



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2405966

引用格式:陈磊,刘占科.基于量纲分析的新浇混凝土模板侧压力计算式[J].科学技术与工程,2025,25(19):8198-8206.

Chen Lei, Liu Zhanke. Formula of lateral pressure on formwork exerted by fresh concrete based on dimensional analysis[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(19): 8198-8206.

# 基于量纲分析的新浇混凝土模板侧压力计算式

陈磊<sup>1</sup>, 刘占科<sup>2,3\*</sup>

(1. 西部(甘肃)市政建设集团有限公司, 兰州 730030; 2. 兰州大学, 西部灾害与环境力学教育部重点实验室, 兰州 730000;  
3. 兰州大学土木工程与力学学院, 兰州 730000)

**摘要** 为确保模板工程安全,准确计算新浇混凝土作用于模板的侧压力,首先分析了国家现行标准中模板侧压力计算公式存在的问题;接着根据国际单位制的基本物理量,确定了影响模板侧压力的5个关键因素,重点分析了混凝土坍落度的范围,并将其作为重要因素直接引入了模板侧压力的推导;在提出模板侧压力的统一计算式后,根据混凝土侧压力计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度与浇筑速度与初凝时间的乘积的关系,推导了符合量纲分析的模板侧压力的计算式,最后采用现有文献中的试验数据验证了本文的计算式的精度。结果表明:本文提出的计算式符合量纲分析结果,且在国家现行标准中模板侧压力计算公式的适用范围内,本文计算式更精确;而当超出国家现行标准中模板侧压力计算公式的适用范围时,本文计算式具有较高精度,且整体偏于安全。

**关键词** 新浇混凝土; 模板侧压力; 量纲分析; 坍落度; 统一计算式

中图分类号 TU528; 文献标志码 A

## Formula of Lateral Pressure on Formwork Exerted by Fresh Concrete Based on Dimensional Analysis

CHEN Lei<sup>1</sup>, LIU Zhan-ke<sup>2,3\*</sup>

(1. Western (Gansu) Municipal Construction Group Co., Ltd., Lanzhou 730030, China; 2. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China, the Ministry of Education of China, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;  
3. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

**[Abstract]** To ensure the safety of formwork engineering, and to accurately calculate the lateral pressure of fresh concrete on formwork, the problems of the formulas for lateral pressure of fresh concrete on formwork, provided by the national current standards, were analyzed firstly. Subsequently, based on the basic physical quantities of the international system of units, five key factors affecting the lateral pressure of fresh concrete on formwork were identified, the range of concrete slump was emphatically analyzed. By taking concrete slump as an important factor, it was directly introduced into the derivation. According to the relation between the depth of the concrete from the top of the placement to the point of consideration in the formwork, and the product of the rate of placing concrete in forms and initial setting time, formula for calculating the lateral pressure of fresh concrete on formwork was derived. Finally, the accuracy of the proposed formula was verified by using the experimental data in the literature. The results show that the proposed formula accords with the results of dimensional analysis, and the formula is more accurate in the application range of the formula provided by the national current standards. Moreover, beyond the applicable range of the formula provided by the national current standards, the proposed formula is of high accuracy and is generally safe.

**[Keywords]** fresh concrete; lateral pressure of formwork; dimensional analysis; slump; unified formula

混凝土是工程结构中广为使用的材料之一,其施工过程的重要步骤之一是将新拌混凝土浇筑于已布设好的模板中。由于新拌混凝土是一种介于流体与含湿粒子堆聚物之间的材料<sup>[1]</sup>,其流动性、黏聚性和保水性等工作性良好,故而浇筑于模板中

的混凝土对竖向布置的模板将作用有侧压力,即新浇混凝土模板侧压力<sup>[2]</sup>(以下简称“模板侧压力”)。当模板侧压力超过模板的承载能力时,可能导致模板破坏,造成工程事故。因此,为确保模板工程的安全性,需准确计算模板侧压力<sup>[3]</sup>。

收稿日期:2024-08-08 修订日期:2025-01-07

基金项目:国家自然科学基金(52278184)

第一作者:陈磊(1983—),男,汉族,甘肃兰州人,高级工程师。研究方向:房屋建造。E-mail:282535582@qq.com。

\*通信作者:刘占科(1981—),男,汉族,甘肃靖远人,博士,副教授。研究方向:钢结构稳定。E-mail:liuzhk@lzu.edu.cn。

国外关于模板侧压力的研究开展较早。早在1909年,Shunk<sup>[4]</sup>即开展了模板侧压力的试验研究。1952年,Rodin<sup>[5]</sup>收集了前人发表的模板侧压力试验数据,对影响模板侧压力的各种因素进行了讨论,给出了与配合比为1:2:4、坍落度150 mm、温度为21℃对应的模板侧压力计算模型及计算式。此后,Rodin<sup>[5]</sup>提出的计算模型先后被Clear等<sup>[6]</sup>、Gardner<sup>[7]</sup>所采纳,并用来提出对应的模板侧压力计算式。

