



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2404610

引用格式:任轩禾,史晓红,张越,等.基于改进航班网络的航空货运综合调度恢复模型[J].科学技术与工程,2025,25(12):5240-5248.

Ren Xuanhe, Shi Xiaohong, Zhang Yue, et al. Integrated air cargo schedule recovery model based on improved flight network[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(12): 5240-5248.

# 基于改进航班网络的航空货运综合调度恢复模型

任轩禾<sup>1</sup>, 史晓红<sup>1\*</sup>, 张越<sup>1</sup>, 徐颖<sup>2</sup>, 林海峰<sup>2</sup>

(1. 中国民用航空飞行学院空中交通管理学院, 广汉 618300; 2. 中国民用航空局空中交通管理局航行情报服务中心, 北京 100035)

**摘要** 中断恢复对货运航空公司的运营起到至关重要的作用。为扩大货运航班网络的应用场景,引入强制节点和外部弧等元素,在通常情况下,飞机和货物均被定义在相互独立的网络中,并通过顺序求解的方法依次恢复,为挖掘各研究对象之间的关联性,并同时完成各项恢复操作,引入实体流将不同类型的实体集成在同一网络中;为解决机组的恢复问题,在模型中添加机组执勤、飞行资质等有关约束,并基于改进的航班网络构建混合整数线性规划模型,该模型能够实现飞机、货物和机组的一体化恢复;为准确评估货机的容量限制,以标准托盘表示货物量,并改进有关的容量约束模型;为降低问题的复杂度,采用实体聚合的方法来缩减网络中实体的数量。使用小规模货运航空公司所提供的运行数据进行模型验证。结果表明:模型提出的恢复方案能够减少42%的延误时间;在进一步的仿真测试中,针对两个具备多机队的货运航空公司,分别设置6种不同的中断场景,随着中断率的提高,中型货运航空公司的恢复策略以重新规划货机路径和机组排班为主,而大型货运航空公司的恢复策略以航班延误为主。提出的基于改进航班网络的航空货运综合调度恢复模型能够在有限时间内求得所有算例的精确解,并且平均误差为0.47%。

**关键词** 货运航空公司; 不正常运行; 综合恢复; 中断管理; 改进航班网络; 混合整数线性规划

中图分类号 V355;

文献标志码 A

## Integrated Air Cargo Schedule Recovery Model Based on Improved Flight Network

REN Xuan-he<sup>1</sup>, SHI Xiao-hong<sup>1\*</sup>, ZHANG Yue<sup>1</sup>, XU Ying<sup>2</sup>, LIN Hai-feng<sup>2</sup>

(1. College of Air Traffic Management, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618300, China;

2. Aeronautical Information Service Center, ATMB, CAAC, Beijing 100035, China)

**[Abstract]** The disruption recovery is regarded as a crucial role in the operation of freighter airlines. To expand the application scenarios of the freight flight network, elements such as mandatory nodes and external arcs were introduced to enhance the applicability of the network. In general, aircraft and cargo were defined in separate networks and are recovered using a sequential solving method. To explore the correlation between each research object and to complete each recovery action, the entity flow was defined to integrate different types of entities in the same network. To solve the problem of crew recovery, constraints such as crew duty and flight qualifications were added to the model, and a mixed integer linear programming model was constructed based on an improved flight network. This model can achieve integrated recovery of aircraft, cargo, and crew. To accurately evaluate the capacity constraints of the cargo aircraft, a unit load device was used to represent the volume of cargo and to improve the relevant models of capacity constraints. An entity aggregation approach was employed to reduce the number of entities to control the model complexity. The model evaluation was performed using operational data provided by a small freighter airline. The results show that the recovery solution causes a 42% reduction in the delay time. In the subsequent simulation experiments, six different disruption scenarios were established for two freighter airlines with multiple fleets. As the disruption rate increases, medium freighter airlines adopt the strategy of re-routing aircraft and rescheduling crew, while large freighter airlines focus on flight delays. The proposed integrated air cargo schedule recovery model based on an improved flight network can solve all the cases exactly in limited time, and the average error is 0.47%.

**[Keywords]** freighter airline; irregular operations; integrated recovery; disruption management; improved flight network; mixed integer linear programming

收稿日期: 2024-06-20; 修订日期: 2025-02-06

基金项目: 四川省科技计划(2023YFSY0038); 大学生创新创业训练计划项目(S202310624276)

第一作者: 任轩禾(2000—), 男, 汉族, 河南郑州人, 硕士研究生。研究方向: 航空交通运输, 交通运输规划与管理。E-mail: 610910903@qq.com。

\* 通信作者: 史晓红(1989—), 女, 汉族, 四川广汉人, 博士, 讲师, 硕士研究生导师。研究方向: 航空交通运输, 航线网络。E-mail: shixiaohong0507@163.com。

投稿网址: www.stae.com.cn

随着世界经济的一体化,航空货运业在世界贸易增长以及中国经济转型升级中的作用日益增强。航空货运具备快速性和可靠性,使跨国企业供应链的时间周期能够有效缩短,并降低货物在运输过程中的损坏风险。此外,作为一种高附加值的运输方式,航空货运在资金成本较高的市场中颇具吸引力,根据波音公司<sup>[1]</sup>的统计数据:航空货运每年约承运全球贸易 1% 的货物量,但产品价值却超过 35%。预计至 2041 年,航空货运量将保持 4.1% 的年增长率。

受各类中断源的影响,中断问题为航空公司的运营带来巨大的挑战。中断源主要分为<sup>[2]</sup>:航空公司的内部资源和外部环境资源,如飞机故障、机组人员缺勤、恶劣气象条件、地面保障服务受扰<sup>[3]</sup>、跑道容量受限<sup>[4]</sup>、空域容量不足<sup>[5]</sup>,以及需求波动导致的运力失配<sup>[6-7]</sup>等。由于中断难以在规划阶段提前规避,航空公司需要频繁调整航班计划<sup>[8]</sup>,这项工作通常由运控中心的规划员手动调整飞机和货物的路线,甚至取消或增加航班来完成。显然,通过人工的方式难以确保损失最小化,并且耗时耗力。

为提高恢复效率,近年来,中外学者对航空公司中断恢复问题展开了大量研究<sup>[3-17]</sup>。目前,已有研究多集中于解决客运航空公司的恢复问题 (passenger airline recovery, PAR),而关于货运航空公司的恢复研究较少。为解决 PAR 这一综合问题,原问题通常被分为 3 个相互关联的子问题<sup>[9]</sup>:飞机恢复问题 (aircraft recovery problem, ARP)、机组恢复问题 (crew recovery problem, CRP)、乘客恢复问题 (passenger recovery problem, PRP)。

