



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2402004

引用格式:董蕴琨,于鸿彬,刘洋.四轮转向牵引车牵引飞机轨迹跟踪控制研究[J].科学技术与工程,2025,25(2):832-841.

Dong Yunkun, Yu Hongbin, Liu Yang. Trajectory tracking control of aircraft towed by four-wheel steering tractor[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(2): 832-841.

# 四轮转向牵引车牵引飞机轨迹跟踪控制研究

董蕴琨<sup>1</sup>, 于鸿彬<sup>1,2\*</sup>, 刘洋<sup>1</sup>

(1. 天津工业大学机械工程学院, 天津 300387; 2. 天津工业大学天津现代机电装备技术重点实验室, 天津 300387)

**摘要** 为提高飞机在牵引过程中的轨迹跟踪精度与稳定性,以四轮转向飞机牵引系统为研究对象,建立了飞机牵引系统运动学模型,提出了基于模型预测控制(model predictive control, MPC)的牵引车四轮转向轨迹跟踪控制方法。以双移线工况作为参考轨迹,在 MATLAB/Simulink 中搭建飞机牵引系统运动控制仿真模型,结合牵引车车速以及 4 个车轮的转角分配关系,建立牵引车四轮转向轨迹跟踪控制器。将该控制器与传统比例积分微分控制(proportional integral differential, PID)进行对比分析,得出该控制器的优越性,并分别在 1.5、3、4 m/s 的速度下,将牵引车四轮转向与前轮转向轨迹跟踪控制器进行仿真对比分析。在 1.5 m/s 的速度下,通过改变飞机牵引系统的初始位姿对所设计的控制器进行仿真验证。结果表明:在 3 种不同的速度下,牵引车四轮转向轨迹跟踪控制下的飞机横向误差、航向角误差以及牵引车航向角误差均小于前轮转向轨迹跟踪控制。在存在初始偏差的情况下,四轮转向轨迹跟踪控制器能够使飞机及时完成对初始偏差的修正,减小轨迹跟踪误差,同时提高飞机牵引系统行驶过程中的稳定性。

**关键词** 飞机牵引系统; 四轮转向; 运动学模型; 模型预测控制; 轨迹跟踪

中图分类号 V351.34;

文献标志码 A

## Trajectory Tracking Control of Aircraft Towed by Four-wheel Steering Tractor

DONG Yun-kun<sup>1</sup>, YU Hong-bin<sup>1,2\*</sup>, LIU Yang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China;

2. Key Laboratory of Advanced Mechatronics Equipment Technology, Tiangong University, Tianjin 300387, China)

**[Abstract]** In order to improve the trajectory tracking accuracy and stability of the aircraft in the traction process, taking the four-wheel steering aircraft traction system as the research object, the kinematics model of the aircraft traction system is established, and the four-wheel steering trajectory tracking control method of the tractor based on the model predictive control was proposed. Taking the double lane changing condition as the reference trajectory, the motion control simulation model of the aircraft traction system was built in MATLAB/Simulink, and the four-wheel steering trajectory tracking controller was established by combining the speed of the tractor and the angular distribution relationship of the four wheels. The controller was compared and analyzed with the traditional PID control to derive the superiority of the controller, and the tractor four-wheel steering and front-wheel steering trajectory tracking controllers were simulated and compared and analyzed at the speeds of 1.5 m/s, 3 m/s and 4 m/s, respectively. The designed controller was simulated and verified by changing the initial positional attitude of the aircraft traction system at a speed of 1.5 m/s. The results show that at three different speeds, the airplane lateral error, the heading angle error, and the tractor heading angle error under the four-wheel steering trajectory tracking control of the tractor are smaller than those under the front-wheel steering trajectory tracking control. In the case of initial deviation, the four-wheel steering trajectory tracking controller can enable the aircraft to complete the correction of the initial deviation in time, reduce the trajectory tracking error, and at the same time improve the stability of the aircraft's traction system in the driving process.

**[Keywords]** aircraft traction systems; four-wheel steering; kinematic model; model predictive control; trajectory tracking

飞机牵引车作为一种推托飞机的机场特种车辆和救援牵引设备<sup>[1-2]</sup>,对保障飞机在移动过程中的安全性与稳定性发挥着极大的作用。依据牵引方式的不同,将牵引车分为有杆式牵引车和无杆式牵引车两类<sup>[3]</sup>。在飞机牵引的过程中,有杆式牵引

车用一根刚性的牵引杆作为传力设备,与飞机前起落架相连,进行牵引移动。而无杆式牵引车采用抱轮机构代替了牵引杆,当飞机前轮进入抱轮机构后,抱轮机构将飞机前轮包围,通过液压举升装置将飞机前起落架抬起<sup>[4]</sup>,利用飞机前轮在牵引车上

收稿日期:2024-03-20; 修订日期:2024-10-31

第一作者:董蕴琨(2000—),女,汉族,河北唐山人,硕士研究生。研究方向:飞机地面牵引。E-mail:2521813465@qq.com。

\*通信作者:于鸿彬(1974—),男,汉族,河北唐山人,博士,副教授。研究方向:机场地面特种设备。E-mail:18331541186@163.com。

投稿网址:www.stae.com.cn



$$R_m = \sqrt{R^2 - L_2^2} \quad (2)$$

由此可以推出牵引车 4 个车轮的转弯半径分别为

$$\begin{cases} R_{lf} = \frac{L_1}{2 \tan \delta} - \frac{L_3}{2} \\ R_{rf} = \frac{L_1}{2 \tan \delta} + \frac{L_3}{2} \\ R_{lr} = R_{lf} \\ R_{rr} = R_{rf} \end{cases} \quad (3)$$