随着模板侧压力研究的深入,泵送混凝土<sup>[8-9]</sup>、自密实混凝土<sup>[10-13]</sup>、高流动性混凝土<sup>[14]</sup>、大尺寸模板<sup>[15]</sup>、圆形模板<sup>[16]</sup>等对模板侧压力的影响得到了国内外广大学者的关注。然而,时至今日,国内外标准中广为采用的模板侧压力模型仍主要为Rodin的计算模型

在中国,国家现行标准《建筑施工模板安全技术规范》(JGJ 162—2008)<sup>[2]</sup>、《混凝土结构工程施工规范》(GB 50666—2011)<sup>[17]</sup>所采用的模板侧压力计算模型与Rodin<sup>[5]</sup>的计算模型基本相同,并以流体静压力原理为基础,同时结合浇筑速度与侧压力的国内外试验结果而建立了计算公式。其中,JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>中的计算式的适用条件为:①浇筑速度在6 m/h以下;②混凝土坍落度不大于150 mm;③普通混凝土、轻骨料混凝土;④采用内部振捣器。而GB 50666—2011中的计算式的适用范为:①浇筑速度不大于10 m/h;②混凝土坍落度不大于180 mm;③采用插入式振动器。

近年来,混凝土施工中模板工程事故频发<sup>[18]</sup>,对比并完善现行标准中模板侧压力计算式成为研究热点<sup>[12-13, 18-19]</sup>。经过对比发现,与JGJ 162—2008和GB 50666—2011中模板侧压力计算公式的适用条件相比,当前新浇混凝土的施工力学参数已发生了较大变化:一是混凝土坍落度超过150 mm乃至超过180 mm的情况已成为普遍现象,甚至最大值可达240 mm<sup>[20-21]</sup>;二是浇筑速度最高可达19 m/h<sup>[13]</sup>。更为重要的是,现行标准中的计算式存在量纲不统一的问题<sup>[22]</sup>,这将导致在完善现行标准中模板侧压力计算式时,仍然难以保证计算式符合基本逻辑。

量纲分析在力学中具有广泛的应用场景和价值<sup>[23]</sup>;在中国的相关研究中,业已通过量纲分析建立了测压结构加速度响应与冲击波参数及结构尺寸的关系模型<sup>[24]</sup>,推导了可以反映柱状装药特征的成排深孔爆破振动速度预测公式<sup>[25]</sup>,完成了落石冲击力的推导<sup>[26]</sup>。由此可见,无论在理论上还是在实践上,量纲分析都带来很多效益。用这一理论所获得的所有结果,总是用十分简单、初等的方法并且几

乎是没有什么困难得到的<sup>[23]</sup>。然而,尽管文献<sup>[22]</sup>指出了现行标准中模板侧压力计算式存在量纲不统一问题,但既未给出分析过程,也未进一步提出符合量纲分析的新的模板侧压力计算式。

针对如上问题,首先梳理现行标准中模板侧压力的计算模型及计算公式,并对其进行量纲分析;然后根据国际单位制的七个基本物理量,确定影响模板侧压力的关键因素,且重点分析混凝土坍落度的范围;接着提出模板侧压力的统一计算式,并根据浇筑高度与浇筑速度与初凝时间的乘积的关系,分别推导模板侧压力的计算式,最后采用现有文献中的试验数据对本文的计算式的精度进行验证。

## 1 现行标准中模板侧压力计算公式的量纲分析

### 1.1 模板侧压力的计算模型及计算公式

国外关于模板侧压力的研究开展较早。1952年,Rodin<sup>[5]</sup>回顾了已发表的模板侧压力试验数据,对影响模板侧压力的各种因素进行了讨论,并提出了计算模型。Clear等<sup>[6]</sup>给出了如图1所示的计算模型,并给出了计算式。此后,包括美国标准ACI 347R—14<sup>[27]</sup>,中国现行标准JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>在内的众多标准基本均以图1所示的计算模型确定模板侧压力。

