



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2404786

引用格式:张红梅,孙志远,许谨,等.小型无铰式旋翼直升机的建模与抗扰悬停控制[J].科学技术与工程,2025,25(15):6548-6560.

Zhang Hongmei, Sun Zhiyuan, Xu Jin, et al. Modeling of a small hingeless rotor unmanned helicopter and Anti-disturbance hovering control [J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(15): 6548-6560.

## 小型无铰式旋翼直升机的建模抗扰悬停控制

张红梅<sup>1,2</sup>, 孙志远<sup>1</sup>, 许谨<sup>1</sup>, 孙学一<sup>1</sup>, 王禹龙<sup>1</sup>

(1. 沈阳航空航天大学自动化学院, 沈阳 110136; 2. 辽宁通用航空研究院, 沈阳 110136)

**摘要** 针对大扰动下小型无人直升机位置的精准控制和机体震颤问题,提出了一种改进的滑模控制器。首先,针对亚拓 T-REX 300X 机型动力学模型中包含的未知气动参数,设计了三项飞行实验用于数据采集,并确定了完整的气动参数。其次,设计了位置和航向双通道控制策略并提出了一种改进的滑模控制器,实现其在持续大扰动下的悬停控制;此外还结合稳定性分析给出了在滑模趋近律中可以有效抑制震颤的参数范围。模型验证实验表明,通过飞行实验确定的气动参数具有较高的保真性;控制仿真实验表明,在持续的大扰动下阶跃响应的稳态误差小于 0.02。在改进的滑模控制器下,直升机控制精度高、震颤弱,舵控信号曲线平滑,更有利于实际工程中无人直升机在有扰动下的精准悬停实现。

**关键词** 滑模控制; 动力学模型; 飞行实验; 参数确定; 无铰式旋翼

中图法分类号 V249.1;

文献标志码 A

### Modeling of a Small Hingeless Rotor Unmanned Helicopter and Anti-disturbance Hovering Control

ZHANG Hong-mei<sup>1,2</sup>, SUN Zhi-yuan<sup>1</sup>, XU Jin<sup>1</sup>, SUN Xue-yi<sup>1</sup>, WANG Yu-long<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;

2. Liaoning General Aviation Academy, Shenyang 110136, China)

**[Abstract]** In view of the position control accuracy and body chattering of small unmanned helicopter under large disturbance, an improved sliding mode controller (SMC) was proposed. Firstly, for the unknown parameters in the dynamic model of small unmanned helicopter named Align T-REX 300, three flight experiments were designed for the data acquisition, determining the comprehensive aerodynamic parameters. Then, the dual-channels control strategy with an improved SMC was designed to realized the helicopter hovering. The parameters ranges of SMC were presented by combining stability analysis, which can effectively suppress chattering. The model validation experiment shows that the aerodynamic parameters determined by the flight experiments have high fidelity. Moreover, the control simulations show that the steady state error of the step responses is less than 0.02 under the continuous large disturbance. Under the improved SMC with high control accuracy and weak tremor, the servos' control signal curves are smooth, which is more conducive for achieving the flight control of unmanned helicopter under the disturbance in actual engineering.

**[Keywords]** sliding mode control; dynamic model; flight experiments; parameter determination; hingeless rotor

无人直升机兼具空中悬停和垂直升降功能,并且拥有较快飞行速度的优点,广泛应用于军、民用领域<sup>[1]</sup>。然而,无人直升机在空中悬停时,纵向与横向耦合严重,稳定性较差。并且在执行吊装任务时常常面临风扰的影响。因此,增强无人直升机悬停控制的鲁棒性引起了相当广泛的关注<sup>[2]</sup>。

首先,直升机建模是其控制器设计的前提和基础。确定模型中未知的气动参数是直升机建模中的一项重难点。风洞试验通常只能测量小型无人机或大型飞行器的缩比模型,并且洞壁干扰现象会导致较大的测量误差<sup>[3]</sup>;受风洞实验的成本限制,

中国拥有风洞实验平台的机构也十分有限。在不使用风洞实验获取数据的情况下,文献[4-6]均采用扫频实验对小型无人直升机进行了参数辨识,分别结合改进的蚁群算法和广义正交基函数方法完成对控制系统相关参数辨识。由于扫频实验通常难以获得详细的频率响应数据,并且要求数据采集端具有高灵敏度,所以对实验室设备也有较高要求。此外,针对无人直升机的控制问题,文献[7]提出滑模控制器并采用粒子群算法优化控制参数,能够保证系统高鲁棒性特点,但是机体抗抖动效果较差。文献[8]采用PID(proportional integral derivative)控制法

收稿日期:2024-06-26 修订日期:2024-11-17

基金项目:2023年度辽宁省教育厅基本科研项目(JYTMS20230244)

第一作者:张红梅(1973—),女,汉族,辽宁沈阳人,博士,副教授。研究方向:飞行器姿态控制与轨迹优化。E-mail:zhanghm001@yeah.net。

完成了悬停和低速飞行控制,并对不同速度飞行情形做了飞行的半物理仿真,但未考虑模型扰动。文献[9]基于  $H_\infty$  方法完成了风扰环境下的直升机悬停控制,但是高度控制的精度不理想并且具有滞后性。文献[10]采用滑模控制法实现有限时间内悬停控制,但控制输入曲线振动较大,不利于实际控制。文献[11]针对六旋翼无人机在有限时间下的控制问题,提出了终端滑模鲁棒控制器,但是在有扰动的情况下,系统震颤问题较为明显。

综上所述,针对抗大扰动悬停控制问题,提升无人直升机的悬停控制鲁棒性仍然具有挑战性。针对亚拓 T-REX300 型号小型无铰式旋翼电动无人直升机,提出一种抗扰动的悬停控制策略。首先,给出了具有实用性和低成本的三项飞行实验方法获取数据,确定直升机较为完备的气动参数。其次,基于文献[12]对永磁同步电机调速控制系统所提出的抑制震颤问题的方法,提出一种改进的滑模控制器,实现小型无人直升机在持续大扰动下水平位置、高度和航向姿态的高精度、强鲁棒性控制;通过 Lyapunov 稳定性证明,给出能够有效消抖的趋近率参数条件。所提出的控制器不但能使直升机悬停抖震幅度大幅降低,而且还能保证舵机输出角控制变量具有高平滑度特性,更有利于实际飞行控制的实现。

### 1 飞行运动学和动力学模型

建立直升机的机体坐标系和惯性坐标系如图 1 所示。根据牛顿-欧拉法<sup>[13]</sup>,建立无铰式旋翼直升机的飞行运动学方程为

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V} \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\omega} \tag{2}$$

其中:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - u_{wind} \\ v - v_{wind} \\ w - w_{wind} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\Theta}) = \begin{bmatrix} 1 & s\varphi t\theta & c\varphi t\theta \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi/c\theta & c\varphi/c\theta \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中:  $\boldsymbol{\Theta} = [\varphi, \theta, \psi]^T$  为直升机在机体坐标系下的飞行姿态角;  $\boldsymbol{\omega} = (p, q, r)^T$  为机体坐标系下的角速度向量;  $\mathbf{P} = [x, y, z]^T$  为直升机在惯性坐标系下的位置向量;  $\mathbf{V}$  为直升机在机体坐标系下相对于风速的速度;  $(u, v, w)$  为机体坐标系下的飞行速度;  $(u_a, v_a, w_a)$  为惯性坐标下的飞行速度;  $\mathbf{T}(\boldsymbol{\Theta})$  为集总变换矩阵;  $s, c, t$  分别表示三角函数  $\sin, \cos, \tan$ 。机体坐标系向惯性坐标系的转换矩阵为

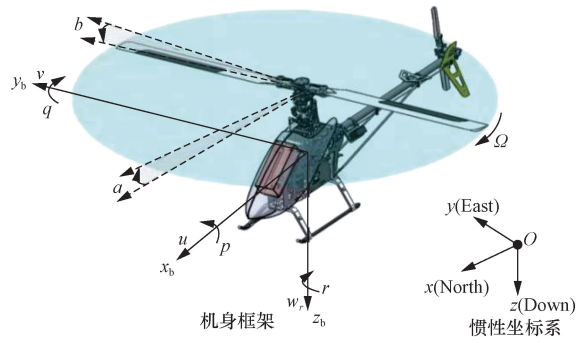


图 1 坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of coordinate system

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\varphi s\theta c\psi - c\varphi s\psi & c\varphi s\theta c\psi + s\varphi s\psi \\ c\theta s\psi & s\varphi s\theta s\psi + c\varphi c\psi & c\varphi s\theta s\psi - s\varphi c\psi \\ -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix} \tag{5}$$

此外建立动力学方程为

$$\dot{\mathbf{V}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} + \frac{\mathbf{F}_b}{m} + \frac{\mathbf{F}_{bg}}{m} \tag{6}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}[\mathbf{M}_b - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega})] \tag{7}$$

式中:  $m$  为系统总质量;  $\mathbf{J} = \text{diag}\{I_x, I_y, I_z\}$  为直升机转动惯量;  $\mathbf{F}_b$  和  $\mathbf{M}_b$  分别为气动力向量和气动力矩向量,表达式为

$$\mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} X_{mr} + X_{fus} \\ Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{tr} + Y_{vf} \\ Z_{mr} + Z_{fus} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} L_{mr} + L_{vf} + L_{tr} \\ M_{mr} \\ N_{mr} + N_{vf} + N_{tr} \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中:  $(X_{mr}, Y_{mr}, Z_{mr}), (L_{mr}, M_{mr}, N_{mr})$  为主旋翼的力和力矩;  $(Y_{tr}, (L_{tr}, N_{tr}))$  为尾旋翼的力和力矩;  $(X_{fus}, Y_{fus}, Z_{fus})$  为机身阻力;  $(Y_{vf}, (L_{vf}, N_{vf}))$  为直升机垂直鳍尾的力和力矩。