由式(1)和式(3)可以得出牵引车 4 个车轮的转角分别为

$$\begin{cases} \delta_{lf} = \arctan \frac{L_1}{L_1 / \tan \delta - L_3} \\ \delta_{rf} = \arctan \frac{L_1}{L_1 / \tan \delta + L_3} \\ \delta_{lr} = -\delta_{lf} \\ \delta_{rr} = -\delta_{rf} \end{cases} \quad (4)$$

## 1.2 飞机牵引系统运动学模型

本文研究的目的是使飞机牵引系统快速准确地跟踪参考轨迹。假设牵引车和飞机均为刚体,且在平坦的路面上以恒定的速度行驶,忽略摩擦阻力和轮胎侧偏。因素的影响,根据飞机牵引系统的运动学特性,对其进行建模分析,简化后的飞机牵引系统运动学模型如图 2 所示。

在笛卡尔坐标系  $XOY$  下,  $(x_1, y_1)$  为牵引车与飞机铰接点的坐标,  $(x_2, y_2)$  为飞机两主起落架几何中心点的坐标。根据飞机牵引系统的几何关系,得出飞机两主起落架几何中心点与铰接点之间的约束关系为

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + L_2 \cos \psi_2 \\ y_1 = y_2 + L_2 \sin \psi_2 \end{cases} \quad (5)$$

牵引车与飞机之间轴线的夹角为

$$\theta = \psi_1 - \psi_2 \quad (6)$$

式中:  $\psi_1$  和  $\psi_2$  分别为牵引车与飞机的轴线与坐标

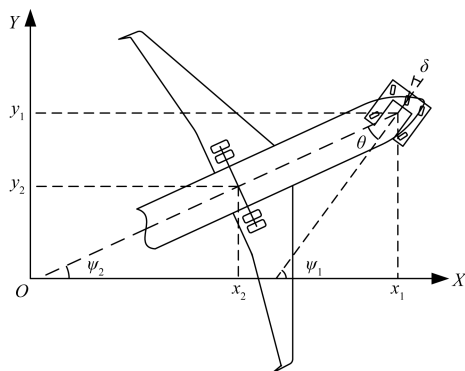


图 2 飞机牵引系统运动学模型

Fig. 2 Kinematic model of aircraft traction system

系  $X$  轴之间的夹角。

由图 2 可以看出,飞机牵引系统的运动状态可由飞机两主起落架几何中点坐标、牵引车与飞机的轴线与坐标系  $X$  轴之间的夹角所表示。将  $\mathbf{X} = [x_2, y_2, \psi_1, \psi_2]^T$  作为飞机牵引系统的状态变量,  $\mathbf{U} = [v, \delta]^T$  作为飞机牵引系统的控制变量。根据牵引车与飞机之间的运动关系,可将飞机牵引系统运动学方程描述为

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos(\psi_1 - \psi_2) \cos \psi_2 \\ v \cos(\psi_1 - \psi_2) \sin \psi_2 \\ \frac{2v \tan \delta}{L_1} \\ \frac{v \sin(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中:  $v$  为牵引车的速度;  $t$  为时间。

## 2 基于 MPC 的轨迹跟踪控制器设计

模型预测控制 (model predictive control, MPC)<sup>[15-16]</sup>可以实现多目标优化。MPC 控制器的控制原理为:在每一采样时刻实时采集信息,依据当前测量信息求解出下一时刻的最优解,将其中第一个控制值作为实际控制增量输入给被控对象后,进入下一采样时刻,如此循环往复的更新求解构成完整的模型预测控制过程。MPC 控制依据被控对象的状态不断地进行滚动优化,可以使被控对象未来预测输出与理想输出之间的误差达到最小,极大地增强系统的抗扰动性能。

本文研究中的飞机牵引系统轨迹跟踪控制器的组成如图 3 所示。将参考轨迹输入 MPC 控制器中, MPC 控制器通过预测模型、目标函数和约束条件求解出最优控制序列,飞机牵引系统按照最优控制序列执行后,由状态估计器对系统的状态量进行估计,并反馈给 MPC 控制器,进入下一次优化求解。

### 2.1 模型预测方程的建立

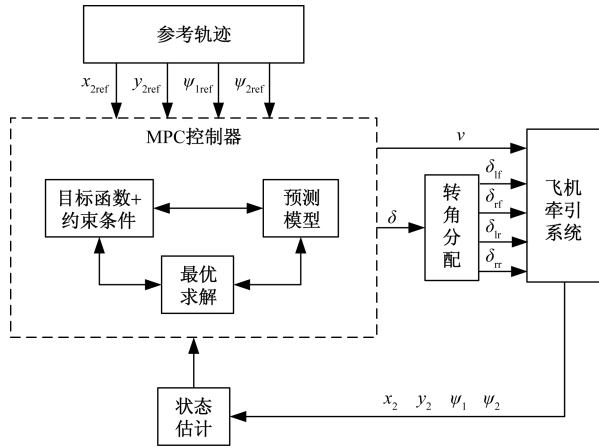
在飞机牵引运动过程中,以期望路径的轨迹点作为参考轨迹点,由于给定参考轨迹点均要满足飞机牵引系统的运动学方程,因此得到状态空间表达式为

$$\dot{\mathbf{X}}_r = f(\mathbf{X}_r, \mathbf{u}_r) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{X}_r$  为状态向量;  $\mathbf{u}_r$  为控制输入。

非线性模型预测控制算法计算量加大,求解困难且实时性降低。为了准确地进行轨迹跟踪,将非线性模型在参考轨迹点处,通过泰勒级数展开并忽略高阶项的方法对飞机牵引系统运动学方程进行线性化处理,即

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}_r, \mathbf{u}_r) + \frac{\partial f(\mathbf{X}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_r) + \frac{\partial f(\mathbf{X}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_r) \quad (9)$$



