基于博弈论-主客观多属性组合赋权的采矿方法优选*

任杰,李角群,路增祥,赵宝洋,刘子阳

(辽宁科技大学 矿业工程学院, 辽宁 鞍山市 114051)

摘要:针对地下金属矿山采矿方法的优选,构建了基于博弈论-主客观多属性组合赋权模型。以司家营铁矿采矿方法优选为例,在环境、经济、技术和安全4个准则层下,选择11个与采矿方法密切相关的评价指标。采用改进层次分析法和CRITIC法分别确定各指标的主、客观权重,并运用博弈论思想,将主、客观权重进行融合,获得各指标的综合权重,从而为采矿方法优选提供依据。应用基于博弈论-主客观多属性组合赋权模型,对司家营铁矿的两种备选采矿方法进行了优选,阶段空场嗣后充填采矿法的综合隶属度为0.711,分段空场嗣后充填采矿法的综合隶属度为0.692,因此前者为该矿的最优采矿方法。所建立的模型为采矿方法的优选提供了一种新的手段。

关键词:采矿方法优选;博弈论;CRITIC法;层次分析法

中图分类号:TD853.34;TD861 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-2763(2025)03-0024-07

Optimal Selection of the Mining Method Based on Game Theory-Subjective and Objective Multi-Attribute Combined Weighting

REN Jie, LI Jiaoqun, LU Zengxiang, ZHAO Baoyang, LIU Ziyang

(School of Mining Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan, Liaoning 114051, China)

Abstract: In view of the optimal selection of mining methods in underground metal mines, a game theory-subjective and objective multi-attribute combined weighting model was constructed. Taking the optimal selection of mining methods at the Sijiaying Iron Mine as an example, under the criteria of environment, economy, technology, and safety, 11 indicators closely related to mining methods were selected. The improved analytic hierarchy process (AHP) and CRITIC methods were used to determine the subjective and objective weights of each indicator, respectively. By applying game theory, the subjective and objective weights were integrated to obtain the comprehensive weights for all indicators, providing a basis for the selection of mining methods. The game theory-subjective and objective multi-attribute combined weighting model was used for optimal selection between two alternative mining methods. The comprehensive membership degree of the sub-level open stoping method with subsequent filling is 0.711, while that of the block caving method with subsequent filling is 0.692, with the former being chosen as the optimal scheme. The research results can offer a beneficial reference for decision-making in mining method optimization.

Key words: Optimal selection of mining method, Game theory, CRITIC Method, Analytic hierarchy process

0 引言

选择合适的采矿方法对于地下矿山工程设计来说至关重要,不仅要综合考虑矿山开采对周边环境的潜在影响,而且要确保经济合理、技术可行以及生产安全等多个关键因素[1]。

目前,依赖传统经验类比法进行采矿方案优选仍较普遍。经验类比法带有较强的主观性,存在适用性小、效率低和严谨性差等问题。赋权法综合考虑多个影响因素,并对不同因素赋予不同的权重,从而给出更为系统、合理的决策[3]。针对主观赋权法,李加州等[4]应用AHP-TOPSIS评价模型确定了最优的采矿方案。龚剑等[5]构建了AHP-模糊数学综合评判模型,为某高海拔矿山优选了采矿方法。宋宏元等[6]采用未确知测度理论对4种采矿方法进行优选评价。顾春宏[7]综合运用模糊聚类法与模糊综

* **收稿日期**:2024-04-18

基金项目:河钢集团重点科技项目(HG2023215)

作者简介:任杰(2000—),男,内蒙古赤峰人,硕士研究生,主要从事采矿方法优选研究。E-mail:1085399487@qq.com

通信作者:李角群(1970—),男,辽宁鞍山人,博士,教授,主要从事矿山数字化技术及矿业软件开发方面的教学与科研工作。E-mail:404567383@qq.com

