基于博弈论-云模型的离子型稀土矿原地浸出采场边坡稳定性评价*

廖健龙，孙洪军，万奕

（辽宁工业大学 土木建筑工程学院， 辽宁 锦州市 121001）

摘要：针对离子型稀土矿开采中边坡易失稳、传统稳定性判据方法难以量化动态多场耦合不确定性的难题，构建了基于博弈论与云模型的边坡稳定性评价模型。依据唯一性、目的性、可行性和可观测性4个原则，构建涵盖地质力学参数、浸矿工艺、边坡地质条件、水文气象特征及区域地质特征的多维度评价指标体系；采用博弈论优化融合模糊层次分析法（FAHP）确定的主观权重与熵权法确定的客观权重，实现主、客观权重的协同赋权；引入云模型量化边坡稳定性隶属度，利用期望、熵和超熵表征参数取值的随机模糊性。以赣南某离子型稀土矿区为例进行工业应用，结果表明：该矿区1#、2#、3#边坡综合稳定性评分分别为74.8（次不稳定）、58.9（较稳定）和99.3（不稳定），与现场实际观测结果和改进AHP法计算结果一致，较传统极限平衡法能提前发现潜在风险，验证了博弈论-云模型可得出可靠的判别结果且具有较高的风险敏感性。研究结果为离子型稀土矿边坡稳定性动态管控提供了理论依据。

关键词：离子型稀土矿；博弈论-云模型；多场耦合；指标权重；边坡稳定性

中图分类号：TD824.7　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1005-2763(2026)05-0091-10

Slope Stability Evaluation of In-Situ Leaching Stope for Ionic Rare Earth Mines Based on Game Theory-Cloud Model

Liao Jianlong, *Sun Hongjun*, *Wan Yi*

(School of Civil and Architectural Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou, Liaoning 121001, China)

Abstract: Aiming at the problem that the slope is easy to lose stability in the mining of ionic rare earth mines, and the traditional stability criterion method is difficult to quantify the uncertainty of dynamic multi-field coupling, a slope stability evaluation model based on game theory and cloud model was constructed. According to the four principles of uniqueness, purpose, feasibility and observability, a multi-dimensional evaluation index system covering geomechanical parameters, leaching process, slope geological conditions, hydrometeorological characteristics and regional geological characteristics was constructed. The game theory was used to optimize the subjective weight determined by the fuzzy analytic hierarchy process (FAHP) and the objective weight determined by the entropy weight method, so as to realize the collaborative weighting of subjective and objective weights. The cloud model was introduced to quantify the membership degree of slope stability, and the expectation, entropy and super entropy were used to characterize the random fuzziness of parameter values. An ionic rare earth mining area in southern Jiangxi was taken as an example for industrial application. The results show that the comprehensive stability scores of 1#, 2# and 3# slopes in the mining area are 74.8 (sub-unstable), 58.9 (relatively stable) and 99.3 (unstable), respectively, which are consistent with the actual observation results and the calculation results of the improved AHP method. Compared with the traditional limit equilibrium method, the potential risks can be found in advance. It is verified that the game theory-cloud model can provide reliable discriminant results and has high-risk sensitivity. The research results provide a theoretical basis for the dynamic control of slope stability of ionic rare earth mines.

Key words: Ionic rare earth mine, Game theory-cloud model, Multi-field coupling, Index weight, Slope stability

* **收稿日期**：2025-05-18

基金项目：2022年辽宁省研究生联合培养示范基地项目（YJD202204）；2023年辽宁省教育厅高等学校基本科研项目（JYTMS20230865）；2024年辽宁省科技计划联合计划项目（2024011314-JH2/1026）

作者简介：廖健龙（1997—），男，广东河源人，硕士研究生，主要从事边坡稳定性相关研究工作。E-mail：jianlongliao@163.com

通信作者：孙洪军（1973—），男，辽宁阜新人，博士，教授，主要从事岩土工程相关教学与科研工作。E-mail：Sunhongjun_2006@163.com

0 引言

离子型稀土矿是我国重要的战略资源,其主要分布于赣南等南方地区。在工程实践中,多采用原地浸出工艺来回收稀土元素,该方法虽具有环保与经济特性,但会削弱矿体强度,进而引发滑坡事故,造成资源损失及环境污染[1]。边坡稳定性是矿区安全生产与环境保护的核心问题,其分析方法的选择十分重要。传统的边坡稳定性分析方法在静态条件下可靠性较高,但在处理原位浸出的动态演化问题时存在明显局限。定性分析法(如赤平投影法、工程类比法等)虽能快速评估边坡安全稳定状况,却对地质勘探数据的准确性极为依赖[2-3]。定量分析法(如极限平衡法、有限单元法等)在计算时通常基于理想化条件及简化假设,在处理非力学性质与不确定性参数方面存在一定局限性,在应对复杂地质条件及多种因素相互作用的实际情形时存在弊端[4-8]。

对此,学者们开始探索新的不确定性分析方法。在众多边坡稳定性评价方法中,层次分析法可通过定量与定性分析相结合的方式解决指标之间的冲突,但打分时受专家意见与个人判断的影响较大,易受主观偏见的影响而导致结果出现偏差[9];以熵权法为主的客观赋权方法,能够充分利用数据信息,但对数据的完整度要求较高,数据缺失时可靠性较低[10];基于专家经验的模糊层次分析法虽能弥补数据缺失的不足,但容易受到主观判断的影响[11]。博弈论主客观赋权方法则为冲突解决提供了一种协调思路,不足的是,该模型往往只停留在简单目标体系层面,难以适用原位浸出工艺的动态权重优化机制。

对此,本文将模糊层次分析方法和熵权法进行创新性融合,建立基于博弈论和云模型的协同赋权模型,并将所构建的协同赋权体系应用于稀土矿边坡稳定性评价。研究结果为复杂地质条件下的边坡稳定性评价提供了新的评价方法,对工程实践具有重要参考意义。