由于飞机和乘客分别作为运输载体与服务对象,对恢复的进程有着至关重要的影响。传统方法将航空公司的恢复问题构建为 ARP 与 PRP 的集成问题。Hu 等<sup>[10]</sup>基于航班网络构建数学模型,并开发贪婪随机自适应搜索启发式算法实现模型的高效求解,所提出的模型能够降低航班的恢复成本和受扰乘客的数量。为分析实际航班中转时间的调整对 ARP 的影响,何坚等<sup>[11]</sup>分别构建基于轻量级梯度提升机的航班中转时间预测模型和基于有效中转时间的航班恢复模型,并设计特定的列生成算法求解模型。Sun 等<sup>[12]</sup>基于改进的时空网络与候选旅客行程有效地降低所提出的混合整数线性规划模型 (mixed integer linear programming, MILP) 的复杂度,通过引入实时的多式联运网络极大的减少了受扰乘客的数量与恢复成本。Yan 等<sup>[13]</sup>基于时空网络构建最小运营成本的整数多重网络流模型,使航空公司在受台风影响后能够尽快恢复运行。

王楠等<sup>[4]</sup>在原有的恢复模型中引入跑道容量约束,并利用遗传算法与粒子群算法求解,所提出的模型能够有效降低航空公司的经济损失与旅客滞留。为缓解飞机故障和维修导致的运行中断,Naz 等<sup>[14]</sup>提出将飞机航线与乘客行程相叠加的综合网络,评估飞机座位容量限制下的乘客利润与取消成本,以最佳的权衡运营成本与乘客相关成本。Hu 等<sup>[15]</sup>在调整飞机路径时考虑乘客的意愿,开发最小化航空公司恢复成本与乘客损失的双目标整数规划模型,并结合多向随机变量邻域搜索算法解决此问题。

航班计划的恢复还需充分考虑机组的可用性和执勤时长。为解决一体化的恢复问题,Evler 等<sup>[16]</sup>考虑飞机的周转延误,提出滚动时域调度算法分析模型的恢复性能。朱博等<sup>[17]</sup>对飞机与机组运行计划的特点进行分析,构建飞机与机组的综合恢复模型,并基于混合集合规划方法开发搜索算法。乐美龙等<sup>[18]</sup>分析航班、机组、飞机以及机场之间的动态时空衔接,构建飞机和机组的优化恢复模型,并设计一种贪婪随机自适应搜索算法提高模型的求解效率。杨新涅等<sup>[19]</sup>提出一种基于广度优先搜索的航班网络生成算法,通过控制航班的巡航速度,提高燃油的消耗来缓解乘客延误。

针对货运航空公司的恢复研究,学者们提出了航空货运计划恢复问题 (air cargo schedule recovery problem, ACSRP)<sup>[6-7,20]</sup>。与客运问题相似,ACSRP 旨在给定的恢复期内,根据原始时刻表和中断场景动态地调整飞机路径、机组排班以及货物路由,使恢复成本最低。为缓解需求侧的运行中断,Delgado 等<sup>[6]</sup>分别考虑空间灵活性和时间灵活性的机组排班策略,基于时空网络构建 MILP 模型,结果表明,基于空间灵活性的排班政策能够更有效的降低恢复成本。Delgado 等<sup>[7]</sup>构建基于带时间窗的取货和配送的改进 MILP 模型,提出两种货物分配策略,并设计列生成算法实现高效的模型求解。Huang 等<sup>[20]</sup>将 ACSRP 拆分为航班、飞机和货物的 3 个连续决策问题,提出基于航班网络的集成模型,通过开发基于机器学习的列-行生成算法,消除无效延误决策对模型求解效率的影响。

综上可知,现有研究存在以下不足:①顺序求解的方法导致子问题之间的关联性被忽视,例如飞机的路径规划能够直接影响货物路由和机组排班;②现有的货运航班恢复方法仅针对飞机和货物,未考虑机组;③模型中货物的容量约束多以重量或体积表达;④大量工作集中于启发式算法的开发,而非网络的优化。

针对现有研究的不足,对货运航班网络进行改

进,引入强制节点和外部弧等网络元素,扩展网络的应用场景;在网络中构建实体流,使飞机、机组和货物之间的关联性得到有效分析;优化现有的货运航班恢复框架,考虑机组恢复;构建能够同时解决飞机、机组和货物的一体化恢复模型,规避顺序求解的缺陷;根据实际运行中托盘或集装箱的运输方式,改进模型中有关货机容量的约束;提出一种实体聚合方法,减少网络中冗余实体的数量,从而降低问题的复杂度。

### 1 改进的货运航班网络

与时空网络相比,航班网络具有以下优点:①弧和节点的数量较少;②无需构建复制弧的离散集合;③无需对时间进行离散化处理,精度更高<sup>[21]</sup>。由于现有的货运航班网络仅包含3种节点类型(源节点、汇节点和航班节点)以及相应节点间的弧,这一缺陷使时间、地点等属性无法显式建模,导致网络的应用场景十分有限。为提高网络的适用性,对货运航班网络  $G = (N, A)$  改进,在节点集  $N$  和弧集  $A$  中分别引入强制节点集  $M$ 、强制弧和外部弧  $A_{ext}$ ,改进后的货运航班网络如图1所示,该网络可以构建飞机定期检修、机组值勤时限等实际场景。

在传统的货运航班网络中,飞机、机组和货物均定义在相互独立的子网络,研究对象之间的关联性无法得到有效分析。为解决此问题,在网络中构建实体流。实体的集合  $E$  中,任意实体  $e$  能够表示某个具体研究对象,实体的类型  $t \in T = \{ac, cr, cg\}$  分别表示飞机、机组和货物,  $E^t \in E$  表示类型为  $t$  的实体集合。实体作为网络中各对象的载体,能够起到串联效果,将不同类型的目标构建在同一航班网络中。在改进的航班网络内,所有节点的集合  $N$  包含的节点类型有:①源节点  $s_{ou}^e$  表示实体  $e$  在恢复初期  $H_0$  的状态;②汇节点  $s_{in}^e$  表示实体  $e$  在恢复末期  $H_1$  的状态;③实体  $e$  的强制节点集  $M^e$  限制实体在恢复期内的运行,如飞机的定期检修,受限实体需要强制通过该节点;④航班节点  $f$  表示恢复期内的所有航班。