合评判法，确定了低品位多金属矿体的最优采矿方法。主观赋权法存在主观随意性，不仅会导致问题分析的复杂性，还增大了该方法应用的局限性。客观赋权法克服了主观赋权法的缺陷，段旦等[8]基于CRITIC-VIKOR法，对适宜残矿开采的3种采矿方法进行了选优。胡建华等[9]将FLAC3D与熵权法相结合，确定了琅琊山铜矿的最优采矿方法。陈建宏等[10]将主成分分析法与神经网络结合构建了采矿方法优选模型，既加快了数据处理速度，又提高了预测精度。但客观赋权法受数据质量的影响较大，可能会出现决策结果与工程实际存在偏差的问题。因此，主观赋权法和客观赋权法的组合成为了一种趋势，既可以依靠专家的知识和经验来处理一些难以量化的因素，又可以通过对客观数据的分析来减少主观判断的不确定性。张睿等[11]建立了AHP-均方差法多属性决策模型，以更偏向于主观权重的比例组合主、客观权重，完成了对采矿方法的终选。刘洋等[12]采用AHP-熵权法作为综合评判模型，通过乘法合成法对主、客观权重进行组合，平衡了主、客观权重给各指标造成的影响。马凯等[13]构建了TOPSIS-博弈论组合赋权模型，确定了某磷矿最优采矿方法。张居正等[14]将模糊数学-TOPSIS法与数值模拟相结合，并进行了采矿方法的优选。

综上所述，在采用合适的主客观赋权法基础上，合理分配权重以提高优选结果的准确性，是采矿方法优选的研究方向。司家营铁矿正在处于露天转为地下开采的前期研究，亟需确定转入地下开采的采矿方法。为此，本文建立了博弈论-主客观多属性组合赋权模型。该模型使用改进层次分析法和CRITIC法求得主、客观权重，采用博弈论思想进行权重融合以获得综合指标权重，进而选出最优的采矿方案。

1　博弈论-主客观多属性组合赋权模型

1.1　应用改进层次分析法确定主观权重

层次分析法是一种多属性决策方法，旨在将复杂问题中的多属性进行拆分，使其分解为多个相关且层次分明的指标，以实现定性与定量相结合的分析。对定性指标进行量化处理时，通常采用九标度法确定不同层次各指标的相对重要性。但专家打分结果的一致性较难保证，会影响到决策结果的合理性。为简化这一过程，以“重要”“同样重要”和“不重要”三标度来判断同一层某一因素的重要性，专家不必提供精确的数字打分结果，便可完成打分[15]。这种改进提高了专家打分和决策分析的效率和准确性。使用改进层次分析法确定权重步骤如下。

(1) 构造比较矩阵 $\boldsymbol{O}$。根据三标度法，以上一层各元素为基准，将每一层元素两两比较，用(0，1，2)表示各指标的相对重要程度，进而构建比较矩阵。设有 a 个方案，b 个指标，建立如下的比较矩阵。

$$\boldsymbol{O}=(o_{ij})_{a\times b}\begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \cdots & o_{1b} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ o_{a1} & o_{a2} & \cdots & o_{ab} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$o_{ij}=\begin{cases} 2,\text{指标 } i \text{ 比指标 } j \text{ 重要} \\ 1,\text{指标 } i \text{ 和指标 } j \text{ 同样重要} \\ 0,\text{指标 } i \text{ 不如指标 } j \text{ 重要} \\ (i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \end{cases}$$

(2) 计算各指标排序指数 c_i。由比较矩阵 $\boldsymbol{O}$ 计算出指标排序指数。

$$c_i=\sum_{j=1}^{n}o_{ij} \tag{2}$$

(3) 采用极比法，将比较矩阵 $\boldsymbol{O}$，构造成完全判断矩阵 $\boldsymbol{B}$。

$$\boldsymbol{B}_{ij}=\left(\frac{c_i}{c_j}\right)^{\log_c B_t} \tag{3}$$

式中：B_t 为常量，一般 $B_t=9$；$c=c_{\max}/c_{\min}$，$c_{\max}=\max\{c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_n\}$，$c_{\min}=\min\{c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_n\}$。

