强弱组合复合充填结构体蠕变特性及本构模型*

王其虎[1],涂镇帆[1],姚囝[1,2],刘洋[1,2],王为琪[1,2]

(1.武汉科技大学 资源与环境工程学院, 湖北 武汉 430081;
2.冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430081)

摘要:两步骤充填开采形成的强弱组合复合充填结构体共同承担顶板荷载,其整体蠕变特性直接影响充填采场的长期稳定性。通过开展单轴分级加载蠕变试验,分析了不同强弱介质组合对复合充填体试样蠕变特性的影响。在此基础上,考虑材料力学性能随时间的劣化效应和加速蠕变阶段特征,建立了能够表征复合充填结构体蠕变特征的改进西原模型。研究结果表明:强介质对复合试样整体蠕变特性的影响更为显著,随着强介质强度从23.60 MPa增加到33.80 MPa,弹性模量从1.85 GPa增加到2.18 GPa,试样在前三级应力水平下的轴向蠕变应变增量分别减小了59.72%、57.35%和55.08%,瞬时蠕变速率分别减小了31.55%、21.46%和23.14%,强弱介质横向应变差由260 με、368 με和524 με增加至685 με、895 με和1 032 με;试样整体蠕变破坏形式由剪切破坏转变为压缩劈裂破坏;改进西原模型对试验数据的拟合精度均高于0.93,能够模拟复合充填结构体蠕变的全过程。

关键词:复合充填结构体;强弱组合;蠕变特性;破坏特征;蠕变本构模型

中图分类号:TD313 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-2763(2026)02-0079-13

Creep Characteristics and Constitutive Model of Composite Filling Structure with Strong-Weak Combination

WANG Qihu[1], *TU Zhenfan*[1], *YAO Nan*[1,2], *LIU Yang*[1,2], *WANG Weiqi*[1,2]

(1.School of Resources and Environmental Engineering,
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China;
2.Hubei Key Laboratory for High-Efficient Utilization and
Agglomeration of Metallurgic Mineral Resources, Wuhan, Hubei 430081, China)

Abstract: The composite filling structure with strong-weak combination formed by the two-step filling mining bears the roof load jointly, and its overall creep characteristics directly affect the long-term stability of the filling stope. Uniaxial step-loading creep tests were carried out to analyze the influence of different combinations of strong and weak media on the creep characteristics of composite filling specimens. On this basis, considering the time-dependent degradation effect of material mechanical properties and the characteristics of the accelerated creep stage, an improved Nishihara model capable of characterizing the creep characteristics of the composite filling structure was established. The study shows that the strong media has a more significant impact on the overall creep characteristics of the composite specimens. As the strength of the strong media increases from 23.60 MPa to 33.80 MPa, the elastic modulus increases from 1.85 GPa to 2.18 GPa, and the axial creep increments under the first three stress levels decrease by 59.72%, 57.35%, and 55.08%, respectively. The instantaneous creep rates decrease by 31.55%, 21.46%, and 23.14%, respectively. The transverse strain difference between the strong-weak media increases from 260 με, 368 με, and 524 με to 685 με, 895 με, and 1 032 με, respectively. The overall creep failure mode of the specimens transforms from shear failure to compressive splitting failure. The improved Nishihara model achieves a fitting accuracy exceeding 0.93 for the experimental data, effectively simulating the entire creep process of the composite filling structure.

Key words: Composite filling structure, Strong-weak combination, Creep characteristic, Damage characteristic, Creep constitutive model

---

* **收稿日期**:2025-02-21
基金项目:国家自然科学基金项目(42307237,51704213)
作者简介:王其虎(1987—),男,湖北武汉人,博士,副教授,主要从事地下矿山高效采矿方法及地压控制研究。E-mail:wangqihu@wust.edu.cn

0 引言

充填采矿法是绿色矿山的主要开采工艺,通常采用两步骤回采[1-2]的方法,即在开采时,按照先开采矿房后回采矿柱的方式进行。一步骤开采矿房后,采用高强度充填料对原矿房进行充填,以支撑顶板并支护矿柱;二步骤开采矿柱后,采用较低强度充填料充填原矿柱区域,最终形成强弱组合的复合充填结构体共同承担上部荷载[3]。复合充填结构体的蠕变特性是评估采场顶板长期稳定性需要考虑的重要因素,因此,通过蠕变试验研究复合充填结构体的蠕变特性和本构模型,分析并评价其对采场顶板稳定性的影响,对于保障矿山安全开采及维持采场长期稳定具有重要意义。

目前,国内外学者针对复杂地质条件下,多种材料组合构成的复合支撑结构体在支撑顶板时的应力分布及变形特征展开了研究。姚囝等[4]针对高山河谷地区地下采场压力分布不均的问题,提出在高应力采区和低应力采区分别采用高强度和低强度充填料进行充填,以维持采场顶板的稳定性。ZHU等[5]、郭广礼等[6]研究了煤柱与充填体组成的复合支撑体的应力分布和变形特征,发现煤柱内的应力高于充填体内的应力。王其虎等[7]采用柔性接顶的应力协调方案,解决了废石和尾砂交替充填采场出现的荷载分布不均的现象。在蠕变特性方面的研究则相对较少,现有研究多关注单一组分充填体的蠕变特性和本构模型,并分析了影响其蠕变性能的因素。程爱平等[8]、蔡煜等[9]通过开展尾砂胶结充填体单轴蠕变试验,研究了应力水平和蠕变损伤对其蠕变特性及破坏特征的影响,并构建了改进的Burgers模型。王其虎等[10]综合岩石初始损伤及蠕变过程中裂隙演化引起的损伤,构建了可以较好反映损伤影响下岩石蠕变全过程的蠕变模型。FU等[11]通过开展三轴蠕变试验,研究了围岩与充填体复合试件的蠕变特征,探讨了内径、应力损伤及蠕变损伤对复合试件蠕变特性的影响。程爱平等[12-13]结合超声波检测技术与蠕变试验,探究了充填体蠕变变形规律、超声波波速变化规律以及蠕变破坏特征,总结了其蠕变特性。孙琦等[14]、刘长明等[15]、孙晓明等[16]将损伤变量引入蠕变模型,在传统西原模型中串联一个通过应变触发的非线性黏壶,建立了考虑损伤影响的改进西原模型。徐心语等[17]将分数阶Abel黏壶应用于蠕变模型,用其代替传统Maxwell体中的传统黏壶元件,构建了分数阶蠕变模型,该模型对试验数据的分析结果能很好地反映炭质泥页岩的全过程蠕变特征。

两步骤充填开采通常采用两种不同强度的充填材料分别充填矿房与矿柱,形成复合充填结构体共同支撑采场顶板。然而,相关研究对复合充填结构体整体蠕变特性、本构模型关注较少,强弱介质组合对复合充填结构体整体的蠕变行为有何影响有待进一步探讨。因此,本研究通过单轴分级加载蠕变试验,探究不同强弱介质组合的复合充填结构体蠕变特性,构建能够准确反映复合充填结构体蠕变全过程的本构模型并验证其合理性。

1 复合充填结构体蠕变试验研究

1.1 试样制作

结合大冶铁矿两步骤充填开采实际情况,将强度和弹性模量等力学性质相对较低的全尾砂胶结充填材料作为弱介质A,将强度和弹性模量等力学性质相对较高的废石-尾砂胶结充填材料作为强介质B,二者对应的浆料配比和力学参数见表1。通过改变强弱介质配比,分析不同强弱介质组合对复合试样整体蠕变特性的影响。

试验的尾砂选用大冶铁矿白雉山尾矿库的全尾砂,废石选用粒径为4~7 mm的碎石,胶凝材料选用P·O 42.5普通硅酸盐水泥,单一试样和复合试样的模具均选用尺寸为60 mm×60 mm×120 mm(长×宽×高)的三联钢制长方体试模。采用3种不同灰砂比的弱介质A和3种不同粗骨料含量的强介质B进行正交试验,组成9种不同强弱组合的复合试样,复合试样的制作和养护如图1所示。通过树脂制固定框将薄钢片固定在模具中间,将两种不同配比的浆料同时注入薄钢片两侧,静置15 min后移出薄钢片,待浆料稳定无沉降后,将表面刮平。静置24 h后拆模,放入养护箱养护28 d,养护期间温度控制为(20±2) ℃,湿度控制在95%以上。

表1 强弱介质的浆料配比和力学参数

Table 1 Slurry mix proportions and mechanical parameters of strong and weak medias

介质类别	试样编号	灰砂比	浆料质量分数/%	粗骨料含量/%	单轴抗压强度/MPa	弹性模量/GPa
弱介质A	A1	1∶6	78	—	4.85	0.51
	A2	1∶8	78	—	3.60	0.29
	A3	1∶10	78	—	2.10	0.16
强介质B	B1	1∶2	84	45	33.80	2.18
	B2	1∶2	84	30	27.65	1.95
	B3	1∶2	84	15	23.60	1.85