中国现行标准《建筑施工模板安全技术规范》(JGJ 162—2008)<sup>[2]</sup>给出了新浇混凝土的最大侧压力计算公式,并规定取其较小值作为新浇筑混凝土对模板的侧压力的标准值。公式为

$$F = \gamma_c H \quad (1)$$

$$F = 0.22\gamma_c t_0 \beta_1 \beta_2 V^{1/2} \quad (2)$$

式中: $F$ 为新浇混凝土的最大侧压力,kN/m<sup>2</sup>; $\gamma_c$ 为混凝土的重力密度; $H$ 为混凝土侧压力计算位置处

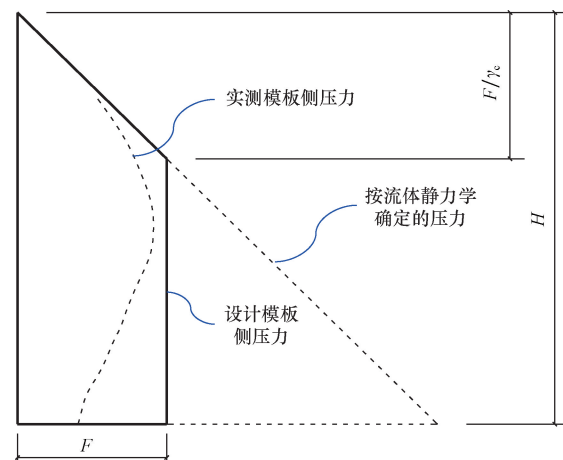


图1 竖直模板侧压力计算模型  
Fig. 1 Design pressure envelope for vertical formwork

至新浇筑混凝土顶面的总高度,  $m$  (图 1);  $t_0$  为新浇筑混凝土的初凝时间,  $h$ , 可按试验确定, 当缺乏试验资料时, 可采用  $t_0 = 200 / (T + 15)$  ( $T$  为混凝土的温度,  $^{\circ}C$ );  $V$  为混凝土的浇筑速度,  $m/h$ ;  $\beta_1$  为外加剂影响修正系数, 不掺外加剂时取 1.0, 掺具有缓凝作用的外加剂时取 1.2;  $\beta_2$  为混凝土坍落度  $S$  影响修正系数  $\beta$ , 按表 1 取值。

2012 年, 《混凝土结构工程施工规范》(GB 50666—2011)<sup>[17]</sup> 颁布实施, 该标准以式(1)和式(3)为  $F$  的计算式, 也规定取其较小值作为新浇筑混凝土对模板的侧压力的标准值。

$$F = 0.28\gamma_c t_0 \beta V^{1/2} \quad (3)$$

式(3)中:  $\beta$  为混凝土坍落度影响修正系数, 其数值按表 1 取值。

表 1 标准中混凝土坍落度影响修正系数的数值

Table 1 Values of the correction factor for the concrete slump in standard

序号	JGJ 162—2008 <sup>[2]</sup>	GB 50666—2011 <sup>[17]</sup>
1	当 $S < 0.03 m$ 时, $\beta_2 = 0.85$	—
2	当 $0.05 m \leq S \leq 0.09 m$ 时, $\beta_2 = 1.0$	当 $0.05 m < S \leq 0.09 m$ 时, $\beta = 0.85$
3	当 $0.11 m \leq S \leq 0.15 m$ , $\beta_2 = 1.15$	当 $0.09 m < S \leq 0.13 m$ 时, $\beta = 0.9$
4	—	当 $0.13 m < S \leq 0.18 m$ 时, $\beta = 1.0$

在美国标准 ACI 347R—2014<sup>[27]</sup> 中, 给出的计算式与 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup> 以及 GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 的形式不同, 其计算式如下。

(1) 对于浇筑率小于 2.1  $m/h$  且浇筑高度不超过 4.2  $m$  的墙壁 ( $V < 2.1 m/h$  且  $H \leq 4.2 m$ ), 公式为

$$F = C_w C_c \left( 7.2 + \frac{785V}{T + 17.8} \right) \quad (4)$$

(2) 对于浇筑率小于 2.1  $m/h$  且浇筑高度超过 4.2  $m$  的墙壁, 以及浇筑率为 2.1 至 4.5  $m/h$  的墙壁 ( $V < 2.1 m/h$  且  $H > 4.2 m$ ,  $2.1 m/h \leq V \leq 4.5 m/h$ ), 公式为

$$F = C_w C_c \left( 7.2 + \frac{244V}{T + 17.8} + \frac{1\ 156}{T + 17.8} \right) \quad (5)$$