(4) 计算主观权重 $\boldsymbol{W}_i$，并进行一致性检验。鉴于各层指标数量较多，可能会导致对事物的客观重要程度产生混淆，因此必须进行一致性检验，以确保判断矩阵的有效性。

计算判断矩阵各指标的几何平均值 r_i。

$$r_i=\left(\prod_{j=1}^{n}\boldsymbol{B}_{ij}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{4}$$

将 r_i 归一化，求出最大特征值对应的特征向量，即主观权重 $\boldsymbol{W}_i$。

$$\boldsymbol{W}_i=\frac{r_i}{\sum_{k=1}^{n}r_i} \tag{5}$$

求出判断矩阵的最大特征值 $\lambda_{\max}$。

$$\lambda_{\max}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{B}_{ij}\boldsymbol{W}_i}{\boldsymbol{W}_i} \tag{6}$$

最后进行一致性检验。只有当一致性指标 $CR<0.1$，才算作为有效判断矩阵，否则需重新进行专家打分，以调整判断矩阵。

$$CR=\frac{CI}{RI}=\frac{\lambda_{\max}-n}{(n-1)RI} \tag{7}$$

式中:CI 为一致性指标;RI 为平均随机一致性指标;n 为指标数量。

1.2 应用 CRITIC 法确定客观权重

CRITIC 作为一种客观赋权法,比常用于采矿方法优选实践中的其他客观赋权法更合理[16]。该赋权法不仅通过计算各指标间的标准差来表示各指标间的差异性,还能通过计算各指标的相关系数来考究指标之间的线性关系,综合分析矛盾性与相关性,从而更深层次地分析指标自身的客观属性,并进行科学的评价。

(1) 建立评价矩阵 $\boldsymbol{S}=(s_{ij})_{a\times b}$。设有 a 个方案、b 个指标,则:

$$\boldsymbol{S}=(s_{ij})_{a\times b}\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1b} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{a1} & s_{a2} & \cdots & s_{ab} \end{bmatrix} \tag{8}$$

(2) 标准化处理。由于指标层中指标类型不同,处理方式也需相应调整。效益型指标,如矿块生产能力等,作为优选评价指标以越大越好为标准;而成本型指标,如损失率、贫化率和生产成本等,则以小为优,为方便比较计算,需要将各指标同向化。同时,由于指标种类繁多,存在单位不统一的问题,亦需要进行无量纲化处理,以消除不同指标之间的量纲影响。标准化处理方式采用比重法,计算公式见式(9):

$$\begin{cases} s'_{ij}=\dfrac{s_{ij}}{\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{n}s_{ij}^2}} \\ s''_{ij}=\dfrac{1/s_{ij}}{\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{n}(1/s_{ij}^2)}} \end{cases} \tag{9}$$

式中:s'_{ij} 表示效益型指标标准化处理后的指标值;s''_{ij} 为成本型指标处理后的结果;s_{ij} 表示第 j 个指标的初始值。

(3) 计算标准差 $\boldsymbol{\sigma}_i$。标准差可以度量出评价各指标间的差异性大小,标准差的计算见式(10):

$$\boldsymbol{\sigma}_i=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(s''_{ij}-\bar{s}''_j)^2} \tag{10}$$

式中,$\bar{s}''_j$ 表示第 j 个指标的均值。

(4) 计算指标的信息量 $\boldsymbol{\eta}_i$。信息量由指标间相关性来表示,当两指标间的相关性越大时,则意味着二者体现的评价内容重复性越高,分配给两指标的权重也越小。

$$\boldsymbol{\eta}_i=\sigma_i\times\sum_{i=1}^{n}(1-\alpha_{ij}) \tag{11}$$

式中,α_{ij} 为指标 i 与指标 j 的相关系数。

(5) 计算客观权重 $\boldsymbol{W}'_i$。将信息量归一化处理即可获得客观权重。

$$\boldsymbol{W}'_i=\frac{\boldsymbol{\eta}_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{\eta}_i} \tag{12}$$

