



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2403411

引用格式:张慧梅,朱峰波,刘小宇,等.纸力学特性尺寸效应及其理论模型[J].科学技术与工程,2025,25(6):2284-2292.

Zhang Huimei, Zhu Fengbo, Liu Xiaoyu, et al. Size effect of mechanical properties of paper and its theoretical model[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(6): 2284-2292.

一般工业技术

纸力学特性尺寸效应及其理论模型

张慧梅¹, 朱峰波¹, 刘小宇^{1*}, 刘洋²

(1. 西安科技大学理学院, 西安 710054; 2. 西安科技大学地质与环境学院, 西安 710054)

摘要 纸或纸基材料在使用和服役时对其力学特性有一定要求,但是现有尺寸效应实验和理论说明不同尺寸试样力学特性并不相同,因此明确其力学特性的尺寸效应对于保证其安全非常必要。选用易于获取且强度较高的牛皮纸为研究材料,开展了不同尺寸试样单轴拉伸试验,确定力学特性及其离散性随试样尺寸的变化规律。分析了不同尺寸牛皮纸受力变形特征和宏微观破坏特征,揭示牛皮纸力学特性尺寸效应内在机理。最后建立了牛皮纸力学特性尺寸效应模型。研究发现:牛皮纸名义拉伸强度和名义峰值应变随尺寸增大先增大后下降,这是因为切断的边缘纤维造成牛皮纸试样边缘承受应力和应变能力较弱,而小尺寸试样中弱化边缘占比较大,导致名义拉伸强度和名义峰值应变呈现上升尺寸效应;大尺寸试样中,弱化边缘占比可以忽略,内部断裂过程区起主导作用,导致名义拉伸强度和名义峰值应变呈下降尺寸效应。建立的边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型能较好地描述牛皮纸名义拉伸强度和名义峰值应变的尺寸效应,但是其不能体现名义拉伸强度和名义峰值应变上升尺寸效应阶段的非线性特征。

关键词 纸; 力学特性; 尺寸效应; 弱化边缘; 理论模型

中图分类号 TB301; **文献标志码** A

Size Effect of Mechanical Properties of Paper and Its Theoretical Model

ZHANG Hui-mei¹, ZHU Feng-bo¹, LIU Xiao-yu^{1*}, LIU Yang²

(1. College of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China;

2. College of Geology and Environment, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

[Abstract] There are certain requirements for the mechanical properties of paper or paper-based materials during their service. However, existing experimental and theoretical studies of size effects indicate that the mechanical properties of specimens with different sizes are not identical. Therefore, it is necessary to clarify the size effect of their mechanical properties to ensure their safety. The kraft paper, which is easy to obtain and has high strength, was selected to carry out uniaxial tensile tests on with different sizes. And then the size effects of mechanical properties and their dispersions were determined. By analyzing the deformation characteristics and macro-microscopic damage features of different sizes specimens, the intrinsic mechanism of the size effect on the mechanical properties of kraft paper was revealed. Finally, a size effect model of mechanical properties for kraft paper was established. The study finds that the nominal tensile strength and nominal peak strain of kraft paper first increase and then decrease as the sizes increases. This is because the cut edge fibers cause the edges of the kraft paper specimens to have weaker stress and strain capabilities, and the proportion of weakened edges in small-sized specimens is relatively large, leading to an increasing size effect on the nominal tensile strength and nominal peak strain. In large-sized specimens, the proportion of weakened edges can be ignored, and the internal fracture process zone plays a dominant role, leading to a decreasing size effect on the nominal tensile strength and nominal peak strain. The established edge-internal fracture process zone size effect model can well describe the size effect on the nominal tensile strength and nominal peak strain of kraft paper. However, this model cannot capture the nonlinear characteristics of the increasing size effect stage for the nominal tensile strength and nominal peak strain.

[Keywords] paper; mechanical properties; size effect; weakened edge; theoretical model

收稿日期: 2024-05-08; 修订日期: 2024-12-17

基金项目: 国家自然科学基金(12172280, 52268047, 51868075); 陕西省自然科学基金重点项目(2020JZ-53)

第一作者: 张慧梅(1968—), 女, 汉族, 山西大同人, 博士, 教授, 博士研究生导师。研究方向: 服役环境影响下材料力学特性及其损伤理论。

E-mail: zhanghmtz@xust.edu.cn。

* 通信作者: 刘小宇(1988—), 男, 汉族, 陕西咸阳人, 博士, 副教授。研究方向: 材料力学特性尺寸效应及其理论。E-mail: xiaoyu-liu@xust.edu.cn。

作为最广泛使用的环保材料,纸是未来可持续发展的材料。纸包装在回收再利用上展现了其他包装材质不具备的优势,其已经应用到各种领域。“限塑令”“禁塑令”等政策的实施也进一步提高了纸的需求。纸常见的用途有:作为化工原料、面粉、糖等产品包装的高强纸袋和纸箱^[1];作为书写或者印刷用纸,对白度和柔韧性有一定要求^[2-3]。此外,通过添加各种增强填料,研究者也开发出各种高性能的纸基材料,并且广泛应用于电子、航空航天、军事和工业等领域^[4-6]。这些纸或纸基材料在使用和服役过程需要承受外力作用,因此对其强度、韧性等力学特性有一定要求^[7]。

纸由不均匀的纤维素网络和基体组成,其力学特性受到纤维素网结构、纤维长度、纤维间粘结,纤维密度,纤维排列,纤维素类型、基体成分(浆料,添加剂)和制造技术等因素影响^[8]。目前,研究者已经提出各种方法确定纸的力学特性,包括拉伸试验^[9]、压缩测试^[10]、撕裂试验^[11]、折叠耐力试验^[12]、超声波测试^[13]、弯曲试验^[14]和动态试验^[15]。然而,这些试验或测试都是基于标准尺寸试件确定纸的力学特性,但是常见的纸制结构尺寸相差巨大,比如用于小型电机密封和绝缘的芳纶纸^[16-17],制作大型飞机雷达和次受力构件的高强度纸^[4, 18]。材料力学特性受试件尺寸影响是一个广为人知的现象,这意味着标准尺寸纸或纸基材料试件测试确定的力学特性参数不能直接应用于预测其他尺寸纸或纸基材料的受力变形特征。

