$ 。

首先给出 10 个跟随者和 1 个领导者的初始状态: $x_0(0) = [1 \ 1]'$, $x_1(0) = [-1 \ 2]'$, $x_2(0) = [-3 \ 3]'$, $x_3(0) = [-2 \ 2]'$, $x_4(0) = [-1 \ 2]'$, $x_5(0) = [-3 \ 2]'$, $x_6(0) = [-1 \ 2]'$, $x_7(0) = [-1 \ 1]'$, $x_8(0) = [-2 \ 3]'$, $x_9(0) = [-1 \ 3]'$, $x_{10}(0) = [-2 \ 1]'$ 。10 个跟随者的估计状态初值为: $\hat{x}_1(0) = [2 \ -3]'$, $\hat{x}_2(0) = [4 \ -5]'$, $\hat{x}_3(0) = [6 \ -7]'$, $\hat{x}_4(0) = [1 \ -2]'$, $\hat{x}_5(0) = [3 \ 4]'$, $\hat{x}_6(0) = [5 \ 6]'$, $\hat{x}_7(0) = [-1 \ 2]'$, $\hat{x}_8(0) = [2 \ -3]'$, $\hat{x}_9(0) = [-2 \ 1]'$, $\hat{x}_{10}(0) = [-4 \ 1]'$ 。

图 2 和图 3 分别展示了跟随者的两个状态轨迹图,可以明显看出图 2 和图 3 中跟随者状态随时间呈现出周期性运动,表明状态趋向于稳定。

根据定理 1 的描述,给出以下参数: $\lambda_1 = 0.1534$, $\lambda_N = 3.4149$, $c = 16$, $\alpha = 0.1000$, $P_1 = \begin{bmatrix} 1.8768 & 0.2406 \\ 0.2406 & 1.7412 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 16608 & -3922 \\ -3922 & 18555 \end{bmatrix}$ 。

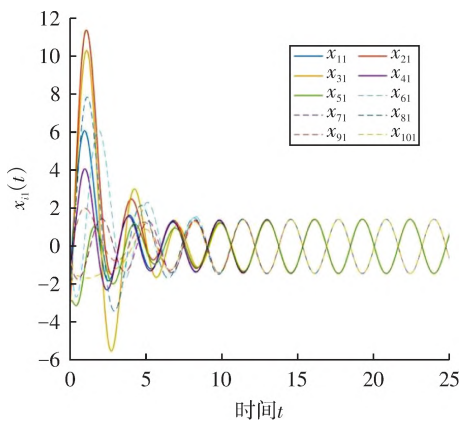


图 2 线性多智能体系统跟随者 $x_{i1}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的状态图

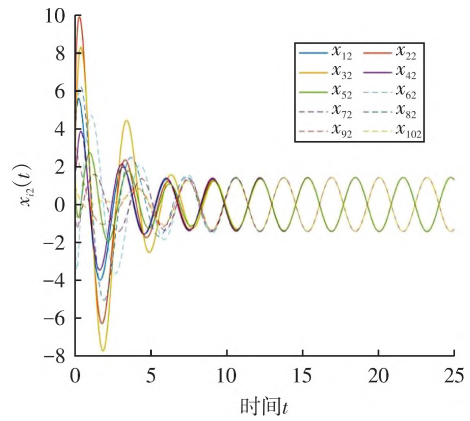


图 3 线性多智能体系统跟随者 $x_{i2}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的状态图

在定理 1 成立的情况下,仿真结果分别如图 4~7 所示。其中图 4 和图 5 是二分一致性误差 $\delta(t)$ 的轨迹图,图 6 和图 7 是观测误差 $e(t)$ 的轨迹图,从这 4 个图中可以明显看出最终误差状态都趋向于 0,这就意味着基于观测器的序列缩放攻击下线性多智能体系统可以实现安全二分一致性。

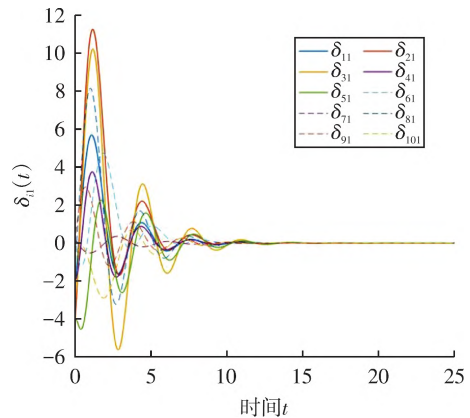


图 4 线性多智能体系统二分一致性误差 $\delta_{i1}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的轨迹图