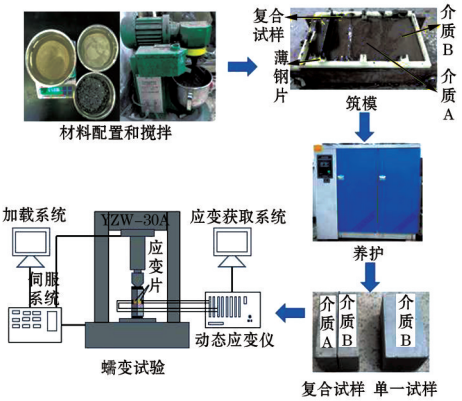


图 1　制样及蠕变试验系统

Fig.1　Specimen preparation and creep test system

1.2　试验方案

试样分为两组，共需制备 90 个试样。一组进行单轴压缩试验，用于测定其单轴抗压强度；另一组进行单轴蠕变试验，加载方式选用分级加载，各级应力水平根据单轴抗压试验的结果确定。每组试样包含 3 种强介质单一试样、3 种弱介质单一试样以及 9 种强弱介质组合而成的复合试样，且每种试样各制作 3 个。

采用 YZW-30A 型微机控制电子式岩石单轴试验机对复合试样进行单轴分级加载蠕变试验，使用配套的数据采集系统采集复合试样的轴向位移。在复合试样两介质交界线两侧分别沿横向粘贴应变片，应变片采用 1/4 桥(无补偿)的接线方式连接应变仪，采用 uT8516 动静态应变仪监测复合试样两侧强弱介质的横向位移。

采用分级加载的方式对复合试样施加荷载，起始荷载设为单轴抗压强度的 50%，当该级荷载下试样的变形趋于稳定时，施加下一级荷载，后续每级荷载增加单轴抗压强度的 15%，直至试样发生破坏。相较于岩石类材料，复合充填结构体的力学性能较差，加载时变形趋于稳定的时间更短，因此以 0.05 kN/s 的加载速率将复合试样进行加载，每级应力水平持续时间为 4 h。由于真实的流变介质对加载历史具有记忆效应，采用陈式加载法处理复合试样分级加载蠕变试验数据，使不同应力水平下分级加载的蠕变曲线转化为更加接近真实的分别加载蠕变结果。

1.3　试验结果分析

复合试样单轴抗压强度测试结果见表 2。由表 2 可知，复合试样的单轴抗压强度介于两种单一介质材料之间，且强度值更接近于强介质一方，表明复合试样的承载极限受强介质的影响较大。

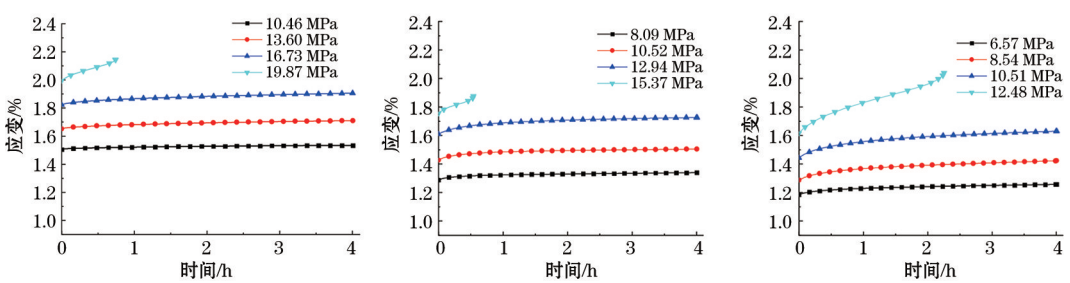
表 2　强弱组合复合试样单轴压缩测试结果

Table 2　Uniaxial compression test results of strong-weak composite specimens

试样编号	介质强度比	单轴抗压强度/MPa			平均强度/MPa
		平行试验 1	平行试验 2	平行试验 3	
A1-B1	0.144	21.85	19.86	21.05	20.92
A1-B2	0.175	15.92	16.44	16.17	16.18
A1-B3	0.206	12.08	14.34	13.01	13.14
A2-B1	0.107	19.14	19.49	18.74	19.12
A2-B2	0.130	15.17	14.76	14.16	14.70
A2-B3	0.153	12.46	11.17	11.67	11.77
A3-B1	0.062	18.20	16.23	17.96	17.46
A3-B2	0.076	12.93	14.59	13.77	13.76
A3-B3	0.089	10.41	11.05	9.86	10.44

注：将单一介质的编号组合构成对应复合试样的编号，如 A1-B1 代表弱介质 A1 和强介质 B1 组成的复合试样。

根据复合试样单轴抗压强度确定蠕变试验的各级应力水平，采用陈式加载法处理分级加载蠕变试验结果，蠕变曲线如图 2 所示。由图 2 可知，复合试样蠕变特性不仅受应力水平的影响，而且和组成复合试样的单一介质的强弱密不可分。不同强弱介质组合的复合充填体蠕变曲线发展趋势相似，试样在加载瞬间产生瞬时变形，在低应力水平下进入减速蠕变阶段，然后趋于稳定；在应力水平高于加速蠕变应力阈值后，出现加速蠕变阶段。A、B 介质强度比影响着进入加速蠕变的时间，介质强度比越大，减速蠕变阶段和稳定蠕变阶段存在时间越短，试样越容易发生蠕变破坏。基于此，本文对应力水平和介质强弱差异对复合试样整体蠕变变形和蠕变破坏特征的影响进行定量分析。



(a) A1-B1　(b) A1-B2　(c) A1-B3

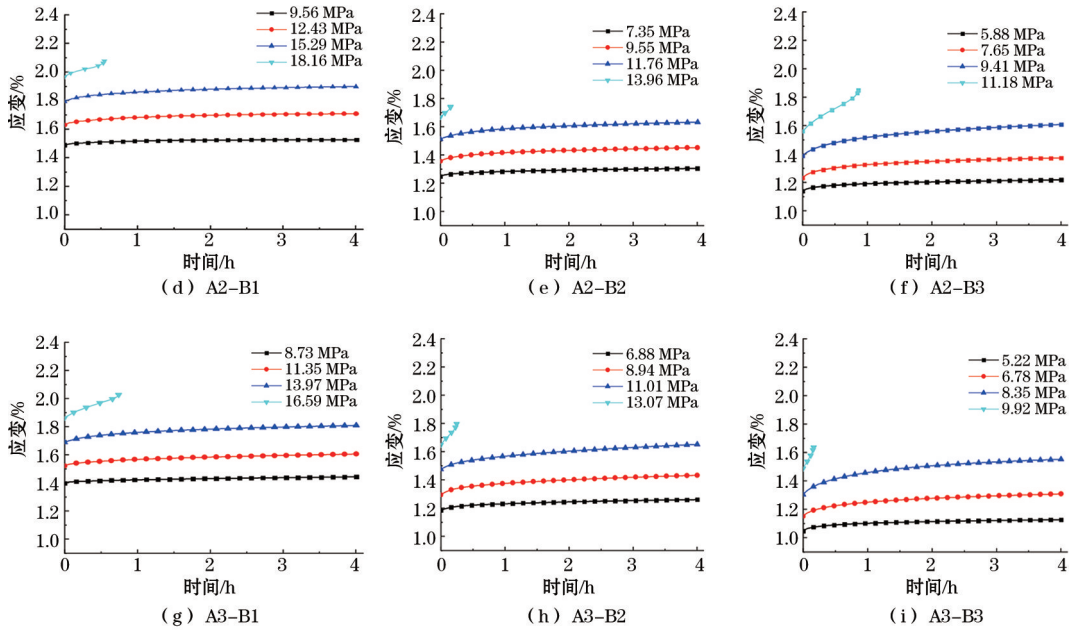


图 2 不同强弱组合复合试样蠕变曲线

Fig.2 Creep curves of composite specimens with different strong-weak combinations

2 复合充填体试样蠕变变形特性

2.1 不同应力水平下复合试样蠕变变形特性

以复合试样 A1-B3 蠕变试验的结果为例,对不同应力水平下复合试样的蠕变变形特性进行分析,如图 2(c)所示。在初始加载应力水平下,试样的瞬时变形最为明显;在恒定荷载下,随着时间的推移,试样原有的孔隙、裂缝被压实,产生黏弹性变形;随着应力水平上升,试样内部存在的微裂缝、孔隙进一步被压实,产生黏弹性-塑性变形,蠕变特征更加明显;在较高应力水平下,试样的孔隙和裂缝逐渐发育扩大,塑性应变不断累积,破坏加剧,最终发生整体破坏。试样经历了三个典型的蠕变阶段:减速蠕变阶段、稳定蠕变阶段、加速蠕变阶段。其中,减速蠕变阶段和加速蠕变阶段的时间显著短于稳定蠕变阶段。在低应力水平下,试样的蠕变速率逐渐减小并趋于零,主要经历减速蠕变和稳定蠕变阶段;当应力水平上升超过试样屈服应力时,试样的蠕变速率随时间推移逐渐降低并趋于平稳,但始终不为 0;当应力水平超过加速应力阈值后,试样进入加速蠕变阶段直至试样破坏。整个蠕变过程中,试样的破坏周期与施加的应力水平密切相关。