现阶段大量力学特性尺寸效应研究集中岩石、混凝土、金属等材料^[19-23],只开展了少量和纸或纸基材料结构类似的复合材料试验和模拟研究^[24],并且关于纸或纸基材料力学特性尺寸效应的研究鲜见报道。Wisnom等^[25]对碳环氧树脂复合材料进行了沿纤维方向的拉伸试验,发现试样尺寸越大,强度越低,并且纤维和基体的断裂模式均受到试样尺寸的影响。关于单向复合材料层合板压缩试验也得出同样的结果^[26]。Okabe等^[27]和 Hitchon等^[28]开展的碳纤维增强塑料复合材料拉伸试验结果表明:随着试样尺寸的增大,强度降低,而弹性模量无明显变化。此外,复合材料层合板的弯曲和横向剪切试验也发现试样尺寸越大,强度越小^[29]。王宝来^[30]发现碳环氧编织复合材料拉伸强度随着宽度增大先上升然后再下降。Cai等^[31]开展的不同宽度三轴编织复合材料横向拉伸实验和模拟研究表明:随着试样尺寸的增大,主要失效模式从纤维束拔出转变为纤维束剪切。王坤等^[32]研究发现:随着

H65-IF-H65层状复合材料尺寸的减小,剪切应力的交互作用受到抑制,使得裂纹更易于沿单道剪切带迅速扩展,从而导致材料的塑性降低。然而,由于纸和现有研究的复合材料在微观结构、成分和加工方法等方面显著不同,这导致不能采用已有复合材料尺寸效应研究成果去预测不同尺寸纸力学特性。此外,目前尚不清楚纸或纸基材料力学特性离散性随尺寸的变化规律,这导致不同尺寸纸或纸基结构失效概率无法确定。

基于上述分析可得,为保证纸或纸基材料使用和服役安全,必须明确纸材料力学特性及其离散性的尺寸效应。本文研究选用易于获取且强度较高的牛皮纸为研究材料,开展不同尺寸牛皮纸单轴拉伸试验,确定名义拉伸强度、名义峰值应变、弹性模量及其离散性随试样尺寸的变化规律。分析不同尺寸牛皮纸受力变形特征和宏观破坏特征,揭示牛皮纸力学特性尺寸效应内在机理。在此基础上,建立考虑内在机理的牛皮纸力学特性尺寸效应模型。

1 实验材料和方法

本文研究选取易于获取且强度较高的牛皮纸为研究对象,为保证试样均质度及初始损伤一致,所有试样均取自旭增纸业生产的同一批次牛皮纸,牛皮纸面重量 200 g、尺寸为 1.3 m × 10 m。采用得力 8012 裁纸机沿机器压制方向制作长 $L = 300$ mm,宽 W 分别为 10、20、30、40 mm 的 4 组不同尺寸牛皮纸拉伸试样,如图 1 所示。因为 WDW-100E 微机控制电子式万能试验机(济南试金集团有限公司)夹具最大宽度为 45 mm,因此,试样最大宽度为 40 mm。长宽的误差不超过 0.5 mm,厚度误差不超过 0.01 mm,并剔除有明显缺陷、裂纹损伤和外观差异较大的纸张试样。此外,采用 Meilen 电子秤对每种尺寸试样进行称重筛选,剔除与平均重量相差过大的试样。为了保证每种尺寸试样结果的准确性及离散性的分析,最终制作每种尺寸试样 100 个,不同试样的尺寸和平均重量如表 1 所示。采用 WDW-

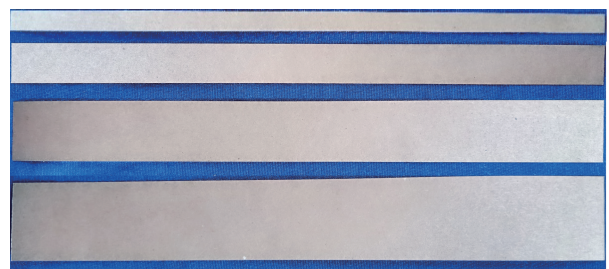


图 1 不同尺寸牛皮纸试样

Fig. 1 Kraft paper samples of different sizes

100E 微机控制电子式万能试验机。根据《纸和纸板抗张强度的测定恒速拉伸法》(GB/T-12914—2018)^[33], 夹具夹在试样上下边缘 10 mm, 为消除加载速率对试样力学特性影响, 选取加载速率选为 5 mm/min, 每种尺寸测试 100 个试样, 并记录其应力应变曲线。

表 1 牛皮纸试样尺寸和平均重量

Table 1 Kraft paper sample size and average weight

长/mm	宽/mm	厚/mm	平均重量 ± 误差/g
300	10	0.22	48.48 ± 0.15
300	20	0.22	96.28 ± 0.21
300	30	0.22	146.52 ± 0.44
300	40	0.22	193.97 ± 0.66

2 实验结果

2.1 力学特性

图 2 为 4 种尺寸牛皮纸应力应变曲线 (试样宽度 W 分别为 10、20、30、40 mm)。为了进一步说明试样尺寸对牛皮纸力学特性影响, 图 3 给出了名义拉伸强度 σ_{nm} (峰值应力)、名义峰值应变 ε_{nm} 和杨氏模量 E 随尺寸的变化规律, 弹性模量值为 $E = \sigma_{nm} / \varepsilon_{nm}$ 。牛皮纸的名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 随尺寸增大先增大, 在宽度 $W = 30$ mm 达到最大, 然后下降, 不同宽度编制复合材料拉伸试验也观察到相同的规律^[30]。杨氏模量值 E 尺寸效应则呈现与名义拉伸强度 σ_{nm} 、名义峰值应变 ε_{nm} 完全相反的规律。从图 3 可以看出, 虽然名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 随尺寸变化的趋势完全相同, 但是名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 比值杨氏模量值 E 呈现完全相反的规律。这是因为杨氏模量值 E 的变化规律取决于如下—阶导数, 即