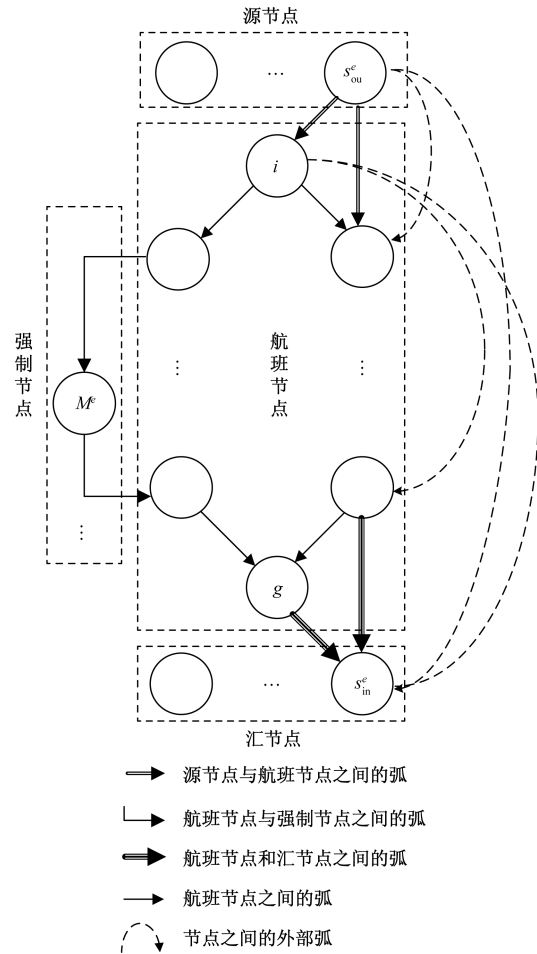
根据原始航班计划对应的航班集合  $F$ 、计划起飞时间  $SDT_f$  以及允许的最早降落时间  $EAT_f$ ,航班节点的集合  $N^f$  应满足式(1)。

$$N^f = \{f \in F; SDT_f \geq H_0, EAT \leq H_1\} = \{f_1, f_2, \dots, f_n\} \quad (1)$$

综上所述,集合  $N$  应满足式(2)。

$$N = N^f \cup (\cup_{e \in E} \{s_{ou}^e, s_{in}^e\}) \cup M \quad (2)$$

弧  $(i, j) \in A$  描述了实体在节点之间的流动行为。弧的类型取决于两侧节点的类型:①若  $i = s_{ou}^e$ , 则为出发弧,表示实体执行恢复期内的首个航班;



$s_{in}^e$ 为汇节点; $s_{ou}^e$ 为源节点; $M^f$ 为强制节点集; $i$ 和 $g$ 为航班节点

图1 改进的货运航班网络结构

Fig. 1 Structure of the improved flight network

②若  $g = s_{in}^e$ , 则为沉没弧,表示实体执行恢复期内的末尾航班;③若  $i, g \in N^f$ , 则为航班弧,表示实体执行的连续航班;④若  $i \in M^e$  或  $g \in M^e$ , 则为强制弧,表示实体通过强制节点;⑤外部弧  $A_{ext}$  表示原始航班计划中不存在的实体路径。

通过外部弧能够实现灵活的恢复操作,如飞机定期检修(源节点与航班节点、源节点与汇节点、航班节点与汇节点)、货机改道(源节点与航班节点、源节点与汇节点、航班节点与汇节点、航班节点之间)、航班取消(源节点与汇节点、航班节点与汇节点)等。

### 2 基于改进航班网络的航空货运综合调度恢复模型

#### 2.1 数学公式

ACSRP 属于 NP-hard 问题,将该问题抽象为 MILP 数学模型。其中,二进制决策变量  $x_{fg}^e$  和  $y_f$  用于表示实体的流动。当实体  $e$  通过节点  $f$  与节点  $g$  之间的弧  $(f, g)$  时,则  $x_{fg}^e = 1$ 。同理,当航班节点  $f$  表示的航班被取消时,则  $y_f = 1$ 。为精确计算货物的

延误成本,引入连续变量  $d_{t,f}^e$  表示实际降落时间  $a_{t,f}$  相较于计划降落时间  $SAT^e$  的延误时长。模型中有关集合、参数和决策变量的含义如表 1 ~ 表 3 所示。

表 1 模型的集合  
Table 1 Sets of the model

| 集合                         | 含义              |
|----------------------------|-----------------|
| $T$                        | 实体类型的集合         |
| $E(E^t)$                   | 实体(类型为 $t$ )的集合 |
| $F$                        | 所有航班的集合         |
| $N^f$                      | 航班节点的集合         |
| $M(M^e)$                   | 实体 $e$ 的强制节点集合  |
| $N$                        | 航班网络的节点集合       |
| $\Lambda$                  | 航班网络中弧的集合       |
| $\Lambda_{ext}(A_{ext}^e)$ | 实体 $e$ 的外部弧集合   |
| $T^{op}$                   | 运行实体(飞机和机组)的集合  |
| $DC^e$                     | 源节点的起飞弧的集合      |
| $AC^e$                     | 汇节点的降落弧的集合      |
| $CC^e$                     | 航班节点间的弧的集合      |
| $SE^e$                     | 航班计划中实体的弧的集合    |
| $E^{ac}(e)$                | 航空公司的飞机集合       |

表 2 模型参数  
Table 2 Parameters of the model

| 参数                                  | 含义                                     |
|-------------------------------------|--|
| $H_0(H_1)$                          | 恢复期的起始(终止)时间                           |
| $SDT_f(SAT_f)$                      | 原计划中航班 $f$ 的预定起飞(到达)时间                 |
| $LDT_f(LAT_f)$                      | 航班 $f$ 允许的最晚起飞(到达)时间                   |
| $EDT_f(EAT_f)$                      | 航班 $f$ 允许的最早起飞(到达)时间                   |
| $FT_f^e$                            | 分配给飞机 $e$ 的航班 $f$ 的计划飞行时长              |
| $MinCT_{fg}^e(\text{Max}CT_{fg}^e)$ | 实体 $e$ 在航班 $f$ 与航班 $g$ 之间允许的最小(最大)中转时间 |
| $EDT^e$                             | 实体 $e$ 的首个航班允许的最早起飞时间                  |
| $LAT^e$                             | 实体 $e$ 到达目的机场的最晚可接受时间                  |
| $D_f^e$                             | 节点对实体的需求                               |
| $MFT^e(\text{MDT}^e)$               | 机组的最大飞行(执勤)时长                          |
| $MNL^e$                             | 机组的最大降落次数                              |
| $R_{eqf}^t$                         | 运行航班 $f$ 所需实体类型为 $t$ 的实体数量             |
| $C_{ap}^k$                          | 飞机 $k$ 的载货能力                           |
| $C_{\Lambda}^{ext}$                 | 外部弧 $\Lambda_{ext}$ 的单位成本              |
| $C_f^{cancel}$                      | 航班 $f$ 的单位取消成本                         |
| $C_e^{delay}$                       | 货物订单在单位时间内的延误成本                        |
| $C_t^{follow}$                      | 实体类型为 $t$ 的单位激励成本                      |
| $TC^{ext}$                          | 外部弧的总成本                                |
| $TC^{cancel}$                       | 航班取消的总成本                               |
| $TC^{delay}$                        | 货物订单的总延误成本                             |
| $TC^{follow}$                       | 实体的总激励成本                               |

表 3 模型的决策变量  
Table 3 Decision variables of the model

| 决策变量  | 含义   |
|-------|--|
| 二进制变量 | $x_{fg}^e$ 若实体 $e$ 流经弧 $(f,g)$ , 则为 1, 否则为 0 |
|       | $y_f$ 若航班取消, 则为 1, 否则为 0                     |
| 连续变量  | $d_{t,f}$ 航班 $f$ 的实际起飞时间                     |
|       | $a_{t,f}$ 航班 $f$ 的实际降落时间                     |
|       | $d_{t,el}^e$ 货物的交付延误时长                       |