复合充填体试样 A1-B3 蠕变速率变化曲线如图 3 所示。可以看出,在前三级应力水平下,A1-B3 试样蠕变速率变化规律基本一致。以第一级应力水平为例,试样初始蠕变速率为 0.271 0%/h,约 1.03 h 后蠕变速率降低至 0.015 7%/h,降幅为 94.21%,蠕变速率显著降低,具有明显的减速蠕变特征;随着蠕变试验的进行,蠕变速率基本稳定在 0.010 0%/h 以下,4 h 时蠕变速率降低至 0.006 2%/h,即在 1.03~4 h 期间,复合试样处于稳定蠕变阶段,蠕变速率随时间推移持续降低,但总体变化幅度较小,蠕变曲线趋于平缓。第四级应力水平下,减速蠕变阶段持续了 0.76 h,期间蠕变速率由 0.461 2%/h 下降至 0.147 1%/h,下降幅度为 68.10%;在 0.76~1.89 h 期间,试样处于稳定蠕变阶段,蠕变速率在 0.150 0%/h 至 0.120 0%/h 之间波动,表现出较为稳定的特征;应力加载超过 1.89 h 时,蠕变速率迅速增加,最后在 2.25 h 时达到 1.202 0%/h,加速蠕变特征突出。

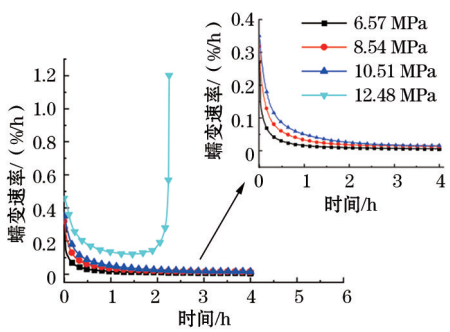


图 3 复合试样 A1-B3 蠕变速率变化曲线

Fig.3 Creep rates variation curves of composite specimen A1-B3

应力水平的高低对复合试样的蠕变速率和蠕变应变增量也有一定的影响。以 A1-B3 复合试样为例(见表 3)，在应力水平为 6.57 MPa、8.54 MPa 与 10.51 MPa 时，复合试样 A1-B3 瞬时蠕变速率分别为 0.271 0%/h、0.318 7%/h 及 0.350 0%/h，最后时刻的稳定蠕变速率分别为 0.006 3%/h、0.013 8%/h 和 0.016 3%/h，试样的瞬时蠕变速率及最后时刻稳定蠕变速率均随应力水平的升高而增加；同时，复合试样 A1-B3 的总蠕变应变增量依次为 0.072%、0.136%和 0.187%，减速阶段蠕变应变增量占总蠕变应变增量的比例为 62.50%、72.79%和 79.68%。随着应力水平提高，试样总蠕变应变增量增大，减速阶段和稳定阶段的蠕变应变增量随之增加，且减速阶段的蠕变应变增量占总蠕变应变增量的比例增加。由图 3 可知，随着应力水平的增加，蠕变速率的下降趋势趋于平缓，减速蠕变阶段过渡至稳定蠕变阶段花费的时间也相应延长，因此，减速蠕变阶段的蠕变应变增量占总蠕变应变增量的比例随应力水平的增加而逐渐增加。

表 3　不同应力水平下复合试样 A1-B3 各阶段蠕变速率及蠕变应变增量

Table 3　Creep rates and creep strain increments at each stage of composite specimen A1-B3 under different stress levels

应力水平/MPa	瞬时蠕变速率/(%/h)	减速阶段蠕变应变增量/%	稳定阶段蠕变应变增量/%	加速阶段蠕变应变增量/%	总蠕变应变增量/%	最后时刻蠕变速率/(%/h)
6.57	0.271 0	0.045	0.027	—	0.072	0.006 3
8.54	0.318 7	0.099	0.037	—	0.136	0.013 8
10.51	0.350 0	0.149	0.038	—	0.187	0.016 3
12.49	0.461 2	0.179	0.146	0.094	0.419	1.202 0

以 A1-B3 复合试样为例，对复合试样两侧强弱介质的横向应变在不同应力水平下的增量大小进行分析，如图 4 所示。可以看出，强介质 B 的瞬时横向应变和蠕变横向应变均大于弱介质 A，且随着施加荷载的增大，两侧介质的横向应变差也随之增加。复合试样在 6.57 MPa、8.54 MPa 与 10.51 MPa 应力水平下，强弱介质间的横向应变差最大值分别为 260 με、368 με 和 524 με。这是由于强介质 B 的强度和弹性模量均远大于弱介质 A，在低应力水平下，复合试样所受荷载主要由强介质 B 承担，弱介质 A 起到辅助承担的作用，因此强介质 B 的横向应变大于弱介质 A，但其差距较小；高应力水平下，复合体整体所受荷载仍主要由强介质 B 承担，但弱介质 A 在此应力水平下所受荷载已经超出其承载极限，只具备一定的残余承载力，两侧的横向位移差距显著增大，并最终表现为试样发生蠕变破坏。

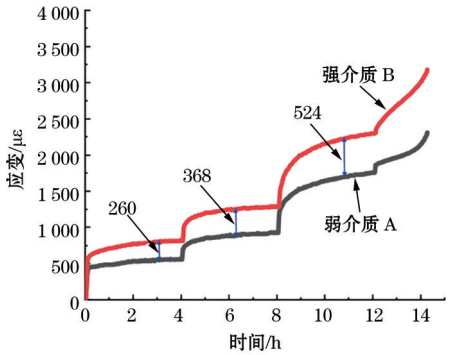


图 4　复合试样 A1-B3 两侧介质的横向应变曲线

Fig.4　Lateral strain curves of the media on both sides of composite specimen A1-B3

2.2　弱介质 A 对复合试样蠕变变形特性的影响

轴向蠕变应变是反映复合试样蠕变特性的主要力学参数，弱介质 A 的改变会显著影响复合试样的瞬时蠕变速率、蠕变应变增量及单一介质的横向应变等方面。以复合试样 A1-B3、A2-B3、A3-B3 为例(如图 5 所示)，在相同应力水平下，复合试样的蠕变应变增量随着弱介质 A 强度和弹性模量的降低而增加。具体而言，当弱介质 A 的强度由 4.85 MPa 减少到 2.10 MPa，弹性模量由 0.51 GPa 减小到 0.16 GPa 时，A、B 介质强度比由 0.206 降低至 0.089，复合试样在前三级应力水平下的蠕变应变增量从 0.072%、0.136%和 0.187%增加至 0.081%、0.158%和 0.249%，增长率分别为 12.50%、16.18%和 33.15%。A、B 介质强度比和介质 A 的强度对复合试样的蠕变应变增量起促进作用，且随着应力水平的增加，影响愈发显著。

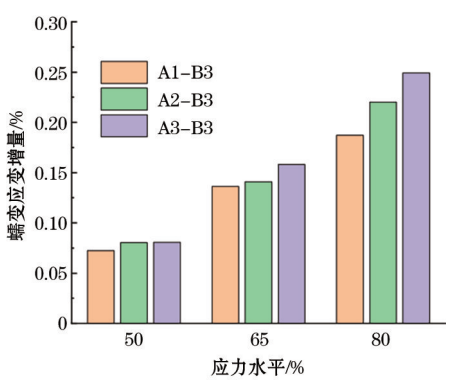


图 5　不同弱介质 A 对复合试样蠕变应变增量的影响

Fig.5　Effects of different weak media A on the creep strain increment of composite specimens

不同弱介质 A 的复合试样蠕变速率曲线如图 6 所示。由图 6 可知,相同应力水平下,不同弱介质 A 的复合试样蠕变速率的变化趋势基本一致,但瞬时蠕变速率和弱介质 A 的强度成反比。当弱介质 A 的强度由 4.85 MPa 减少到 2.10 MPa,弹性模量由 0.51 GPa 减小到 0.16 GPa 时,复合试样在前三级应力水平下的瞬时蠕变速率由 0.271 0%/h、0.318 7%/h 和 0.350 0%/h 增加至 0.475 0%/h、0.527 5%/h 和 0.536 8%/h。