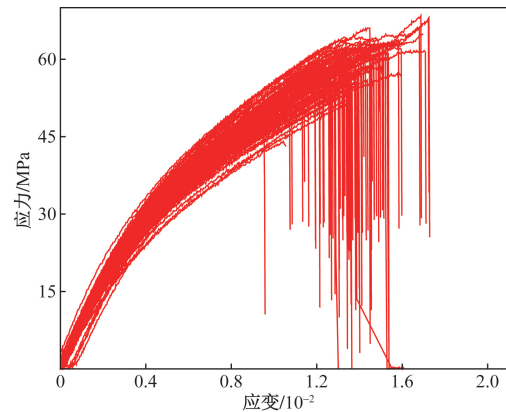
$$E' = \left(\frac{\sigma_{nm}}{\varepsilon_{nm}} \right)' = \frac{(\sigma_{nm})' \varepsilon_{nm} - (\varepsilon_{nm})' \sigma_{nm}}{(\varepsilon_{nm})^2} \quad (1)$$

显然, 杨氏模量值 E 尺寸效应不仅受名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 的尺寸效应影响, 还和它们对尺寸的导数相关。

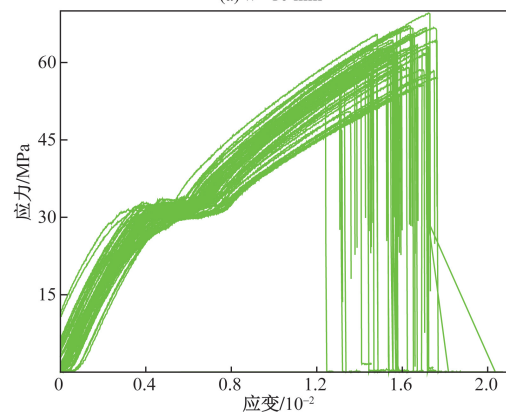
此外, 从图 3 可以看出, 随着试样宽度减小, 屈服强度明显增加。在图 3 中, 误差条表示 100 次试验牛皮纸试样力学特性的离散性, 可以看出小尺寸牛皮纸名义拉伸强度 σ_{nm} 、名义峰值应变 ε_{nm} 和杨氏模量 E 的离散性较大, 而大尺寸试样离散型较小。这说明为保证不同尺寸牛皮纸试样使用和服役安全失效概率一致时, 对不同尺寸试样必须采用不同的离散数值。

2.2 尺寸效应机理

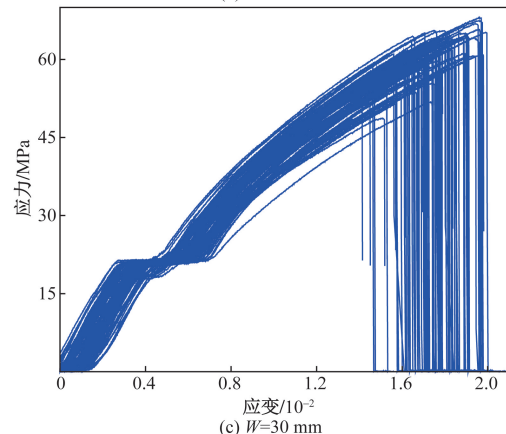
从图 3 可以看出, 牛皮纸的名义拉伸强度 σ_{nm}



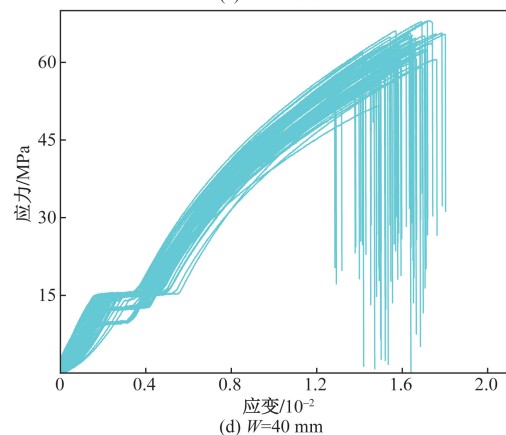
(a) $W=10$ mm



(b) $W=20$ mm



(c) $W=30$ mm



(d) $W=40$ mm

图 2 不同尺寸牛皮纸试样应力应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curves of kraft paper samples of different sizes