1 离子型稀土矿边坡稳定性评价方法

1.1 评价指标体系构建

离子型稀土矿边坡稳定性评价要综合考虑原位浸矿工艺的特殊性、参数的不确定性及工程的可操作性。目前评估系统存在指标数量过多、关联性冗余等问题,可能会导致主要参数重要性被掩盖或计算效率降低等问题[12-13]。为剔除冗余指标、提升基本参数表述能力并建立一套简化、有效的评价体系,本研究在对主要控制因素进行分析的基础上,依据唯一性、目的性、可行性和可观测性 4 个原则,构建指标筛选框架。其中,唯一性原则要求去除冗余或无效指标,目的性原则着重强调指标需准确反映边坡稳定性特征,可行性原则要求体现数据的可获得性与实用性,可观测性原则则需要保障参数含义清晰、定量明确。根据赣南稀土矿区实测数据,结合我国相应规范要求[14-15],通过理论分析和工程案例的验证,最终形成了涵盖地质力学参数、浸矿工艺、边坡地质条件、水文气象特征及区域地质特征的多维度评价体系。该评价体系以全风化层黏聚力、注液强度、日最大降雨量、地震峰值加速度等作为核心参数,兼顾评价的准确性、规范性及工程适用性,可为离子型稀土矿边坡稳定性评估提供科学依据。离子型稀土原地浸矿边坡稳定性评价体系如图 1 所示。

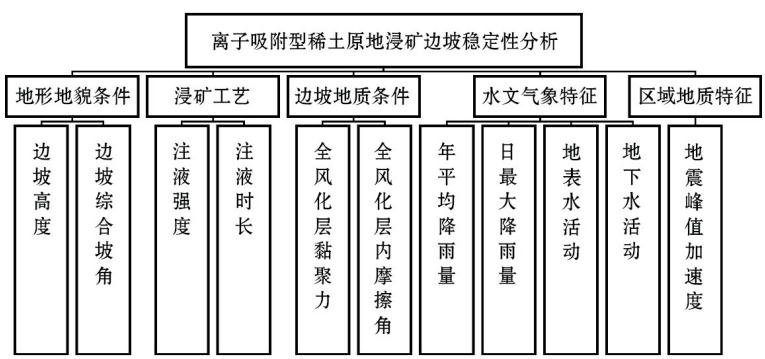


图 1 离子型稀土原地浸矿边坡稳定性评价体系

Fig.1 Evaluation system of slope stability for ion-adsorption rare earth in-situ leaching mine

1.2 基于熵权法与模糊层次分析法的博弈论组合赋权模型

1.2.1 熵权法确定客观权重

熵权法是一种根据指标数据的离散程度来确定权重的客观加权方法。指标的信息熵越小,其数据分布的离散程度越大,则该指标在综合评价中占有更大的权重。熵权法计算完全依据数据本身,有效避免了人为主观参与,更加客观且科学。熵权法的具体步骤如下[16-17]。

(1) 数据标准化。

为了确保计算的公平性,将所有数据通过数学方法转化为无量纲数据的相对值,并映射到统一的数值区间,以此消除指标间的量纲差异。根据指标的差异采取不同的处理方法:对于正向指标 y_{ij}^{+}(数值越大越有利),采用式(1)将原始数据的极值映射至区间的上下限;对于负向指标 y_{ij}^{-}(数值越小越有利),则采用式(2)进行计算。若某个指标所有样本的原始数据均无差异,则需手动删除该指标或调整加权技术,以此避免干扰整体分析。

$$y_{ij}^{+}=\frac{x_{ij}-\min x_j}{\max x_j-\min x_j} \tag{1}$$

$$y_{ij}^{-}=\frac{\max x_j-x_{ij}}{\max x_j-\min x_j} \tag{2}$$

式中:x_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 个指标值;$\max x_j$、$\min x_j$ 分别表示第 j 列的最大值与最小值。标准化处理后得到矩阵 $\boldsymbol{Y}=[y_{ij}]_{n\times m}$,其中 n 为样本数,m 为指标数。

(2) 计算比重矩阵。

计算比重矩阵时,需将每个指标下的样本值转化成能反映其相对重要性的概率值,具体计算公式见式(3)。将各列的归一化结果相加,随后用样本值除以对应列的总和,以此保证同一指标下所有样本的总权重为 1。

$$p_{ij}=\frac{y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}y_{ij}} \tag{3}$$

式中,p_{ij} 表示第 i 样本在第 j 个指标中的比重。当满足每列的比重和 $\sum_{i=1}^{n}p_{ij}=1$,即可得到比重矩阵 $\boldsymbol{P}=[p_{ij}]_{n\times m}$。

(3) 计算信息熵。

信息熵的计算基于各样本比重值的对数加权求和。信息熵越小,表明指标数据的离散程度越高,所提供的信息量越大,不确定性越低。具体见式(4)。

$$e_j=-\frac{1}{\ln n}\ln p_{ij}\sum_{i=1}^{n}p_{ij} \tag{4}$$

式中,e_j 表示第 j 个指标的信息熵。

(4) 计算差异系数。

确定差异系数的目的是衡量数值指标的有效变异程度,以表明数据的相关程度。具体计算公式见式(5)。

$$d_j=1-e_j \tag{5}$$

式中,d_j 表示第 j 个指标的差异系数。差异系数向量 $\boldsymbol{d}=[d_1,d_2,\cdots,d_m]$。

(5) 计算权重。

用差异系数对熵权进行归一化处理,可得到各指标数据的变异程度与其在综合评价中的重要度的权重百分比。见式(6)。

$$w_j^{(o)}=\frac{d_j}{\sum_{k=1}^{m}d_k} \tag{6}$$

式中,$w_j^{(o)}$ 表示第 j 个指标的权重。可得到客观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(o)}=(w_1^{(o)},w_2^{(o)},\cdots,w_m^{(o)})^{\mathrm{T}}$,$\sum_{j=1}^{m}w_j^{(o)}=1$。