所提出的模型表述为式(3) ~ 式(18)。其中,式(3)为目标函数,旨在最小化货物延误成本、航班取消成本、外部恢复成本、激励成本。其中,外部恢复成本表示采取飞机和机组交换的成本。此外,由于实体能够在不造成延误或取消的情况下调整航线,通过为模型设置激励函数,限制实体尽可能执行原始时刻表中规划的路径,值得注意的是,激励成本不计入总成本。

$$\begin{cases} \min TC^{delay} + TC^{cancel} + TC^{ext} + TC^{follow} \\ TC^{delay} = \sum_{e \in E^{cg}} C_e^{delay} d_{t,el}^e \\ TC^{cancel} = \sum_{f \in F} C_f^{cancel} y_f \\ TC^{ext} = \sum_{e \in E} \sum_{\Lambda \in \Lambda_{ext}} C_{\Lambda}^{ext} x_{fg}^e \\ TC^{follow} = \sum_{t \in T} \sum_{e \in E^t} \sum_{(f,g) \in SE^e} C_t^{follow} x_{fg}^e \end{cases} \quad (3)$$

模型的约束条件为

$$\sum_{f:(f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e - \sum_{h:(g,h) \in \Lambda} \beta_{gh}^e = D_g^e, \quad e \in E; g \in N \quad (4)$$

式(4)中: $D_g^e$ 为节点对实体的需求; $\beta_{gh}^e$ 为弧 $(g,h)$ 的二进制决策变量。

$$\sum_{e \in E^t} \left[ \sum_{g:(f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e \right] = (1 - y_f) R_{eqf}^t, \quad t \in T^{op}; f \in F \quad (5)$$

$$\sum_{g:(f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e \leq (1 - y_f), \quad t \in T \setminus T^{op}, \quad e \in E^t; f \in F \quad (6)$$

式(4)为节点的流量守恒约束。式(5)表示没有足够数量的运行实体流经航班节点时,将取消航班。式(6)表示实体无法通过取消的航班节点。

$$\sum_{e \in E^{cg}: (f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e \leq \sum_{e \in E^{ac}: (f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e C_{ap}^e, \quad f \in F \quad (7)$$

式(7)中: $C_{ap}^e$ 为飞机实体  $e$  所能够承运的最大托盘数量。

在实际运行中,货机的容量通常以托盘或集装箱(unit load device, ULD)来衡量。一方面,货物的重量和体积限制在装载和平衡阶段已得到满足;另一方面,货机的实际载运率通常仅为最大容量的 60% ~ 70%<sup>[22]</sup>。显然,根据货物的重量与体积构建飞机的容量约束并不符合实际运行,通过对容量约束进行改进,在式(7)中引入变量  $C_{ap}^e$ , 表示飞机实体  $e$  所能够承运的最大托盘数量。

$$\sum_{g:(m,g) \in \Lambda} x_{mg}^e = 1, \quad e \in E; m \in M^e \quad (8)$$

$$a_{t,f} = d_{t,f} + \sum_{e \in E^{ac}} \left[ \sum_{g:(f,g) \in \Lambda} x_{fg}^e \right] FT_f^e, \quad f \in F \quad (9)$$

$$d_{t,el}^e \geq EDT_e x_{s_{ou}^e, g}^e, \quad e \in E, (s_{ou}^e, g) \in DC^e \quad (10)$$

$$a_{yf} \leq \text{LAT}_f + (\text{LAT}^e - \text{LAT}_f)x_{f_{\text{in}}}^e, \quad e \in E, (f, s_{\text{in}}^e) \in \text{AC}^e \quad (11)$$

$$d_{lg} \geq a_{yf} + \text{MinCT}_{f_{\text{g}}}^e x_{f_{\text{g}}}^e - \text{LAT}_f(1 - x_{f_{\text{g}}}^e), \quad e \in E, (f, g) \in \text{CC}^e \quad (12)$$

$$d_{lg} \leq a_{yf} + \text{MaxCT}_{f_{\text{g}}}^e x_{f_{\text{g}}}^e + \text{LDT}_f(1 - x_{f_{\text{g}}}^e), \quad e \in E, (f, g) \in \text{CC}^e \quad (13)$$

式(8)限制受限实体通过强制节点。约束(9)揭示实际降落时间、起飞时间与计划飞行时间之间的数学关系。式(10)表示航班的实际起飞必须晚于允许的最早起飞时间。式(11)表示末尾航班的实际降落必须早于最晚降落时间。式(12)和式(13)分别表示实体执行连续航班应满足最小中转时间和最大中转时间。

$$x_{f_{\text{g}}}^e \leq \sum_{k \in E^{\text{ac}}(e)} x_{f_{\text{g}}}^k, \quad (f, g) \in A; e \in E^{\text{cr}} \quad (14)$$

$$\sum_{(f, g) \in A} x_{f_{\text{g}}}^e - 1 \leq \text{MNL}^e, \quad e \in E^{\text{cr}} \quad (15)$$

$$\sum_{f \in F} \left( \sum_{g: (f, g) \in A} x_{f_{\text{g}}}^e \right) (a_{yf} - d_{yf}) \leq \text{MFT}^e, \quad e \in E^{\text{cr}} \quad (16)$$

$$\left( \sum_{(f, s_{\text{in}}^e) \in A} a_{yf} x_{f_{\text{in}}}^e \right) - \left( \sum_{(s_{\text{ou}}^e, g) \in A} d_{lg} x_{s_{\text{ou}}^e}^e \right) \leq \text{MDT}^e, \quad e \in E^{\text{cr}} \quad (17)$$

式(14)~式(17)为机组的有关限制,分别限制机组人员的资质、最大着陆次数、最大飞行时长、以及最大执勤时长。

$$d_{\text{elay}}^e \geq a_{yf} - \text{SAT}^e - (\text{LAT}_f - \text{SAT}^e)(1 - x_{f_{\text{in}}}^e), \quad e \in E^{\text{eg}}; f \in F; (f, s_{\text{in}}^e) \in A \quad (18)$$

最后,约束(18)根据航班的实际降落时间线性计算货物延误时间。

## 2.2 实体的聚合方法

模型中实体的数量庞大,由于网络中同一航班的实体具有相同的路径,通过聚合飞机、机组、货物实体能够显著减少实体数量,提高模型的求解效率。为防止信息丢失,被聚合的实体应具有完全相同的飞行路径。据此,实体聚合应满足以下条件:具有相同的最早起飞时间、最晚降落时间、起飞机场、目的机场、中转时间、强制节点。

将飞机、机组或货物的聚合实体  $e'$  数量设置为  $N_b^e$ , 并定义聚合实体的集合  $E'$ 。针对被聚合的实体,原模型的二进制决策变量  $x_{f_{\text{g}}}^e$  替换为整数变量  $x_{f_{\text{g}}}^{e'} \in \{0, 1, \dots, N_b^e\}$ 。对所提出的数学公式进行适当的调整,具体步骤如下。