定义  $\mathbf{F}_{bg}$  为重力在机体坐标系的投影向量,有

$$\mathbf{F}_{bg} = \begin{bmatrix} -mgsin\theta \\ mgsin\varphi cos\theta \\ mgcos\varphi cos\theta \end{bmatrix} \tag{10}$$

#### 1.1 主旋翼的力和力矩

在机体坐标系下,直升机主旋翼产生拉力为

$$T_{mr} = \frac{\rho\Omega_{mr}R_{mr}^2 C_{l\alpha, mr} c_{mr}}{2} (w_{bl, mr} - v_{i, mr}) \tag{11}$$

$$v_{i, mr}^2 = \sqrt{\left(\frac{v_{mr}^{\wedge 2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{T_{mr}}{2\pi\rho R_{mr}^2}\right)^2} - \frac{v_{mr}^{\wedge 2}}{2} \tag{12}$$

$$v_{mr}^{\wedge 2} = u_a^2 + v_a^2 + w_{r, mr}(w_{r, mr} - 2v_{i, mr}) \tag{13}$$

$$w_{r, mr} = w_a + au_a - bv_a \tag{14}$$

$$w_{bl, mr} = w_{r, mr} + \frac{2}{3}\Omega_{mr}R_{mr}\theta_{col} \tag{15}$$

$$\theta_{col} = K_{col}\delta_{col} + \theta_{col,0} \quad (16)$$

式中:  $T_{mr}$  表示主旋翼拉力;  $v_{i,mr}$  为主旋翼旋转产生的诱导速度;  $\Omega_{mr}$  为主旋翼转速;  $R_{mr}$  为主旋翼的桨盘半径;  $\rho$  表示空气密度;  $c_{mr}$  为桨叶弦长;  $C_{l\alpha,mr}$  为主旋翼桨叶的升力曲线斜率;  $w_{bl,mr}$  为主旋翼旋转的净垂向空速;  $\theta_{col}$  为主旋翼的总距角;  $a$ 、 $b$  分别为直升机的纵向和横向挥舞角。

在实际悬停飞行状态下主旋翼的挥舞角极小,通常将其忽略。升力曲线斜率会随着桨叶的转速、迎角等因素成非线性变化,但是通常在确定的较小范围内将其视为线性的。式(16)表明主旋翼总距角与舵机输出角呈线性关系,将在后面的曲线拟合部分证明。

主旋翼产生的拉力在机体轴方向上的分量可以分别表示为

$$\begin{cases} X_{mr} = -T_{mr}\sin a \\ Y_{mr} = T_{mr}\sin b \\ Z_{mr} = -T_{mr}\cos a\cos b \end{cases} \quad (17)$$

各分力控制直升机的俯仰、滚转和升降运动;此外主旋翼产生的力矩在三轴方向上的分量为

$$\begin{cases} L_{mr} = (K_{\beta} + T_{mr}H_{mr})\sin b \\ M_{mr} = (K_{\beta} + T_{mr}H_{mr})\sin a \\ N_{mr} = -P_{mr}/\Omega_{mr} \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中:  $H_{mr}$  为主旋翼桨毂到直升机重心的垂向高度;  $K_{\beta}$  为主旋翼的刚性系数,描述桨叶的形变难易程度;  $P_{mr}$  为直升机控制旋翼转动时的总功率。

## 1.2 尾旋翼的力和力矩

尾旋翼旋转时产生的拉力与主旋翼旋转产生拉力的原理相同。尾旋翼旋转产生的拉力矩在  $z_b$  轴方向上抵消主旋翼的升力矩,从而控制直升机的偏航。尾旋翼产生的拉力公式为

$$T_{tr} = \frac{\rho\Omega_{tr}R_{tr}^2C_{l\alpha,tr}c_{tr}(w_{bl,tr} - v_{i,tr})}{2} \quad (19)$$

$$v_{i,tr}^2 = \sqrt{\left(\frac{\hat{v}_{tr}^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{T_{tr}}{2\pi\rho R_{tr}^2}\right)^2} - \frac{\hat{v}_{tr}^2}{2} \quad (20)$$

$$\hat{v}_{tr}^2 = u_a^2 + (w_a + qD_{tr})^2 + w_{r,tr}(w_{r,tr} - 2v_{i,tr}) \quad (21)$$

$$w_{r,tr} = v_a - rD_{tr} + pH_{tr} \quad (22)$$

$$w_{bl,tr} = w_{r,tr} + \frac{2}{3}\Omega_{tr}R_{tr}\theta_{ped} \quad (23)$$

$$\theta_{ped} = K_{ped}\delta_{ped} + \theta_{ped,0} \quad (24)$$

式中:  $T_{tr}$  为尾旋翼拉力;  $v_{i,tr}$  为诱导速度;  $\Omega_{tr}$  为尾旋翼转速;  $R_{tr}$  为尾旋翼旋转的桨盘半径;  $c_{tr}$  为尾桨叶弦长;  $C_{l\alpha,tr}$  为尾旋翼的升力曲线斜率;  $w_{bl,tr}$  为尾旋翼旋转产生的净垂向空速;  $H_{tr}$  与  $D_{tr}$  分别为尾旋翼

桨毂到直升机重心在垂直方向和水平后方的距离;  $\theta_{ped}$  为尾旋翼的总距角。

尾旋翼的升力曲线斜率与主旋翼具有相同特性,在实际飞行中视为线性的。式(24)描述了尾旋翼的总距角与舵机输出角呈线性关系,该部分将在后面的曲线拟合部分证明。

尾旋翼旋转时,因为桨叶更小,其挥舞角相比于主旋翼而言也更小,因此不考虑挥舞角。在机体坐标系下,尾旋翼只产生沿  $y_b$  轴方向的拉力

$$Y_{tr} = -T_{tr} \quad (25)$$

并且产生两个方向的力矩,分别是由尾旋翼桨毂在直升机重心方向垂直向上的位置偏差引起的力矩  $L_{tr}$ , 以及  $z_b$  轴上抵消主旋翼产生的力矩  $N_{tr}$ 。其表达式分别为

$$L_{tr} = Y_{tr}H_{tr} \quad (26)$$

$$N_{tr} = -Y_{tr}D_{tr} \quad (27)$$

## 1.3 机身阻力

直升机在飞行过程中受三个方向的阻力。设在机体坐标系下,考虑受主旋翼下洗流影响,在水平方向上主旋翼产生的下洗流被速度分量  $u_a$  和  $v_a$  分解,当两速度分量小于诱导速度  $v_{i,mr}$  时,此时应考虑下洗流的影响,当速度分量大于诱导速度时,下洗流对机身产生的影响相对较小,此时可以忽略该影响。水平方向上的机身阻力为

$$X_{fus} = \begin{cases} -\frac{\rho}{2}S_{fx}u_av_{i,mr}, & |u_a| \leq v_{i,mr} \\ -\frac{\rho}{2}S_{fx}u_a|u_a|, & |u_a| > v_{i,mr} \end{cases} \quad (28)$$

$$Y_{fus} = \begin{cases} -\frac{\rho}{2}S_{fy}v_av_{i,mr}, & |v_a| \leq v_{i,mr} \\ -\frac{\rho}{2}S_{fy}v_a|v_a|, & |v_a| > v_{i,mr} \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $S_{fx}$  和  $S_{fy}$  分别表示机身沿  $x_b$  轴和  $y_b$  轴方向的有效阻力面积。在垂直方向上,机身一直受主旋翼的下洗流影响,所受阻力为

$$Z_{fus} = -\frac{\rho}{2}S_{fz}(w_a - v_{i,mr})|w_a - v_{i,mr}| \quad (30)$$

式中:  $S_{fz}$  为机体在  $z_b$  轴方向上的有效阻力面积。由于机身结构对称,产生的阻力矩也很小,通常将其忽略<sup>[14]</sup>。

## 1.4 垂直鳍尾的力和力矩

为增加直升机偏航运动的稳定性,T-REX300型号的亚拓直升机安装了垂直鳍尾(安定面)来产生侧向力。飞行过程中,鳍尾始终处于尾旋翼的尾流中,因此在非失速情况下,地面坐标系中空速为

$$v_{vf} = v_a - rD_{vf} - v_{i,tr} \quad (31)$$

式(31)中:  $D_{vf}$  为垂直鳍尾相对于飞机重心水平后

方的距离。计算其侧向力为

$$Y_{vf} = -\frac{\rho}{2} C_{l\alpha, vf} S_{vf} v_{vf} |u_a| \quad (32)$$

式(32)中:  $S_{vf}$  为鳍尾的面积;  $C_{l\alpha, vf}$  为垂直鳍尾的偏航稳定系数。

垂直鳍尾分别在  $x_b$  和  $z_b$  方向上产生两个力矩  $L_{vf}$  与  $D_{vf}$ , 表达式为

$$L_{vf} = Y_{vf} H_{vf} \quad (33)$$

$$N_{vf} = -Y_{vf} D_{vf} \quad (34)$$

式中:  $H_{vf}$  为垂直鳍尾在直升机重心垂直方向上的距离。

### 1.5 主旋翼挥舞动力学

如图1所示,在俯视角下,桨叶从  $-x_b$  方向以顺时针方向旋转。当旋转角  $\Gamma_m = 0$  时桨叶向下挥舞,  $a$  取正值;根据桨叶的中心对称性,取图1桨叶在纵向位置向上挥舞为正。当  $\Gamma_m = 3\pi/2$  时桨叶向下挥舞,  $b$  取正。

由文献[15]可得出主旋翼桨叶挥舞动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix} \approx - \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_m \Omega_{mr}}{16} & \frac{8k_\beta}{\gamma_m I_\beta \Omega_{mr}^2} \\ -\frac{8k_\beta}{\gamma_m I_\beta \Omega_{mr}^2} & -\frac{\gamma_m \Omega_{mr}}{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \frac{\gamma_m \Omega_{mr}}{16} \begin{bmatrix} \theta_{lat} \\ \theta_{lon} \end{bmatrix} \quad (35)$$