1.2.2 FAHP 法确定主观权重

模糊层次分析法(FAHP)是一种将模糊数学与层次分析法相结合的决策方法,其三角模糊量化的主要目的是在三角模糊评价中将定性评价转化为定量评价,以此解决主观评价中的不确定性问题,排除极端评价对评价结果的不利影响,使模型更加可靠,指标权重分配更加合理[18]。模糊层次分析法的基本步骤如下[19-20]。

(1) 构建模糊判断矩阵。

为了表达决策的模糊性和不确定性,专家在表 1 的基础上使用三角模糊数对同一级别内的指标进行两两比较,并构建模糊矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$,见式(7):

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}(1,1,1) & \tilde{a}_{12} & \cdots & \tilde{a}_{1n}\\ \tilde{a}_{21} & (1,1,1) & \cdots & \tilde{a}_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \cdots & (1,1,1)\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中:$\tilde{a}_{ij}=(l_{ij},m_{ij},u_{ij})$ 为三角模糊数,表示指标 i 相对于指标 j 的重要程度,l_{ij} 为下限,m_{ij} 为最可能值,u_{ij} 为上限;n 表示同一层次中指标的数量,即矩阵的阶数。

表 1 三角模糊数比较标度及其倒数关系

Table 1 Triangle fuzzy number comparison measures and their inverse relationship

语言术语	标度含义	三角模糊数(l,m,u)	倒数模糊数($1/u$,$1/m$,$1/l$)
同等重要	指标 i 与指标 j 重要性相同	(1,1,1)	(1,1,1)
略微重要	指标 i 比指标 j 稍占优势	(1,3,5)	(1/5,1/3,1)
较强重要	指标 i 比指标 j 明显重要	(3,5,7)	(1/7,1/5,1/3)
强烈重要	指标 i 比指标 j 强烈占优	(5,7,9)	(1/9,1/7,1/5)
极端重要	指标 i 比指标 j 绝对主导	(7,9,9)	(1/9,1/9,1/7)
中间值	相邻标度间的折中判断	如(2,4,6)	对应倒数为(1/6,1/4,1/2)

(2) 去模糊化。

将模糊语言评价转换为特定数值的过程称为去模糊化。通过对各个模糊数区间进行合理赋权,将三角模糊数的一般分布特性细化为量化的可比标度值,详见式(8)和式(9)。

$$a_{ij}=\frac{l_{ij}+2m_{ij}+u_{ij}}{4} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{n\times n},\ a_{ij}>0,\ a_{ji}=\frac{1}{a_{ij}} \tag{9}$$

式中:a_{ij} 表示去模糊化后的清晰比较值,即指标 i 相对于指标 j 的具体数值比较结果;$\boldsymbol{A}$ 表示去模糊化后的清晰判断矩阵;a_{ji} 为 a_{ij} 的倒数。

(3) 计算指标权重。

利用几何平均数将模糊判断矩阵转化为指标权重,既能减少极端值的影响,又能平衡好指标之间的关系,有助于维持判断矩阵的一致性,同时使得权重分配的结果更具有协调性,具体见式(10)和式(11)。

$$g_i=\sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n}a_{ij}},\ i=1,2,\cdots,n \tag{10}$$

$$\begin{cases} w_i^{(s)}=\dfrac{g_i}{\sum\limits_{k=1}^{n}g_k} \\ \sum\limits_{i=1}^{n}w_i^{(s)}=1 \end{cases} \tag{11}$$

式中:g_i 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中第 i 行元素的几何平均值;$w_i^{(s)}$ 表示第 i 个指标的主观权重。即可得到主观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(s)}=(w_1^{(s)},w_2^{(s)},\cdots,w_n^{(s)})^{\mathrm{T}}$。

(4) 一致性检验。

一致性检验的目的是验证专家判断的逻辑合理性。通过式(12)计算出一致性指数,将其与统计得出的同阶随机一致性指数(见表 2)进行比较,最终通过式(13)计算得出一致性比率,对矩阵进行一致性检验。

$$CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1} \tag{12}$$

$$CR=\frac{CI}{RI} \tag{13}$$

式中:CI 表示一致性指标;$\lambda_{\max}$ 表示判断矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最大特征值;CR 表示一致性比率;RI 为随机一致性指标,是一个预设的数值,取决于矩阵的阶数 n,可通过查阅表 2 获得。若 $CR<0.1$,表明权重分配合理;反之则必须修改判断矩阵,以避免主观矛盾,确保分配的权重结果符合专家经验客观逻辑。

表 2 平均一致性指标

Table 2 Average consistency indicators

n	RI	n	RI
3	0.52	7	1.36
4	0.89	8	1.41
5	1.12	9	1.46
6	1.26		

1.2.3 博弈论融合主客观权重

博弈论组合赋权法的基本原理是通过构建博弈模型,将主观赋权方法与客观赋权方法得到的各个赋权结果进行协调优化,通过博弈均衡的方式保持每种方法的优势。该方法充分利用数学模型来平衡不同赋权方法之间的矛盾性与互补性,综合考虑客观数据统计规律和主观经验价值取向,提高了综合评价系统的科学性和综合决策的合理性。博弈论组合赋权法步骤如下[21-22]。

(1) 方程组的构建。

根据博弈论融合赋权法的原理,构建并求解一个线性方程组,以确定最佳的组合系数。该方程组由不同赋权方法的权重向量在各种组合下的最小化偏差目标函数导出,详见式(14)和式(15)。

$$\boldsymbol{MX}=\boldsymbol{C} \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a \\ d \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中:$\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$,为构造的系数矩阵;$a$ 表示主观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(s)}$ 与自身的点积;b 表示主观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(s)}$ 与客观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(o)}$ 的点积;d 表示客观权重向量 $\boldsymbol{w}^{(o)}$ 与自身的点积;$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$,为解向量;$\alpha$,$\beta$ 为方程组的原始解,即未归一化前的组合系数;$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} a \\ d \end{pmatrix}$,为常数向量。