1.3 应用博弈论法确定综合权重

针对改进层次分析法在主观方面的局限性,以及 CRITIC 法过分强调客观数据而可能导致主观性较差的问题,可以通过组合二者权重的方式来兼顾决策者的主观经验判断与数据本身所带有的客观属性。博弈论在处理多属性决策问题时,寻求一致性或妥协,使所得出的综合权重与单一权重的偏差极小化。对于多属性决策问题的博弈法处理流程如下[17]。

(1) 构造基础权重向量集 $\boldsymbol{q}_m$。设对 n 个指标用 M 种方法进行赋权。

$$\boldsymbol{q}_m=[q_{m1},q_{m2},\cdots,q_{mn}]\ (m=1,2,\cdots,M) \tag{13}$$

(2) 构造 M 个权重向量 $\boldsymbol{V}$。

$$\boldsymbol{V}=\sum_{m=1}^{M}\varphi_m\cdot[q_{m1},q_{m2},\cdots,q_{mn}]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{V}$ 为综合权重向量;φ_m 为线性组合系数且 $\varphi_m>0$。

(3) 求线性组合系数 φ_m。

依照博弈论思想,需寻找一组 φ_m 使 $\boldsymbol{V}$ 与每组 $\boldsymbol{q}_m$ 之间离差最小化,即:

$$\min\left\|\sum_{m=1}^{M}\varphi_m\boldsymbol{q}_m^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{q}_n^{\mathrm{T}}\right\|^2(n=1,2,\cdots,M) \tag{15}$$

依据微分原理求导,对式(15)求导可得出式(16)最优化一阶导数条件解为:

$$\sum_{m=1}^{M}\varphi_m\boldsymbol{q}_n\boldsymbol{q}_m^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{q}_n\boldsymbol{q}_n^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

求解后,$\varphi_m=[\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n]$ 即为组合权重最优线性组合系数。

(4) 归一化处理,求得各方法权重系数 φ_m^*。

$$\varphi_m^*=\frac{\varphi_m}{\sum\limits_{m=1}^{M}\varphi_m} \tag{17}$$

(5) 计算各指标综合权重 $\boldsymbol{V}$。

$$\boldsymbol{V}=\sum_{m=1}^{M}\varphi_m^*\boldsymbol{q}_m^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

1.4 计算综合隶属度

依据式(19)计算各方案综合隶属度,并对各方案综合隶属度按大小排序,综合隶属度最大者为最优方案。

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{S} \tag{19}$$

式中,$\boldsymbol{S}$ 为指标标准化后矩阵。

2 采矿方法优选实例

2.1 基于工程类比法的采矿方法初选

司家营铁矿区主要开采的矿体走向近南北,倾向西,倾角 40°～50°,为倾斜厚及中厚矿体,呈似层状,主要产出矿石为磁铁矿。矿体围岩与夹石以黑云变粒岩为主,岩层稳定性为较稳定。司家营矿区周边村庄密集,且有天然水系流经矿区东南角。采用崩落法开采会引起地表塌陷,对周边村庄及建筑设施造成不利影响,而在露天转地下的特殊情况下,空场法需要开展较严格的地压管理[14],因此,充填采矿法是一个更优的选择。基于此,初步选择了分段空场嗣后充填采矿法(M_1)和阶段空场嗣后充填采矿法(M_2)作为该矿的采矿方法备选方案。

2.2 采矿方法终选

2.2.1 基于改进层次分析法的主观权重计算

(1) 构建多属性决策矩阵。构建多属性决策矩阵是采矿方法优选的基础工作,多属性决策矩阵是否合理科学直接影响着优选结果。决策矩阵选取的指标需定性与定量相结合,各指标间相互限制、相互补充,以能够较全面地反映信息。根据层次分析法原理与司家营矿区条件,广泛征求专家意见,并参考同类矿山,建立多属性评价体系,对初选的 2 种采矿方案进行综合评判[18-20],如图 1 所示。