式(35)中:  $\gamma_m$  为桨叶洛克数;  $I_\beta$  为主旋翼桨叶绕轴旋转的转动惯量,有

$$\gamma_m = \frac{\rho c_{mr} C_{l\alpha, mr} R_{mr}^4}{I_\beta} \quad (36)$$

## 2 参数确定

直升机模型的相关参数确定方法包括地面实验与飞行实验。地面实验主要测试直升机的机体尺寸参数、重心、转动惯量,并通过曲线拟合方法确定桨距角与舵机输出转角的线性关系;飞行实验辨识气动参数包括主旋翼升力曲线斜率、阻力系数、刚度系数,尾旋翼升力曲线斜率和垂直鳍尾的偏航稳定系数。

主要测量设备包括螺距尺、三线摆、功率计、红外测速仪等(图2)。飞行信息可由飞控板及SD卡直接读取和记录。

### 2.1 地面实验

通过直接测量的方法测得直升机相关参数如表1所示。

根据三线摆测量转动惯量方法可完成三轴方向上的转动惯量测量。如图3所示,忽略绳的形变量,测量公式为

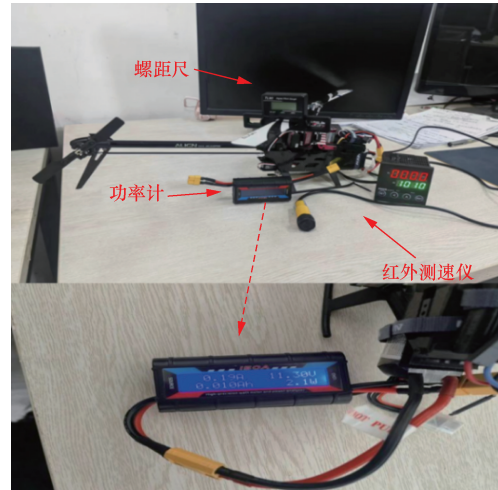
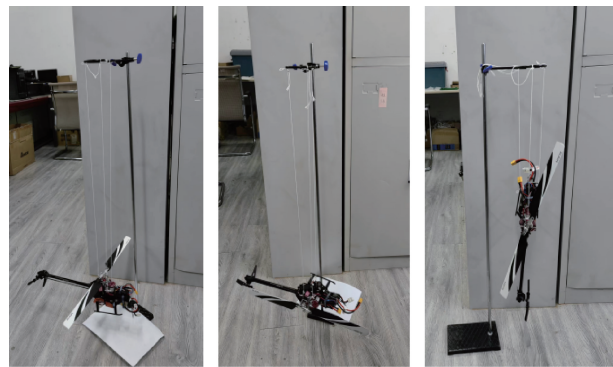


图2 主要测量设备

Fig. 2 Main measurement equipment



(a) Z轴转动惯量 (b) Y轴转动惯量 (c) X轴转动惯量

图3 三线摆法测转动惯量

Fig. 3 Measurement for the moment of inertia through the three-wire pendulum method

表1 直升机通过直接测量确定的参数

Table 1 Helicopter's parameters determined by direct measurements

参数符号	参数含义	数值
$R_{mr}$	主旋翼桨盘半径/m	0.248
$c_{mr}$	主旋翼桨叶弦长/m	0.03
$R_{tr}$	尾旋翼桨盘半径/m	0.051
$c_{tr}$	尾旋翼桨叶弦长/m	0.016
$g$	重力系数/( $N \cdot kg^{-1}$ )	9.81
$\rho$	空气密度/( $kg \cdot m^{-3}$ )	1.29
$m$	直升机空载时质量/kg	0.58
$k$	主旋翼、尾旋翼转速比	4.73
$S_{vf}$	垂直鳍尾面积/ $m^2$	0.001 3
$H_{mr}$	重心至主旋翼桨毂的垂直距离/m	0.077
$D_{tr}$	重心至尾旋翼桨毂的水平距离/m	0.320
$H_{tr}$	重心至尾旋翼桨毂的垂直距离/m	0.012
$D_{vf}$	重心至垂直鳍尾的水平距离/m	0.29
$H_{vf}$	重心至垂直鳍尾的垂直距离/m	0.006
$S_{Ez}$	机身纵向有效阻力面积/ $m^2$	0.018 5
$S_{Ey}$	机身横向有效阻力面积/ $m^2$	0.112 5
$S_{Ez}$	机身垂向有效阻力面积/ $m^2$	0.011 7

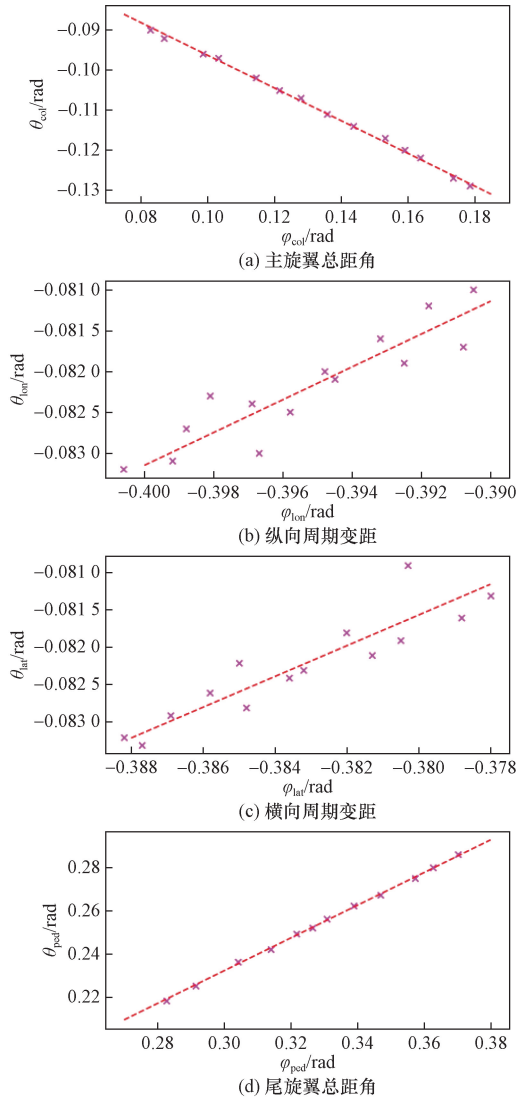


图4 参数曲线拟合

Fig. 4 Curve fitting of parameters

$$I = \frac{grR}{4\pi^2 H} mT^2 \quad (37)$$

式中： $m$  为直升机质量； $g$  为重力系数； $r$  与  $R$  分别为三线摆的上、下盘半径； $H$  为上下盘垂直高度； $T$  为摆动周期。按  $m = 0.58 \text{ kg}$  进行测量和计算，取三次测量的平均值，最终得到直升机沿三轴方向上的转动惯量分别为： $\bar{I}_x = 0.065 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ； $\bar{I}_y = 0.138 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ； $\bar{I}_z = 0.210 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

将桨叶螺距角和舵机输出角的测量数据置于二维坐标系上，可发现两者成线性关系[同式(16)和式(24)]，并通过曲线拟合可以确定线性曲线的具体数值。从图4可以看出，主旋翼和尾旋翼的总距角数据线性度较强；而对于主旋翼的周期变距拟合而言，由于地面试验测量的数据是使用静态的物理量近似和等效，相比于真实的飞行情况下周期变距测量值而言本身存在较大误差(但误差范围能够

接受)，因此测量值与拟合曲线的离散程度更大。通过曲线拟合最终得出各自的线性关系为

$$\theta_{\text{col}} = -0.409 5 \delta_{\text{col}} - 0.055 3 \quad (38)$$

$$\theta_{\text{lon}} = 0.200 8 \delta_{\text{lon}} - 0.002 8 \quad (39)$$

$$\theta_{\text{lat}} = 0.205 6 \delta_{\text{lat}} - 0.003 4 \quad (40)$$

$$\theta_{\text{ped}} = 0.760 5 \delta_{\text{ped}} + 0.003 8 \quad (41)$$

## 2.2 飞行实验

提出三项飞行实验确定模型中的未知气动参数。在第一项飞行实验中，通过悬停实验辨识主旋翼升力曲线斜率  $C_{l_{\alpha, \text{mr}}}$ 、阻力系数  $C_d$  和尾旋翼升力曲线斜率  $C_{l_{\alpha, \text{tr}}}$ ；第二项飞行实验是控制直升机保持高度和偏航不变条件做滚转运动，辨识主旋翼的刚度系数  $K_{\beta}$ ；第三项飞行实验通过保持高度与偏航条件不变做平飞运动，辨识垂直鳍尾的偏航稳定系数  $C_{l_{\alpha, \text{vf}}}$ 。

### 2.2.1 悬停实验

在悬停飞行实验阶段，通过增加直升机的载重作为每次实验的自变量，从而导致在悬停阶段旋翼转速、总距角、电机功率发生相应改变，由此辨识出相关参数。悬停实验共进行了15次测量，测量数据如图5所示。

忽略悬停时的挥舞角，根据  $z_b$  方向上力的平衡关系并联立式(11)~式(16)，可以确定主旋翼的升力曲线斜率。文献[15]给出了电机带动主旋翼旋转的功率关系，即

$$P_{\text{mr}} = P_{\text{pr}} + P_i + P_{\text{pa}} + P_c \quad (42)$$

式(42)中： $P_{\text{pr}}$ 、 $P_i$ 、 $P_{\text{pa}}$  和  $P_c$  分别为翼型功耗、诱导功耗、寄生功耗和爬升功耗。爬升运动时直升机的线速度  $w_a < 0$ ， $P_c = -mgw_a$ ，悬停时爬升功耗为0，此外有

$$P_{\text{pr}} = \frac{\rho \Omega_{\text{mr}} R_{\text{mr}}^2 C_{d, \text{mr}}}{4} [(\Omega_{\text{mr}} R_{\text{mr}})^2 + 4.6(u_a^2 + v_a^2)] \quad (43)$$

$$P_i = T_{\text{mr}} v_{i, \text{mr}} \quad (44)$$

$$P_{\text{pa}} = |X_{\text{fus}} u_a| + |Y_{\text{fus}} v_a| + |Z_{\text{fus}} (w_a - v_{i, \text{mr}})| \quad (45)$$