( $x_{2ref}, y_{2ref}$ ) 为飞机理想状态下两主起落架几何中心点坐标;  
 $\psi_{1ref}$  和  $\psi_{2ref}$  分别为理想状态下牵引车与飞机轴线与  
 坐标系  $X$  轴之间的夹角

图3 MPC 控制器结构

Fig. 3 MPC controller structure

由式(9)减去式(8)得到线性误差模型,即

$$\dot{\tilde{X}} = \dot{X} - \dot{X}_r = A\tilde{X} + B\tilde{u} \quad (10)$$

式中:  $\tilde{X} = X - X_r; \tilde{u} = u - u_r; A、B$  为雅可比矩阵。

$$A = \frac{\partial f(X, u)}{\partial X} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -v\sin(\psi_1 - \psi_2)\cos\psi_2 & v\sin(\psi_1 - 2\psi_2) \\ 0 & 0 & -v\sin(\psi_1 - \psi_2)\sin\psi_2 & v\cos(\psi_1 - 2\psi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v\cos(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} & -\frac{v\cos(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos(\psi_1 - \psi_2)\cos\psi_2 & 0 \\ \cos(\psi_1 - \psi_2)\sin\psi_2 & 0 \\ \frac{2\tan\delta}{L_1} & \frac{2v}{L_1\cos^2\delta} \\ \frac{\sin(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

在采样周期  $T$  内,采用前向欧拉法,利用一阶差商代替微分的方法对式进行离散化处理得

$$\tilde{X}(k+1) = A_k\tilde{X}(k) + B_k\tilde{u}(k) \quad (13)$$

式(13)中:

$$A_k = I + TA =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -Tv\sin(\psi_1 - \psi_2)\cos\psi_2 & Tv\sin(\psi_1 - 2\psi_2) \\ 0 & 1 & -Tv\sin(\psi_1 - \psi_2)\sin\psi_2 & Tv\cos(\psi_1 - 2\psi_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Tv\cos(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} & 1 - \frac{Tv\cos(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B_k = TB = \begin{bmatrix} T\cos(\psi_1 - \psi_2)\cos\psi_2 & 0 \\ T\cos(\psi_1 - \psi_2)\sin\psi_2 & 0 \\ \frac{2T\tan\delta}{L_1} & \frac{2Tv}{L_1\cos^2\delta} \\ \frac{T\sin(\psi_1 - \psi_2)}{L_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

在飞机牵引运动过程中,为使得飞机牵引系统能够更加准确地跟踪期望路径,构建了模型预测方程,即

$$\xi(k+1) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(k+1) \\ \tilde{u}(k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

将式(12)代入式(11)中,得到新的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{A}_k\xi(k) + \tilde{B}_k\Delta u(k) \\ \chi(k) = \tilde{C}_k\xi(k) \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{式中: } \tilde{A}_k = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\tilde{B}_k = \begin{bmatrix} B_k \\ I_m \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\tilde{C}_k = [I_k \quad 0] \quad (20)$$

式中:  $\chi(k)$  为预测时域内系统的输出;  $m、n$  分别为控制矩阵和状态矩阵的维度,  $m = 2, n = 4; I_m、I_k$  为单位矩阵。

设当前时刻为  $k$ , 预测时域为  $N_p$ , 控制时域为  $N_c$ , 且  $N_c \leq N_p$ , 得出未来  $N_p$  个时间周期内的状态预测模型的输出表达式为

$$Y(k) = \lambda\xi(k) + \gamma\Delta U(k) \quad (21)$$

式(21)中:

$$Y(k) = \begin{bmatrix} \chi(k+1) \\ \chi(k+2) \\ \vdots \\ \chi(k+N_c) \\ \vdots \\ \chi(k+N_p) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_p) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \tilde{C}_k\tilde{A}_k \\ \tilde{C}_k\tilde{A}_k^2 \\ \vdots \\ \tilde{C}_k\tilde{A}_k^{N_c} \\ \vdots \\ \tilde{C}_k\tilde{A}_k^{N_p} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{B}}_k & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k \tilde{\mathbf{B}}_k & \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{B}}_k & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k^{N_c-1} \tilde{\mathbf{B}}_k & \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k^{N_c-2} \tilde{\mathbf{B}}_k & \dots & \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{B}}_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k^{N_p-1} \tilde{\mathbf{B}}_k & \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k^{N_p-2} \tilde{\mathbf{B}}_k & \dots & \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{A}}_k^{N_p-N_c-1} \tilde{\mathbf{B}}_k \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 2.2 目标函数的设计

在飞机牵引系统进行轨迹跟踪控制中,控制器的求解不仅需要考虑系统的稳定性,还需要考虑系统的跟踪精度,因此在牵引车轨迹跟踪运动中,将较小的控制量波动和轨迹跟踪误差作为控制目标,设计如下目标函数,即

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\chi(k+i) - \chi_r(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta \mathbf{U}(k+i)\|_R^2 + \rho \varepsilon^2 \quad (26)$$

式(26)中: $\chi(k+i)$ 为预测时域内系统的输出, $\chi_r(k+i)$ 为预测时域内系统输出的参考值; $\Delta \mathbf{U}(k+i)$ 为控制增量; $\mathbf{Q}$ 为跟踪精度的权重矩阵, $\mathbf{Q}$ 越大,跟踪精度越好; $\mathbf{R}$ 为控制量波动的权重矩阵, $\mathbf{R}$ 越大,系统的稳定性越好; $\varepsilon$ 为松弛因子; $\rho$ 为松弛因子的权重系数。

为了使离散化方程组的求解难度降低,减小计算量,将式(15)转化成为标准二次型优化目标函数,即

$$\min J[\mathbf{X}(t), \mathbf{u}(t-1), \Delta \mathbf{U}(t)] = \min \left\{ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(t) \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T \mathbf{H}_t \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(t) \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \mathbf{G}_t \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(t) \\ \varepsilon \end{bmatrix} \right\} \quad (27)$$