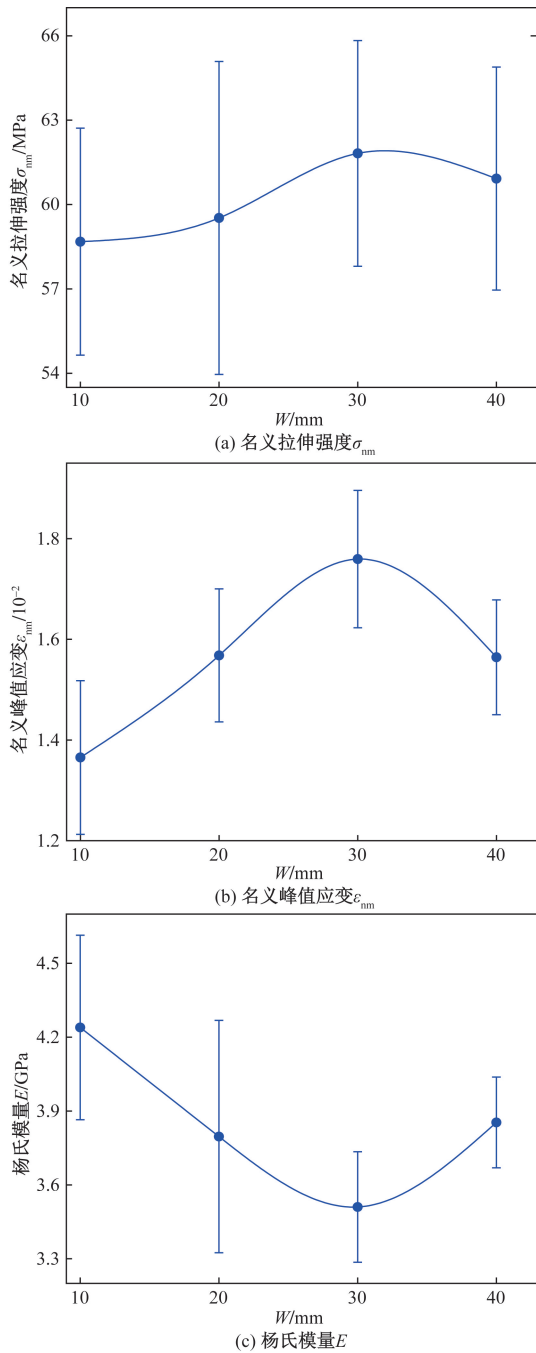


图3 牛皮纸拉伸力学特性尺寸效应

Fig. 3 Size effect of tensile mechanical properties of kraft paper

和名义峰值应变 ϵ_{nm} 随尺寸增大先增大,即上升尺寸效应,然后减小,即下降尺寸效应。因为杨氏模量值为 $E = \sigma_{nm} / \epsilon_{nm}$ 为导出量,因此只需确定极限名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 的尺寸机理后即可。

对于下降尺寸效应,统计尺寸效应模型认为试样尺寸越大,包含更弱或大缺陷的概率越大,最终导致材料名义强度随尺寸增大而减小。Bažant 等^[34-35]和 Hoover 等^[36]认为不变的断裂过程区是产

生下降尺寸效应的原因,在此基础上建立了尺寸效应定律(size effect law, SEL)。Carpinteri 等^[37-39]认为破坏面的多重分型特征是下降尺寸效应产生的机制,并建立多重分形尺寸效应模型(multifractal scaling law, MFSL)。Hu 等^[40]提出边界尺寸效应模型(boundary effect model, BEM)解释下降尺寸效应。事实上,当材料试件达到名义强度时,断裂过程区越大,破坏面的分形就会越复杂,并且 BEM 也只考虑了不变的断裂过程区,这说明 SEL、MFSL 和 BEM 背后的机理相同。这就意味缺陷的统计尺寸效应和断裂过程区是引发材料发生下降尺寸效应的两个关键因素。由于牛皮纸拉伸破坏时断裂过程区(即屈服区)较大,因此,断裂过程区是引发下降尺寸效应的主要因素。

对于上升尺寸效应,许多研究者认为试件表面或边缘承受应力和应变能力较弱,导致材料名义强度随尺寸增大而增大^[41-43]。Bažant^[44]提出的分形断裂尺寸效应定律(fractal fracture size-effect law, FFSEL)认为当断裂韧性分形维数大于 1 是产生上升尺寸效应的原因,但是指出裂纹表面的分形特征不可能是上升尺寸效应区域的主要机理。图 4 给出了不同尺寸牛皮纸试样宏观断裂面特征,可以看出所有尺寸试样断裂面和拉伸方向垂直,断裂模式没有发生明显变化。因此,试件表面或边缘应力和应变承受能力较弱引发了上升尺寸效应。

牛皮纸的屈服强度随尺寸增大而减小,这和 316 不锈钢屈服强度的尺寸效应完全相反^[43]。首先说明牛皮纸的屈服强度定义:纤维在基体中通常沿不同方向且弯曲(图 5),拉伸时首先基体和纤维同时受力,然后随着拉力增强,由于基体强度较低且经过高温压制后呈脆性,当拉伸应力达到屈服强度时基体突然破坏,即牛皮纸屈服强度就是基体的极限强度。牛皮纸屈服强度呈现下降尺寸效应的机制为:裁纸机切割牛皮纸试样时,其边缘有许多纤维被切断(图 6),因为在屈服阶段之前纤维和基体固结受力,所以切断的边缘纤维对牛皮纸屈服强度影响可以忽略。这就意味着牛皮纸屈服强度只

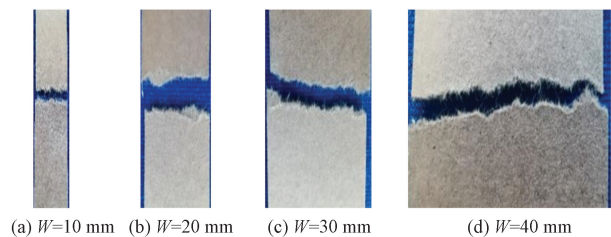
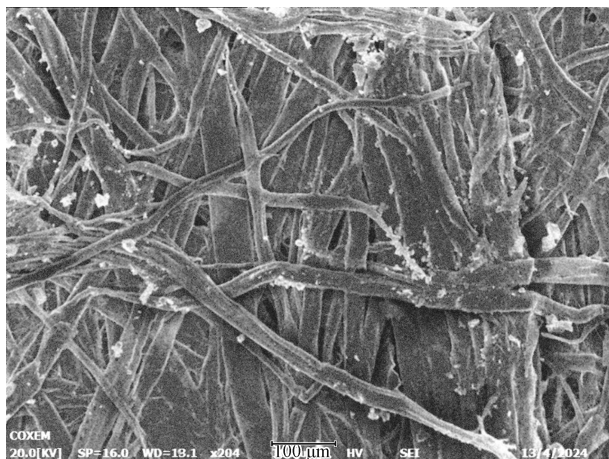


图4 不同尺寸牛皮纸试样宏观断裂面特征

Fig. 4 Characteristics of macroscopic fracture surface of kraft paper samples with different sizes



SP 为电子束束流,其数值大小对图像分辨率有着直接影响;WD 为工作距离,即电子束从物镜到样品表面的距离;HV 为在本次电镜扫描过程中使用电子类型为高压电子束;SEI 为在本次电镜扫描过程中电子检测模式为二次电子成像模式