式中： $C_d$  为主旋翼旋转的阻力系数。悬停时根据功率相关公式可确定该参数，主旋翼实际功率的测量可以通过串联功率计读取电流信息完成。

如图6为直升机负载随实验次数增大时，在悬停阶段辨识出的主旋翼升力曲线斜率与阻力系数。事实上，升力曲线斜率会随桨叶转速的增大呈非线性增长，但是通常在较小的变化范围内将其视为线性的确定值。15次实验辨识结果位于[4.405, 4.418]中，符合上述条件，取测量所得平均值  $C_{l_{\alpha, \text{mr}}} = 4.411 5 \text{ rad}^{-1}$ 。测得主旋翼的转动惯量为  $I_{\beta} = 3.75 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，由式(36)可进一步确定洛克数为  $\gamma_m = 1.72$ 。

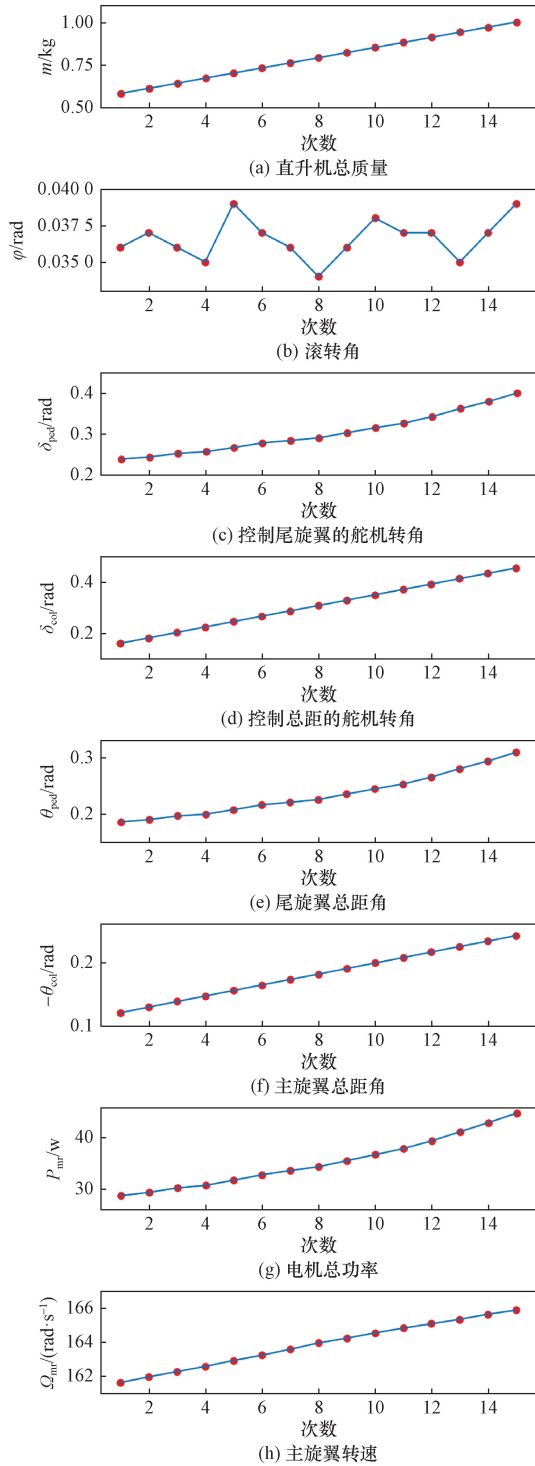


图5 悬停实验测量数据  
Fig. 5 Data measured in the hovering experiment

对于主旋翼桨叶阻力系数的辨识,由于包含了  $P_i$  和  $P_{pa}$  的影响,因此前几次实验结果误差较大。但随着负载和桨叶转速增大,这两项的影响相对减小,因此  $C_d$  逐渐收敛于一个稳定值(理论上  $C_d$  就是常值)。考虑到后续项目因增加功能组件而增加载重,此处选择最后四组接近收敛的数据平均值作为结果:  $C_d = 0.0115$ 。

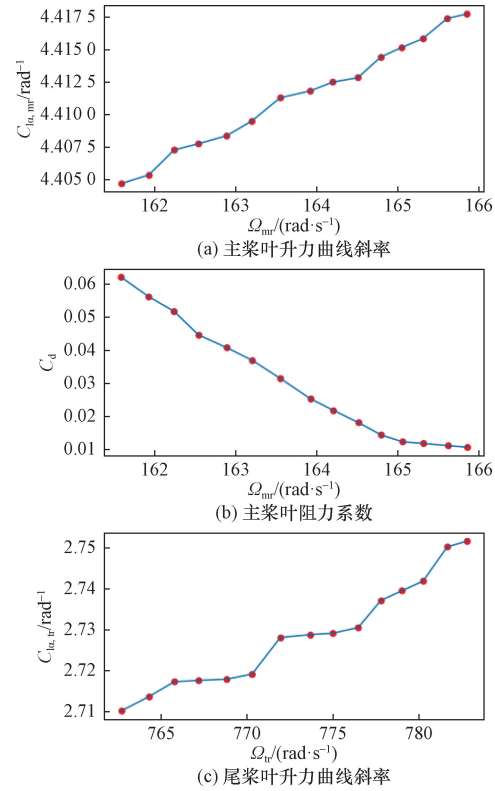


图6 悬停实验参数辨识结果图  
Fig. 6 Parameter identification results figure of hovering experiment

根据式(7)、式(9),在悬停状态下沿  $z_b$  方向上的升力力矩与尾旋翼拉力产生的力矩相互抵消,有

$$N_{mr} = -N_{tr} \quad (46)$$

结合式(18)中关于  $N_{mr}$  的方程,联立尾旋翼力和力矩公式可以辨识尾旋翼的升力曲线斜率。其辨识结果如图6所示。从图6中可以看出,尾旋翼升力曲线斜率特性与主旋翼的相同,均随转速的增大呈非线性增加。同理在确定的较小范围内可以视作线性的确定值。15次实验辨识的结果均位于区间  $[2.7100, 2.7515]$  范围内。由于尾桨叶转速大于主旋翼转速,从而导致辨识结果的区间更宽,但是均在合理范围内。根据辨识结果,尾旋翼升力曲线斜率取其平均值为  $C_{l_{\alpha, tr}} = 2.7287 \text{ rad}^{-1}$ 。

### 2.2.2 高度和航向不变下的滚转实验

第二项飞行实验辨识主旋翼桨叶的刚性系数。要求在飞行过程中保持偏航角稳定不变,向滚转通道输入信号,使直升机沿  $y_b$  方向做摆动运动。根据力矩公式(7)提取出关于横向动力学子系统的数学模型为

$$\dot{p} = [qr(I_y - I_z) + L_{mr}]/I_x \quad (47)$$

式(47)中:  $L_{mr}$  可由式(18)计算,偏航角稳定时有  $r = 0$ ,非悬停状态下  $T_{mr}$  近似计算公式

$$T_{mr} \approx m \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (48)$$

式(48)中： $a_x$ 、 $a_y$ 、 $a_z$ 为直升机沿三轴方向的线加速度。

联立式(47)、式(48)并结合主旋翼桨叶挥舞运动方程(35)可确定主旋翼刚性系数,其中洛克数 $\gamma_m$ 已通过第一次飞行实验确定。实验采集15个数据,记录所需的8项物理量如图7所示。最终结果取所有计算值值的平均值 $k_\beta = 45.96 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