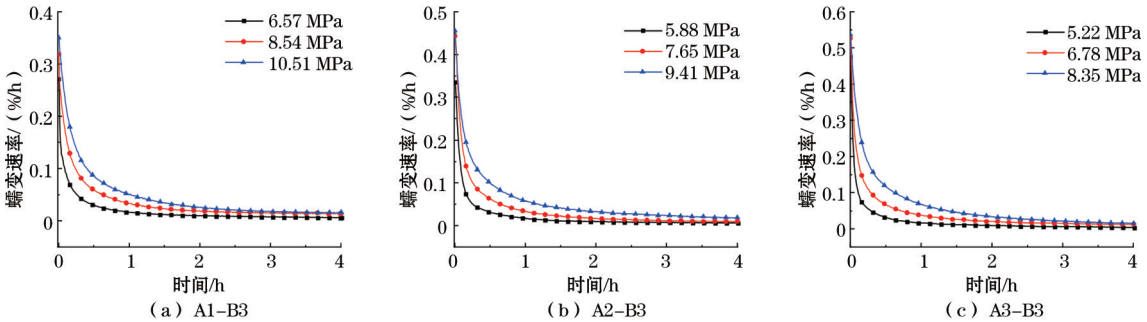


图 6 不同弱介质 A 的复合试样蠕变速率曲线

Fig.6 Creep rate curves of composite specimens with different weak media A

不同介质 A 下复合试样两侧介质的横向应变曲线如图 7 所示。可以看出,应力水平对横向应变的影响比轴向应变更大,复合试样两侧介质中裂隙的出现和扩展都会导致其横向应变发生变化,且介质强度和弹性模量的不同导致其横向应变出现差距。强介质 B 侧的横向应变大于弱介质 A 侧,且随着应力水平提升,复合试样两侧介质横向应变均增加。当弱介质 A 的强度由 4.85 MPa 减少到 2.10 MPa,弹性模量由 0.51 GPa 减小到 0.16 GPa 时,弱介质 A 和强介质 B 在前三级应力水平下的横向应变差由 260 με、368 με 和 524 με 增加到 325 με、447 με 及 667 με。弱介质 A 强度越高,复合试样整体的强度越大,A、B 介质强度比越大,复合试样两侧介质的横向应变差越小。

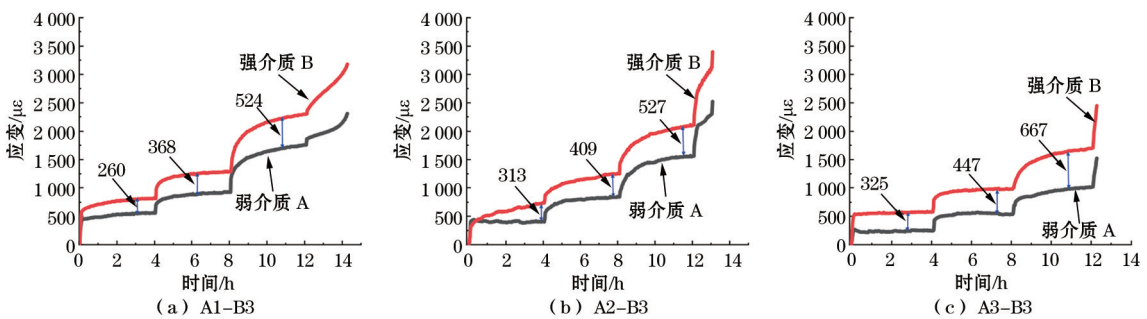


图 7 不同介质 A 下复合试样两侧介质的横向应变曲线

Fig.7 Lateral strain curves of medias on both sides of composite specimens under different media A

由上述试验结果可知,当复合试样中弱介质 A 的强度和弹性模量减小时,A、B 介质强度比也随之减小,使得复合试样轴向变形能力增加,相同应力水平下的瞬时蠕变速率、蠕变应变增量均增加,强弱介质的横向应变差增大,试样更加容易发生蠕变破坏。

2.3 强介质 B 对复合试样蠕变变形特性的影响

以复合试样 A1-B1、A1-B2、A1-B3 为例,分析强介质 B 对复合试样蠕变变形特性的影响(如图 2(a)、图 2(b)、图 2(c)所示)。当强介质 B 的强度从 33.80 MPa 减少到 23.60 MPa,弹性模量从 2.18 GPa 减少至 1.85 GPa 时,复合试样整体的强度从 20.92 MPa 降低至 13.14 MPa;复合试样在前三级应力水平下的瞬时应变由 1.505%、1.652% 和 1.822%降低至 1.185%、1.286%和 1.444%,即介质 B 的强度和弹性模量越高,复合试样瞬时应变越高。

不同强介质 B 对复合试样蠕变应变增量的影响如图 8 所示。可以看出,强介质 B 的强度从 33.80 MPa 减少到 23.60 MPa,弹性模量从 2.18 GPa 减少至 1.85 GPa 时,A、B 介质强度比由 0.144 增加至 0.206,复合试样前三级的蠕变应变增量从 0.029%、

0.058%和0.084%增加至0.072%、0.136%和0.187%。应力水平越高，复合试样蠕变应变增量间的差距越明显，这表明强介质B强度越小，A、B介质强度比越大，复合试样的蠕变增量越大，这一规律与瞬时应变的变化趋势相反。

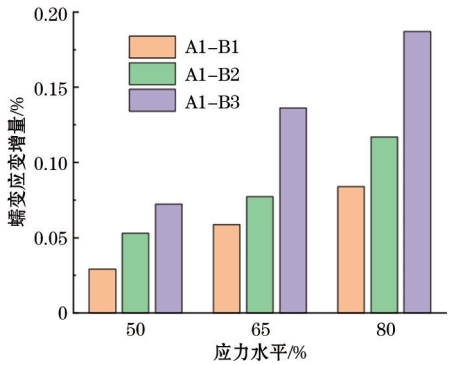


图8　不同强介质B对复合试样蠕变应变增量的影响

Fig.8　Effect of different strong media B on the creep strain increment of composite specimens

不同介质B下复合试样蠕变速率曲线如图9所示。可以看出，当强介质B强度从33.80 MPa减少到23.60 MPa，弹性模量从2.18 GPa减少至1.85 GPa时，复合试样在前三级应力水平下的瞬时蠕变速率由0.185 5%/h、0.250 3%/h和0.269 0%/h增加至0.271 0%/h、0.318 7%/h和0.350 0%/h。表明介质B的强度和弹性模量越高，复合试样的瞬时蠕变速率越小。

复合试样A1-B1、A1-B2和A1-B3在第一级应力水平下的蠕变速率变化曲线如图10所示。可以看出，在第一级应力水平下，各复合试样在稳定蠕变阶段表现出相似的蠕变速率变化趋势；而在减速蠕变阶段，其蠕变速率的下降趋势则存在差异。具体而言，强介质B的强度越大，复合试样减速蠕变阶段持续时间越短，蠕变速率下降趋势越急促，使得该阶段整体缩短，蠕变应变增量越小。

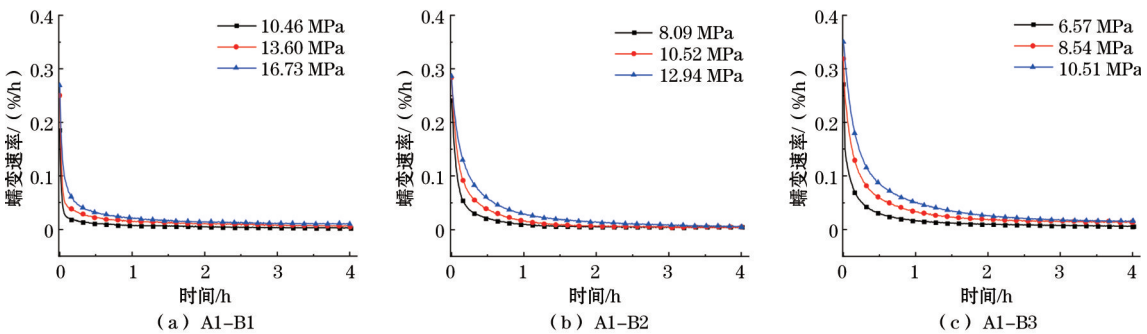


图9　不同介质B下复合试样蠕变速率曲线

Fig.9　Creep rate curves of composite specimens under different media B

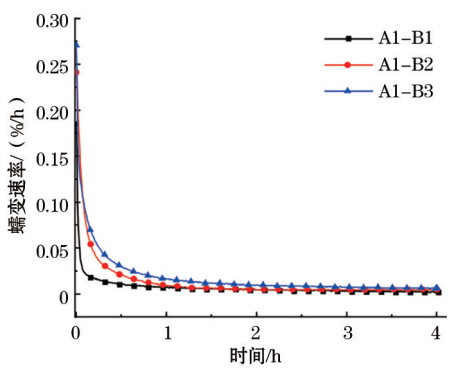


图10　不同介质B下复合试样在第一级应力水平下的蠕变速率曲线

Fig.10　Creep rate curves at the first stress level for composite specimens under different media B