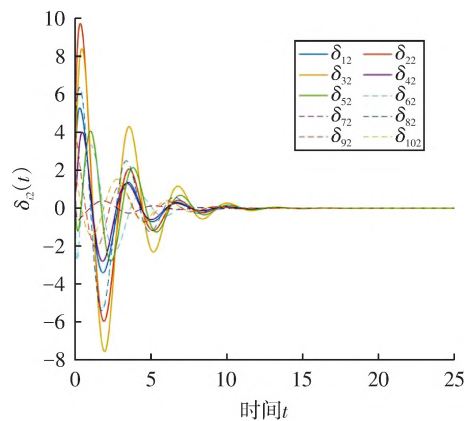


图 5 线性多智能体系统二分一致性误差 $\delta_{i2}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的轨迹图

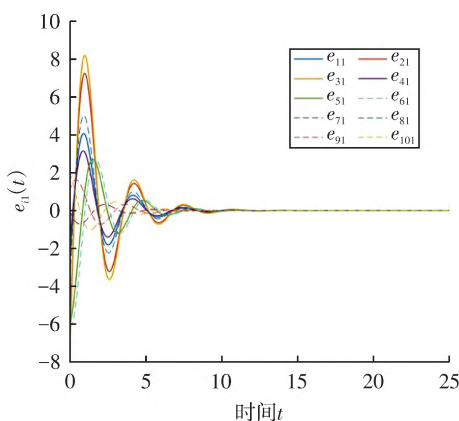


图6 线性多智能体系统估计误差 $e_{i1}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的轨迹图

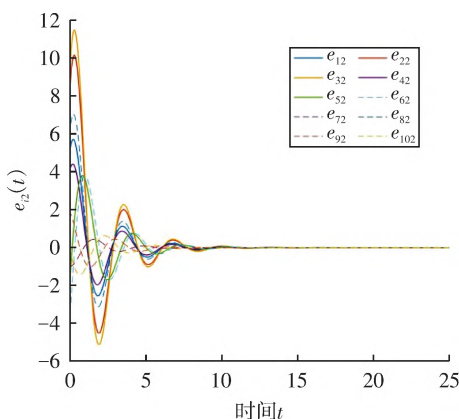


图7 线性多智能体系统估计误差 $e_{i2}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 10$ 的轨迹图

5 结束语

研究了基于观测器的受序列缩放攻击的多智能体系统安全二分一致性问题。由于每个通讯链路受序列缩放攻击的程度不一,为了减少对误差系统的稳定性的影响,首先设计了状态观测器,然后设计了基于观测器的分布式控制协议,保证了线性多智能体在受序列缩放攻击后可以达到安全二分一致性。在将来,将致力于受序列缩放攻击的多层多智能体系统的安全二分一致性。

参考文献:

- [1] 吴佳慧, 朱韵茹, 郑元世, 等. 二阶混杂多智能体系统的安全二分一致性[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(10): 1821-1830.
WU Jiahui, ZHU Yunru, ZHENG Yuanshi, et al. Secure bipartite consensus of second-order hybrid multi-agent systems [J]. Control Theory & Applications, 2023, 40(10): 1821-1830. (in Chinese)
- [2] WANG Q, LI S F, HE W L, et al. Fully distributed

event-triggered bipartite consensus of linear multi-agent systems with quantized communication[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(7): 3234-3238.

- [3] 王啸, 刘剑, 武永宝, 等. 对抗网络下时滞非线性多智能体系统固定时间二分一致性[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 204-211.

WANG Xiao, LIU Jian, WU Yongbao, et al. Fixed-time bipartite consensus of delayed nonlinear multi-agent systems under antagonistic network [J]. Control Theory & Applications, 2023, 40(2): 204-211. (in Chinese)

- [4] 张晓丹, 刘开恩, 纪志坚. 具有时变时滞多智能体系统二分一致性[J]. 系统科学与数学, 2018, 38(8): 841-851.

ZHANG Xiaodan, LIU Kaien, JI Zhijian. Bipartite consensus of multi-agent systems with time-varying delays [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2018, 38(8): 841-851. (in Chinese)

- [5] WU X H, SHENG S Y, LU G P. Bipartite consensus of fuzzy multiagent systems on multilayer competition networks using output measurements and its application to image communication [J]. IEEE Access, 2023, 11: 128618-128632.

- [6] TIAN H H, WANG P J, HUANG T W. Bipartite consensus of multi-agent systems with a non-autonomous leader under directed switching signed graphs [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(3): 1161-1165.