图5 牛皮纸微观结构

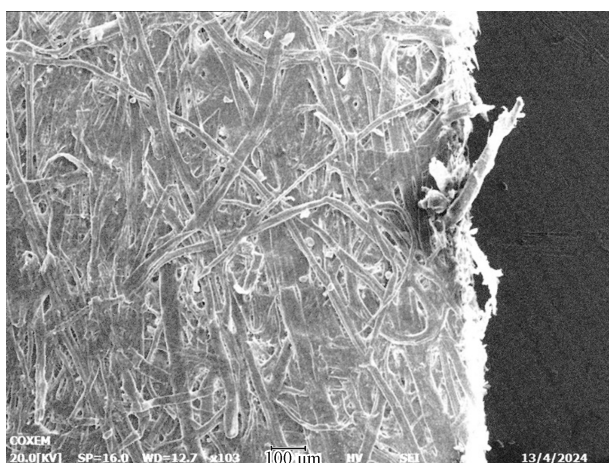
Fig. 5 Microstructure of kraft paper



SP 为电子束束流,其数值大小对图像分辨率有着直接影响;WD 为工作距离,即电子束从物镜到样品表面的距离;HV 为在本次电镜扫描过程中使用电子类型为高压电子束;SEI 为在本次电镜扫描过程中电子检测模式为二次电子成像模式

图7 牛皮纸试样断裂面的拉直纤维

Fig. 7 Straightening fiber in the fracture surface of paper sample



SP 为电子束束流,其数值大小对图像分辨率有着直接影响;WD 为工作距离,即电子束从物镜到样品表面的距离;HV 为在本次电镜扫描过程中使用电子类型为高压电子束;SEI 为在本次电镜扫描过程中电子检测模式为二次电子成像模式

图6 牛皮纸试样切边的边缘纤维

Fig. 6 Cut edge fibers of kraft paper sample

受断裂过程区影响,进而导致牛皮纸屈服强度呈现下降尺寸效应。然而,切断的边缘纤维对牛皮纸名义拉伸强度 σ_{nm} 有重要影响,这是因为牛皮纸过屈服阶段后,纤维才受拉伸直承受更高拉力(图7),而切断的边缘纤维不能受力,导致牛皮纸试样名义拉伸强度减弱。

综上所述:切断的边缘纤维造成牛皮纸试样边缘承受应力和应变能力较弱,当牛皮纸试样宽度较小时,弱化边缘在试样中占比较大,进而导致名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 的上升尺寸效应;随着牛皮纸试样尺寸继续增大,弱化的边缘

在试样中最终占比可以忽略,断裂过程区控制试样破坏,使名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ε_{nm} 呈现下降尺寸效应。因为在屈服阶段之前纤维和基体固结受力,所以切断的边缘纤维对牛皮纸屈服强度影响可以忽略,进而牛皮纸屈服强度只受断裂过程区影响,导致牛皮纸屈服强度呈现下降尺寸效应。

3 边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型

通过上述分析可知,切断的边缘纤维造成牛皮纸试样边缘承受应力和应变能力较弱,因此,边缘区域可以看作一个独立均匀连续层。实验机夹在试样上下边缘 10 mm 处,因此上下弱边缘对牛皮纸试件力学特性不产生影响。基于此建立如图 8 所示模型,试件宽度 W , 两侧边缘层厚度为 t , 中间区宽度为 $W - 2t$, 试件上下边受名义应力 σ_n 作用。

随着名义应力 σ_n 增大,弱边缘的应力首先达到真实极限强度 f_{out} (同时,弱边缘应变达到真实极限应变 ε_{out}) 后形成边缘断裂过程区(图 8 中边缘断裂过程区),然后逐渐扩展到试样内部进一步形成内部断裂过程区(图 8 中内部断裂过程区),这时内部断裂过程区的应力和应变分别达到牛皮纸真实极限强度 f_{in} 和真实极限应变 ε_{in} 。当内部断裂过程区尺寸达到 Δ 时,牛皮纸试样上下边作用名义应力 σ_n 达到名义拉伸强度 σ_{nm} (峰值应力),其应变也达到名义峰值应变 ε_{nm} 。这时试样中间区域处在未损伤状态(图 8 中内部未损伤区),应力达到 f_{in} ,应变达到 ε_{in} 。

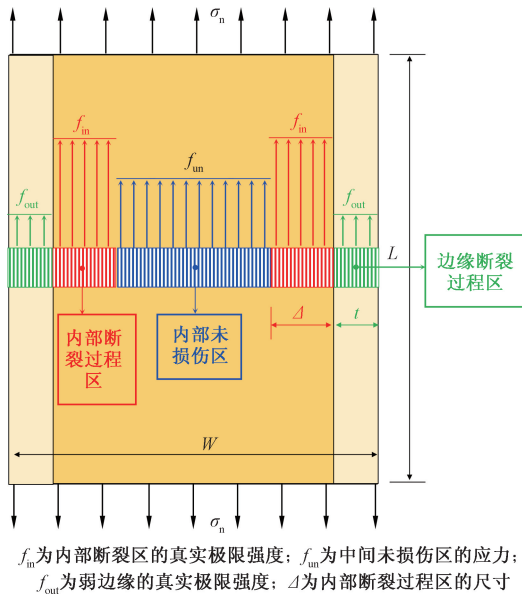


图8 边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型
Fig. 8 Size effect model of the edge-inside fracture process zone

对于图8所示边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型,由拉伸方向受力平衡可得

$$\sigma_{nm} W = f_{out} t + f_{in} \Delta + f_{un} (W - t - \Delta) \quad (2)$$

则可得

$$\sigma_{nm} = \frac{(f_{out} - f_{in})t}{W} + \frac{(f_{in} - f_{un})\Delta}{W} + f_{un} \quad (3)$$

同理可得名义峰值应变 ϵ_{nm} 表达式为

$$\epsilon_{nm} = \frac{(\epsilon_{out} - \epsilon_{un})t}{W} + \frac{(\epsilon_{in} - \epsilon_{un})\Delta}{W} + \epsilon_{un} \quad (4)$$

但当试样尺寸较小时,牛皮纸试样边缘破坏释放能量就可以驱动其继续破坏。应力和应变达到名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 时,牛皮纸内部断裂过程区没有形成,即 $\Delta = 0$,即牛皮纸试样破坏模式为弱边缘控制,假设这时试样中间未损伤区域应力和应变不变,令 f_{un-out} 表示弱边缘控制模式下试样中间未损伤区域应力值, ϵ_{un-out} 表示弱边缘控制模式下试样中间未损伤区域应变值。把 $\Delta = 0, f_{in} = f_{un-out}$ 和 $\epsilon_{in} = \epsilon_{un-out}$ 代入式(3)和式(4),则其名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 表达式为

$$\sigma_{nm} = \frac{(f_{out} - f_{un-out})t}{W} + f_{un-out}, \quad W \leq W_T \quad (5)$$

$$\epsilon_{nm} = \frac{(\epsilon_{out} - \epsilon_{un-out})t}{W} + \epsilon_{un-out}, \quad W \leq W_T \quad (6)$$