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_t^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\gamma}_t + \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \rho \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{G}_t = [2\mathbf{e}_t^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\gamma}_t \quad \mathbf{0}] \quad (29)$$

式中: $\mathbf{e}_t$ 为当前预测时域内的系统跟踪误差。

在轨迹跟踪过程中,为使得飞机牵引系统能够较好地描述运动过程,系统输出的转角和速度均要受到一定的限制,控制量不等式约束为

$$\mathbf{u}_{\min}(k+t) \leq \mathbf{u}(k+t) \leq \mathbf{u}_{\max}(k+t), \quad k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (30)$$

控制增量不等式约束为

$$\Delta \mathbf{u}_{\min}(k+t) \leq \Delta \mathbf{u}(k+t) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}(k+t), \quad k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (31)$$

二者之间关系为

$$\mathbf{u}(k+t) = \mathbf{u}(k+t-1) + \Delta \mathbf{u}(k+t) \quad (32)$$

式(32)中: $\mathbf{u}(k+t-1)$ 为上一时刻的控制量;

$\mathbf{u}_{\min}(k+t)$ 、 $\mathbf{u}_{\max}(k+t)$ 分别为控制量在 $k+t$ 时刻的上、下限; $\Delta \mathbf{u}_{\min}(k+t)$ 、 $\Delta \mathbf{u}_{\max}(k+t)$ 分别为控制增量在 $k+t$ 时刻的上、下限。

在未来 $N_c$ 个控制时域内,将式(17)与式(18)合并为

$$\mathbf{U} = \mathbf{D} \Delta \mathbf{U}_t + \mathbf{U}_t \quad (33)$$

式(33)中:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_m \quad (34)$$

$$\mathbf{U}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\Delta \mathbf{U}_t = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \Delta \mathbf{u}(k+1) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N_c-1) \end{bmatrix} \quad (36)$$

式中: $\otimes$ 为克罗内克积。

结合上述算式,可以得出MPC控制器的约束条件为

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{\min} \leq \mathbf{D} \Delta \mathbf{U}_t + \mathbf{U}_t \leq \mathbf{U}_{\max} \\ \Delta \mathbf{U}_{\min} \leq \Delta \mathbf{U}_t \leq \Delta \mathbf{U}_{\max} \end{cases} \quad (37)$$

依据飞机牵引车技术要求,选取速度约束为

$$-0.2 \text{ m/s} \leq \Delta v \leq 0.2 \text{ m/s} \quad (38)$$

转角约束为

$$\begin{cases} -10^\circ \leq \delta \leq 10^\circ \\ -0.8^\circ \leq \Delta \delta \leq 0.8^\circ \end{cases} \quad (39)$$

## 3 轨迹跟踪仿真与分析

### 3.1 仿真平台的搭建

为验证所提出的基于MPC的牵引车四轮转向轨迹跟踪控制器跟踪给定参考轨迹的控制效果,本文研究以双移线工况作为参考轨迹,在MATLAB/Simulink中搭建飞机牵引系统运动控制仿真模型,如图4所示。

本文研究选取自主设计的四轮转向电动无杆牵引车和B737-800飞机作为研究对象进行仿真,具体参数如表1所示。

### 3.2 不同控制策略下的轨迹仿真分析

在对于牵引车辆轨迹跟踪问题的研究中,通常将传统PID控制策略作为参照,与其他控制策略进行对比分析,以确保所建立控制策略的可靠性和有效性。本文研究以四轮转向牵引车为研究对象,在3 m/s的速度下,分别采用PID和MPC控制策略对

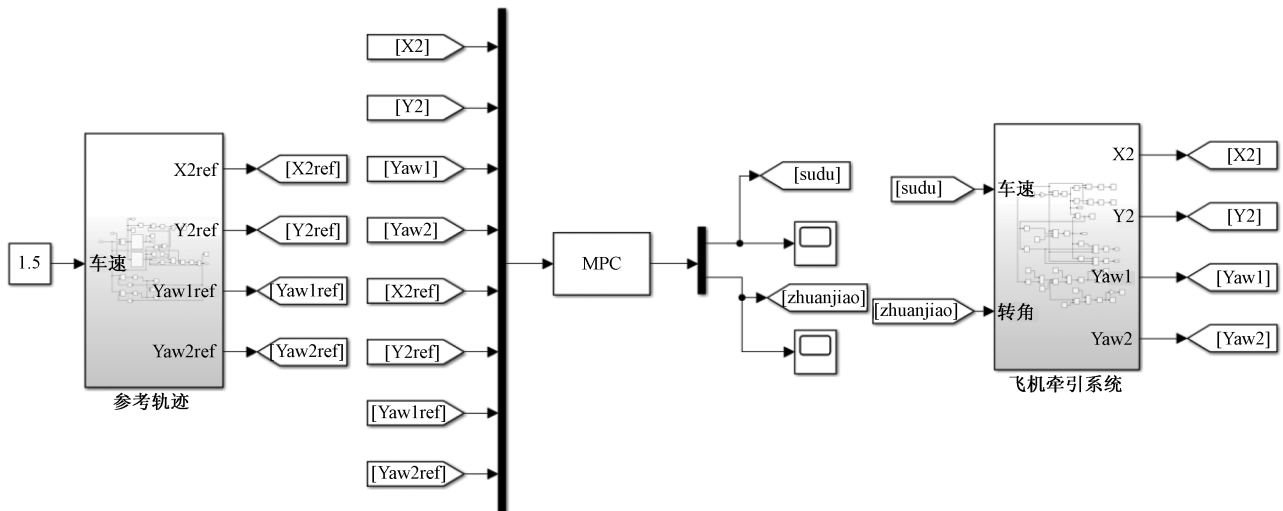


图4 飞机牵引系统控制仿真模型

Fig. 4 Simulation model of aircraft traction system control

表1 飞机牵引系统参数

Table 1 Aircraft traction system parameters

参数	数值
牵引车尺寸(长×宽×高)/(m×m×m)	2.6×2.6×0.39
牵引车轴距 $L_1$ /m	1.76
飞机轴距 $L_2$ /m	15.6
牵引车前后轴轮距 $L_3$ /m	1.84
飞机两主起落架之间距离 $L_4$ /m	5.71