不同介质B下复合试样两侧介质的横向应变曲线如图11所示。可以看出，当强介质B强度从33.80 MPa减少到23.60 MPa，弹性模量从2.18 GPa减少到1.85 GPa时，弱介质A和强介质B在前三级应力水平下的横向应变差由685 με、895 με和1 032 με减小至260 με、368 με及524 με。当强介质B强度和弹性模量降低时，复合试样整体强度随之减小，此时复合试样两侧介质的横向应变均减小，且复合试样两侧介质的横向应变差也随之减小，这与改变弱介质A时的横向应变变化规律相反。此外，随着应力水平的增加，两介质间的应变差会更加突出。

综上所述，当复合试样中强介质B的强度和弹性模量减小时，复合试样整体的强度和弹性模量也减小，同时A、B介质强度比增大。此时，复合试样瞬时蠕变速率、蠕变应变增量和瞬时应变增加；复合试样两侧介质的横向应变均减小，同时两介质间的横向应变差也随之减小。

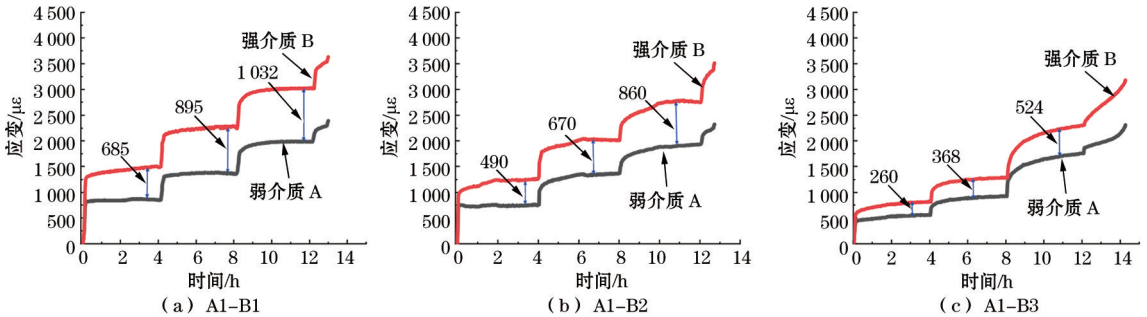


图 11 不同介质 B 下复合试样两侧介质的横向应变曲线

Fig.11 Lateral strain curves of medias on both sides of composite specimens under different media B

3 复合充填体试样蠕变破坏特征

为了探究不同强弱组合对复合充填体试样蠕变破坏特征的影响,选取复合试样蠕变试验的典型破坏面进行对比分析,如图 12 所示。

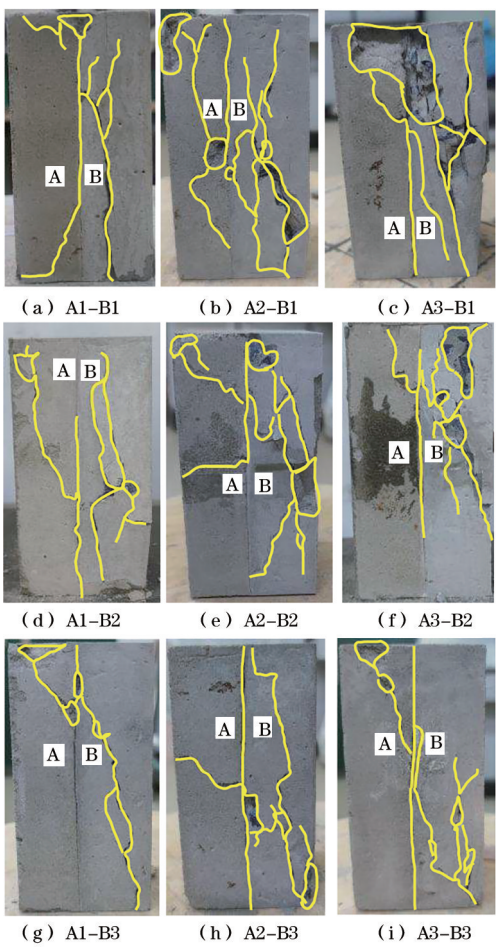


图 12 不同强弱组合复合试样典型试件蠕变破坏形式

Fig.12 Creep failure modes of typical specimens of different strong-weak composite specimens

当进入加速蠕变阶段时,试样开始发生蠕变破坏。如图 12(g)、图 12(h)、图 12(i)所示,在加载过程中,复合试样 A1-B3、A2-B3、A3-B3 在介质接触面处首先出现裂纹,这些裂纹随着荷载的持续作用而逐步扩展并向两端延伸,试样最终以单斜面剪切破坏形式发生整体破坏。破裂面贯穿两种介质,强介质 B 侧裂隙较多,主裂纹在不同位置延伸出多条次生裂纹,破坏程度显著高于弱介质 A 侧。

随着强介质 B 强度和弹性模量的增加,复合试样典型破坏面的破碎程度加剧,且破坏形式有所不同。如图 12(d)、图 12(e)、图 12(f)所示,复合试样 A1-B2、A2-B2、A3-B2 在,强介质 B 侧出现平行于接触面的压缩劈裂破坏,主裂纹在不同位置延伸出的次生裂纹变多,部分区域由于主裂纹与次生裂纹汇集导致破坏面以碎块形式脱落。同时,受接触面黏结效应的影响,强介质 B 中的裂纹会向弱介质 A 扩展,弱介质 A 侧破坏形式仍主要以剪切破坏为主。

随着强介质 B 的强度和弹性模量进一步增加,复合试样典型破坏面的破碎程度更加剧烈。如图 12(a)、图 12(b)、图 12(c)所示,复合试样 A1-B1、A2-B1、A3-B1 的破坏形式均以压缩劈裂破坏为主。在接触面附近及强介质 B 侧均发生劈裂破坏,弱介质 A 侧则出现不同程度的损伤。强介质 B 侧受压缩劈裂破坏作用影响,形成平行于接触面的竖向破裂面,其裂纹尺寸较大,主裂纹数量增加,次生裂纹延伸数量同样增加,且与主裂纹形成多处局部剥落区,试件发生严重变形且侧向应变较大。

综上可知,复合试样两侧介质在强度和弹性模量上的差距对其宏观蠕变破坏形式具有显著影响,随着介质 A、B 两侧介质强度比的增大,复合试样的典型破坏面的破碎程度增大,裂纹尺寸增大,裂纹和剥落区数量增多,破坏形式由剪切破坏逐渐转变为压缩劈裂破坏。

不同强弱组合的复合试样表现出不同的破坏特征,这主要是由于两侧介质横向变形的差异及其所引发的约束效应。当介质差异程度较小时,受接触

面黏结作用的影响，强介质 B 侧的拉裂隙会向弱介质 A 侧扩展，试样主要发生贯穿性的“折线形”剪切破坏，在接触面上形成较小的轴向裂隙，同时伴有轻微的拉伸破坏，试样表面受影响较明显。当介质差异程度较大时，接触面附近主要出现严重的轴向劈裂破坏，受到约束拉应力的影响，拉伸裂隙的形成与扩展最终导致强介质 B 侧发生劈裂破坏，同时在弱介质 A 侧发生局部剪切破坏，两侧介质在接触面处的黏结作用几乎完全失效。

4　复合充填体试样的蠕变本构模型

4.1　复合充填体试样损伤演化方程的构建

复合试样的蠕变破坏是损伤逐渐累积的结果。在减速蠕变阶段和稳定蠕变阶段，损伤持续产生并累积；加速蠕变阶段，损伤急剧发展，试样迅速失稳破坏。考虑介质 A 和介质 B 的强度对复合试样在各级应力水平下变形模量的影响，基于应变等价原理采用变形模量定义损伤变量，通过引入非线性黏壶元件，描述加速蠕变阶段，构建复合试样蠕变本构模型。

复合试样的变形模量随时间延长不断减小，因此将损伤变量用变形模量来表征，并建立损伤演化方程：

$$D=1-\frac{E_t}{E_0} \tag{1}$$

建立损伤演化方程：

$$D(t)=\frac{E_0-E_\infty}{E_0}(1-\mathrm{e}^{-at}) \tag{2}$$

式中：$D(t)$为 t 时刻损伤变量；E_0 为初始变形模量；E_t 为 t 时刻的变形模量；E_∞为稳定时刻变形模量；a 为材料参数。

可得：

$$E(t)=E_0[1-D(t)]=E_0\left[1-\frac{E_0-E_\infty}{E_0}(1-\mathrm{e}^{-at})\right]=E_\infty+(E_0-E_\infty)\mathrm{e}^{-at} \tag{3}$$