式中: W_T 为不同尺寸牛皮纸由边缘控制破坏模式向内部控制破坏模式时转变尺寸。

此外,由于牛皮纸试件首先从承受应力和应变能力较弱的边缘开始破坏,则牛皮纸试样弱边缘的

真实极限强度 f_{out} 和真实极限应变 ϵ_{out} 小于试样中间未损伤区域对应的应力和应变 f_{un-out} 和 ϵ_{un-out} , 即 $f_{out} < f_{un-out}$ 且 $\epsilon_{out} < \epsilon_{un-out}$ 。因此,式(5)和式(6)预测名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 随尺寸 W 增大而增大,即上升尺寸效应。需要注意的是:当 $W \leq t$ 时,牛皮纸试样中只有弱边缘区域,名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 不变,且分别等于弱边缘的真实极限强度 f_{out} 和真实极限应变 ϵ_{out} 。

当试样尺寸较大时,弱边缘尺寸相比试样尺寸可以忽略,即在式(3)和式(4)中 $t/W \approx 0$, 这时牛皮纸试样破坏模式由弱边缘控制转为中间未损伤区控制,假设这时试样中间未损伤区域应力和应变不变,令 f_{un-in} 表示中间未损伤区控制模式下试样中间未损伤区域应力值, ϵ_{un-in} 表示中间未损伤区控制模式下试样中间未损伤区域应变值。则可得名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 表达式为

$$\sigma_{nm} = \frac{(f_{in} - f_{un-in})t}{W} + f_{un-in}, \quad W > W_T \quad (7)$$

$$\epsilon_{nm} = \frac{(\epsilon_{in} - \epsilon_{un-in})t}{W} + \epsilon_{un-in}, \quad W > W_T \quad (8)$$

式中:内部断裂过程区和内部未损伤区初始材料力学特性一样,由于弱边缘应力应变达到极限值后,边缘断裂过程区向内部扩展造成应力集中,进一步形成内部断裂过程区,因此,内部断裂过程区的真实极限强度 f_{in} 和真实极限应变 ϵ_{in} 大于试样中间未损伤区域对应的应力和应变 f_{un-in} 和 ϵ_{un-in} , 即 $f_{in} > f_{un-in}$ 且 $\epsilon_{in} > \epsilon_{un-in}$ 。因此,式(7)和式(8)预测名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 随尺寸 W 增大而减小,即下降尺寸效应。

把式(5)和式(7)应用于预测图3(a)牛皮纸名义拉伸强度的尺寸效应,同时应用式(6)和式(8)预测图3(b)牛皮纸名义峰值应变的尺寸效应。表2给出了模型参数,图9给出了预测结果。从图9可以看出,边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型能较好地描述牛皮纸名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 随尺寸 W 增大先增大后减小规律。然而,边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型不能体现名义拉伸强度 σ_{nm} 和名义峰值应变 ϵ_{nm} 上升尺寸效应阶段的非线性特征。这是因为:一方面,图8所示在边缘断裂过程区、内部断裂过程区和中间未损伤区应力值不变,应力应变曲线在峰值点时这3个区域应力值是连续非线性变化;另一方面,从上升尺寸效应阶段过渡到下降尺寸效应阶段,是由弱边缘断裂过程区控制逐渐转变为内部断裂过程区控制,两阶段在一定尺寸范围内为。弱边缘断裂过程区和内部断裂过程区混合控制。

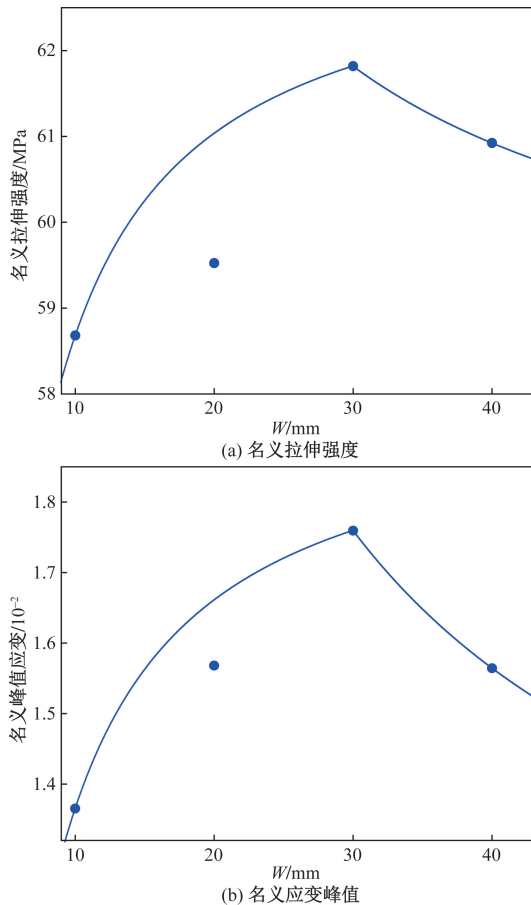


图9 边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型预测与试验结果对比

Fig. 9 Comparison of experimental values and predicted by the size effect model of the edge-inside fracture process zone

表2 边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型参数值

Table 2 Parameter values of the size effect model of the edge-inside fracture process zone

公式	$f_{out} - f_{un-out}$	$\varepsilon_{out} - \varepsilon_{un-out}$	$f_{in} - f_{un-in}$	$\varepsilon_{in} - \varepsilon_{un-in}$	W_T
式(5)和式(7)	-47.050 0	63.390 0	107.300 0	58.240 0	30
式(6)和式(8)	-5.913 0	1.957 0	23.420 0	0.978 9	30