其进行轨迹跟踪, 仿真得到的飞机轨迹跟踪效果图如图5所示, 均方根误差值如表2所示, 飞机牵引系统的轨迹跟踪误差图如图6所示。

从图5中可以看出, 在两种控制策略的作用下, 飞机在直线行驶状态时均能较好地跟踪上参考轨迹, 而在转弯处, MPC控制策略的轨迹跟踪精度明显优于PID控制策略。根据图6和表2可以得出, 与PID控制策略相比, 在MPC控制策略的作用下, 牵引车牵引飞机的横向误差均方根值、牵引车航向角误差均方根值和飞机航向角误差均方根值分别降低了69.94%、89.56%和84.41%。因此, 采用MPC控制策略的牵引车牵引飞机相比于PID控制策略具有更好的轨迹跟踪效果, 同时能够保持良好的鲁棒性。

### 3.3 不同车速下的轨迹仿真分析

根据航空公司相关规定, 牵引车在牵引飞机的过程中, 在无障碍的情况下, 速度不应超过15 km/h<sup>[17]</sup>。本文研究中选取1.5 m/s、3 m/s和4 m/s三种不同速度作为牵引车牵引飞机的速度, 以双移线工况作为参考轨迹, 分别研究飞机牵引系统在牵引车前轮转向控制和四轮转向控制下的轨迹跟踪性能。以  $[x_2, y_2, \psi_1, \psi_2]^T = [0, 0, 0, 0]^T$  作为飞机牵引系统

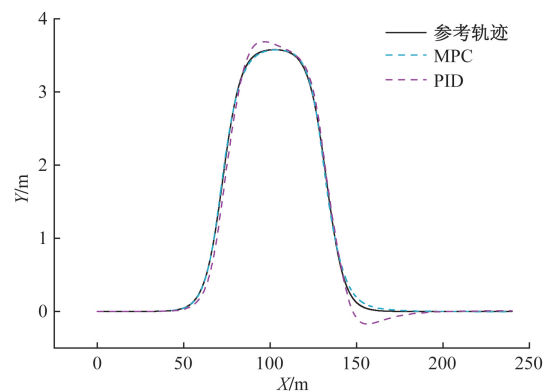


图5 不同控制策略下飞机轨迹跟踪对比图

Fig. 5 Comparison of aircraft trajectory tracking under different control strategies

表2 均方根误差值

Table 2 Root mean square error (RMSE)

控制策略	横向误差/m	牵引车航向角误差/rad	飞机航向角误差/rad
MPC	0.026 294	0.003 389	0.001 805
PID	0.087 472	0.032 451	0.011 581

的初始姿态, 进行仿真对比分析。在牵引车前轮转向控制和四轮转向控制下, 得到飞机实际轨迹与参考轨迹对比结果如图7所示。飞机牵引系统的轨迹跟踪误差对比结果如图8所示。均方根误差值如表3所示。

在初始时刻飞机能够精准地跟踪上参考轨迹, 当飞机处于转弯状态时, 轨迹跟踪精度相对于直线行驶时较差。随着牵引车速度的增加, 飞机实际轨迹与参考轨迹的偏差量逐渐增大。在4 m/s的速度下, 四轮转向牵引车牵引飞机的横向均方根误差值相较于前轮转向牵引车降低48.30%, 航向角均方

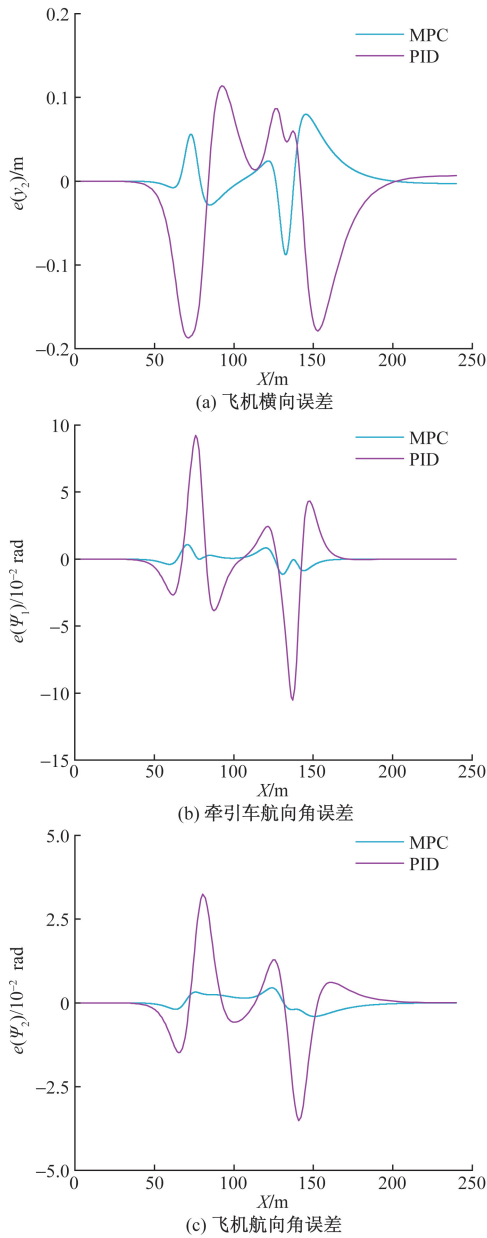


图6 不同控制策略下飞机牵引系统跟踪误差  
Fig. 6 Tracking error of aircraft traction system under different control strategies