式(5)中:  $V$  为浇筑率,  $m/h$ ;  $T$  为浇筑期间混凝土的温度  $^{\circ}C$ ;  $C_c$  为化学系数, 随材料等不同取 1.0、1.2 或 1.4;  $C_w$  为单位质量系数, 随混凝土的密度不同而取不同的表达式或固定的数值, 其计算式为

$$C_w = 0.5 \left( 1 + \frac{w}{2\ 320\ kg/m^3} \right) \geq 0.8, \quad \rho < 2\ 240\ kg/m^3 \quad (6)$$

$$C_w = 1.0, \quad 2\ 240\ kg/m^3 \leq \rho \leq 2\ 400\ kg/m^3 \quad (7)$$

$$C_w = \frac{w}{2\ 320\ kg/m^3}, \quad \rho > 2\ 400\ kg/m^3 \quad (8)$$

式中:  $\rho$ 、 $w$  均为混凝土密度,  $\rho$  的单位为  $kg/m^3$ ,  $w$  的单位为  $lb/ft^3$  ( $lb/ft^3 = 16.02\ kg/m^3$ )。

需要说明的是, 对于由式(4)或式(5)计算所得的  $F$  需满足  $30C_w \leq F < \rho gH$ 。

## 1.2 模板侧压力计算公式的量纲分析

为分析计算式的量纲, 将式(1)~式(8)中各个符号的单位、量纲列于表 2 中。

表 2 现行标准模板侧压力计算式中各符号的单位和量纲  
Table 2 The units and dimensions of the symbols in the formula of lateral pressure of fresh concrete on formwork provided by the current standard

含义	符号	单位	量纲
混凝土的重力密度	$\gamma_c$	$kN/m^3$	$M/(LT)^2$
混凝土侧压力计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度	$H$	$m$	$L$
混凝土的浇筑速度	$V$	$m/h$	$L/T$
混凝土的温度	$T$	$^{\circ}C$	$\theta$
新浇混凝土的初凝时间	$t_0$	$h$	$T$
外加剂影响修正系数	$\beta_1$	—	—
混凝土坍落度影响修正系数	$\beta_2$ 或 $\beta$	/	/
混凝土密度	$\rho$	$kg/m^3$	$M/L^3$
化学系数	$C_c$	—	—
单位重量系数	$C_w$	—	—
模板侧压力	$F$	$kN/m^2$	$M/(LT^2)$

记式(1)~式(5)“=”右侧表达式的量纲为  $[F']$ , 则对于 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup> 以及 GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 中的式(1), 由表 2 可知

$$[F'] = [M/(LT)^2]L = M/(LT^2) \quad (9)$$

由式(9)可知,  $[F']$  与表 2 中  $F$  的量纲  $[F] = M/(LT^2)$  完全一致, 由此可知式(1)是符合量纲分析的。

对于式(2)和式(3), 将各参数的量纲代入其中可得

$$[F'] = [M/(LT)^2]T(L/T)^{0.5} = M/(LT)^{1.5} \quad (10)$$

由式(10)可知,  $[F']$  与表 2 中  $F$  的量纲  $[F] = M/(LT^2)$  不同, 这表明式(2)和式(3)不符合量纲分析结果。由此可知, 国家现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup> 以及 GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 中模板侧压力计算式的两个式子中, 仅有一个式子符合量纲分析, 而另一个则不符合量纲分析结果。

对于美国标准 ACI 347R—14<sup>[27]</sup> 中的式(4)~式(8), 由于  $V$  与  $T$  形成的分数表达式以及求和的关系, 显然式(4)~式(8)也不符合量纲分析结果。后

续研究中,仅选取国家现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup> 以及 GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 中模板侧压力计算式进行对比分析。

当现行标准中的模板侧压力计算式不符合量纲分析时,一方面会造成计算目标的量纲与计算结果的量纲不符,有损计算式的严谨性;另一方面,也将由于量纲的不统一,限制了计算式进一步完善的可能。文献[23]指出,将量纲理论的考虑同那些本身不直接给出有意义结论的一般物理假设结合起来,可以得到极为重要和有用的结果。以下将基于量纲分析建立模板侧压力的计算式。

## 2 新浇混凝土模板侧压力的量纲分析

### 2.1 影响模板侧压力的关键因素确定

确定影响模板侧压力的关键因素是建立对应计算式的关键。Rodin<sup>[5]</sup> 考虑了浇筑速度、浇筑方法、混凝土的一致性和配合比、凝结速度以及模板的尺寸和形状共 6 个因素,但最终仍以浇筑速度  $V$  为唯一参数给出了模板侧压力的计算式  $F = 23.4 \times 1.63V^{1/3}$ 。文献[18]指出,混凝土侧压力的影响因素主要有混凝土坍落度、混凝土容重、初凝时间、温度、浇筑方式、浇筑速度及振捣方式;文献[19]梳理了国内外相关标准发现,重度、初凝时间、浇筑速度、浇筑高度和混凝土坍落度。显然,在已有研究和现行标准中,考虑影响模板侧压力的关键因素并不统一。为此,以下根据国际单位制的基本物理量确定影响模板侧压力的关键因素。