(2) 方程组的求解与归一化。

在求解以 $\boldsymbol{M}$ 为系数矩阵的线性方程组之前,需进行奇异性检查。若 $\boldsymbol{M}$ 的行列式的绝对值小于预设的极小容差(本文取 $\varepsilon=10^{-10}$),则该矩阵被认为是奇异矩阵,即该方程组不存在唯一解,在这种情况下,α 和 β 均设为 1;若矩阵 $\boldsymbol{M}$ 被判定为非奇异矩阵,那么原始组合系数 α 和 β 可以直接求得,后续再根据式(16)和式(17)进行归一化处理。

$$\alpha^{*}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \tag{16}$$

$$\beta^{*}=\frac{\beta}{\alpha+\beta} \tag{17}$$

式中,α^{*} 和 β^{*} 为归一化后的组合系数。

(3) 综合权重计算与验证。

综合权重向量由归一化处理后的组合系数对主观权重向量和客观权重向量进行线性加权求得。为确保博弈论融合模型的科学性、准确性及可靠性,需对计算结果的归一化组合系数和综合权重之和进行校验,详见式(18)至式(20)。

$$\boldsymbol{w}^{*}=\alpha^{*}\boldsymbol{w}^{(s)}+\beta^{*}\boldsymbol{w}^{(o)} \tag{18}$$

$$\alpha^{*}+\beta^{*}=1 \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i^{*}=1 \tag{20}$$

式中,$\boldsymbol{w}^{*}=(w_1^{*},\cdots,w_n^{*})^{\mathrm{T}}$ 表示最终权重向量,第 n 个元素 w_n^{*} 表示第 n 个指标在综合评价体系中的最终权重。

1.3 云模型综合评价

云模型综合评价是一种基于一定范围内定量数值和定性概念的综合方法。利用云模型 3 个数值(即期望值 Ex、熵 En 和超熵 He)来表达数据的分布特征。云模型综合评价步骤如下[23-24]。

(1) 数据归一化处理。

数据归一化的主要目的是消除各种评估指标数值范围和尺度上的差异,保证数据在一致的尺度上具有可比性。通过式(21)将正向指标通过线性变换从其原始值映射到一个预定区间,数值越大,标准化结果越高。反之则通过式(22)对负向指标进行归一化处理。

$$x'=20+80\times\frac{x-\min x_j}{\max x_j-\min x_j} \tag{21}$$

$$x'=20+80\times\frac{\max x_j-x}{\max x_j-\min x_j} \tag{22}$$

式中:x' 为归一化后的值;x 为原始指标值;$\min x_j$、$\max x_j$ 分别为每个样本在指标 j 上的最小值和最大值。

(2) 计算综合得分。

标准化指标数据经过加权和累加后,可用于衡量参评对象的整体表现,是计算综合分数的基础,详见式(23)。

$$S=\sum_{j=1}^{n}w_j^{*}\cdot x'_j \tag{23}$$

式中:S 为综合得分值;w_j^{*} 为第 j 个指标的综合权重;x'_j 为第 j 个指标归一化处理后的值。

(3) 逆向云参数计算。

为确定数据的分布特征和不确定性,逆向云参数计算从归一化数据中科学提取了 3 个基本参数:期望值 Ex、熵 En 和超熵 He,详见式(24)至式(26)。

$$Ex=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{24}$$

$$En=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-Ex\right|\times\sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{25}$$

$$He=\sqrt{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-Ex)^2-En^2\right|} \tag{26}$$

式中,x_i 表示第 i 个数据样本的值。

(4) 构建正向云模型。

正向云模型通过设定评估等级的基本参数(期望、熵和超熵)生成标准云分布图,以可视化形式将不同稳定性级别的数据特征映射出来。根据概率分布生成云滴,并通过概率分布测算隶属度,最终形成以评估值为横坐标,以隶属度概率为纵坐标的二维

云图,详情见式(27)至式(29)。

$$En' = En + He \cdot \varepsilon \ (\varepsilon \sim N(0,1)) \quad (27)$$

$$x_{cloud} = Ex + En' \cdot \eta \ (\eta \sim N(0,1)) \quad (28)$$

$$y = e^{-\frac{(x_{cloud}-Ex)^2}{2(En')^2}} \quad (29)$$

式中:ε,η 为标准正态分布随机数(均值为0,标准差为1);En' 为扰动后的熵,若计算结果为负值,则其取绝对值;x_{cloud} 为评分值;y 为隶属度。

2 工程应用

以赣南某离子型稀土矿区边坡[25]为研究对象,其注液孔间距为2 m,矿体平均埋深为1 m。注液强度为0.3 m/d,注液时间120 d,相应的边坡物理力学及几何参数见表3。经现场勘察,该地区地下水位埋深较深,地表无水。地震加速度峰值为0.05g,年平均降水量为1 645 mm,最大日降水量为90 mm。根据边坡稳定性分析,浸出作业前,采矿区的3个边坡均为稳定边坡;浸出后,1#、2#边坡稳定,3#边坡局部出现了裂缝。

表3 边坡物理力学及几何参数

Table 3 Physical-mechanical and geometry parameters of slope

边坡	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)	坡高/m	坡度/(°)
1#边坡	10	22	55	20.2
2#边坡	24	20	22	20.9
3#边坡	3	18	39	34.0