根误差值降低 33.65%，牵引车航向角均方根误差值降低 34.88%，当速度为 1.5 m/s 和 3 m/s 时，四轮转向相较于前轮转向均方根误差值也都有所降低。飞机牵引系统的轨迹跟踪精度在牵引车四轮转向轨迹跟踪控制下明显高于牵引车前轮转向轨迹跟踪控制。牵引车四轮转向比前轮转向具有更强的灵活性和轨迹跟踪的精确性。同时，在四轮转向轨迹跟踪控制器的作用下，飞机始终按照参考轨迹向前运动，且横向误差始终低于 0.15 m。

### 3.4 存在初始偏差的轨迹仿真分析

在四轮转向牵引车牵引飞机的过程中，为了研究存在一定的初始偏差对飞机牵引系统轨迹跟踪性

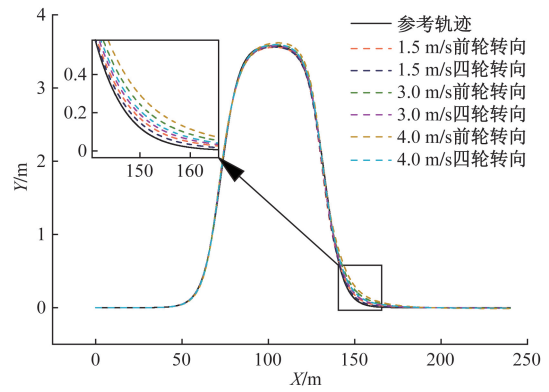


图7 不同速度下飞机实际轨迹与参考轨迹对比  
Fig. 7 Comparison chart of actual trajectory and reference trajectory of aircraft at different speeds

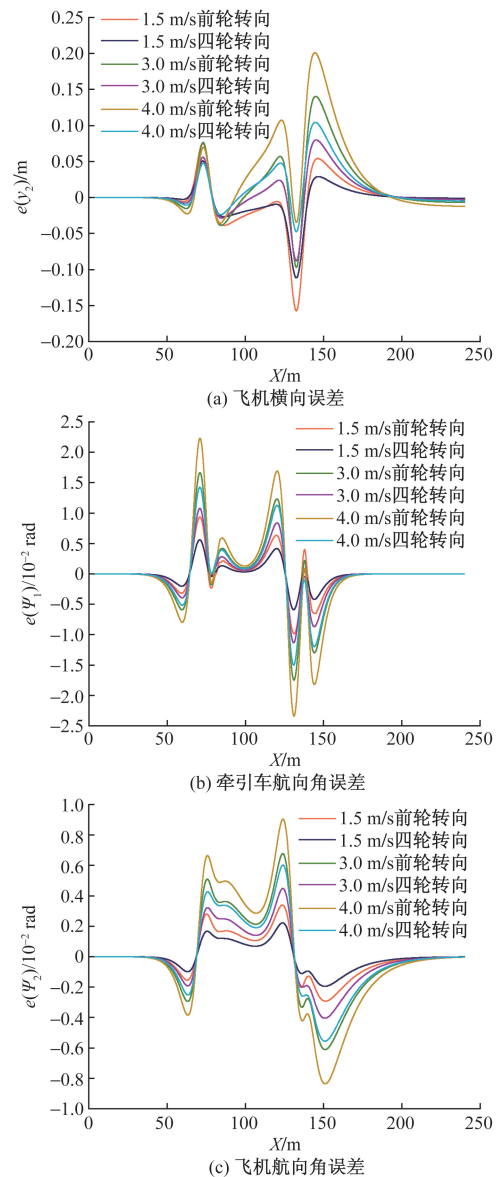


图8 不同速度下飞机牵引系统跟踪误差  
Fig. 8 Tracking error of aircraft traction system at different speeds

表 3 均方根误差值

Table 3 Root mean square error

仿真对象	横向误差/m			牵引车航向角误差/rad			飞机航向角误差/rad		
	1.5 m/s	3 m/s	4 m/s	1.5 m/s	3 m/s	4 m/s	1.5 m/s	3 m/s	4 m/s
前轮转向	0.033 522	0.041 695	0.058 297	0.002 805	0.005 131	0.006 970	0.001 357	0.002 731	0.003 682
四轮转向	0.023 382	0.026 294	0.030 139	0.001 717	0.003 389	0.004 539	0.000 889	0.001 805	0.002 443

表 4 不同初始偏差参数表

Table 4 Different initial deviation parameters

序号	$\Delta x_2/m$	$\Delta y_2/m$	$\Delta \psi_1/rad$	$\Delta \psi_2/rad$
1 组	-0.5	-0.5	0	0
2 组	-0.7	-0.9	0	0
3 组	-0.6	-0.7	0.05	0
4 组	-1	-1	0.1	0

能的影响,选取如表 4 所示的 4 组不同初始偏差参数进行仿真验证。根据上述研究,飞机牵引系统在 1.5 m/s 速度下行驶时所展现的轨迹跟踪性能最好,因此将飞机牵引系统的速度设定为 1.5 m/s。

图 9 为 4 组存在不同初始偏差的飞机实际轨迹与参考轨迹对比图。图 10 分别为不同初始偏差下的飞机横向误差、牵引车航向角误差以及飞机航向角误差。从图 10 可以看出,虽然飞机牵引系统实际位姿存在不同的初始偏差值,但 4 组情况基本都在 30 s 以内完成了对初始偏差的修正,能够在转弯之前跟踪上参考轨迹,同时在初始偏差较大的情况下,系统未出现超调现象。在牵引车四轮转向轨迹跟踪控制器的作用下,飞机牵引系统能够实现较好的跟踪。为了验证存在不同初始偏差下飞机牵引系统轨迹跟踪过程中的稳定性,选取初始偏差值最大的第 4 组进行仿真分析,结果如图 11 所示。为了减小初始偏差对飞机牵引系统轨迹跟踪的影响,牵引车在一定约束范围内不断的调节车轮转角的方向,在 20 s 以内完成了对初始偏差的修正,实现良好的轨迹跟踪效果,使飞机牵引系统更加平稳的行驶。