取浇筑高度为  $H$ (m)、宽度为  $B$ (m)、长度为  $L$ (m) 的竖直布置的模板为研究对象(图 2),假定混凝土浇筑速度为  $V$ (m/h),则浇筑完成所需时间为  $t = H/V$ 。

对于混凝土,其工作性能主要有凝结时间、坍落度和抗压强度等<sup>[28]</sup>;而在新拌混凝土的凝结硬化过程中,其由塑性流动状态向固体状态转变,这一过程通常用初凝与终凝来描述<sup>[1]</sup>;初凝之前新浇混凝土属于塑性流体状态<sup>[29]</sup>。

根据国家现行标准《建筑施工模板安全技术规范》(JGJ 162—2008)<sup>[2]</sup>、《混凝土结构工程施工规范》(GB 50666—2011)<sup>[17]</sup>,记浇筑时间为  $t_0$ ,则根据  $t > t_0$  和  $t \leq t_0$  可将浇筑完成后的状态分为两种情况:

(1) 当  $t > t_0$  时,即  $H/(Vt_0) > 1.0$  时,后浇筑高度为  $Vt_0$  的部分仍为塑性流体状态,而先浇筑的  $(H-Vt_0)$  部分则处于凝结状态[图 2(a)]。

(2) 当  $t \leq t_0$  时,即  $H/(Vt_0) \leq 1.0$  时,全部混凝土都为塑性流体状态[图 2(b)]。

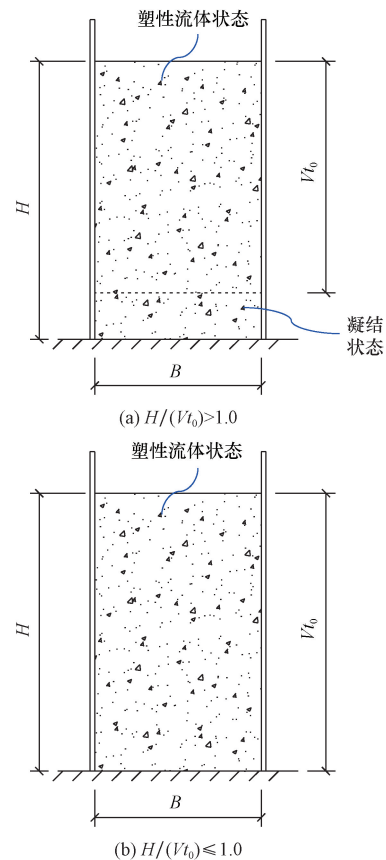


图 2 混凝土侧压力计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度  $H$  与  $Vt_0$  的关系

Fig. 2 The relationship between the depth of the concrete from the top of the placement to the point of consideration in the formwork,  $H$ , and  $Vt_0$

模板侧压力计算模型是一个典型的力学模型。则在国际单位制的七个基本物理量中,与模板侧压力有关的基本物理量主要有四个:长度、质量、时间、热力学温度,与其对应的国际单位名称(国际单位符号)分别为米(m)、千克(kg)、秒(s)、开尔文(K)。在表 2 给出的现行标准中的参数和系数,仅总高度  $H$  和初凝时间  $t_0$  是国际单位制中的基本物理量。

将表 2 中涉及的各因素进行归纳,可知模板工程系统中主要包含新浇混凝土、模板以及施工因素共三个方面,因此可将模板侧压力的参数类型也分为对应的三类,列出对应的基本物理量如表 3 所示。其中,对于具体的一类参数,按长度、质量、时间、热力学温度的先后顺序给出,未涉及的则不列出。

由于越是采用基本物理量,对应的计算模型或推导的计算式就越能反映事物固有的本质,故模板侧压力计算中,采用表 3 中的混凝土坍落度  $S$  较表 2 中的混凝土坍落度影响修正系数  $\beta_2$  或  $\beta$  更合理;

同时,由于新浇混凝土的质量  $m$  并非直接影响侧压力的因素,故将其转化为重力密度  $\gamma_c$  (或密度  $\rho$  和重力加速度  $g, \gamma_c = \rho g$ )。此外,由于初凝时间  $t_0$  与混凝土的温度  $T$  相关<sup>[29]</sup>,故以初凝时间  $t_0$  为准开展后续分析。因此,新浇混凝土的参数主要有三个(表4)。