4 结论

明确纸或纸基材料力学特性对于保证其使用和服役安全非常必要,然而现有研究忽视了尺寸对纸或纸基材料力学特性的影响。本文研究开展了不同尺寸牛皮纸力学特性单轴拉伸试验,确定名义拉伸强度、名义峰值应变、弹性模量及其离散性随试样尺寸的变化规律。然后分析不同尺寸牛皮纸受力变形特征和宏微观破坏特征,揭示牛皮纸力学特性尺寸效应内在机理。最后建立牛皮纸力学特性尺寸效应模型。得出如下结论。

(1) 牛皮纸名义拉伸强度和名义峰值应变随尺寸增大先增大后下降。这是因为切断的边缘纤维

造成牛皮纸试样边缘承受应力和应变能力较弱,而小尺寸试样中弱化边缘占比比较大,导致名义拉伸强度和名义峰值应变呈现上升尺寸效应;大尺寸试样中,弱化边缘占比可以忽略,内部断裂过程区起主导作用,导致名义拉伸强度和名义峰值应变呈下降尺寸效应。

(2) 杨氏模量值尺寸效应呈现与名义拉伸强度和名义峰值应变完全相反的规律,这是因为杨氏模量尺寸效应不仅受名义拉伸强度和名义峰值应变的尺寸效应影响,还和它们对尺寸的导数相关。因为在屈服阶段之前纤维和基体固结受力,所以切断的边缘纤维对牛皮纸屈服强度影响可以忽略,导致牛皮纸屈服强度呈现下降尺寸效应。

(3) 建立的边缘-内部断裂过程区尺寸效应模型能描述能较好地描述牛皮纸名义拉伸强度和名义峰值应变的尺寸效应。然而,这一模型不能体现实验拉伸强度和名义峰值应变上升尺寸效应阶段的非线性特征。

参 考 文 献

- [1] 祖彬. 精制牛皮纸的生产及常见问题的处理[J]. 中国造纸, 2002(4): 74-75.
Zu Bin. Production of refined kraft paper and treatment of common problems[J]. China Pulp & Paper, 2002(4): 74-75.
- [2] 耿悦凯, 周楫, 景宜. 本色牛皮纸生产现状及其发展趋势[J]. 中华纸业, 2022, 43(10): 49-55.
Geng Yuekai, Zhou Ji, Jing Yi. Production status and development trend of natural kraft paper[J]. China Pulp & Paper Industry, 2022, 43(10): 49-55.
- [3] 张燕, 鲁传虎, 沈晓飞, 等. 提升纸张强度的近期研究进展[J]. 纤维素科学与技术, 2019, 27(4): 57-66.
Zhang Yan, Lu Chuanhu, Shen Xiaofei, et al. Recent research progress in improving paper strength[J]. Cellulose Science and Technology, 2019, 27(4): 57-66.
- [4] Li N, Song S, Yu J, et al. Novel fabrication of hydrophobic poly (P-phenylene terephthalamide) paper with superior tear strength and high dielectric breakdown strength[J]. Composites Science and Technology, 2023, 243. DOI: 10.1016/j.compscitech. 2023. 110266.
- [5] Tang L, Tang Y, Zhang J, et al. High-strength super-hydrophobic double-layered PBO nanofiber-polytetrafluoroethylene nanocomposite paper for high-performance wave-transparent applications[J]. Science Bulletin, 2022, 67(21): 2196-2207.
- [6] Ravikumar, Scott K. Freestanding sulfonated graphene oxide paper: a new polymer electrolyte for polymer electrolyte fuel cells[J]. Chemical Communications, 2012, 48(45): 5584-5586.
- [7] Leheny S, Robbins T C, Robbins C K, et al. Directional dependence of the mechanical properties of aged paper[J]. Mechanics of Materials, 2021, 162. DOI: 10.1016/j.mechmat. 2020. 104036.
- [8] Alava M, Niskanen K. The physics of paper[J]. Reports on Progress in Physics, 2006, 69(3). DOI: 10.1088/0034-4885/69/3/R02.