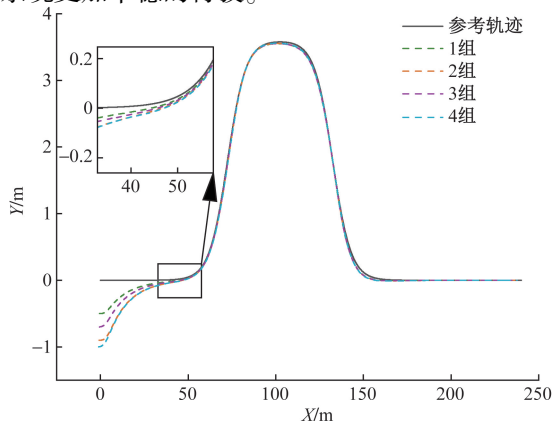
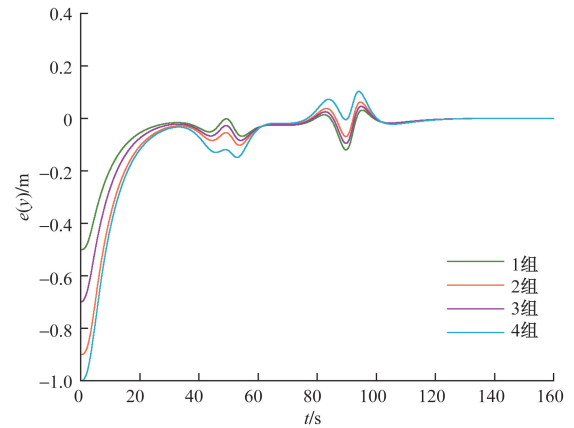
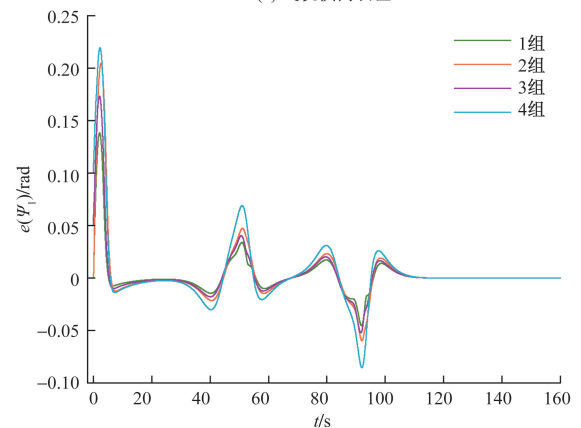


图 9 4 组初始偏差下飞机牵引系统轨迹跟踪图

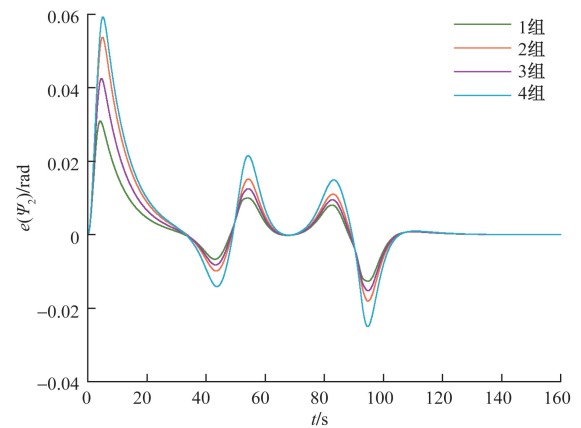
Fig. 9 Trajectory tracking diagram of aircraft traction system under four initial deviations



(a) 飞机横向误差



(a) 牵引车航向角误差



(c) 飞机航向角误差

图 10 不同初始偏差下飞机牵引系统跟踪误差  
Fig. 10 Tracking error of aircraft traction system under different initial deviations

### 4 结论

针对在低速工况下,牵引车牵引飞机过程中

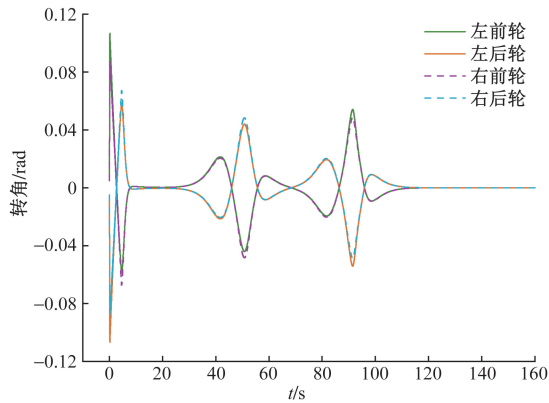


图 11 第 4 组偏差下牵引车 4 个车轮转角

Fig. 11 Four-wheel angles of the tractor under the fourth group deviation

轨迹跟踪的精确性与稳定性问题,建立了飞机牵引系统运动学模型,以较小的轨迹跟踪误差和较好的稳定性为目标,设计了基于 MPC 的牵引车四轮转向轨迹跟踪控制器,用来跟踪给定的参考轨迹,并将其与 PID 控制器进行对比。通过在 3 种不同的车速下,将所设计的轨迹跟踪控制器与牵引车前轮转向轨迹跟踪控制器进行仿真对比,可以得出:MPC 控制器提升了牵引车牵引飞机在相同轨迹下的跟踪精度,并且飞机在四轮转向牵引车牵引下的轨迹跟踪精度高于前轮转向牵引车。四轮转向牵引车与前轮转向牵引车相比具有更强的灵活性。同时随着速度增加,飞机牵引系统轨迹跟踪精度变差,因此在牵引飞机过程中,应注意选取合适的车速。