表3 模板工程系统的基本物理量

Table 3 The basic physical quantities of the international system of units in formwork systems

参数类型	参数名称	符号	单位	量纲
新浇混凝土参数	混凝土坍落度	$S$	m	L
	质量	$m$	kg	M
	初凝时间	$t_0$	s	T
	混凝土的温度	$T$	K	0
模板参数	模板高度	$H_0$	m	L
	模板长度	$L$	m	L
	模板宽度	$B$	m	L
施工参数	计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度	$H$	m	L
	浇筑时间	$t$	s	T
	环境温度	$T_0$	K	0

表4 新浇筑混凝土对模板的侧压力的影响因素

Table 4 Influencing factors of lateral pressure of fresh concrete on formwork

参数类型	参数名称	符号	单位	量纲
新浇混凝土参数	混凝土坍落度	$S$	m	L
混凝土参数	重力密度	$\gamma_c$	kN/m <sup>3</sup>	M/(LT) <sup>2</sup>
混凝土参数	初凝时间	$t_0$	s	T
	浇筑速度	$V$	m/s	L/T
施工参数	计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度	$H$	m	L
问题参数	最大侧压力标准值	$F$	kN/m <sup>2</sup>	M/(LT <sup>2</sup> )

在图2所示的模板工程系统中,施工参数与模板参数具有相关性,即浇筑速度为  $V$ 、浇筑时间为  $t$  的时刻,乘积  $Vt$  表示模板内新浇混凝土的高度,其面积则为  $LB$ 。因此,以施工参数为准将其列入表4。与表2不同的是,表4列出了表征新浇混凝土工作性能的重要的基本物理量,即混凝土坍落度  $S$ 。以下对其进行重点分析。

## 2.2 混凝土坍落度分析

混凝土坍落度  $S$  是采用《混凝土坍落度仪》(JG/T 248—2009)<sup>[30]</sup>规定的坍落度筒进行测量的,其中坍落度筒内的混凝土的形状为圆锥台,其正视图为等腰梯形(图3)。记圆锥台状混凝土的几何尺寸如下:①圆锥台顶面圆的内径为  $d$ ;②圆锥台底面圆的内径为  $D$ ;③圆锥台高度为  $h$ 。延长等腰梯形的两边相交于  $O$  点。

进行混凝土坍落度测量时,假定发生塌落度  $S$

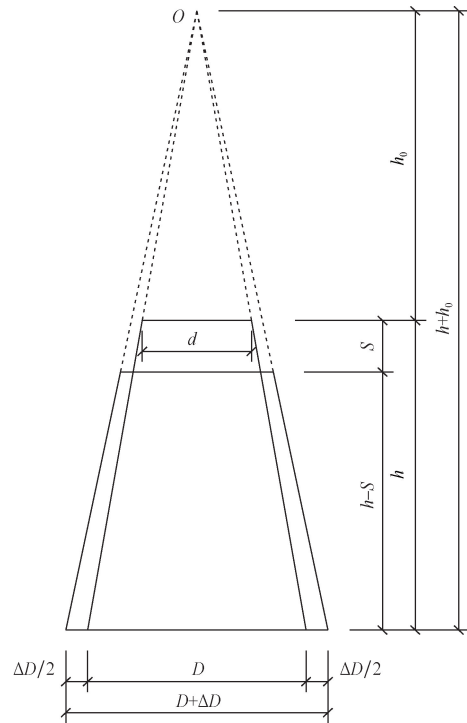


图3 混凝土坍落度分析

Fig. 3 Analysis on the concrete slump

后的混凝土仍为顶面为平面的圆锥台状,其正视图也为等腰梯形,且圆锥台顶面圆、圆锥台底面圆的直径均增加  $\Delta D$ 。假定混凝土坍落度测量前后的两个圆锥台状的混凝土体积不变,则延长后一个等腰梯形的两边也相交于  $O$  点。

根据图3的几何关系可知,在混凝土浇筑完成后,圆锥台状混凝土的体积  $\Omega_0$  的计算式,以及发生混凝土坍落度  $S$  后的圆锥台状混凝土的体积  $\Omega$  的计算式分别为

$$\Omega_0 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 (h + h_0) - \frac{1}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h_0 \quad (11)$$

$$\Omega = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{D + \Delta D}{2}\right)^2 (h + h_0) - \frac{1}{3}\pi \left(\frac{d + \Delta D}{2}\right)^2 (h_0 + S) \quad (12)$$