**步骤1** 从实体的集合中移除所有聚合实体,并将未被聚合的实体变量数值  $N_b^e$  设置为 1。

$$E = E \setminus \{e \in E: e \in e', \forall e' \subseteq E'\} \quad (19)$$

**步骤2** 将集合重新合并:  $E = E \cup E'$ 。

**步骤3** 更新式(4)中的参数  $D_g^e$ 。

$$D_g^e = \begin{cases} -N_b^e, & g \text{ 为源节点} \\ 0, & g \text{ 为其他节点} \\ +N_b^e, & g \text{ 为汇节点} \end{cases} \quad (20)$$

**步骤4** 更新式(6),为其右端乘  $N_b^e$ 。

$$\sum_{g: (f, g) \in A} x_{f_{\text{g}}}^e \leq (1 - y_f)N_b^e, \quad t \in T \setminus T^{\text{op}}; e \in E'; f \in F \quad (21)$$

**步骤5** 更新式(8)右端为  $N_b^e$ 。

$$\sum_{g: (m, g) \in A} x_{mg}^e = N_b^e, \quad e \in E; m \in M^e \quad (22)$$

**步骤6** 对于每个聚合实体  $e' \in E'$ , 定义二进制变量  $f_{lg}^{e'} (g \in \text{DC}^{e'})$ 、 $l_{yf}^{e'} (f \in \text{AC}^{e'})$  和  $C_{\text{onfg}}^{e'} [(f, g) \in \text{CC}^{e'}]$ 。当且仅当  $g$  为首个航班时,  $f_{lg}^{e'} = 1$ ;  $f$  为最后一个航班时,  $l_{yf}^{e'} = 1$ ;  $(f, g)$  为上游航班与其后续航班的连接弧时,  $C_{\text{onfg}}^{e'} = 1$ ; 否则设置  $f_{lg}^{e'}$ 、 $l_{yf}^{e'}$  和  $C_{\text{onfg}}^{e'}$  为 0。并在模型中添加约束条件有

$$N_b^{e'} f_{lg}^{e'} \geq x_{s_{\text{ou}}^e}^{e'}, \quad e' \in E'; g \in \text{DC}^{e'} \quad (23)$$

$$N_b^{e'} l_{yf}^{e'} \geq x_{f_{\text{in}}^e}^{e'}, \quad e' \in E'; f \in \text{AC}^{e'} \quad (24)$$

$$N_b^{e'} C_{\text{onfg}}^{e'} \geq x_{f_{\text{g}}}^{e'}, \quad e' \in E'; (f, g) \in \text{CC}^{e'} \quad (25)$$

**步骤7** 将式(10)~式(13)中的  $x_{s_{\text{ou}}^e}^{e'}$ 、 $x_{f_{\text{in}}^e}^{e'}$ 、 $x_{f_{\text{g}}}^{e'}$  分别替换为  $f_{lg}^{e'}$ 、 $l_{yf}^{e'}$ 、 $C_{\text{onfg}}^{e'}$ 。针对运行实体的所需数量  $R_{\text{eqf}}^t$ , 当实体类型  $t = \text{ac}$ , 即实体类型为飞机时,  $R_{\text{eqf}}^t = 1$ ; 当实体类型  $t = \text{cr}$ , 即实体类型为机组时,  $R_{\text{eqf}}^t$  等于所需机组人数, 因此式(5)无需做出调整。同理, 如果两个或多个飞机实体被聚合, 式(5)能够确保一个航班节点最多只能通过一架飞机, 从而迫使这些飞机实体通过不同航班节点。同时, 该约束也确保式(7)和式(9)的有效性。在货物的线性延误成本函数式(18)中, 由于货物的总流量被定义为二进制指派变量  $x_{f_{\text{in}}^e}^e$ , 因此无需调整。

## 3 算例测试

首先介绍算例的实例和场景构建。其次, 以四川川航物流有限公司(A1)的运行数据进行模型验证。在此基础上, 根据中国国际货运航空公司(A2)和顺丰航空有限公司(A3)的运行数据测试模型对大规模中断问题的求解效率。有关航班信息、飞机路径、机型参数等数据来自相应航空公司的航班计划。为便于计算, 对特定参数进行了理想化设置。

### 3.1 实例创建

算例被定义为实例与中断场景的集合。其中, 实例规模取决于所选恢复期内的飞机数与机场数, 中断场景的时间范围与受扰程度分别取决于恢复期长度与中断率。各航空公司的机队信息如表4所示, 有关实体和成本的数值设置如表5所示。

表4 航空公司的机队信息

Table 4 Fleets information of airlines

| 序号 | 机型       | 容量 | 所属航空公司 |
|----|----------|----|--------|
| 1  | A330-200 | 26 | A1     |
| 2  | B777-200 | 37 | A2     |
| 3  | B747-400 | 38 | A2、A3  |
| 4  | B757-200 | 15 | A2、A3  |
| 5  | B737-300 | 8  | A3     |
| 6  | B737-400 | 10 | A3     |
| 7  | B767-300 | 31 | A3     |

表5 实验参数

Table 5 Parameters of the experiment

| 序号 | 参数  | 数值                      |
|----|---|-------------------------|
| 1  | 机组的最大飞行时长 $MFT^{cr} / h$                      | 8                       |
| 2  | 机组的最大执勤时长 $MDT^{cr} / h$                      | 12                      |
| 3  | 机组的最大降落次数 $MNL^{cr} / 次$                      | 4                       |
| 4  | 飞机的最小中转时间 $MinCT_{fg}^{pc} / h$               | 1                       |
| 5  | 货物的单位延误成本 $C_{eg}^{delay} / (元 \cdot h^{-1})$ | 2.4                     |
| 6  | 航班的单位取消成本 $C_f^{cancel} / 元$                  | 1 200                   |
| 7  | 外部弧的单位成本 $C_A^{ext} / (元 \cdot 次^{-1})$       | 40                      |
| 8  | 实体的单位激励成本 $C_i^{follow}$                      | -1 元/航班;<br>-0.01 元/ULD |

3.2 单机型航空公司的中断恢复

用于测试的计算机配备 3.2 GHz 处理器和 32 GB 内存,代码的编译通过 Python 3.7 实现,模型的求解基于混合整数规划求解器 IBM ILOG CPLEX v. 12.10。

该算例基于航空公司 A1 的运行数据,该航司的原始航班时刻表如表 6 所示,中断场景的描述如下:①受恶劣气象条件的影响,航班 F03 与 F05 的起飞时间分别延误至 03:20 和 03:23;②由于执勤时长限制,机组 C09 在结束休息期后允许的最早起飞时间为 06:44。