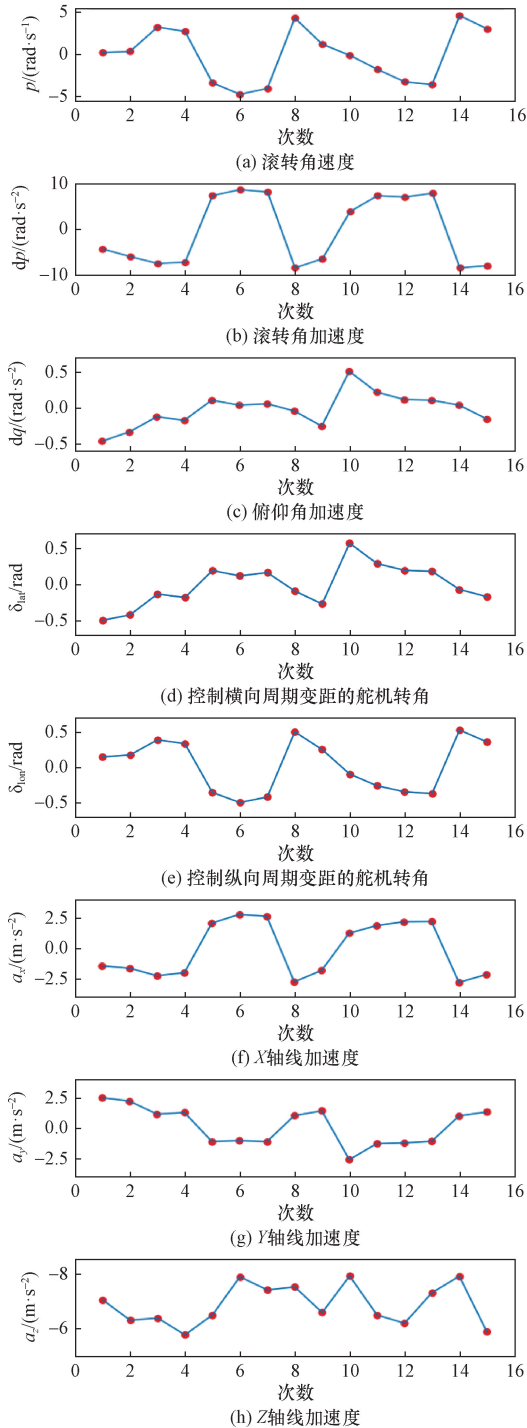


图7 第二项飞行实验测量数据

Fig. 7 Data measured in the second flight experiment

### 2.2.3 高度和偏不变下的平飞实验

通过第三项飞行实验确定 $C_{l\alpha, vf}$ 的方法为:保持直升机飞行高度、偏航角度恒定做指定速度的前飞运动,根据在 $z_b$ 方向上力矩平衡,联立式(20)、式(32)可求解出偏航稳定系数。对确定的质量,直升机的功率和旋翼转速均保持恒定,实验应设定 $m = 0.94 \text{ kg}$ 对应的参数 $P_{mr}$ 、 $\Omega_{mr}$ 及 $\Omega_{tr}$ 来近似满足前面所求 $C_{l\alpha, tr}$ 值的条件。测得数据如图8所示。通过实验的计算数据可获取如下规律:尾旋翼拉力 $T_{tr}$ 会随 $u_a$ 增加而增加,而实验中主、尾旋翼转速不变(导致前飞速度增加的原因是主旋翼纵向周期变距增大),因此 $\theta_{ped}$ 会随之增大。

从力矩方面研究,根据式(7),沿机体轴 $x_b$ 方向有 $L_{mr} + Y_{vf}H_{vf} + Y_{tr}H_{tr} = 0$ ,当 $u_a$ 增大时 $L_{mr}$ 恒定, $Y_{vf}$ 增大,因此 $T_{tr} = -Y_{tr}$ 也增大。

由于前飞时有 $N_{mr} + N_{tr} + N_{vf} = 0$ ,相比于悬停时存在 $N_{vf}$ 量,因此在本次实验测量的 $T_{tr}$ 比悬停时的值小。因 $N_{mr}$ 恒定,随着 $u_a$ 增大, $N_{vf}$ 增大导致 $T_{tr}$ 也增大。两种角度分析结果相同,证明实验的合理性。取8次实验平均值 $C_{l\alpha, vf} = 2.54$ 。

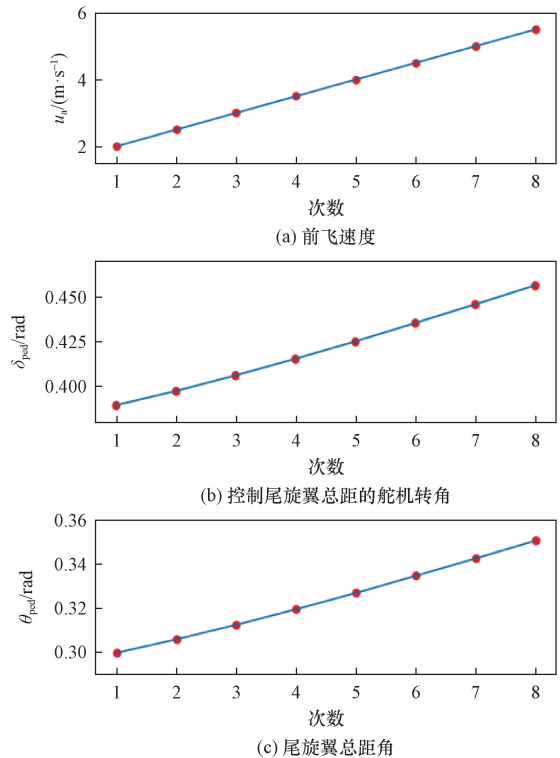


图8 第三项飞行实验测量数据

Fig. 8 Data measured in the third flight experiment

### 2.3 模型验证

给定相同舵机旋转角作为输入信号,输出为直升机飞行的线速度、角速度及欧拉角。模型验证采用将Simulink建立的仿真模型响应与实飞测量所得

的输出数据进行比较。验证阶段确定以  $m = 0.94$  kg 对应的测量数据,包括功率、转动惯量和气动参数。输入情况如图 9 所示。

实飞时采集 10 s 内直升机的飞行状态如图 10 所示。通过图 10 所示的数据比较发现:对于相同的输入信号,仿真输出数据与实飞测量的数据大致相同,证明了辨识所得的气动参数具有较好的保真度和所建模型的可靠性。

值得强调的是,地面实验中测量的是  $m = 0.58$  kg 空载状态的直升机转动惯量值。而飞行实验中又涉及不同的质量测试。当直升机发生质量改变时,其转动惯量也会随之改变。但是实验

考虑到了这一关键问题:在悬停实验中,  $C_{\alpha, m_r}$  和  $C_{\alpha, u}$  是根据悬停时升力与重力平衡原理测量得来,不涉及转动惯量改变时的影响;洛克数  $\gamma_m$  的计算公式同样不涉及机身转动惯量;关于  $C_d$  的测量涉及式(42)与式(43),其中电机功率通过串联功率计测量,同样不用考虑转动惯量改变的影响。第二项飞行实验要求直升机空载飞行,使用了地面实验测量的转动惯量值。平飞实验则是先通过式(19)与式(20)解算出  $T_u$ ,然后再根据式(32)求出  $C_{\alpha, v_f}$ ,过程中同样不涉及转动惯量。三项飞行实验逐步推进,后者都涉及了前者得出的规律和参数,设计的飞行实验具有可行性。

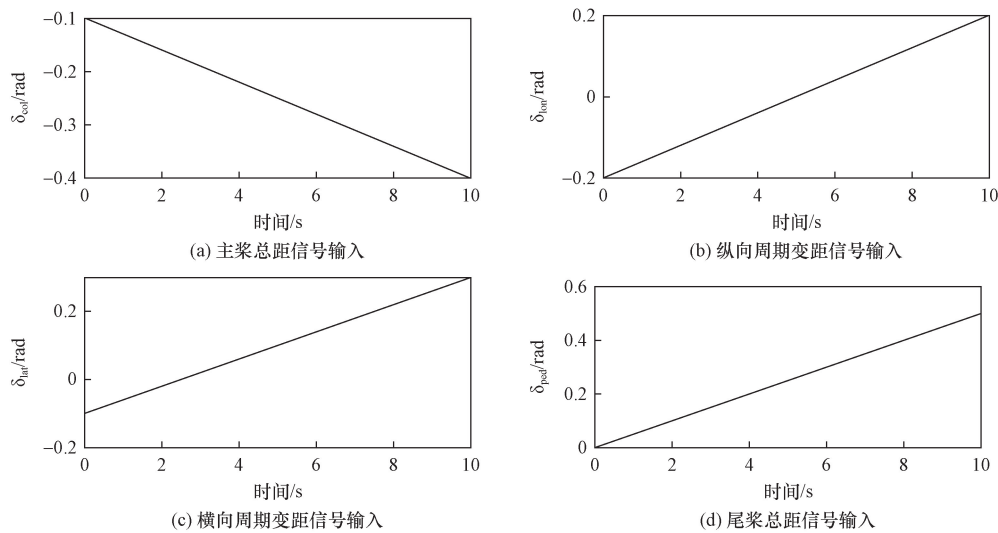


图9 舵机输出角信号

Fig. 9 Output angle signal of servos

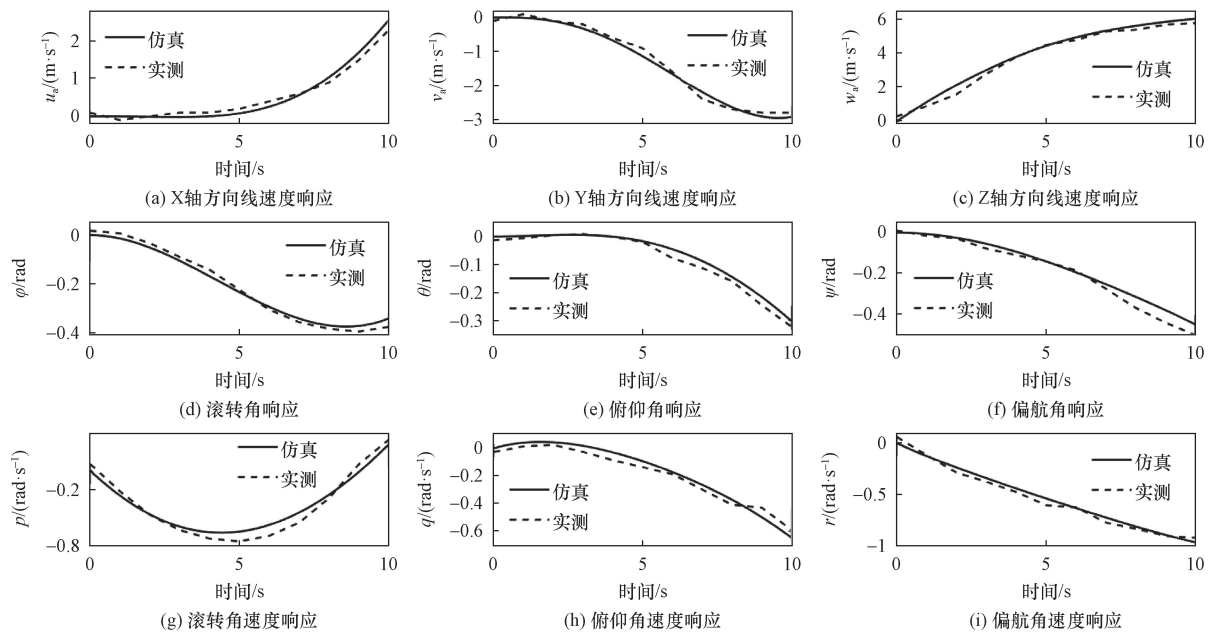


图10 模型响应曲线

Fig. 10 Curves of model response

### 3 无人直升机飞行控制器设计

由测量数据知,直升机处于低速飞行和悬停状态时,机身阻力关系为

$$X_{mr} \gg X_{fus}, Y_{mr} \gg Y_{fus}, Z_{mr} \gg Z_{fus} \quad (49)$$

并且垂直鳍尾产生的力和力矩也远小于旋翼产生的力和力矩,因此可以将机身阻力和垂直鳍尾产生的力忽略。根据文献[9],将直升机悬停状态动力学模型由式(6)、式(7)简化为