根据《混凝土坍落度仪》(JG/T 248—2009)<sup>[30]</sup>可知,对于图3所示的混凝土坍落度仪,有  $D = 2d$ ,  $h_0 = h$ ,则根据  $\Omega_0 = \Omega$  的关系可得

$$\frac{S}{h} = 1 - \frac{1 - 8\Delta D/D}{(1 + 2\Delta D/D)^2} \quad (13)$$

根据式(13)绘制  $\Delta D/D$  与  $S/h$  的关系如图4所示,同时考虑到混凝土坍落度  $S$  不超过混凝土坍落度仪的实际高度  $h$ ,则存在  $S/h \leq 1.0$  的关系。

由图4可知,在  $S/h \leq 1.0$  的范围内,  $S/h$  与  $\Delta D/D$  可简化为线性关系,这一关系将用于后续基于量纲分析建立模板侧压力的计算式。

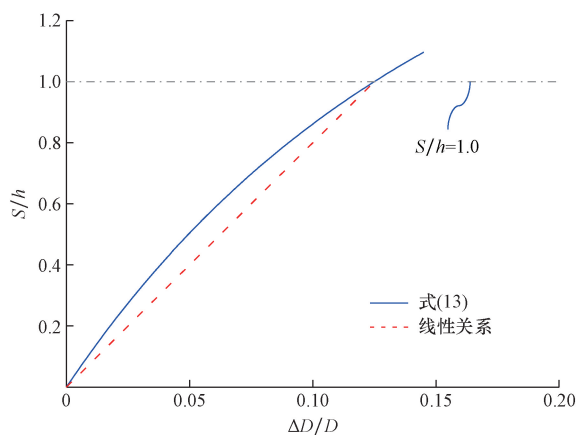


图4 混凝土坍落度  $S$  与混凝土坍落度仪高度  $h$  的关系  
Fig. 4 The relationship between concrete slump ( $S$ ) and the height ( $h$ ) of apparatus for concrete slump test

### 2.3 模板侧压力计算式推导

根据《混凝土坍落度仪》(JG/T 248—2009)<sup>[30]</sup>中混凝土坍落度筒的几何尺寸可知,  $D = 2d = 0.2 \text{ m}$ ,  $h = 0.3 \text{ m}$ , 可知混凝土坍落度的范围为  $0 \leq S \leq 0.3 \text{ m}$ 。

当混凝土坍落度  $S = 0.3 \text{ m}$  时, 可将其视为塑性流体状态, 此时模板侧压力应由流体静压力原理确定; 当混凝土坍落度  $S = 0 \text{ m}$  时, 表明其已凝结。则根据图4简化的  $S/h$  与  $\Delta D/D$  的线性关系, 并以混凝土坍落度作为重要的参数, 给出的模板侧压力的统一计算式:

$$F = \gamma_c H \left( \frac{S}{0.3 \text{ m}} \right) \quad (14)$$

将  $S = 0.3 \text{ m}$  代入式(14)即可得到式(1), 表明采用式(14)计算塑性流体状态的新浇混凝土的模板测压是可行的。

当  $0 < S \leq 0.3 \text{ m}$  时, 新浇混凝土不属于塑性流体状态, 其作用于模板的侧压力还受浇筑速度  $V$  和初凝时间  $t_0$  的影响, 即当  $H/(Vt_0) > 1.0$  时[图2(a)], 表明在混凝土浇筑完成前, 已有部分先浇筑的混凝土开始凝结, 此时式(14)中的  $H$  的最大值为  $Vt_0$ ; 而当  $H/(Vt_0) \leq 1.0$  时[图2(b)], 表明在混凝土浇筑完成后, 所有已浇筑的混凝土均未初凝, 此时为偏于安全计, 应将式(14)中的  $H$  替换为  $Vt_0$ 。

由于浇筑速度  $V$  和初凝时间  $t_0$  之积  $Vt_0$  的量纲为  $L$ , 而式(14)中混凝土坍落度  $S$  的量纲也为  $L$ , 因此为符合量纲分析, 同时与现行标准考虑的因素尽量保持统一, 采用  $Vt_0$  代替式(14)中  $H$ , 并剔除式(14)中  $0.3 \text{ m}$  的单位而仅将其作为系数, 可得对应的模板侧压力的计算式为

$$F = \gamma_c \sqrt{\frac{SVt_0}{0.3}} \quad (15)$$

整理式(15)即可得到对应的计算式为

$$F = 1.83\gamma_c \sqrt{SVt_0} \quad (16)$$

与国家现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>相比, 式(16)中的  $S^{1/2}$  取代了混凝土坍落度影响修正系数  $\beta_2$  或  $\beta$ , 而 JGJ 162—2008 中的外加剂影响修正系数  $\beta_1$ , 不再在式(16)中体现, 这与 GB 50666—2011 中模板侧压力的计算式一样, 详见式(3)。其原因为当前混凝土中普遍添加外加剂<sup>[17]</sup>, 可不将外加剂影响修正系数单独考虑。