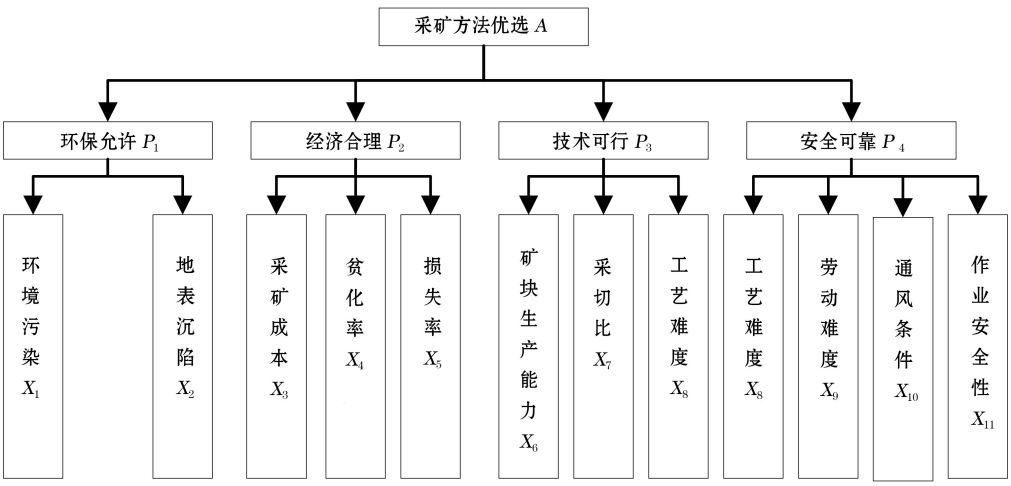


图 1 采矿方法多属性决策矩阵优选指标体系

Fig.1 Index system of multi-attribute decision matrix for the optimal selection of mining method

(2) 将图 1 中列出的元素,通过式(1)进行两两比较,从而建立比较矩阵,并应用式(2)计算各指标排序指数 c_i,准则层比较矩阵见表 1,指标层比较矩阵同理可得。

表 1 *A-P* 比较矩阵

Table 1 *A-P* compare matrix

A-P	P_1	P_2	P_3	P_4	c_i
P_1	1	2	2	2	7
P_2	0	1	2	2	5
P_3	0	0	1	2	3
P_4	0	0	0	1	1

(3) 根据式(3)采用极比法将比较矩阵构造成完全判断矩阵,准则层 ***A-P*** 完全判断矩阵见表 2,其余指标层完全判断矩阵同理可得。

表 2 *A-P* 完全判断矩阵

Table 2 *A-P* complete judgement matrix

A-P	P_1	P_2	P_3	P_4
P_1	1.000	1.462	2.603	8.997
P_2	0.684	1.000	1.780	6.154
P_3	0.384	0.562	1.000	3.457
P_4	0.111	0.163	0.289	1.000

(4) 应用式(4)和式(5)归一化后,得出各层指标权重,见表 3。

表 3 改进层次分析法的赋权计算结果

Table 3 The weights calulated by improved analytic hierarchy process

准则	A-P	准则	P_1-X	准则	P_2-X	准则	P_3-X	准则	P_4-X
P_1	0.459	X_1	0.900	X_3	0.423	X_6	0.501	X_8	0.459
P_2	0.314	X_2	0.100	X_4	0.289	X_7	0.345	X_9	0.314
P_3	0.176	—	—	X_5	0.289	X_8	0.154	X_{10}	0.176
P_4	0.051	—	—	—	—	—	—	X_{11}	0.051

(5) 应用式(6)和式(7)进行一致性检验,各层均通过一致性检验,因此各层权重均为有效权重,整理可得出主观权重 $\boldsymbol{W}_i$:

$\boldsymbol{W}_i$=[0.413, 0.046, 0.133, 0.091, 0.091, 0.088, 0.061, 0.051, 0.016, 0.009, 0.003]