2.1 计算指标权重

在指标权重计算阶段,定量指标可基于研究区域的实测数值进行后续的权重运算;而对于"地表水活动"和"地下水活动"这一类定性指标,须遵循评价指标稳定性分级标准(见表4)并结合现场监测数据,先进行科学合理的量化转换,再纳入权重计算流程。采用式(1)和式(2)对原始数据进行归一化处理。将处理后的数据代入式(3)至式(6),通过熵权法确定边坡的客观权重,相关计算结果见表5。

表4 评价指标稳定性分级标准

Table 4 Stability classification standard of evaluation indicators

一级指标	二级指标	分级标准			
		20～40(稳定)	40～60(较稳定)	60～80(次不稳定)	80～100(不稳定)
地形地貌条件	边坡高度	0～10	10～20	20～30	30～40
	边坡综合坡度	15～20	20～25	25～30	30～35
浸矿工艺	注液强度	0～0.1	0.1～0.2	0.2～0.3	0.3～0.4
	注液时长	0～50	50～100	100～150	150～200
边坡地质条件	全风化层黏聚力	32～24	24～16	16～8	8～0
	全风化层内摩擦角	45～35	35～25	25～15	15～5
水文气象特征	年平均降雨量	600～800	800～1 000	1 000～1 200	1 200～1 400
	日最大降雨量	0～50	50～100	100～150	150～200
	地表水活动	无淤积	局部淤积	大范围淤积	无法排泄地表水
	地下水活动	无渗水	点状渗水	线状渗水	面状渗水
区域地质特征	地震峰值加速度	0～0.15	0.15～0.20	0.20～0.30	0.30～0.40

表5 熵权法计算的客观权重结果

Table 5 The result of calculating objective weight by entropy weight method

二级指标	信息熵	差异系数	客观权重
全风化层内摩擦角	0.579 4	0.420 6	0.048 3
全风化层黏聚力	0.511 9	0.488 1	0.056 1
边坡高度	0.575 0	0.425 0	0.048 8
边坡综合坡度	0.630 6	0.369 4	0.042 4
注液强度	0.000 0	1.000 0	0.114 9
注液时长	0.000 0	1.000 0	0.114 9
年平均降雨量	0.000 0	1.000 0	0.114 9
日最大降雨量	0.000 0	1.000 0	0.114 9
地表水活动	0.000 0	1.000 0	0.114 9
地下水活动	0.000 0	1.000 0	0.114 9
地震峰值加速度	0.000 0	1.000 0	0.114 9

采用 FAHP 法计算主观权重。结合专家意见和边坡实测数据,采用表 1 判断标准,对 5 个一级评价指标的重要性进行比较,确定一级模糊判断矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{A}}_1$,见式(30)。

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}_1=\begin{bmatrix}(1,1,1) & (1,2,3) & (2,3,4) & (3,4,5) & (4,5,6)\\ (1/3,1/2,1) & (1,1,1) & (1,2,3) & (2,3,4) & (3,4,5)\\ (1/4,1/3,1/2) & (1/3,1/2,1) & (1,1,1) & (1,2,3) & (2,3,4)\\ (1/5,1/4,1/3) & (1/4,1/3,1/2) & (1/3,1/2,1) & (1,1,1) & (1,2,3)\\ (1/6,1/5,1/4) & (1/5,1/4,1/3) & (1/4,1/3,1/2) & (1/3,1/2,1) & (1,1,1)\end{bmatrix} \tag{30}$$

根据式(8)至式(9)计算得到去模糊化矩阵 $\boldsymbol{A}_1$,见式(31)。

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}1.000\,0 & 2.000\,0 & 3.000\,0 & 4.000\,0 & 5.000\,0\\ 0.583\,3 & 1.000\,0 & 2.000\,0 & 3.000\,0 & 4.000\,0\\ 0.354\,2 & 0.583\,3 & 1.000\,0 & 2.000\,0 & 3.000\,0\\ 0.258\,3 & 0.354\,2 & 0.583\,3 & 1.000\,0 & 2.000\,0\\ 0.204\,2 & 0.258\,3 & 0.354\,2 & 0.583\,3 & 1.000\,0\end{bmatrix} \tag{31}$$

依据式(10)至式(13)计算一级指标权重并进行一致性检验,结果见表 6。

表 6 一级指标权重计算结果

Table 6 The calculated results of the weight of the first-level indicators

一级指标	权重	一致性检验
边坡基本条件	0.407 8	
地形地貌条件	0.265 4	
浸矿工艺	0.163 4	$CR=0.051<0.1$,通过检验。
水文气象特征	0.100 1	
区域地质特征	0.063 4	

重复上述流程,计算二级指标权重。在进行一致性检验时,由于边坡基本条件、地形地貌条件、浸矿工艺的二级指标数为 2,故无需进行一致性检验。采用式(12)至式(13)对水文气象特征的二级指标进行一致性检验,计算得 $CR=0.052<0.1$,通过一致性检验。各指标权重计算结果见表 7。

表 7 基于 FAHP 法的主观权重计算结果

Table 7 The calculated results of subjective weight based on FAHP method

一级指标	二级指标	一级指标权重	二级指标权重	综合权重
边坡基本条件	全风化层内摩擦角	0.407 8	0.480 7	0.196
	全风化层黏聚力		0.519 3	0.212
地形地貌条件	边坡高度	0.265 4	0.350 7	0.093
	边坡综合坡度		0.649 3	0.172
浸矿工艺	注液强度	0.163 4	0.480 7	0.079
	注液时长		0.519 3	0.085
水文气象特征	年均降雨量	0.100 1	0.376 2	0.038
	日最大降雨量		0.391 0	0.039
	地表水活动强度		0.143 0	0.014
	地下水活动强度		0.089 8	0.009
区域地质特征	地震峰值加速度	0.063 4	1.000	0.063

结合主观权重和客观权重的计算结果,采用博弈论组合赋权法动态平衡最佳计算比例,通过线性融合的方式计算组合权重。通过式(14)至式(18)计算得,$\alpha^*=0.621$,$\beta^*=0.379$,相关权重计算结果见表 8。依据式(19)和式(20)进行校验,计算得到的归一化组合系数之和及综合权重之和均为 1,验证通过。