考虑组成复合试样介质 A、B 强度的影响，构建每级应力水平下变形模量随时间的变化方程。通过拟合可得初始变形模量随时间的变化关系式，见表 4。

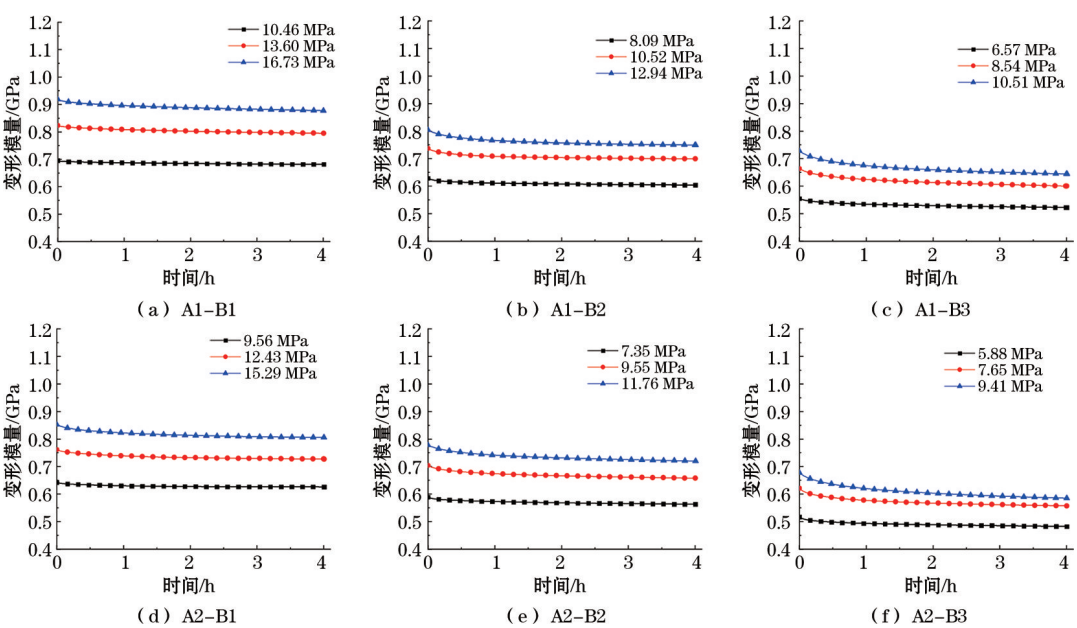
表 4　复合试样在各级应力水平下的初始变形模量拟合公式

Table 4　Fitting formulas for initial deformation modulus of composite specimens at different stress levels

应力水平/%	初始变形模量拟合公式
50	$E(\sigma_A,\sigma_B,0)=0.021\ 06\sigma_A+0.012\ 87\sigma_B+0.147\ 18$
65	$E(\sigma_A,\sigma_B,0)=0.024\ 21\sigma_A+0.015\ 27\sigma_B+0.175\ 71$
80	$E(\sigma_A,\sigma_B,0)=0.028\ 58\sigma_A+0.018\ 28\sigma_B+0.144\ 02$
95	$E(\sigma_A,\sigma_B,0)=0.032\ 1\sigma_A+0.020\ 86\sigma_B+0.153\ 14$

注：$E(\sigma_A,\sigma_B,0)$为介质 A 强度为 σ_A、介质 B 强度为 σ_B 时复合试样的初始变形模量。

加速蠕变阶段前，复合试样在各级应力水平下的变形模量如图 13 所示。可以看出，随着荷载持续作用，变形模量随时间逐渐减小。通过拟合变形模量，介质 A、B 强度及时间之间的关系，得到复合试样在各级应力水平下的变形模量，见表 5。



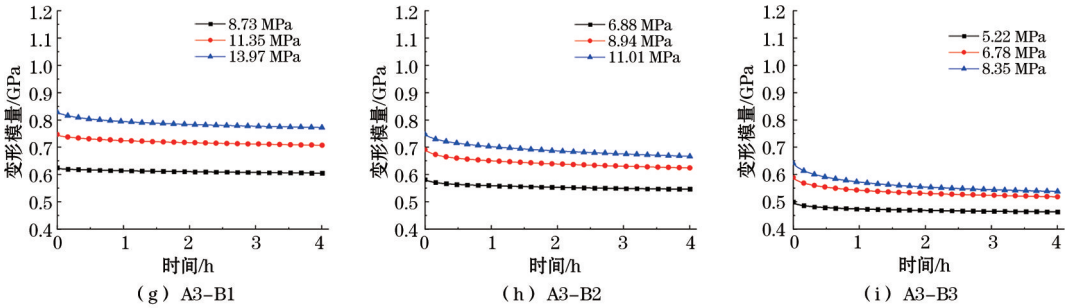


图 13 复合试样前三级应力水平变形模量随时间、应力变化曲线

Fig.13 Variation curves of deformation modulus with time and stress for composite specimens under the first three stress levels

表 5 复合试样在各级应力水平下的变形模量拟合公式

Table 5 Fitting formulas for deformation modulus of composite specimens at different stress levels

应力水平/%	变形模量拟合公式
50	$E(\sigma_A,\sigma_B,t)=(0.023\ 03\sigma_A+0.014\ 03\sigma_B+0.086\ 88)+(0.060\ 3-0.001\ 97\sigma_A-0.001\ 16\sigma_B)e^{-\frac{t}{0.054\ 95\sigma_A+0.061\ 94\sigma_B-0.48}}$
65	$E(\sigma_A,\sigma_B,t)=(0.029\sigma_A+0.017\ 39\sigma_B+0.057\ 26)+(0.118\ 45-0.004\ 83\sigma_A-0.002\ 12\sigma_B)e^{-\frac{t}{0.052\ 05\sigma_A+0.059\ 19\sigma_B-0.344\ 27}}$
80	$E(\sigma_A,\sigma_B,t)=(0.035\ 05\sigma_A+0.021\ 63\sigma_B-0.032\ 49)+(0.176\ 51-0.006\ 47\sigma_A-0.003\ 35\sigma_B)e^{-\frac{t}{0.050\ 99\sigma_A+0.059\ 26\sigma_B-0.295\ 26}}$
95	$E(\sigma_A,\sigma_B,t)=(0.041\ 15\sigma_A+0.025\ 22\sigma_B-0.080\ 62)+(0.233\ 76-0.009\ 05\sigma_A-0.004\ 36\sigma_B)e^{-\frac{t}{0.048\ 76\sigma_A+0.057\ 4\sigma_B-0.187\ 38}}$

注:$E(\sigma_A,\sigma_B,t)$为介质 A 强度为 σ_A、介质 B 强度为 σ_B 时,t 时刻复合试样的变形模量。

利用变形模量定义损伤变量,可得:

$$D(\sigma_A,\sigma_B,t)=1-\frac{E(\sigma_A,\sigma_B,t)}{E(\sigma_A,\sigma_B,0)} \tag{4}$$

式中,$D(\sigma_A,\sigma_B,t)$为 t 时刻复合试样的损伤变量。

假设复合试样蠕变参数的损伤规律和变形模量的损伤规律相同,则其蠕变参数为:

$$M(\sigma_A,\sigma_B,t)=(1-D(\sigma_A,\sigma_B,t))M(\sigma_A,\sigma_B,0) \tag{5}$$

式中:$M(\sigma_A,\sigma_B,0)$为复合试样蠕变参数的初始值;$M(\sigma_A,\sigma_B,t)$为 t 时刻复合试样的蠕变参数值。

4.2 复合试样蠕变本构方程的构建

复合试样在加载时会发生瞬时弹性变形,因此构建蠕变模型时需要加入弹性元件。在低应力水平下,试件蠕变曲线会缓慢上升后趋于平稳,稳定阶段的蠕变速率接近 0;当应力水平超过屈服应力但尚未达到加速应力阈值时,蠕变曲线同样缓慢上升后趋于平稳,此时蠕变速率趋于非零常数。因此,在蠕变模型中,引入并联的凯尔文体与理想黏塑性体,并以屈服应力 σ_{s1} 作为临界值[18]。当应力水平 $\sigma\leqslant\sigma_{s1}$ 时,理想黏塑性体模型为刚体,模型等效于广义凯尔文体。将损伤变量代入模型,得到本构方程为:

$$\sigma+\frac{\eta_1}{E_1+E_2}\dot{\sigma}=\frac{E_1E_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}{E_1+E_2}\varepsilon+\frac{E_1\eta_1[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}{E_1+E_2}\dot{\varepsilon} \tag{6}$$

式中:E_1 为第一个弹性元件的弹性模量;E_2 为第二个弹性元件的弹性模量;$\dot{\sigma}$ 为应力对时间的一阶导数;η_1 为第一个黏壶的黏滞系数;$\dot{\varepsilon}$ 为应变对时间的一阶导数。