2.2.2 基于 CRITIC 法的客观权重计算

(1) 对定性指标按 7 标度法进行“定量化”。在图 1 列出的 11 个指标中,设 X_1、X_2、X_8、X_9、X_{10}、X_{11}为定性指标;X_3、X_4、X_5、X_6、X_7 则为定量指标。定性指标通常无确定数值,由专家按照个人实际经验以及专业知识进行模糊评价,所得结果为“很低、低、较低、一般、较高、高”,为方便计算,需要依照表 4 对这些定性指标进行量化[21]。

表 4 定性指标量化结果

Table 4 Quantitative results of qualitative indicators

指标类型	很低	低	较低	一般	较高	高	很高
效益型指标	1	2	3	4	5	6	7
成本型指标	7	6	5	4	3	2	1

(2) 参考攀枝花铁矿采矿方法优选指标数值[22],确定采矿方法初选评价指标,经量化处理后,初选各采矿方法评价指标数值见表 5。

表 5 初选采矿方法的评价指标

Table 5 Evaluation index of primary mining methods

方法	x_1	x_2	x_3/(元/t)	x_4/%	x_5/%	x_6/(t/d)	x_7/(m/kt)	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
M_1	6	7	65.30	7.3	12.6	363	3.39	5	6	5	5
M_2	5	6	39.79	7.8	11.0	300	2.20	6	5	6	6

(3) 根据式(9)对表 5 中的初始数据进行标准化处理,如 X_1、X_2、X_3、X_4、X_5、X_7、X_8、X_9 作为成本型指标处理;其余 X_6、X_{11}、X_{12}则按照效益型指标处理。得到标准化矩阵 $\boldsymbol{S}$:

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}0.768 & 0.759 & 0.520 & 0.730 & 0.658 & 0.771 & 0.544 & 0.640 & 0.768 & 0.640 & 0.640\\ 0.640 & 0.651 & 0.854 & 0.683 & 0.753 & 0.637 & 0.839 & 0.768 & 0.640 & 0.768 & 0.768\end{bmatrix}$$

(4) 应用式(10)计算标准差 $\boldsymbol{\sigma}_i$:

$\boldsymbol{\sigma}_i$=[0.768, 0.651, 1.668, 0.281, 0.475, 0.803, 1.475, 0.641, 0.684, 0.640, 0.640]

(5) 根据式(11)计算出各指标的信息量 $\boldsymbol{\eta}_i$:

$\boldsymbol{\eta}_i$=[0.512, 0.434, 2.335, 0.187, 0.665, 0.535, 1.180, 0.513, 0.456, 0.896, 0.896]

(6) 依据式(12)计算客观权重 $\boldsymbol{W}'_i$:

$\boldsymbol{W}'_i$=[0.087, 0.074, 0.189, 0.032, 0.054, 0.091, 0.167, 0.073, 0.087, 0.073, 0.073]

2.2.3 基于博弈论思想求得综合隶属度

(1) 基于上述赋权法得出的 $\boldsymbol{W}_i$、$\boldsymbol{W}'_i$ 由式(16)至式(18)可求得综合权重 $\boldsymbol{V}$:

$\boldsymbol{V}$=[0.348, 0.070, 0.144, 0.079, 0.083, 0.089, 0.083, 0.037, 0.029, 0.022, 0.017]

(2) 依据式(19)对标准化矩阵 $\boldsymbol{S}$ 进行加权,得出综合隶属度 $\boldsymbol{U}$=[0.692, 0.711]。分段空场法嗣后充填采矿法的综合隶属度为 0.692,阶段空场嗣后充填采矿法综合隶属度为 0.711,依据最大隶属度决策原则,阶段空场嗣后充填采矿法(M_2)为最优的采矿方法。

3 结论

(1) 针对改进层次分析法判断矩阵不一致性的问题,通过二次构造完全判断矩阵减少了迭代次数,提高了模型的效率和合理性。

(2) 构建了基于博弈论-主客观多属性组合赋权评价模型,将定性与定量结合,使评价模型更加合理。

(3) 采用基于博弈论-主客观多属性组合评价模型,对司家营铁矿露天转地下开采拟采用的采矿

方法进行优选。结果显示,阶段空场嗣后充填采矿法具有更高的综合隶属度,确定该采矿法为最优的采矿方法。本文建立的评价模型为采矿方法优选提供了一种新的手段,在类似采矿工程的决策选择中具有一定的参考价值。