$$\begin{cases} m\ddot{P}_x = -(\varphi\sin\psi + \theta\cos\psi)T_{mr} + n_{px} \\ m\ddot{P}_y = (\varphi\cos\psi - \theta\sin\psi)T_{mr} + n_{py} \\ m\ddot{P}_z = -T_{mr} + mg + n_{pz} \\ I_x\dot{p} = (H_{mr}T_{mr} + k_\beta)b + T_{tr}H_{tr} + n_{lx} \\ I_y\dot{q} = (H_{mr}T_{mr} + k_\beta)a + n_{ly} \\ I_z\dot{r} = N_{mr} + T_{tr}D_{tr} + n_{lz} \end{cases} \quad (50)$$

姿态角具有关系式

$$\dot{\varphi} = p, \dot{\theta} = q, \dot{\psi} = r \quad (51)$$

式中:  $n$  表示外界干扰因素,设扰动为连续函数可导且有界;  $\ddot{P}_x$ 、 $\ddot{P}_y$  和  $\ddot{P}_z$  分别表示各坐标轴的位移二阶导。设计控制方案如图 11 所示。

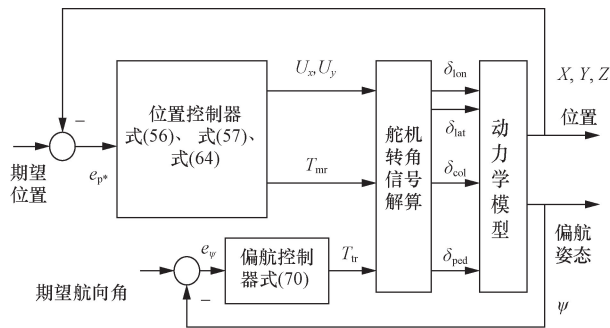


图 11 位姿控制框图

Fig. 11 Block diagram for the control of position and attitude

本文中采用位置和航向双通道控制策略。根据式(18),由于  $P_{mr}$  和  $\Omega_{mr}$  恒定,所以此过程中  $T_{tr}$  也固定,按照文献[16]的方法完成直升机配平后,做高度变化运动时尾旋翼力矩也不再改变,因此该过程无须单独考虑航向姿态控制。直升机沿惯性坐标系  $X$  轴和  $Y$  轴方向运动时纵向、横向周期变距与俯仰、滚转角存在耦合关系,因此需要通过姿态解算建立姿态角之间的关系,设

$$\begin{cases} U_x = -(\varphi\sin\psi + \theta\cos\psi) \\ U_y = \varphi\cos\psi - \theta\sin\psi \end{cases} \quad (52)$$

则有

$$\begin{cases} \varphi = -U_x\sin\psi + U_y\cos\psi \\ \theta = -U_x\cos\psi - U_y\sin\psi \end{cases} \quad (53)$$

通过姿态解算方法并设计以中间变量  $U_x$  和  $U_y$  为控制律,可以简化对内环姿态的控制分析。当直升机到达悬停状态后进行航向姿态调整,此过程中  $a \approx b \approx 0$ ,  $\varphi \approx \theta \approx 0$ ,主旋翼拉力  $T_{mr}$  恒定。

关于舵机转角的计算,根据公式(53)可得出姿态角,并将角速度  $p$ 、 $q$  结合式(50)的力矩方程和桨叶挥舞动力学方程式(35)可求出横向、纵向周期变距,进而求出舵机的输出角控制信号  $\delta_{lat}$  和  $\delta_{lon}$ ;根据高度控制律可以求出控制总距角变化的舵机输出角信号  $\delta_{col}$ 。到达悬停后,根据偏航控制律可求解控制尾旋翼总距角变化的舵机控制信号  $\delta_{ped}$ 。

#### 3.1 水平方向位置控制律设计

根据姿态解耦方法,沿  $X$  轴和  $Y$  轴方向的动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{P}_x = U_x T_{mr} + n_{px} \\ m\ddot{P}_y = U_y T_{mr} + n_{py} \end{cases} \quad (54)$$

设水平方向的期望位置分别为  $P_{xr}$  和  $P_{yr}$ ,则误差分别为  $e_x = P_{xr} - P_x$ ,  $e_y = P_{yr} - P_y$ 。设  $X$  轴位置控制的滑模面为  $s_x = \beta_x e_x + \dot{e}_x$ ,其中  $\beta_x > 0$  为常数。其对时间求导为

$$\dot{s}_x = \beta_x \dot{e}_x + \ddot{e}_x = \beta_x \dot{e}_x - \frac{U_x T_{mr}}{m} - \frac{n_{px}}{m} \quad (55)$$

按趋近律为  $-(k_x + \bar{k}_x)\text{sgn}(s_x)$  计算,其中  $k_x$  和  $\bar{k}_x$  为正数,满足  $\bar{k}_x \geq |n_{px}/m|$  以及

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} \pm 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (56)$$

此处通过增设鲁棒项  $\bar{k}_x$  来抑制滑模控制器的抖动问题,并且能够提高系统的控制精度。进一步,设计  $X$  轴方向的位置控制律为

$$U_x = \frac{m}{T_{mr}}[\beta_x \dot{e}_x + (k_x + \bar{k}_x)\text{sgn}(s_x)] \quad (57)$$

同理,设  $Y$  轴方向的位置控制滑模面为  $s_y = \beta_y e_y + \dot{e}_y$ ,要求系数  $\beta_y > 0$ 。并设趋近律为  $-(k_y + \bar{k}_y)\text{sgn}(s_y)$ ,其中  $k_y$  和鲁棒项  $\bar{k}_y$  为正数,满足  $\bar{k}_y \geq |n_{py}/m|$  控制律为

$$U_y = \frac{m}{T_{mr}}[\beta_y \dot{e}_y + (k_y + \bar{k}_y)\text{sgn}(s_y)] \quad (58)$$

稳定性证明:

对于  $X$  轴方向控制律,设 Lyapunov 函数为  $V_x = s_x^2/2$ ,  $V_x$  正定,对时间求导为

$$\begin{aligned}
\dot{V}_x &= s_x \dot{s}_x \\
&= s_x \left( \beta_x \dot{e}_x - \frac{U_x T_{mr}}{m} - \frac{n_{px}}{m} \right) \\
&= s_x \left[ - (k_x + \bar{k}_x) \operatorname{sgn}(s_x) - \frac{n_{px}}{m} \right] \\
&\leq - (k_x + \bar{k}_x) |s_x| + \left| \frac{n_{px}}{m} \right| |s_x| \\
&\leq -k_x |s_x| + \left( \left| \frac{n_{px}}{m} \right| - \bar{k}_x \right) |s_x| \\
&\leq -k_x |s_x| \leq 0
\end{aligned} \quad (59)$$

当且仅当  $s_x = 0$  时等号成立,所以  $\dot{V}_x$  负定,控制系统稳定。

同理可证明  $Y$  方向控制系统同样稳定,证毕。

根据控制律  $U_x$  和  $U_y$ ,结合前面的分析可以得到纵向、横向挥舞角关系式为

$$\begin{cases} a = \dot{q} I_y / (H_{mr} T_{mr} + k_\beta) \\ b = (\dot{p} I_x - T_{tr} H_{tr}) / (T_{mr} H_{mr} + k_\beta) \end{cases} \quad (60)$$

式(60)中: $\dot{p}$ 和 $\dot{q}$ 由式(51)和式(53)得出。代入前期已确定的参数后可求出相应舵机输出角为

$$\begin{cases} \delta_{lon} = (\theta_{lon} + 0.0028) / 0.2008 \\ \delta_{lat} = (\theta_{lat} + 0.0034) / 0.2056 \end{cases} \quad (61)$$

$$\begin{cases} \theta_{lon} \approx (\dot{a} + q + 17.74a - 20.94b) / 17.74 \\ \theta_{lat} \approx (\dot{b} + p + 20.94a + 17.74b) / 17.74 \end{cases} \quad (62)$$

### 3.2 高度控制律设计

根据  $Z$  轴方向上直升机的动力学方程,有

$$m\ddot{P}_z = -T_{mr} + mg + n_{pz} \quad (63)$$

设期望飞行高度为  $P_{zr}$ ,则关于高度的误差为  $e_z = P_{zr} - P_z$ ,并设滑模面为  $s_z = \beta_z e_z + \dot{e}_z$ ,其中系数  $\beta_z > 0$ 。其对时间求导为

$$\begin{aligned}
\dot{s}_z &= \beta_z \dot{e}_z + \ddot{e}_z \\
&= \beta_z \dot{e}_z + \frac{T_{mr}}{m} - g - \frac{n_{pz}}{m}
\end{aligned} \quad (64)$$

按指数趋近律  $-(k_z + \bar{k}_z) \operatorname{sgn}(s_z) - q_z s_z$  计算,其中  $k_z$  和  $\bar{k}_z$  为正数,满足  $\bar{k}_z \geq |n_{pz}/m|$ 。通过增设鲁棒项  $\bar{k}_z$  来抑制滑模控制器的抖动问题和提高系统的控制精度。进一步,设计  $Z$  轴方向的高度控制律为

$$T_{mr} = mg - m[\beta_z \dot{e}_z + (k_z + \bar{k}_z) \operatorname{sgn}(s_z) + q_z s_z] \quad (65)$$