当应力水平 $\sigma_{s1}<\sigma\leqslant\sigma_{s2}$ 时,模型类似伯格斯模型,得到本构方程为:

$$(\sigma-\sigma_{s1})+(\frac{\eta_2}{E_1}+\frac{\eta_1}{E_2}+\frac{\eta_2}{E_2})\dot{\sigma}+\frac{\eta_1\eta_2}{E_1E_2}\ddot{\sigma}=\eta_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]\dot{\varepsilon}+\frac{\eta_1\eta_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}{E_1}\ddot{\varepsilon} \tag{7}$$

式中:η_2 为第二个黏壶的黏滞系数;$\ddot{\sigma}$ 为应力对时间的二阶导数;$\ddot{\varepsilon}$ 为应变对时间的二阶导数;σ_{s2} 为加速应力水平阈值。

对式(6)和式(7)两边做拉普拉斯变换,当 $\sigma\leqslant\sigma_{s1}$ 时,可得:

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E_1[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}+\frac{\sigma}{E_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}[1-e^{(-\frac{E_2}{\eta_1}t)}] \tag{8}$$

当 $\sigma_{s1}<\sigma\leqslant\sigma_{s2}$ 时,可得:

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E_1[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}+$$

$$\frac{\sigma}{E_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}[1-e^{(-\frac{E_2}{\eta_1}t)}]+\frac{\sigma-\sigma_{s1}}{\eta_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}t \tag{9}$$

当应力水平超过加速应力水平阈值，即 $\sigma>\sigma_{s2}$ 时，复合试样将发生蠕变破坏，其蠕变曲线存在一段加速上升。加速蠕变应力阈值与试样发生损伤的应力水平下的加载持续时间有关。加速蠕变应力阈值 σ_{s2} 具体计算公式如下[19]：

$$\sigma_{s2}=\sigma_{r-1}+\frac{t}{T}(\sigma_r-\sigma_{r-1}) \tag{10}$$

式中：σ_r 为蠕变破坏的应力水平；σ_{r-1} 为蠕变破坏的前一级应力水平；T 为各级应力加载时长。

由于传统西原模型不能体现复合试样破坏后进入加速蠕变阶段的蠕变特征，因此，本文引入了开关元件并联与非线性黏壶，最终得到复合试样的蠕变本构模型如图 14 所示。

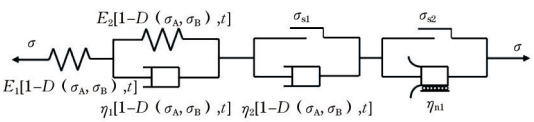


图 14　复合充填体试样改进西原模型

Fig.14　Modified Nishihara model for composite backfill specimens

不同应力水平下，非线性黏壶具有不同的表现形式，其本构关系见式(11)：

$$\varepsilon_a=\begin{cases}0,\sigma\leqslant\sigma_{s2}\\ \dfrac{\sigma-\sigma_{s2}}{2\eta_{n1}}\tau^2,\sigma>\sigma_{s2}\end{cases} \tag{11}$$

式中：ε_a 为非线性黏壶的应变；τ 为时间 t 与进入加速蠕变阶段时间的差值；η_{n1} 为非线性黏壶的黏性系数。

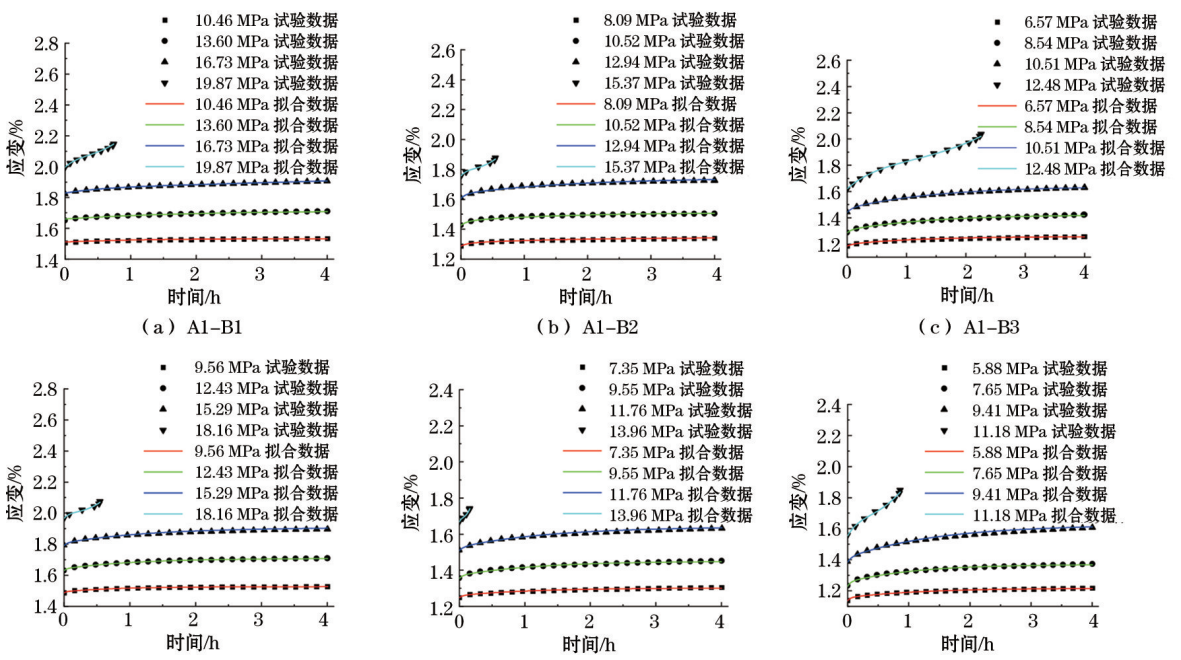
将上述模型串联进蠕变模型，得到 $\sigma>\sigma_{s2}$ 时蠕变本构方程：

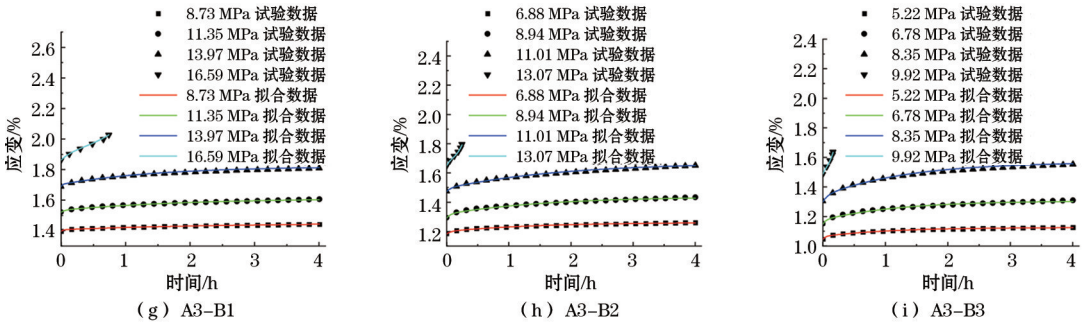
$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E_1[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}+\frac{\sigma}{E_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}[1-e^{-\frac{E_2}{\eta_1}t}]+\frac{\sigma-\sigma_{s1}}{\eta_2[1-D(\sigma_A,\sigma_B,t)]}t+\frac{\sigma-\sigma_{s2}}{2\eta_{n1}}\tau^2 \tag{12}$$

由上可知，式(8)、式(9)、式(12)为不同应力水平下复合试样的蠕变本构方程。

4.3　模型验证

为了验证模型的有效性，基于复合试样的蠕变试验结果，用改进的西原模型对不同强弱介质组合的复合试样蠕变曲线进行拟合，拟合曲线与试验结果对比如图 15 所示。可以看出，所建立的蠕变损伤模型对 9 种复合试样的蠕变曲线拟合良好，拟合精度均高于 0.93。以 A1-B3 复合试样为例，其在各级应力水平下的本构模型参数信息见表 6。所建立的蠕变损伤模型不仅能够描述不同应力水平下复合试样的瞬时变形、减速及稳定蠕变阶段的蠕变变形，而且可用于表征加速蠕变行为，验证了该模型的有效性。





(g) A3-B1 (h) A3-B2 (i) A3-B3

图 15 不同强度组合复合试样蠕变拟合曲线

Fig.15 Creep fitting curves of composite specimens with different strength combinations

表 6 复合试样 A1-B3 蠕变参数拟合结果

Table 6 Fitting results of creep parameters for composite specimen A1-B3

应力/MPa	E_1/GPa	E_2/GPa	η_1/(GPa·h)	η_2/(GPa·h)	η_{n1}/(GPa·h²)	拟合度
6.57	0.554 44	45.797 41	4.324 71	—	—	0.964 57
8.54	0.664 47	39.453 79	2.508 97	—	—	0.989 31
10.51	0.729 59	33.256 11	2.572 15	126.090 92	—	0.984 59
12.48	0.887 36	3.455 70	2.190 08	132.206 35	5.876 89	0.988 28