参考文献(References):

[1] 韩冲冲,谭玉叶,陈迪云,等.高海拔地区采矿方法多属性决策优选与实践[J].金属矿山,2022(9):9-17.
HAN Chongchong, TAN Yuye, CHEN Diyun, et al. Multi-attribute decision optimization and practice of mining method in high altitude area based on variable weight theory [J]. Metal Mine,2022(9):9-17.

[2] 王丹华,路增祥.基于贝叶斯公式的采矿方法优选模型[J].金属矿山,2020(3):36-41.
WANG Danhua, LU Zengxiang. Optimization selection model of mining method based on Bayesian formula[J]. Metal Mine,2020(3):36-41.

[3] 叶义成,姚囝,王其虎.采用区间数排序的采矿方法优选模型及其应用[J].控制理论与应用,2016,33(8):1015-1022.
YE Yicheng, YAO Nan, WANG Qihu. Mining method optimal selection model and its application by using interval numbers ranking method[J]. Control Theory & Applications, 2016,33(8):1015-1022.

[4] 李加州,马俊杰.基于 AHP-TOPSIS 模型的某矿采场结构参数优选[J].金属矿山,2023(8):189-195.
LI Jiazhou, MA Junjie. Optimization of stope structure parameters based on AHP-TOPSIS model of a mine[J]. Metal Mine,2023(8):189-195.

[5] 龚剑,胡乃联,张延凯,等.基于 AHP-FCE 法的高海拔地区采矿方法优选[J].金属矿山,2013(9):1-5+9.
GONG Jian, HU Nailian, ZHANG Yankai, et al. Optimization of mining methods in high-altitude areas based on AHP-FCE[J]. Metal Mine,2013(9):1-5+9.

[6] 宋宏元,周乐,侯俊,等.基于未确知测度理论的金山金矿采矿方案优化及应用[J].黄金,2021,42(6):47-51.
SONG Hongyuan, ZHOU Le, HOU Jun, et al. Optimization and application of mining scheme in Jinshan Gold Mine based on unascertained measure theory[J].Gold, 2021,42(6):47-51.

[7] 顾春宏.深部厚大低品位多金属矿体采矿方法研究[D].长沙:中南大学,2009.
GU Chunhong. Research of mining method for heavy deep low-grade multi-metal ore body [D]. Changsha: Central South University,2009.

[8] 段旦,包中林,蒋斌,等.基于 CRITIC-VIKOR 法的托库孜巴依金矿残矿回采方法优选与设计[J].采矿技术,2023,23(3):25-30.
DUAN Dan, BAO Zhonglin, JIANG Bin, et al. CRITIC-VIKOR method for optimal selection and design of residual ore recovery in the Tukuzebaiyai Gold Mine[J]. Mining Technology,2023,23(3):25-30.

[9] 胡建华,徐朔寒,徐泽林,等.城市地下矿山采矿方法的数值与熵权耦合优选[J].黄金科学技术,2019,27(4):513-521.
HU Jianhua, XU Shuohan, XU Zelin, et al. Numerical and entropy coupling optimization of mining methods in urban underground mines[J]. Gold Science and Technology,2019, 27(4):513-521.

[10] 陈建宏,刘浪,周智勇,等.基于主成分分析与神经网络的采矿方法优选[J].中南大学学报(自然科学版),2010,41(5):1967-1972.
CHEN Jianhong, LIU Lang, ZHOU Zhiyong, et al. Optimization of mining methods based on combination of principal component analysis and neural networks [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition),2010,41(5):1967-1972.

[11] 张睿,刘涛.缓倾斜厚矿体采矿方法优选及实践[J].有色金属(矿山部分),2016,68(6):8-11+15.
ZHANG Rui, LIU Tao. Pillar structural parameter optimization of gentle-inclined thick orebody mining methods based on AHP-Fuzzy method [J]. Nonferrous Metals (Mining Section),2016,68(6):8-11+15.