通过改变飞机牵引系统的初始位姿对所设计的四轮转向轨迹跟踪控制器进行仿真验证,仿真结果表明,本文所提出的控制器能够快速修正系统存在的初始偏差,使飞机以较高的精度跟踪上给定的参考轨迹,同时具有良好的稳定性,适用于四轮转向电动无杆牵引车牵引飞机的过程。

#### 参 考 文 献

[1] 王伟,朱俊伟,张威. 飞机无杆牵引车系统振动特性仿真分析及优化[J]. 计算机仿真, 2020, 37(6): 54-58.  
Wang Wei, Zhu Junwei, Zhang Wei. Simulation analysis and optimization of vibration characteristics of aircraft rodless tractor system [J]. Computer Simulation, 2020, 37(6): 54-58.

[2] Zhou Q, Zhang Y F, Li Z Y, et al. Cyber-physical energy-saving control for hybrid aircraft-towing tractor based on online swarm intelligent programming[J]. IEEE Transactions Industrial Informatics, 2018, 14(9): 4149-4158.

[3] 解本铭,朱俊伟,王伟,等. 飞机无杆牵引车多工况牵引的平顺性仿真及优化[J]. 机械设计与制造, 2020(10): 1-5.  
Xie Benming, Zhu Junwei, Wang Wei, et al. Simulation and optimization of ride comfort on multi-working for aircraft rodless tractor

[J]. Machinery Design & Manufacture, 2020(10): 1-5.

[4] 唐杰,刘雨豪,鲁鑫,等. 飞机牵引车抱轮机构惯容隔振装置振动特性分析[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2023, 37(11): 277-285.  
Tang Jie, Liu Yuhao, Lu Xin, et al. Analysis of vibration characteristics of inertial vibration isolation device for aircraft tractor wheel-holding mechanism[J]. Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science Edition), 2023, 37(11): 277-285.

[5] 王志,陈文科,闫洪峰,等. 电动无杆飞机牵引车设计[J]. 液压气动与密封, 2006(3): 8-10.  
Wang Zhi, Chen Wenke, Yan Hongfeng, et al. Design of the electric tow barless vehicle[J]. Hydraulics Pneumatics & Seals, 2006(3): 8-10.

[6] 高建树,梁慧中,孟祥森. 无杆飞机牵引车牵引力检测方法[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(12): 5151-5156.  
Gao Jianshu, Liang Huizhong, Meng Xiangsen. Detecting method of towbarless aircraft tractor traction[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(12): 5151-5156.

[7] Hiraoka T, Nishihara O, Kumamoto H. Automatic path-tracking controller of a four-wheel steering vehicle[J]. Vehicle System Dynamics, 2009, 47(10): 1205-1227.

[8] Lashkari N, Biglarbegian M, Yang S. Backstepping tracking control design for a tractor robot pulling multiple trailers [C]//Annual American Control Conference (ACC). Milwaukee: ACC, 2018: 2715-2720.

[9] 林棻,倪兰青,赵又群,等. 考虑横向稳定性的智能车辆路径跟踪控制[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(1): 78-84.  
Lin Fen, Ni Lanqing, Zhao Youqun, et al. Intelligent vehicle path tracking control considering lateral stability[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2018, 46(1): 78-84.

[10] Yu M H, Gong X, Fan G W, et al. Trajectory planning and tracking for carrier aircraft-tractor system based on autonomous and cooperative Movement[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, 2020: 1-24.

[11] 陈龙,邹凯,蔡英凤,等. 基于 NMPC 的智能汽车纵向向综合轨迹跟踪控制[J]. 汽车工程, 2021, 43(2): 153-161.  
Chen Long, Zou Kai, Cai Yingfeng, et al. Longitudinal and lateral comprehensive trajectory tracking control of intelligent vehicles based on NMPC[J]. Automotive Engineering, 2021, 43(2): 153-161.

[12] 周丽杰,王能建,张德福. 牵引车-飞机系统的自适应滑模变结构控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(4): 529-534.  
Zhou Lijie, Wang Nengjian, Zhang Defu. Adaptive and variable structure control with sliding mode for tractor-aircraft system[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(4): 529-534.

[13] Zhang M Y, Liu H. Research on driving force of electric four-wheel drive rodless aircraft tractor when crossing obstacles[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1965(1). DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1965/1/012008>.

[14] Zhang M Y, Wang H T, Li S R, et al. Driving force of electric four-wheel drive rodless aircraft tractor when crossing obstacles [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2023, 2557(1). DOI:10.1088/1742-6596/1965/1/012008.

[15] 宋强,王冠峰,商赫,等. 基于多参数控制的分布式驱动电动

- 汽车操纵稳定性控制策略研究[J]. 汽车工程, 2023, 45(11): 2104-2112, 2138.
- Song Qiang, Wang Guanfeng, Shang He, et al. Research on handling stability control strategy for distributed drive electric vehicle based on multi-parameter control[J]. Automotive Engineering, 2023, 45(11): 2104-2112, 2138.
- [16] 冀杰, 唐志荣, 吴明阳, 等. 面向车道变换的路径规划及模型预测轨迹跟踪[J]. 中国公路学报, 2018, 31(4): 172-179.
- Ji Jie, Tang Zhirong, Wu Mingyang, et al. Path planning and tracking for lane changing based on model predictive control[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(4): 172-179.
- [17] 中国民用航空总局飞行标准司. 民用航空器维修标准: MH/T 3011.3—2006[S]. 北京: 中国标准出版社, 2006.
- Flight Standards Department of the Civil Aviation Administration of China. Civil aircraft maintenance standards: MH/T 3011.3—2006[S]. Beijing: Standards Press of China, 2006.