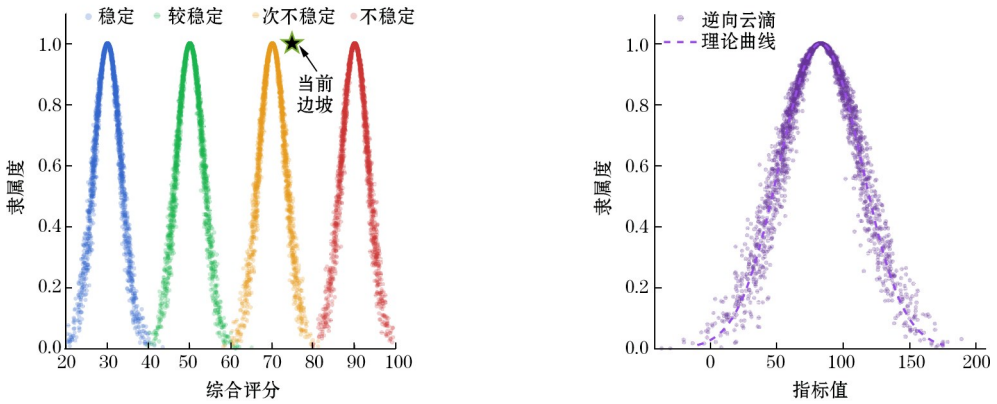
表 8 基于博弈论组合赋权法的权重计算结果

Table 8 The calculated results of the weight based on game theory combination weighting method

二级指标	组合权重
全风化层黏聚力	0.140 0
全风化层内摩擦角	0.153 0
边坡高度	0.076 2
边坡综合坡度	0.122 9
注液强度	0.092 6
注液时长	0.096 3
年平均降雨量	0.067 1
日最大降雨量	0.067 8
地表水活动	0.052 2
地下水活动	0.049 1
地震峰值加速度	0.082 7

2.2 边坡稳定性评价

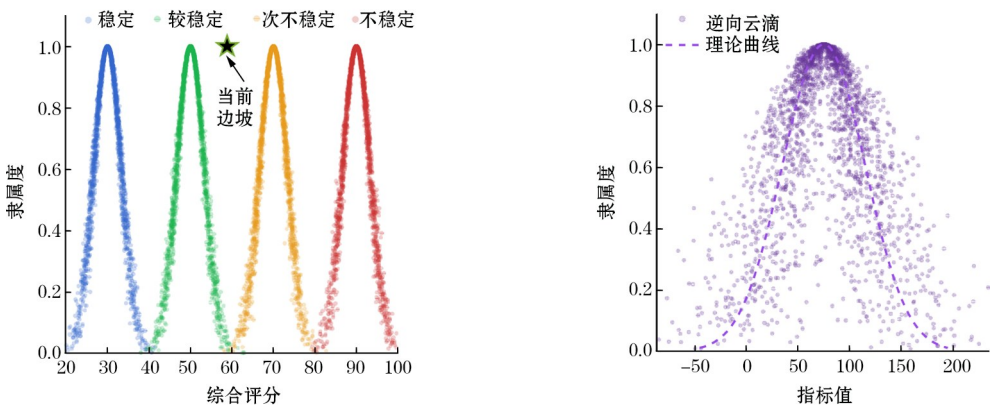
根据边坡稳定性分级标准,综合权重计算结果与现场监测数据,通过式(21)和式(22)对原始数据进行归一化处理,再代入式(23)至式(29),通过云模型对区域边坡稳定性进行分析,得到 1#~3# 边坡的综合安全评估值分别为 74.8,58.9 和 99.3。依照边坡稳定性分级标准,对应 3 个边坡的安全状态依次为:次不稳定,较稳定,不稳定。相关计算结果如图 2 至图 4 所示。



(a) 边坡稳定性评价云图 (b) 边坡评价指标逆向云滴分布

图 2 1# 边坡云模型综合评价结果

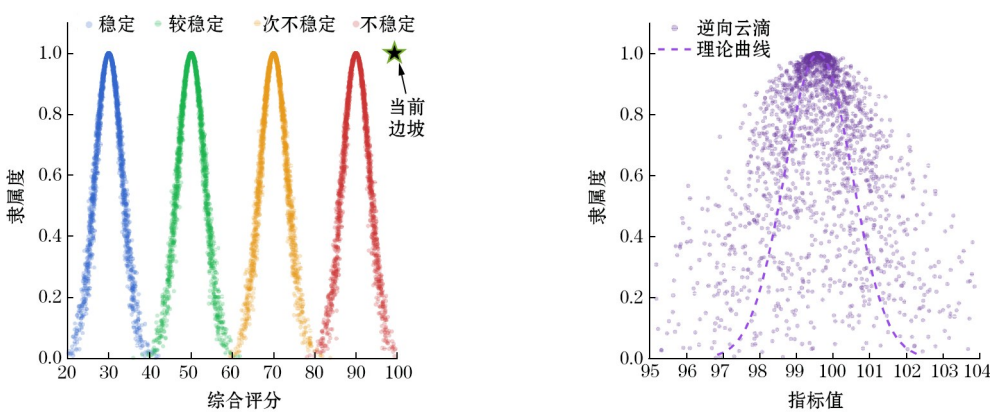
Fig.2 Comprehensive evaluation results of 1# slope cloud model