表6 原始航班时刻

Table 6 Original flight schedule

| 机号  | 航班  | 机组  | 起飞机场 | 目的机场 | 货运量 | 时间          |
|-----|-----|-----|------|------|-----|-------------|
| T00 | F00 | C00 | CTU  | DEL  | 14  | 00:44—03:59 |
| T00 | F01 | C01 | DEL  | BLR  | 11  | 09:25—11:34 |
| T00 | F02 | C01 | BLR  | DEL  | 16  | 14:51—16:59 |
| T01 | F03 | C02 | NRT  | XIY  | 14  | 00:37—04:12 |
| T01 | F04 | C03 | XIY  | NRT  | 14  | 12:29—16:05 |
| T02 | F05 | C04 | KIX  | CKG  | 12  | 00:37—04:02 |
| T02 | F06 | C05 | CKG  | KIX  | 11  | 10:11—13:36 |
| T03 | F07 | C06 | BLR  | DEL  | 16  | 00:50—02:58 |
| T03 | F08 | C07 | DEL  | BLR  | 14  | 11:13—13:22 |
| T03 | F09 | C08 | BLR  | DEL  | 11  | 19:31—21:40 |
| T04 | F10 | C09 | CTU  | DEL  | 8   | 00:45—04:00 |
| T04 | F11 | C10 | DEL  | CKG  | 19  | 10:50—14:24 |

为直观展示信息,图 2 以航班串的形式表示原始航班计划和最优恢复计划。每个蓝色大圆圈分别表示特定的航班节点,相关信息(机组、货物承运量、起飞机场和目的机场、以及起飞和降落时间)分别位于航班索引的周围。航班串表示在恢复期内分配给特定飞机的所有航班,飞机的机号与最大容量信息位于左侧黑框内。如图 2(b)所示,被标红的航班节点表示中断航班,而被标记为橙色的航班节点表示间接延误的受扰航班。

由图 2(a)可知,若不及时调整航班计划,航班 F10 需等待机组 C09 驾驶飞机 T04 于 06:44 起飞,并于 09:59 抵达目的机场 DEL,由于不满足最小中转时间,进而造成下游航班 F11 的延误。在此中断场景下,受扰货物的总延误时长为 122.08 h、平均延误时长为 2.3 h。

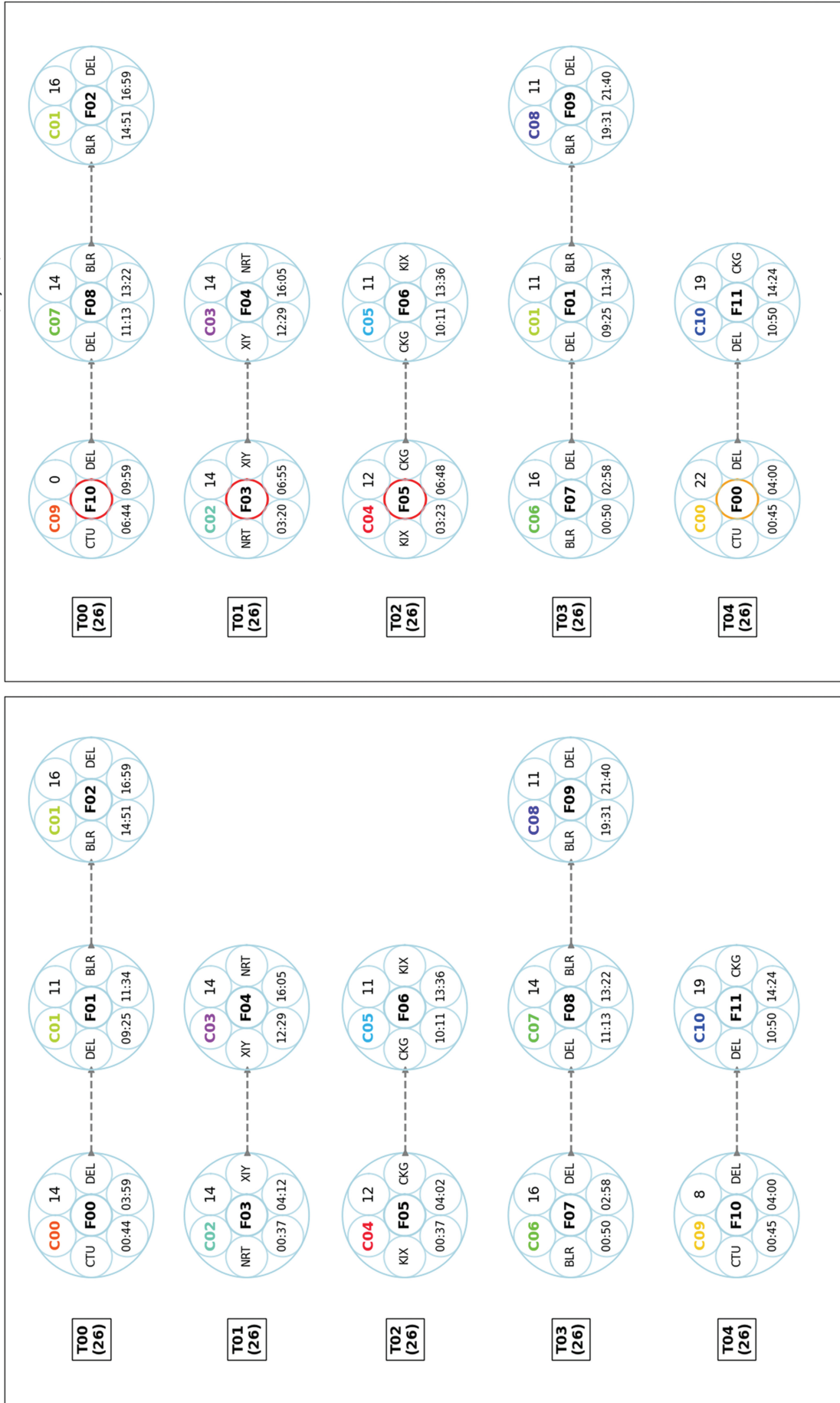
通过模型求解,所提出的航班恢复行程如表 7 所示。原航班计划中,航班 F10 的直达行程 I12 取消,货物转由行程 I00 运输;航班 F10 和 F11 的中转行程 I15 取消,货物转由航班 F00 与 F11 的中转行程 I13 运输。由此恢复后的航班计划如表 8 所示,恢复后的货物总延误时长为 71.23 h,平均延误时长为 1.34 h,减少 42% 的延误时长。

有关恢复过程的具体描述如下:飞机 T00 与 T04 的机型、起飞机场和目的机场相同,并且机组 C00 满足驾驶资质。在满足容量限制下,首先,航班 F10 的承运任务转交 F00。接着,交换执行航班 F00 与 F10 的飞机(交换飞机 T00 与 T04),安排机组 C00 驾驶飞机 T04 执飞航班 F00。最后,在机组 C09