稳定性证明:

设 Lyapunov 函数为  $V_z = s_z^2/2$ ,  $V_z$  正定,对时间求导,得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_z &= s_z \dot{s}_z \\
&= s_z \left( \beta_z \dot{e}_z + \frac{T_{mr}}{m} - g - \frac{n_{pz}}{m} \right) \\
&= s_z \left[ - (k_z + \bar{k}_z) \operatorname{sgn}(s_z) - q_z s_z - \frac{n_{pz}}{m} \right] \\
&\leq - (k_z + \bar{k}_z) |s_z| - q_z s_z^2 + \left| \frac{n_{pz}}{m} \right| |s_z| \\
&\leq -k_z |s_z| - q_z s_z^2 \leq 0
\end{aligned} \quad (66)$$

当且仅当  $s_z = 0$  时等号成立,因此  $\dot{V}_z$  负定,控制系统稳定,证毕。

根据高度控制律可得舵机输出角为

$$\delta_{col} = -(\theta_{col} + 0.0553) / 0.4095 \quad (67)$$

式(67)中:将前期已确定的参数代入式(11)后可得主旋翼总距角为

$$\theta_{col} \approx (-T_{mr} / 0.867 + v_{i,mr} - w_a - au_a + bv_a) / 27 \quad (68)$$

### 3.3 航向角控制律设计

当直升机到达指定位置保持悬停后,  $T_{mr}$  恒定,设控制量为  $T_{tr}$ 。关于航向角有力矩方程为

$$I_z \ddot{\psi} = N_{mr} + T_{tr} D_{tr} + n_{Iz} \quad (69)$$

式(69)中:  $N_{mr} = -P_{mr} / \Omega_{mr}$  为固定值。

设期望偏航角为  $\psi_r$ ,则误差为  $e_\psi = \psi_r - \psi$ ;并设滑模面为  $s_\psi = \beta_\psi e_\psi + \dot{e}_\psi$ ,其中系数  $\beta_\psi > 0$ ,其对时间求导为

$$\begin{aligned}
\dot{s}_\psi &= \beta_\psi \dot{e}_\psi + \ddot{e}_\psi \\
&= \beta_\psi \dot{e}_\psi - \frac{1}{I_z} (N_{mr} + T_{tr} D_{tr} + n_{Iz})
\end{aligned} \quad (70)$$

按趋近律  $-(k_\psi + \bar{k}_\psi) \operatorname{sgn}(s_\psi)$  计算,其中  $k_\psi$  和  $\bar{k}_\psi$  均为正数,满足  $\bar{k}_\psi \geq |n_{Iz}/I_z|$ 。通过增设鲁棒项  $\bar{k}_\psi$  来抑制滑模控制器的抖动问题和提高系统的控制精度。进一步,设计航向控制律为

$$T_{tr} = \frac{1}{D_{tr}} [I_z \beta_\psi \dot{e}_\psi + I_z (k_\psi + \bar{k}_\psi) \operatorname{sgn}(s_\psi) - N_{mr}] \quad (71)$$

稳定性证明:

设 Lyapunov 函数为  $V_\psi = s_\psi^2/2$ ,  $V_\psi$  正定,对时间求导,得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_\psi &= s_\psi \dot{s}_\psi \\
&= s_\psi \left[ \beta_\psi \dot{e}_\psi - \frac{1}{I_z} (N_{mr} + T_{tr} D_{tr} + n_{Iz}) \right] \\
&= s_\psi \left[ - (k_\psi + \bar{k}_\psi) \operatorname{sgn}(s_\psi) - \frac{n_{Iz}}{I_z} \right] \\
&\leq - (k_\psi + \bar{k}_\psi) |s_\psi| + \left| \frac{n_{Iz}}{I_z} \right| |s_\psi| \\
&\leq -k_\psi |s_\psi| \leq 0
\end{aligned} \quad (72)$$

当且仅当  $s_\psi = 0$  时等号成立, 因此  $\dot{V}_\psi$  负定, 系统稳定。证毕。

根据偏航控制律可得舵机输出角为

$$\delta_{ped} = (\theta_{ped} - 0.0038) / 0.7605 \quad (73)$$

式(73)中: 将前期已确定的参数代入式(19)可得尾旋翼总距角为

$$\theta_{ped} \approx (T_{tr} / 0.0572 + rD_{tr} - v_{i,tr}) / 26.72 \quad (74)$$

### 4 仿真验证

仿真基于 simulink (R2021b) 平台, 设直升机初始位姿向量为  $(X, Y, Z, \psi) = (0, 0, 0, 0)$ , 初始线速度和角速度均为零; 设置仿真时间为 10 s, 采用定步长 ode4 (Runge-Kutta) 解算器。设直升机悬停期望位姿向量为  $(P_{xr}, P_{yr}, P_{zr}, \psi_r) = (2, 5, 3, \pi/2)$ , 先通过控制器实现位置控制, 悬停后再调整航向角。考虑到直升机总质量  $m = 0.94 \text{ kg}$ , 以及  $I_z = 0.2105 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 因此设式(50)中位置扰动为  $n_{pi}(t) = 0.2\sin 5t \text{ (N)}$ ,  $i = x, y, z$ 。航向扰动为  $n_{\psi}(t) = 0.05\sin 5t \text{ (N)}$ 。滑模控制参数如表 2 所示。

首先, 对直升机的位姿控制进行了阶跃响应分析, 如图 12 所示。可以确定系统的时域性能指标如表 3 所示。

表 2 滑模控制参数

Table 2 Sliding mode control parameters

参数	数值	参数	数值
$k_z$	0.9	$k_y$	5.5
$\beta_z$	1.6	$\beta_y$	2.8
$q_z$	1.1	$k_\psi$	3.8
$k_x$	2	$\beta_\psi$	4.8
$\beta_x$	2.5	$\bar{k}_{x,y,z}, \bar{K}_\psi$	0.22, 0.25

表 3 时域性能指标 (2% 误差带)

Table 3 Time-domain performances (with the error band of 2%)

参数	X	Y	Z	$\psi$
调节时间 $t_s/s$	2.8	2.0	2.7	1.9
上升时间 $t_r/s$	1.8	1.5	1.9	1.7
超调量 $\sigma/\%$	0	0	0	0
稳态误差 (10 s) $e_{ss}$	0.01	0.02	0.02	0.01

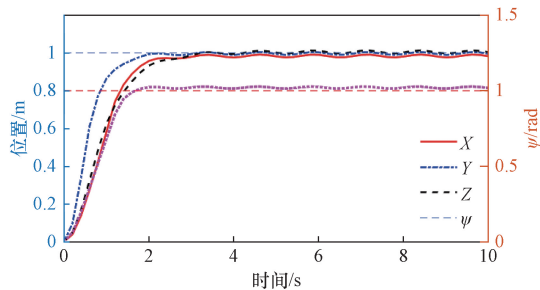


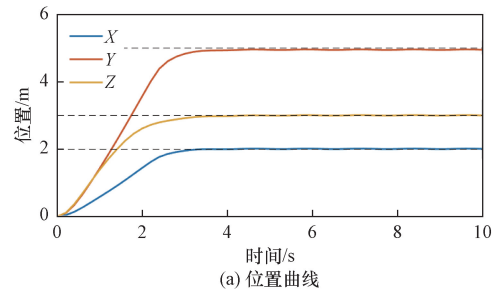
图 12 系统阶跃响应曲线

Fig. 12 Curves of the step responses

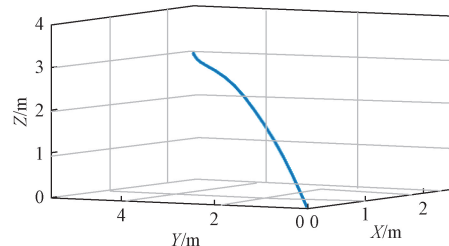
如图 13 和图 14 所示, 大约在 3 s 时直升机到达指定位置并保持悬停, 并在悬停后约 2.3 s 达到期望偏航角。在滑模控制器下, 直升机的位置和偏航角变化曲线均能够收敛于期望值附近, 实验验证了直升机模型的准确性和控制算法的有效性。

进一步, 实验通过图 15 做了误差分析。由于扰动持续存在, 导致位姿控制误差持续波动。虽然实验中扰动大于 20%, 但稳态误差均在 2% 范围内, 证明控制系统具有高精度和强鲁棒性。此外, 通过比较滑模控制器中是否包含鲁棒项  $\bar{k}_*$  的误差曲线可以发现, 当包含增设项  $\bar{k}_*$  并满足其在稳定范围内时控制器对震颤的抑制效果良好, 证明改进的滑模控制器能够有效解决系统抖动。

关于舵机输出角的计算, 由于主旋翼拉力和尾旋翼拉力式(11)和式(19)包含诱导速度, 该项与拉力和飞行速度存在强耦合关系, 实际求解难度很大。通过前期飞行实验在  $m = 0.94 \text{ kg}$  下的测量数据发现,  $v_{i,mr} \in [4.12, 4.32]$ ,  $v_{i,tr} \in [5.21, 5.74]$ , 整体变化范围不大, 因此取平均值  $v_{i,mr} = 4.2$  和  $v_{i,tr} = 5.5$  作近似等效。



(a) 位置曲线



(b) 位置曲线 (三维)