[12] 刘洋,叶义成,刘晓云,等.组合赋权-属性区间识别模型法优选采矿方法[J].金属矿山,2017(7):25-30.
LIU Yang, YE Yicheng, LIU Xiaoyun, et al. Optimal selection of mining method by attribute interval recognition model based on empowerment combination theory[J]. Metal Mine,2017(7):25-30.

[13] 马凯,徐海波,孙唯衡,等.某磷矿采矿方法优选研究与实践[J].矿业研究与开发,2024,44(2):6-13.
MA Kai, XU Haibo, SUN Weiheng, et al. Research and pacticeon mining method optimization of a posphate mine [J]. Mining Research and Development,2024,44(2):6-13.

[14] 张居正,王沉,朱获天,等.基于 Fuzzy-TOPSIS 的金矿床采矿方法优选[J].有色金属工程,2023,13(1):114-120.
ZHANG Juzheng, WANG Chen, ZHU Huotian, et al. Mining method optimization of gold deposit based on Fuzzy-TOPSIS[J]. Nonferrous Metals Engineering,2023,13(1):114-120.

[15] 孙佳乐,蒋德鹏.层次分析法中一致判断矩阵的构造方法[J].东南大学学报(自然科学版),1991,21(3):69-75.
SUN Jiale, JIANG Depeng. A method of constructing a consistency judgement matrix in hierarchial analysis [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 1991,21(3):69-75.

[16] 杨洋,黄德镛,耿元玲,等.基于 FAHP-CRITIC 组合赋权的采矿方法优选[J].化工矿物与加工,2022,51(1):6-11+22.
YANG Yang, HUANG Deyong, GENG Yuanling, et al. Optimization of mining methods based on FAHP-CRITIC combined weighting process [J]. Chemical Minerals & Processing Journal,2022,51(1):6-11+22.

[17] 邓龙鑫,陈建宏.基于博弈论的主客观组合权重 TOPSIS 采矿方法优选[J].黄金科学技术,2022,30(2):282-290.
DENG Longxin, CHEN Jianhong. Optimization of mining method with subjective and objective combination weight TOPSIS based on game theory [J]. Gold Science and Technology,2022,30(2):282-290.

[18] 罗骋.某磷矿山采矿方法的变更与优化[J].矿业研究与开发,2018,38(11):1-5.
LUO Cheng. Alteration and optimization of mining method for a phosphate mine[J].Mining Research and Development,2018,38(11):1-5.

[19] 路增祥,马驰,宋超.基于储量分布特征的地下开采系统优化[J].矿业研究与开发,2018,38(5):16-20.
LU Zengxiang, MA Chi, SONG Chao. Optimization of underground mining system based on the distribution characteristics of geological reserves[J]. Mining Research and Development,2018,38(5):16-20.

[20] 王新民,秦健春,张钦礼,等.基于 AHP-TOPSIS 评判模型的姑山驻留矿采矿方法优选[J].中南大学学报(自然科学版),2013,44(3):1131-1137.
WANG Xinmin, QIN Jianchun, ZHANG Qinli, et al. Mining method optimization of Gu Mountain stay ore based on AHP-TOPSIS evaluation model [J]. Journal of Central South University(Natural Science Edition),2013,44(3):1131-1137.

[21] 陈烈.龙首矿西二采区上部矿体采矿方法优化研究[D].绵阳:西南科技大学,2019.
CHEN Lie. Optimization study of the mining methods for the upper orebody of the second west mining area in Longshou Mine [D]. Mianyang: Southwest University of Science and Technology,2019.

[22] 陈树林,李亮,薛丽娟,等.FAHP 在尖山地采矿山采矿方法优选中的应用[J].现代矿业,2022,38(7):51-55.
CHEN Shulin, LI Liang, XUE Lijuan, et al. Application of FAHP in mining method optimization of Jianshan Mine[J]. Modern Mining,2022,38(7):51-55.