表7 航班行程恢复

Table 7 Recovery of flight itinerary

| 计划路径 | 恢复路径 | 计划航班    | 恢复航班    | 货物量 | 起始机场 | 目的机场 | 时间          |
|------|------|---------|---------|-----|------|------|-------------|
| I00  | I00  | F00     | F00     | 4   | CTU  | DEL  | 00:45—04:00 |
| I12  | I00  | F10     | F00     | 5   | CTU  | DEL  | 00:45—04:00 |
| I01  | I01  | F00-F01 | F00-F01 | 5   | CTU  | BLR  | 00:45—11:34 |
| I02  | I02  | F01     | F01     | 6   | DEL  | BLR  | 09:25—11:34 |
| I03  | I03  | F02     | F02     | 16  | BLR  | DEL  | 14:51—16:59 |
| I04  | I04  | F03     | F03     | 14  | NRT  | XIY  | 03:20—06:55 |
| I05  | I05  | F04     | F04     | 14  | XIY  | NRT  | 12:29—16:05 |
| I06  | I06  | F05     | F05     | 12  | KIX  | CKG  | 03:23—06:48 |
| I07  | I07  | F06     | F06     | 11  | CKG  | KIX  | 10:11—13:36 |
| I08  | I08  | F07     | F07     | 10  | BLR  | DEL  | 00:50—02:58 |
| I09  | I09  | F00-F08 | F00-F08 | 3   | CTU  | BLR  | 00:45—13:22 |
| I10  | I10  | F08     | F08     | 11  | DEL  | BLR  | 11:13—13:22 |
| I11  | I11  | F09     | F09     | 11  | BLR  | DEL  | 19:31—21:40 |
| I13  | I13  | F00-F11 | F00-F11 | 2   | CTU  | CKG  | 00:45—14:24 |
| I15  | I13  | F10-F11 | F00-F11 | 3   | CTU  | CKG  | 00:45—14:24 |
| I14  | I14  | F07-F11 | F07-F11 | 6   | BLR  | CKG  | 00:50—14:24 |
| I16  | I16  | F11     | F11     | 8   | DEL  | CKG  | 10:50—14:24 |



(a) 原计划中各飞机执行的航班串  
以图2(a)内首条航班串为例,左侧黑色方框内T00(26)表示飞机机号为T00,最大容量为26;首个蓝色圆圈圈内自上而下: C00为机组编号;14为实际货运量;  
CTU和DEL分别为起降机场的三字代码;F00为航班号;00:44和03:59分别为起降时间

(b) 恢复后各飞机执行的航班串

图2 飞机执行的航班串  
Fig. 2 Flight strings operated by aircraft

休息期结束后,空运机组至机场 DEL,由图 2(b)可知,机组 C09 抵达机场 DEL 的时间为 09:59,晚于航班 F01 的起飞时间。由于航班 F08 与 F01 具有相同的起飞机场和目的机场,并且航班 F08 符合中转时间的限制,通过交换执飞航班 F01 与 F08 的飞机 T00 与 T03 能够避免下游航班中断。

3.3 多机型航空公司的中断恢复

对于规模较大的货运航空公司,其机队通常由不同机型的货机组成。在解决此类恢复问题时,飞机和货物的重新路由需要考虑不同货机的容量,并且机组排班需要考虑机组的资质。

以规模不同的货运航空公司 A2 和 A3 的运行数据进行测试。首先,每日投入运行的货机,A2 公司为 14 架,均具有较强的载货能力,而 A3 公司为 34 架,载货能力较为全面。其次,A3 公司采用双枢纽混合的运营模式,机队中大载货量与小载货量的货机通常分别执行国际航线与国内航线,而 A2 公司为单枢纽运营模式,通常以国际航线为主。

根据实际运行情况设置恢复期和中断率,两组实验中各包含 6 种中断场景。其中,36 h 和 48 h 的恢复期分别表示中期与长期的恢复需求;3 种比例的中断率分别表示不同程度的受扰航班比例。基于改进航班网络的航空货运综合恢复模型对算例求解,计算结果中各项成本、求解时长、求解误差值如表 9 所示。

从表 9 可以看出,以 36 h 的恢复期为例,从恢复成本来看,随着中断率的提高,对于航空公司 A2:飞机相关成本的比例分别为 71.24%、68.78%、80.89%,整体呈上升趋势,而货物相关成本的比例分别为 26.6%、27.5%、16.76%,整体呈下滑趋势。这表明随着中断程度的加剧,航空公司 A2 的恢复策略以调整货机路径为主,并且机组的调整随之增加;对于航空公司 A3:飞机相关成本的比例分别为 77.73%、71.32%、61.64%,呈明显的下滑趋势,而货物相关成本的比例分别为 11.91%、28.68%、32.53%,呈显著的上升趋势。这表明随着中断程度的加剧,航空公司 A3 的恢复策略以航班延误为主。以上现象主要源于航空公司的机队特征和航线结构不同。航空公司 A3 的机型较多,货机的容量差异较大,并且航线结构较为复杂,使货机可调整的空间较小。相反,航空公司 A2 的机队所包含的机型较少,容量差异较小,并且航线结构较为简单,使货机易于调整。

从模型的求解效果来看,随着航班数量的增加,求解时间呈非线性增长,这种现象与 NP-hard 问题的特性相符。所有算例的平均求解误差为 0.47%,对于规模较小的航空公司 A2,能够在短时间内求得问题的精确解,然而对于大规模航空公司 A3,求解时长将显著增加,但仍能够在有限时间内求出问题的精确解。

表 8 恢复的航班计划

Table 8 Recovery flight schedule

| 机号  | 航班  | 机组  | 起飞机场 | 目的机场 | 货运量 | 时间          |
|-----|-----|-----|------|------|-----|-------------|
| T00 | F10 | C09 | CTU  | DEL  | 0   | 06:44—09:59 |
| T00 | F08 | C07 | DEL  | BLR  | 14  | 11:13—13:22 |
| T00 | F02 | C01 | BLR  | DEL  | 16  | 14:51—16:59 |
| T01 | F03 | C02 | NRT  | XIY  | 14  | 03:20—06:55 |
| T01 | F04 | C03 | XIY  | NRT  | 14  | 12:29—16:05 |
| T02 | F05 | C04 | KIX  | CKG  | 12  | 03:23—06:48 |
| T02 | F06 | C05 | CKG  | KIX  | 11  | 10:11—13:36 |
| T03 | F07 | C06 | BLR  | DEL  | 16  | 00:50—02:58 |
| T03 | F01 | C01 | DEL  | BLR  | 11  | 09:25—11:34 |
| T03 | F09 | C08 | BLR  | DEL  | 11  | 19:31—21:40 |
| T04 | F00 | C00 | CTU  | DEL  | 22  | 00:45—04:00 |
| T04 | F11 | C10 | DEL  | CKG  | 19  | 10:50—14:24 |