(a) 边坡稳定性评价云图 (b) 边坡评价指标逆向云滴分布

图 3 2# 边坡云模型综合评价结果

Fig.3 Comprehensive evaluation results of 2# slope cloud model



(a) 边坡稳定性评价云图 (b) 边坡评价指标逆向云滴分布

图 4 3# 边坡云模型综合评价结果

Fig.4 Comprehensive evaluation results of 3# slope cloud model

2.3 结果分析

为进一步验证博弈论-云模型评价体系的优越性,将该模型与实际观测结果、极限平衡法、改进 AHP 法得到的边坡稳定性结果进行对比分析,结果见表 9。在观测期内,3# 边坡局部出现了裂缝,与模型结果较一致;1# 和 2# 边坡无破坏迹象。通过对比极限平衡法和改进 AHP 法的结果,发现仅 1# 和 2# 边坡处于稳定状态,且改进 AHP 法得到的结果

与本文模型结果完全一致。

表 9 评价结果对比

Table 9 Comparison of evaluation results

评价方法	边坡稳定性		
	1#边坡	2#边坡	3#边坡
博弈论-云模型	次不稳定(74.8)	较稳定(58.9)	不稳定(99.3)
实际观测结果[25]	稳定	稳定	不稳定(局部裂缝)
极限平衡法[25]	稳定	稳定	不稳定
改进 AHP 法[25]	次不稳定(69.09)	较稳定(58.47)	不稳定(80.08)

由表 9 可知,博弈论-云模型、改进 AHP 法及极限平衡法对 3# 边坡均判定为“不稳定”,与实际观测结果一致,验证了这 3 种方法对重大危险状态的识别能力。但在对比分析时发现,改进 AHP 法的评分(80.08)仅略高于“次不稳定”与“不稳定”的界定阈值(80),存在临界模糊性,而博弈论-云模型评分(99.3)显著高于阈值,更贴合实际风险程度,对不稳定状态的敏感性更优。对于 2# 边坡,博弈论-云模型与改进 AHP 法判定为“较稳定”,相比极限平衡法判定的“稳定”范围具有更高的风险预警能力。针对 1# 边坡,本文模型和改进 AHP 法均识别出“次不稳定”,极限平衡法仅判定为“稳定”,揭示了传统方法易忽略的过渡性风险,表明综合评价模型较极限平衡法在稳定性划分上更加精细。

综上,本文提出的博弈论-云模型采用博弈论融合熵权法、FAHP 法确定主客观权重,利用云模型结合数字特征量化指标的模糊性和随机性,弥补了传统极限均衡法依赖确定性参数的不足,突出了权重融合算法与不确定性量化分析相结合的先进性和创新性。相比其他方法,本文提出的模型具有较高的风险敏感性和判别可靠性。

3 结论

为解决离子型稀土矿原位浸出工艺边坡易失稳问题,提出了一种基于博弈论和云模型的协同赋权模型,将地质力学参数、浸矿工艺、边坡地质条件、水文气象特征及区域地质特征等纳入评价体系,建立原位浸出工艺边坡稳定性评价模型,并在赣南某离子型稀土矿区进行实例验证,得到以下主要结论。

(1) 基于博弈论的主、客观权重动态融合方法,有效平衡了熵权法(客观赋权)与模糊层次分析法(主观赋权)间的偏差,将主、客观权重差异控制在可接受范围内,显著提高了权重分配的合理性。结合云模型的期望、熵和超熵参数,实现了边坡稳定性模糊性和随机性的量化分析,提高了动态多场耦合下边坡稳定性风险评价的准确性。

(2) 应用博弈论-云模型对赣南稀土矿区中 1#、2#、3# 边坡稳定性进行综合评价,得到 3 个边坡的综合评分分别为 74.8(次不稳定)、58.9(较稳定)和 99.3(不稳定),判别结果与现场实际观测结果、改进 AHP 法计算结果相符,比传统极限平衡法提前发现风险因素。验证了本文提出模型具有可靠的判别结果和较高的风险敏感性。

(3) 博弈论-云模型方法有效克服了离子型稀土矿边坡稳定性评价中静态赋权及主观因素影响的局限性,对边坡稳定性风险进行不确定性量化分析,细化了稳定性分级,达成了高精度的稳定性风险预警目标。研究成果可为原位浸出工艺边坡稳定性的动态控制及稀土资源的绿色开采提供理论支撑。

(4) 博弈论-云模型目前只针对稀土矿边坡进行了分析,在未来研究中,应进一步考虑多区域数据的结合,以对参数进行更加高效的优化。例如,利用机器学习算法减少主观判断对结果的影响等,结合原位浸出的动态过程监测数据实现实时预警。并将该模型拓展应用于露天矿等其他工程实例,进一步提升其理论与工程价值。

参考文献(References):

[1] 王永宏,许明旭,高超.赣南离子型稀土矿区滑坡灾害易发性评价:以定南县为例[J].矿业研究与开发,2024,44(7):100-109.
Wang Yonghong, Xu Mingxu, Gao Chao. Evaluation of landslide disaster susceptibility in ionic rare earth mining area in Southern Jiangxi Province: a case study of Dingnan County[J]. Mining Research and Development,2024,44(7):100-109.

[2] Su Peidong, Qiu Peng, Liu Bo, et al. Stability prediction and optimal angle of high slope in open-pit mine based on two-dimension limit equilibrium method and three-dimension numerical simulation[J]. Physics and Chemistry of the Earth,2022,127:103151.

[3] Zhao Xingdong, Zhao Yifan, Yu Wenlong. The safety factor of a heterogeneous slope in an open-pit metal mine: a case study from the Tanjianshan gold mine[J]. Frontiers in Earth Science,2023:990454.

[4] Kumar Sumit, Choudhary Shiva Shankar, Burman Avijit. Recent advances in 3D slope stability analysis: a detailed review[J]. Modeling Earth Systems and Environment,2023,9(2):1445-1462.

[5] Vaishnai Bansal, Raju Sarkar. Comparative analysis of slope stability for kalimpong region under dynamic loading using limit equilibrium method and machine benchmark learning classifiers[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering,2024,48(4):2785-2807.