- [7] NIU B, SUI J H, ZHAO X D, et al. Adaptive fuzzy practical predefined-time bipartite consensus tracking control for heterogeneous nonlinear MASs with actuator faults [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(5): 3071-3083.

- [8] 刘建刚, 杨胜杰, 王仲梅, 等. 符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1909-1914.

LIU Jiangan, YANG Shengjie, WANG Zhongmei, et al. Tracking control for one class of nonlinear bipartite consensus systems under signed network [J]. Control and Decision, 2022, 37(7): 1909-1914. (in Chinese)

- [9] NING B D, HAN Q L, ZUO Z Y. Bipartite consensus tracking for second-order multiagent systems: a time-varying function-based preset-time approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(6): 2739-2745.

- [10] 陈世明, 姜根兰, 张正. 通信受限的多智能体系统二分实用一致性[J]. 自动化学报, 2022, 48(5): 1318-1326.

CHEN Shiming, JIANG Genlan, ZHANG Zheng. Bipar-

- tite practical consensus control of multi-agent systems with communication constraints [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(5): 1318–1326. (in Chinese)
- [11] ZHAO G L, HUA C C. Leaderless and leader-following bipartite consensus of multiagent systems with sampled and delayed information [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34 (5) : 2220–2233.
- [12] 谭钦红, 吴晓龙, 赵昊明, 等. 基于破解 IMSI 的拒绝服务攻击研究 [J]. *南京邮电大学学报 (自然科学版)*, 2020, 40(3): 76–81.
TAN Qin hong, WU Xiaolong, ZHAO Haoming, et al. Denial of service attack based on cracking IMSI [J]. *Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2020, 40 (3) : 76–81. (in Chinese)
- [13] 贺宁, 马凯, 沈超, 等. 欺骗攻击下弹性自触发模型预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(5): 865–873.
HE Ning, MA Kai, SHEN Chao, et al. Resilient self-triggered model predictive control under deception attacks [J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(5): 865–873. (in Chinese)
- [14] HE W L, LI S F, GE X H, et al. Secure fully distributed event-triggered consensus of multi-agent systems against distributed sequential scaling attacks [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, 20 (2) : 1764–1775.
- [15] XING M P, LU J Q, LIU Y, et al. Event-based bipartite consensus of multi-agent systems subject to DoS attacks [J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2023, 10(1): 68–80.
- [16] WANG X M, NA J, NIU B, et al. Event-triggered adaptive bipartite secure consensus asymptotic tracking control for nonlinear MASs subject to DoS attacks [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(3): 3816–3825.
- [17] ZHANG J H, SHENG S Y, LU G P. Bipartite leader-following consensus of multiagent systems on switching signed networks under deception attacks and its application to image communication [J]. *IEEE Access*, 2024, 12: 63809–63826.
- [18] SHI S L, WANG Z X, XIAO M, et al. Consensus analysis for cooperative-competitive multiagent systems under false data injection attacks via dynamic event-triggered observers [J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2024, 10: 195–204.
- [19] HE W L, MO Z K. Secure event-triggered consensus control of linear multiagent systems subject to sequential scaling attacks [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(10): 10314–10327.
- [20] ZHAO M, XI J X, WANG L, et al. Fully distributed secure tracking for leader-following nonlinear multiagent systems with multi-link sequence scaling attacks [J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2024, 8: 327–332.
- [21] 韩涛, 关治洪, 詹习生, 等. 带有观测器的广义多智能体系统二分一致性 [J]. *控制理论与应用*, 2023, 40 (1): 32–38.
HAN Tao, GUAN Zhihong, ZHAN Xisheng, et al. Observer-based bipartite consensus of descriptor multi-agent systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40 (1): 32–38. (in Chinese)
- [22] XU C J, QIN Y Y, SU H S. Observer-based dynamic event-triggered bipartite consensus of discrete-time multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(3): 1054–1058.
- [23] WANG Q, DIAO W L, ZINO L, et al. Observer-based secure event-triggered bipartite consensus control of linear multiagent systems subject to denial-of-service attacks [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(12): 5054–5058.
- [24] RONG L N, LIU X, JIANG G P, et al. Observer-based multiagent bipartite consensus with deterministic disturbances and antagonistic interactions [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(11): 11772–11779.
- [25] CAO J D, HO D W C. A general framework for global asymptotic stability analysis of delayed neural networks based on LMI approach [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2005, 24(5): 1317–1329.

(责任编辑:李小溪)