5 结论

(1) 强弱介质对复合充填结构体蠕变特性存在一定影响,其中强介质 B 对蠕变变形特性和蠕变破坏形式的影响更显著,复合充填结构体的轴向蠕变应变增量、轴向瞬时蠕变速率和介质 B 的强度呈反比。复合试样 A、B 介质强度比越小,两侧介质的横向应变差越大,试样更易发生蠕变破坏。同时,随着介质 B 强度和弹性模量的增加,复合充填结构体的主要蠕变破坏形式由剪切破坏逐渐转变为压缩劈裂破坏,且介质 B 侧的破坏程度相较介质 A 侧更严重,复合试样整体破坏程度更加剧烈。

(2) 基于介质 A、B 对蠕变参数的劣化影响,构建了复合充填结构体蠕变损伤本构模型用于描述复合试样的蠕变过程。改进后的西原模型对复合试样蠕变曲线的拟合精度均高于 0.93,且在加速应力水平下,拟合精度达 0.97 以上,表明该模型对加速蠕变阶段的拟合精度较高,能够较好地描述复合试样蠕变全过程的蠕变变形规律。

(3) 复合充填结构体在地下采场中的应力状态复杂,除承受顶板的压力外,还受围岩的侧向应力作用。后续可对复合充填结构体开展三轴蠕变试验,探究围压对其蠕变特性的影响。同时,可结合声发射试验对试样内部的损伤进行监测,从宏-细观角度研究复合充填结构体的蠕变损伤演化规律,从而更加精细地揭示强弱介质对复合充填结构体蠕变特性和破坏特征的影响机制。

参考文献(References):

[1] 王俊,乔登攀,韩润生,等.阶段空场嗣后充填胶结体强度模型及应用[J].岩土力学,2019,40(3):1105-1112.
WANG Jun, QIAO Dengpan, HAN Runsheng, et al. Strength model of cemented backfill in subsequent filling at the stage of open stope and its application[J]. Rock and Soil Mechanics,2019,40(3):1105-1112.

[2] 曹聪,秦秀山,于世波,等.某铜镍矿两步骤嗣后充填回采地压分布与采场稳定性研究[J].中国矿业,2024,33(增刊 1):297-303.
CAO Cong, QIN Xiushan, YU Shibo, et al. Investigation on the distribution of ground pressure and stope stability under two-step subsequent filling mining in a copper-nickel mine[J]. China Mining Magazine,2024,33(Suppl.1):297-303.

[3] 王其虎,杨帆,王杰,等.复合充填结构体承载破坏演化特征[J].金属矿山,2022(3):43-50.
WANG Qihu, YANG Fan, WANG Jie, et al. Bearing failure evolution characteristics of composite filling structure [J]. Metal Mine,2022(3):43-50.

[4] 姚囝,李鹏程,王其虎,等.复杂地形下缓倾斜磷矿床条带充填分区协同开采技术[J].金属矿山,2020(5):109-116.
YAO Nan, LI Pengcheng, WANG Qihu, et al. Synergetic mining technology for strip-filling zone of gently inclined phosphate deposits under complex terrain[J]. Metal Mine, 2020(5):109-116.

[5] ZHU Xiaojun, GUO Guangli, QIAN Zhi, et al. Simulation analysis of strata movement characteristics of backfill-strip mining[J]. Journal of Mines, Metals and Fuels, 2015, 63 (11):411-418.

[6] 郭广礼,郭凯凯,张国建,等.深部带状充填开采复合承载体变形特征研究[J].采矿与安全工程学报,2020,37(1):101-109.
GUO Guangli, GUO Kaikai, ZHANG Guojian, et al. Research on deformation characteristics of coupled coal-backfills bearing in deep strip backfilling mining[J]. Journal of Mining & Safety Engineering,2020,37(1):101-109.

[7] 王其虎,张光权,叶义成,等.废石尾砂交替充填采场复合支撑体应力协调研究[J].中国安全科学学报,2019,29(4):96-103.
WANG Qihu, ZHANG Guangquan, YE Yicheng, et al. Study on stress coordination of composite support body in stope filled alternately with waste rock and tailings[J]. China Safety Science Journal,2019,29(4):96-103.

[8] 程爱平,戴顺意,舒鹏飞,等.考虑应力水平和损伤的胶结充填体蠕变特性及本构模型[J].煤炭学报,2021,46(2):439-449.
CHENG Aiping, DAI Shunyi, SHU Pengfei, et al. Creep characteristics and constitutive model of cemented backfill considering stress and damage[J]. Journal of China Coal Society,2021,46(2):439-449.

[9] 蔡煜,曹平.基于Burgers模型考虑损伤的非定常岩石蠕变模型[J].岩土力学,2016,37(增刊2):369-374.
CAI Yu, CAO Ping. A non-stationary model for rock creep considering damage based on Burgers model[J]. Rock and Soil Mechanics,2016,37(Suppl.2):369-374.

[10] 王其虎,叶义成,刘艳章,等.考虑初始损伤和蠕变损伤的岩石蠕变全过程本构模型[J].岩土力学,2016,37(增刊1):57-62.
WANG Qihu, YE Yicheng, LIU Yanzhang, et al. A creep constitutive model of rock considering initial damage and creep damage[J]. Rock and Soil Mechanics,2016,37(Suppl.1):57-62.

[11] FU Jianxin, ZHANG Bangyi, TAN Yuye, et al. Study on creep characteristics and damage evolution of surrounding rock and filling body (SR-FB) composite specimens[J]. Journal of Materials Research and Technology, 2023, 23:5382-5399.

[12] 程爱平,付子祥,刘立顺,等.胶结充填体蠕变硬化-损伤特征及非线性本构模型[J].采矿与安全工程学报,2022,39(3):449-457.
CHENG Aiping, FU Zixiang, LIU Lishun, et al. Creep hardening-damage characteristics and nonlinear constitutive model of cemented backfill[J]. Journal of Mining & Safety Engineering,2022,39(3):449-457.

[13] 程爱平,付子祥,邓代强,等.高低应力水平下胶结充填体蠕变特征及分数阶本构模型[J].中国矿业大学学报,2023,52(2):276-285+299.
CHENG Aiping, FU Zixiang, DENG Daiqiang, et al. Creep characteristics and fractional order constitutive model of cemented backfill under high and low stress levels[J]. Journal of China University of Mining & Technology,2023,52(2):276-285+299.

[14] 孙琦,张向东,杨佳,等.冻结条件下风积土蠕变损伤特性及本构模型研究[J].公路交通科技,2015,32(5):61-67.
SUN Qi, ZHANG Xiangdong, YANG Jia, et al. Study on creep damage characteristics and constitutive model of aeolian soil under freezing condition[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2015,32(5):61-67.

[15] 刘长明,张红.基于变蠕变参数的巷道围岩蠕变模型研究[J].煤矿安全,2020,51(11):39-43+49.
LIU Changming, ZHANG Hong. Research on creep model of roadway surrounding rock based on variable creep parameters[J]. Safety in Coal Mines,2020,51(11):39-43+49.

[16] 孙晓明,缪澄宇,姜铭,等.基于改进西原模型的不同含水率砂岩蠕变实验及理论研究[J].岩石力学与工程学报,2021,40(12):2411-2420.
SUN Xiaoming, MIAO Chengyu, JIANG Ming, et al. Experimental and theoretical study on creep behaviors of sandstone with different moisture contents based on modified Nishihara model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2021,40(12):2411-2420.

[17] 徐心语,胡斌,董承旺,等.考虑时效损伤的炭质泥页岩分数阶蠕变模型研究[J].采矿与岩层控制工程学报,2025,7(1):145-156.
XU Xinyu, HU Bin, DONG Chengwang, et al. Fractional-order creep model of carbonaceous shale considering age damage[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering,2025,7(1):145-156.

[18] 慕焕东,邓亚虹,赫佳,等.基于分数阶导数理论的Q_3黄土流变本构模型研究[J].工程地质学报,2022,30(4):1077-1086.
MU Huandong, DENG Yahong, HE Jia, et al. Study on rheological model of Q_3 loess based on fractional derivative theory[J]. Journal of Engineering Geology,2022,30(4):1077-1086.

[19] 陈绍杰,刘小岩,韩野,等.充填膏体蠕变硬化特征与机制试验研究[J].岩石力学与工程学报,2016,35(3):570-578.
CHEN Shaojie, LIU Xiaoyan, HAN Ye, et al. Experimental study of creep hardening characteristic and mechanism of filling paste[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2016,35(3):570-578.