表 9 航空公司 A2、A3 的计算结果

Table 9 Computational results for airlines A2, A3

| 航空公司 | 航班数 | 恢复期/h | 中断率/% | 成本/元  |     |         |         | 激励成本   | 求解时长/s   | 误差/% |
|------|-----|-------|-------|-------|-----|---------|---------|--------|----------|------|
|      |     |       |       | 飞机    | 机组  | 货物      | 总计      |        |          |      |
| A2   | 43  | 36    | 5     | 1 320 | 40  | 492.9   | 1 852.9 | -141.5 | 88.92    | 0    |
|      |     |       | 10    | 1 480 | 80  | 591.7   | 2 151.7 | -133.5 | 143.59   | 0.20 |
|      |     |       | 20    | 2 760 | 80  | 571.9   | 3 411.9 | -129.7 | 296.95   | 0    |
|      | 65  | 48    | 5     | 2 440 | 200 | 1 799.5 | 4 439.5 | -203.8 | 1 021.75 | 0.55 |
|      |     |       | 10    | 4 560 | 200 | 1 410.1 | 6 170.1 | -172.8 | 670.95   | 0.31 |
|      |     |       | 20    | 3 840 | 200 | 1 441.7 | 5 481.7 | -194.2 | 1 238.39 | 0.33 |
| A3   | 102 | 36    | 5     | 2 400 | 320 | 367.8   | 3 087.8 | -418.1 | 1 902.86 | 0.02 |
|      |     |       | 10    | 2 560 | 0   | 1 029.4 | 3 589.4 | -425.3 | 2 498.88 | 0.13 |
|      |     |       | 20    | 2 960 | 280 | 1 561.8 | 4 801.8 | -394.8 | 3 371.75 | 0.32 |
|      | 167 | 48    | 5     | 2 640 | 40  | 309.8   | 2 989.8 | -518.1 | 6 859.34 | 0.05 |
|      |     |       | 10    | 4 200 | 40  | 909.9   | 5 149.9 | -507.8 | 6 389.98 | 2.02 |
|      |     |       | 20    | 5 520 | 0   | 2 542.7 | 8 062.7 | -509.3 | 6 985.98 | 1.74 |

## 4 结论

通过对传统航班网络的表示方法进行分析,研究航空货运综合调度恢复问题,得出如下主要结论。

(1)对传统航班网络进行改进,不仅扩展了网络的应用场景,还有效地解决了以往研究中各对象间相互独立建模的缺陷。

(2)构建涵盖飞机、机组和货物的综合恢复模型,该模型不仅实现了各类实体的高效整合,还针对货机容量约束进行了精准的建模优化。

(3)基于所构建的模型,利用中国货运航空公司的航班数据进行算例测试。实验结果表明,该模型所生成的恢复方案在显著降低延误时长的同时,也充分保证了求解效率的高效性。

### 参 考 文 献

- [1] The Boeing Company. World air cargo forecast 2022—2041 [R]. Chicago: Boeing, 2022.
- [2] Su Y, Xie K, Wang H, et al. Airline disruption management: a review of models and solution methods[J]. Engineering, 2021, 7(4): 435-447.
- [3] 周语, 邵荃. 基于不确定因素扰动的机场大面积航班恢复规划[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(16): 300-305.  
Zhou Yu, Shao Quan. Airport large-scale flight recovery planning based on uncertainty disturbance[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(16): 300-305.
- [4] 王楠, 戴福青, 齐雁楠. 基于跑道容量的航班恢复优化模型[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(15): 6279-6285.  
Wang Nan, Dai Fuqing, Qi Yannan. Flight recovery optimization model based on runway capacity[J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(15): 6279-6285.
- [5] Liang Z, Xiao F, Qian X, et al. A column generation-based heuristic for aircraft recovery problem with airport capacity constraints and maintenance flexibility[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 113: 70-90.
- [6] Delgado F, Sirhan C, Katscher M, et al. Recovering from demand disruptions on an air cargo network[J]. Journal of Air Transport Management, 2020, 85: 101799.
- [7] Delgado F, Mora J. A matheuristic approach to the air-cargo recovery problem under demand disruption[J]. Journal of Air Transport Management, 2021, 90: 101939.
- [8] Derigs U, Friederichs S. Air cargo scheduling: integrated models and solution procedures[J]. OR Spectrum, 2012, 35(2): 325-362.
- [9] Clausen J, Larsen A, Larsen J, et al. Disruption management in the airline industry: concepts, models and methods[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37(5): 809-821.
- [10] Hu Y, Song Y, Zhao K, et al. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2016, 87: 97-112.
- [11] 何坚, 果红艳, 姚远, 等. 基于有效中转时间预测的不正常航班恢复技术[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(3): 384-393.  
He Jian, Guo Hongyan, Yao Yuan, et al. Irregular flight recovery technique based on accurate transit time prediction[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(3): 384-393.
- [12] Sun F, Liu H, Zhang Y. Integrated aircraft and passenger recovery with enhancements in modeling, solution algorithm, and intermodalism[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 23(7): 9046-9061.
- [13] Yan S, Chen Y. Flight rescheduling, fleet rerouting and passenger reassignment for typhoon disruption events[J]. Transportation Letters, 2021, 14(8): 818-837.
- [14] Naz Y Y, Selim A M. Aircraft and passenger recovery during an aircraft's unexpected unavailability[J]. Journal of Air Transport Management, 2020, 91: 101991.
- [15] Hu Y, Zhang P, Fan B, et al. Integrated recovery of aircraft and passengers with passengers' willingness under various itinerary disruption situations[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 161: 107664.
- [16] Evler J, Lindner M, Fricke H, et al. Integration of turnaround and aircraft recovery to mitigate delay propagation in airline networks[J]. Computers & Operations Research, 2021, 138: 105602.
- [17] 朱博, 朱金福, 高强. 飞机和机组一体化恢复的约束规划模型[J]. 交通运输工程学报, 2013, 13(1): 77-83.  
Zhu Bo, Zhu Jinfu, Gao Qiang. Constraint programming model of integrated recovery for aircraft and crew[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2013, 13(1): 77-83.
- [18] 乐美龙, 王倩倩. 动态时空衔接的一体化恢复[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2014, 33(5): 696-699.  
Le Meilong, Wang Qianqian. Integrated recovery considering dynamic space-time connection[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2014, 33(5): 696-699.
- [19] 杨新涅, 屈琮博, 王梓旭. 巡航速度控制下航空公司受扰航班一体化恢复[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(9): 3848-3854.  
Yang Xinsheng, Qu Congbo, Wang Zixu. Integrated recovery of airline disrupted flights with cruise speed control[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(9): 3848-3854.
- [20] Huang L, Xiao F, Zhou J, et al. A machine learning based column-and-row generation approach for integrated air cargo recovery problem[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2023, 178: 102846.
- [21] Sherali H D, Bae K H, Haouari M. An integrated approach for airline flight selection and timing, fleet assignment, and aircraft routing[J]. Transportation Science, 2013, 47(4): 455-476.
- [22] Brandt F, Nickel S. The air cargo load planning problem: a consolidated problem definition and literature review on related problems[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 275(2): 399-410.