[6] Fhatuwani Sengani, Dhiren Allopi. Accuracy of two-dimensional limit equilibrium methods in predicting stability of homogenous road-cut slopes[J]. Sustainability, 2022, 14(7):3872.

[7] Yan Wujian, Tian Xinxin, Wu Zhijian, et al. Seismic effects of loess slopes using physical modeling and numerical simulation[J]. Frontiers in Earth Science, 2023:1058701.

[8] Sun Yongshuai, Li Zhihui, Yang Ke, et al. Analysis of the influence of water level change on the seepage field and stability of a slope based on a numerical simulation method [J]. Water, 2023, 15(2):216.

[9] Zhang Jian, He Peng, Xiao Jie, et al. Risk assessment model of expansive soil slope stability based on Fuzzy-AHP method and its engineering application [J]. Geomatics, Natural Hazardsand Risk, 2018, 9(1):389-402.

[10] Qiao Chen, Wang Yu, Li Changhong, et al. Application of extension theory based on improved entropy weight method to rock slope analysis in cold regions[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2021, 39:4315-4327.

[11] Xia Peng, Hu Xinli, Wu Shuangshuang, et al. Slope stability analysis basedon group decision theory and fuzzy comprehensive evaluation [J]. Journal of Earth Science, 2020, 31:1121-1132.

[12] Wang Guangpeng, Liu Yong, Hu Ziying, et al. Flood risk assessment based on fuzzy synthetic evaluation method in the Beijing-Tianjin-Hebei Metropolitan Area, China [J]. Sustainability, 2020, 12(4):1451.

[13] Li Limin, Cheng Shaokang, Wen Zongzhou. Landslide prediction based on improved principal component analysis and mixed kernel function least squares support vector regression model[J]. Journal of Mountain Science, 2021, 18(8):2130-2142.

[14] 中华人民共和国建设部,中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局.岩土工程勘察规范:GB 50021—2001[S].北京:中国建筑工业出版社,2009.

[15] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局,中国国家标准化管理委员会.滑坡防治工程勘查规范:DZ/T 32864—2016[S].北京:中国标准出版社,2016.

[16] 吴会军,熊永亮,姚俊伟,等.基于多指标的四川地区典型岩质边坡稳定性评价[J].矿业研究与开发,2021,41(7):61-65.
Wu Huijun, Xiong Yongliang, Yao Junwei, et al. Stabilityevaluation of typical rock slope in Sichuan based on multiple indexes[J]. Mining Research and Development, 2021, 41(7):61-65.

[17] 高强,彭秀华.基于云模型-熵权法的大坝风险等级评价[J].人民长江,2023,54(11):208-213.
Gao Qiang, Peng Xiuhua. Dam risk level evaluation based on cloud model-entropy weight method [J]. Yangtze River, 2023, 54(11):208-213.

[18] 周苏华,付宇航,徐智文,等.基于主客观赋权法的福建省地质灾害易发性评价[J].安全与环境学报,2023,23(9):3204-3214.
Zhou Suhua, Fu Yuhang, Xu Zhiwen, et al. Geological disasters susceptibility mapping in Fujian Province based on subjective and objective weighting[J]. Journal of Safety and Environment, 2023, 23(9):3204-3214.

[19] 程杰,吴贤振,王庆,等.基于 FAHP 模型的边坡稳定性评价[J].矿业研究与开发,2019,39(12):46-50.
Cheng Jie, Wu Xianzhen, Wang Qing, et al. Evaluation of slope stability based on FAHP model[J]. Mining Research and Development, 2019, 39(12):46-50.

[20] Yang Xiaojie, Hao Zhenli, Liu Keyuan, et al. An improved unascertained measure-set Pair analysis model based on fuzzy AHP and entropy for landslide susceptibility zonation mapping[J]. Sustainability, 2023, 15(7):6205.

[21] 王黎蝶,侯克鹏,孙华芬,等.基于改进的博弈论-变权可拓模型的边坡稳定评估[J].有色金属工程,2021,11(9):100-106.
Wang Lidie, Hou Kepeng, Sun Huafen, et al. Evaluation ofslope stability based on improved game theory-variable weight extension model[J]. Nonferrous Metals Engineering, 2021, 11(9):100-106.

[22] 任杰,李角群,路增祥,等.基于博弈论-主客观多属性组合赋权的采矿方法优选[J].矿业研究与开发,2025,45(3):24-30.
Ren Jie, Li Jiaoqun, Lu Zengxiang, et al. Optimal selection of the mining method based on game theory-subjective and objective multi-attribute combined weighting [J]. Mining Research and Development, 2025, 45(3):24-30.

[23] 张银博,李耀业,张兴博,等.基于博弈论-云化物元模型的昆仑山山区公路边坡稳定性分析[J].公路,2024,69(8):137-144.
Zhang Yinbo, Li Yaoye, Zhang Xingbo, et al. Analysis ofslope stability in Kunlun mountain highways based on game theory-cloud element model[J]. Highway, 2024, 69(8):137-144.

[24] 吴功勇,聂兴信,张鑫,等.基于主客观综合赋权-正向云模型的露天矿含软弱岩层组高陡复杂边坡稳定性分级评定[J].有色金属工程,2024,14(9):150-162.
Wu Gongyong, Nie Xingxin, Zhang Xin, et al. Stability ofhigh and steep slope of weak rock formation in open pit mine based on subjective and objective comprehensive weight-forward cloud model [J]. Nonferrous Metals Engineering, 2024, 14(9):150-162.

[25] 曾伟,谢韶宜,王观石,等.基于 AHP 层次分析法的离子型稀土矿原地浸出边坡稳定评价研究[J].中国矿业,2023,32(4):72-80.
Zeng Wei, Xie Shaoyi, Wang Guanshi, et al. Study on slope stability evaluation system for ionic rare earth ore in-situ leaching process based on AHP[J]. China Mining Magazine, 2023, 32(4):72-80.