图 13 位置变化曲线

Fig. 13 Curve of position change

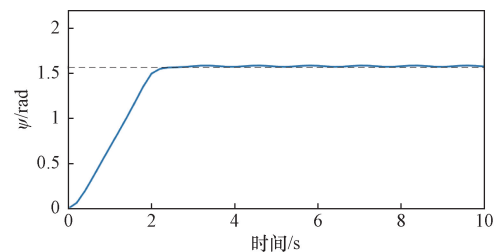


图 14 偏航角变化曲线

Fig. 14 Curve of yaw angle change

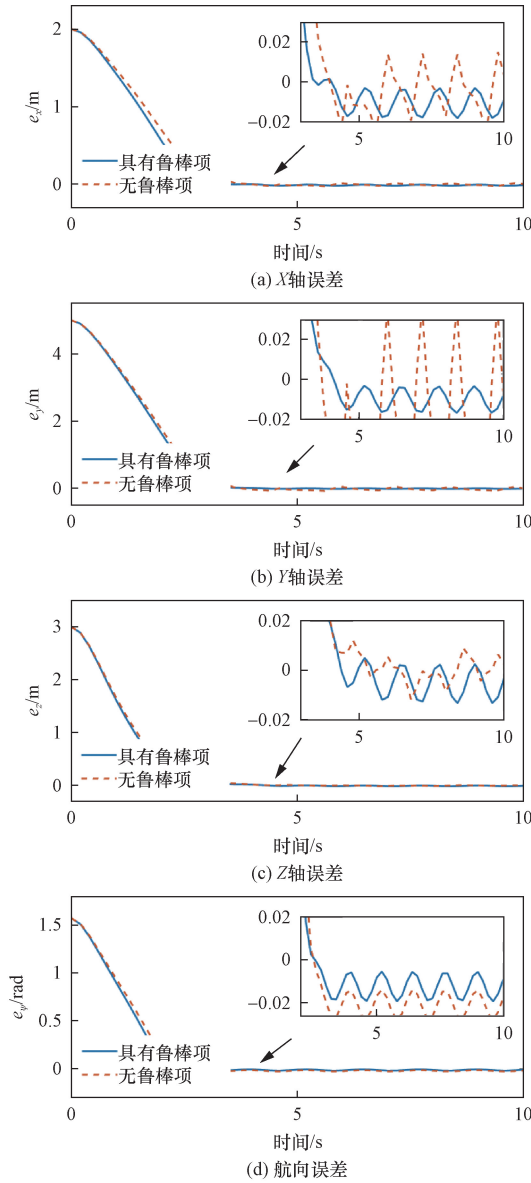


图 15 控制误差曲线

Fig. 15 Curve of control error

根据图 16 的分析,由于扰动持续存在,导致在稳态时舵机转角仍存在微小振荡。当位置和偏航角达到稳态后,  $\delta_{col}$  和  $\delta_{ped}$  与之前辨识时所测值大致相等,而  $\delta_{lon}$  与  $\delta_{lat}$  在 0 值附近振荡,证明无铰式结构直升机在悬停时纵、横向挥舞角确实为零。此外图 16 所示的舵机输出角控制曲线平滑度高,有利于实际控制。

### 5 结论

针对亚拓 T-REX 300X 机型,提出了具有实用性和低成本性的飞行实验法来测量数据和确定模型中的未知气动参数。飞行实验分三项进行:通过悬停实验确定主旋翼桨叶的升力曲线斜率、阻力系数以及尾旋翼桨叶的升力曲线斜率;通过保持偏航

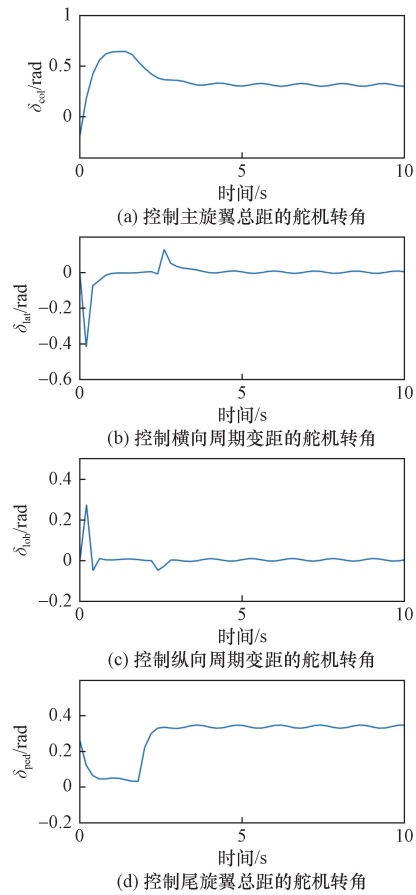


图 16 舵机输出角控制曲线

Fig. 16 Output angle control curve of servos

角稳定的条件,激励滚转通道做横向摆动飞行实验,确定了主旋翼桨叶的刚性系数;通过保持直升机偏航和高度稳定条件做前飞运动,确定了垂直鳍尾的偏航稳定系数。并通过模型验证证明了所确定的参数具有保真性。

此外,设计了位置和航向姿态的双通道控制策略,并提出改进的滑模控制器应对持续大扰动的影响,能够实现直升机悬停位置和偏航姿态的高精度、强鲁棒性控制。通过 Lyapunov 函数证明了系统的稳定性;仿真表明,对于持续大扰动系统,直升机位置和航向姿态控制误差均小于 2%,验证了所提控制算法的有效性。改进后的滑模控制器对机体震颤现象的抑制效果明显,并且直升机舵控信号曲线平滑,适用于实际工程应用中无人直升机在扰动环境下的悬停控制。

### 参 考 文 献

[1] 吴超,王培,武莉莉,等. 无人直升机飞行控制技术发展综述[J]. 飞行力学, 2023, 41(5): 1-11.  
Wu Chao, Wang Pei, Wu Lili, et al. Review on unmanned helicopter flight control technology development[J]. Flight Dynamics, 2023, 41(5): 1-11.

- [2] Dai B, He Y Q, Zhang G Y, et al. Wind disturbance rejection for unmanned aerial vehicles using acceleration feedback enhanced  $H_{\infty}$  method[J]. *Autonomous Robots*, 2020, 44: 1271-1285.
- [3] 倪章松, 贺德馨. 等效动压洞壁干扰修正方法的研究与应用[J]. *空气动力学学报*, 2000, 18(1): 86-91.  
Ni Zhangsong, He Dexin. Research and application of equivalent dynamic pressure hole wall interference correction method [J]. *ACTA Aerodynamica Sinica*, 2000, 18(1): 86-91.
- [4] Zhou J, Liu S Y, Liu J, et al. An improved dynamic model identification method for small unmanned helicopter[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2023, 96(1): 175-183.
- [5] Liu Z, Li J Q, Wang C, et al. System identification based on generalized orthonormal basis function for unmanned helicopters: a reinforcement learning approach[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(2): 1135-1145.
- [6] Bian Q, Zhao K R, Wang X M, et al. System identification method for small unmanned helicopter based on improved particle swarm optimization[J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2016, 13(3): 504-514.
- [7] Thomas F, Thottungal A V, Johnson M S. Composite control of a hovering helicopter based on optimized sliding mode control[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2021, 191: 756-775.
- [8] 王超, 黄兵旺, 贾伟力. 某型无人直升机前飞段仿真建模与试飞验证[J]. *飞行力学*, 2022, 38(2): 71-76.  
Wang Chao, Huang Bingwang, Jia Weili. Simulation modeling in forward flight of an unmanned helicopter and test verification[J]. *Flight Dynamics*, 2020, 38(2): 71-76.
- [9] 何森磊, 贺继林, 周焯亦. 小型无人直升机鲁棒飞行控制[J]. *机器人*, 2016, 38(3): 337-342, 351.  
He Miaolei, He Jilin, Zhou Xuanyi. Robust control of a small unmanned helicopter[J]. *Robot*, 2016, 38(3): 337-342, 351.
- [10] 张淼, 马建伟, 高计委, 等. 基于滑模方法的无人直升机有限时间悬停控制[J]. *电光与控制*, 2023, 30(8): 43-49.  
Zhang Miao, Ma Jianwei, Gao Jiwei, et al. Finite-time hovering control of unmanned helicopter based on sliding mode method[J]. *Electronics Optics and Control*, 2023, 30(8): 43-49.
- [11] 李涛. 基于终端滑模的六旋翼无人机有限时间鲁棒控制[J]. *计算机应用与软件*, 2023, 40(4): 329-335.  
Li Tao. Finite time robust control based on terminal sliding mode for six-rotor UAV [J]. *Computer Applications and Software*, 2023, 40(4): 329-335.
- [12] 冯立杰, 盛泽, 张虎翼. 基于改进指数趋近律的模糊滑模控制[J]. *科学技术与工程*, 2024, 24(10): 4108-4114.  
Feng Lijie, Sheng Ze, Zhang Huiyi. Fuzzy sliding mode control based on improved exponential reaching law [J]. *Science Technology and Engineering*, 2024, 24(10): 4108-4114.
- [13] Zhou B, Liu X J, Tang S, et al. Nonlinear system identification and trajectory tracking control for a flybarless unmanned helicopter: theory and experiment[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(4): 2307-2326.
- [14] Cai G W, Chen B M, Lum K Y, et al. Comprehensive nonlinear modeling of a miniature unmanned helicopter[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 2012, 57(1): 1-13.
- [15] 张培康, 郭继峰, 颜鹏. 小型无人直升机建模与鲁棒飞行控制[J]. *航空学报*, 2024, 45(S1): 730797.  
Zhang Peikang, Guo Jifeng, Yan Peng. Modeling and robust flight control of small-scale unmanned helicopter[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, 45(S1): 730797.
- [16] 吕少杰, 魏靖彪, 刘宁, 等. 旋翼气动特性分析及直升机配平计算[J]. *航空动力学学报*, 2017, 10(32): 2484-2490.  
Lü Shaojie, Wei Jingbiao, Liu Ning, et al. Rotor aerodynamic characteristics analysis and helicopter trimming [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2017, 10(32): 2484-2490.