- [9] Muchorski D. Tensile properties of paper and paperboard (using constant rate of elongation apparatus) [C]//Proceedings of TAPPI Conference. New York: TAPPI, 2006: 9-14.
- [10] 李雪佳, 钱静, 张敏, 等. X-PLY 型瓦楞纸板与原纸强度关系的研究[J]. 包装工程, 2019, 40(7): 38-45.
Li Xuejia, Qian Jing, Zhang Min, et al. Study on the strength relationship between X-PLY corrugated board and base paper[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(7): 38-45.
- [11] Caulfield D F, Gunderson D E. Paper testing and strength characteristics[C]//Proceedings of the TAPPI Paper Preservation Symposium. New York: TAPPI, 1988: 1-5.
- [12] TAPPI. Folding endurance of paper(MIT Tester) (Revision of T 511 Om-08): T 511[S]. Atlanta: TAPPI Press, 2006: 1-4.
- [13] Hall A K I, Plaut R H, Mcguiggan P M. Comparing non-destructive mechanical testing methods for the assessment of brittle papers-the cantilever, hanging pear loop, and clamped fold tests[J]. Restaurator International Journal for the Preservation of Library and Archival Material, 2019, 40(1): 15-34.
- [14] Hall A K I, O'connor T C, Mcgath M K, et al. The bending mechanics of aged paper[J]. Journal of Applied Mechanics, 2018, 85(7): 1-4.
- [15] Horio M, Onogi S. Dynamic measurements of physical properties of pulp and paper by audiofrequency sound[J]. Journal of Applied Physics, 1951, 22(7): 971-977.
- [16] 赵会芳. 芳纶纤维和芳纶浆粕的结构与芳纶纸特性的相关性研究[D]. 西安: 陕西科技大学, 2012.
Zhao Huifang. Study on the correlation between the structure of ara-mid fiber and aramid pulp and the properties of aramid paper [D]. Xi'an: Shaanxi University of Science and Technology, 2012.
- [17] Oria C, Ferreño D, Carrascal I, et al. Study on the mechanical failure of the cellulosic insulation of continuously transposed conductors in power transformers under the influence of short circuits and thermal ageing [J]. Engineering Failure Analysis, 2021, 124. DOI: 10.1016/j. engfailanal. 2021.105356.
- [18] Yao S, Chen M, Huang S, et al. Mechanism of improvement in the strength of para-aramid paper by polyphenylene sulfide pulp [J]. Composites Communications, 2022, 34: 1-5.
- [19] Hu X, Guan J, Wang Y, et al. Comparison of boundary and size effect models based on new developments[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2017, 175: 146-167.
- [20] 刘增晨, 蒋利, 成莞莞, 等. 高强混凝土抗压抗拉强度的尺寸效应[J]. 科学技术与工程, 2015, 15(30): 209-213.
Liu Zengchen, Jiang Li, Cheng Guanguan, et al. Size effect of compressive and tensile strength of high-strength concrete[J]. Science Technology and Engineering, 2015, 15(30): 209-213.
- [21] 王在, 邱吉, 冯嘉仕, 等. 压入尺寸效应对 AZ31 镁合金应变率敏感性的影响[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(8): 3063-3067.
Wang Zai, Qiu Ji, Feng Jiashi, et al. Influence of compression size effect on strain rate sensitivity of AZ31 magnesium alloy[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(8): 3063-3067.
- [22] 米瑞, 杨俊杰, 王子玉, 等. 水泥加固粗粒土试样尺寸效应及强度特性[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(31): 12992-13000.
Mi Rui, Yang Junjie, Wang Ziyu, et al. Size effect and strength characteristics of cement reinforced coarse-grained soil sample[J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(31): 12992-13000.
- [23] 陈鑫, 余文亮. 混合型缓冲回填材料劈裂抗拉强度尺寸效应统计分析[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(10): 4229-4238.
Chen Xin, Yu Wenliang. Statistical analysis on size effect of splitting tensile strength of mixed buffer backfill materials[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(10): 4229-4238.
- [24] Bai Y, Wei H, Gu J, et al. Size-dependent mechanical behaviors of 3D woven composite under high strain-rate compression loads [J]. Polymer Testing, 2023, 127. DOI: 10.1016/j. polymertesting. 2023.108176.
- [25] Wisnom M R, Khan B, Hallett S R. Size effects in unnotched tensile strength of unidirectional and quasi-isotropic carbon/epoxy composites[J]. Composite Structures, 2008, 84(1): 21-28.
- [26] Wisnom M R. Size effects in tensile, compressive and interlaminar failure of unidirectional composites[C]//Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings(IMECE). New York: ASME, 1997: 67-77.
- [27] Okabe T, Takeda N. Size effect on tensile strength of unidirectional CFRP composites-experiment and simulation[J]. Composites Science and Technology, 2002, 62(15): 2053-2064.
- [28] Hitchon J W, Phillips D C. The effect of specimen size on the strength of cfrp[J]. Composites, 1978, 9(2): 119-124.
- [29] Wisnom M R. Size effects in the testing of fibre-composite materials[J]. Composites Science and Technology, 1999, 59(13): 1937-1957.
- [30] 王宝来. 三维编织复合材料的力学性能和尺寸效应研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
Wang Baolai. Study on mechanical properties and size effects of three-dimensional braided composites[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011.
- [31] Cai Y, Zhao Z, Tie Y, et al. Size-dependency of the transverse-tensile failure behavior for triaxially braided composites[J]. Composites Science and Technology, 2021, 206. DOI: 10.1016/j. compscitech. 2021.108672.
- [32] 王坤, 安俊博, 费若渝. H65-IF-H65 层状复合材料力学行为的尺寸效应[J]. 复合材料学报, 2024, 41(11): 6251-6260.
Wang Kun, An Junbo, Fei Ruoyu. Size effect of mechanical behavior of H65-IF-H65 layered composites[J]. Journal of Composite Materials, 2024, 41(11): 6251-6260.
- [33] 四川长江造纸仪器有限责任公司, 山东世纪阳光纸业集团有限公司, 中国制浆造纸研究院有限公司, 等. 纸和纸板抗张强度的测定恒速拉伸法(20 mm/min)[S]. 北京: 国家市场监督管理总局, 中国国家标准化管理委员会. 2018.
Sichuan Changjiang Paper Instrument Co., Ltd., Shandong Century Sunshine Paper Group Co., Ltd., China Pulp and Paper Research Institute Co., Ltd., et al. Determination of tensile strength of paper and paperboard-constant rate tensile method(20 mm/min) [S]. Beijing: State Administration for Market Regulation, Standardization Administration of China, 2018.
- [34] Bažant Z P, Le J L. Probabilistic mechanics of quasibrittle structures: strength, lifetime, and size effect[M]. New York: Cambridge University Press, 2017.
- [35] Bažant Z P. Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(4): 518-535.

- [36] Hoover C G, Bažant Z P. Comprehensive concrete fracture tests: size effects of types 1 & 2, crack length effect and postpeak[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, 110(2): 281-289.
- [37] Carpinteri A. Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1994, 31(3): 291-302.
- [38] Carpinteri A. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties[J]. *Mechanics of Materials*, 1994, 18(2): 89-101.
- [39] Carpinteri A, Chiaia B, Ferro G. Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder[J]. *Mechanics of Materials*, 1995, 28(6): 311-317.
- [40] Hu X, Wittmann F. Size effect on toughness induced by crack close to free surface[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2000, 65(2): 209-221.
- [41] Andrianopoulos N P, Manolopoulos V M, Dornikias I T. Failure criteria: old wines in new bottles? [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2014, 71: 79-84.
- [42] Roach A M, White B C, Garland A, et al. Size-dependent stochastic tensile properties in additively manufactured 316L stainless steel[J]. *Additive Manufacturing*, 2020, 32. DOI: 10.1016/j.addma. 2020.101090.
- [43] Yu J, Kim D, Ha K, et al. Size effect due to contour laser scanning in 316L stainless steel produced by laser powder bed fusion [J]. *Journal of Materials Research and Technology*, 2021, 15: 5554-5568.
- [44] Bažant Z P. Scaling of quasibrittle fracture: hypotheses of invasive and lacunar fractality, their critique and Weibull connection[J]. *International Journal of Fracture*, 1997, 83(1): 41-65.