对式(16)的右侧进行量纲分析可知, 其单位的量纲均为  $M/(LT^2)$ , 与表4中问题参数的量纲完全一致。由此可知, 本文中推导的模板侧压力计算式符合量纲分析结果。采用式(1)和式(16)进行模板侧压力计算时, 取两者的较小值作为模板侧压力的标准值。

需要说明的是, 式(16)中浇筑速度  $V$  的次幂  $1/2$  与现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>的公式中浇筑速度  $V$  的次幂  $1/2$  相同。图5对比了现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>中公式的  $F$ - $S$  关系以及本文计算式的  $F$ - $S$  关系。

由图5可知, 由于本文计算式直接将混凝土坍落度  $S$  作为表征模板侧压力的重要参数, 故  $F$ - $S$  关系是连续的; 而由于国家现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>中混凝土坍落度影响修正系数  $\beta_2$  或  $\beta$  均为与混凝土坍落度有关的分段函数(表1), 故对应的  $F$ - $S$  关系为分段曲线。

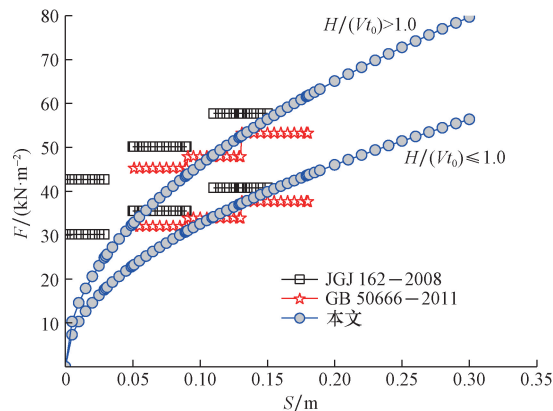


图5 混凝土坍落度与模板侧压力关系对比

Fig. 5 Comparison on the relationship between the concrete slump and lateral pressure of fresh concrete on formwork

## 3 计算方法的对比及精度验证

### 3.1 国家现行标准中计算公式与本文计算式的精度对比

为对比现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup>以及本文计算式的计算精度, 选取同时满足

JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>和 GB 50666—2011<sup>[17]</sup>中模板侧压力计算式适用范围的试件进行对比,即混凝土坍落度在  $0.05\text{ m} < S \leq 0.09\text{ m}$  或  $0.11\text{ m} \leq S \leq 0.15\text{ m}$  范围内的试件。其中,文献[20]中的 14 个试件中仅有 2 个满足表 1 中的条件,而文献[22]中的 11 个试件中,混凝土外加剂为超塑化外加剂的试件有 4 个(表 5)。

表 6 给出了 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 中的计算式以及本文计算式计算所得的模板侧压力  $F$  以及  $F$  计算值与试验值  $F_{\text{exp}}$  之比  $F/F_{\text{exp}}$ , 表 5 也给出了比值  $F/F_{\text{exp}}$  的平均值和标准差。由表 5 可知,与 JGJ 162—2008 对应的  $F/F_{\text{exp}}$  的平均值和标准差分别为 1.180、0.296,与 GB 50666—2011 对应的  $F/F_{\text{exp}}$  的平均值和标准差分别为 1.053、0.298,而与本文计算式对应的  $F/F_{\text{exp}}$  的平均值和标准差分别为

1.051、0.230。显然,本文的  $F/F_{\text{exp}}$  的平均值与 1.000 最为接近且标准差均最小,表明基于量纲分析的本文计算式较 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 中的计算式具有更好的精度。

### 3.2 超过国家现行标准中计算公式适用范围的精度验证

由表 1 可知,当混凝土坍落度  $S > 0.18\text{ m}$  时,均无法采用国家现行标准 JGJ 162—2008<sup>[2]</sup>、GB 50666—2011<sup>[17]</sup> 进行模板侧压力的计算。

为检验当混凝土坍落度  $S > 0.18\text{ m}$  时本文计算式的计算精度,选取文献[8]中的 7 个试件和文献[20]中的 3 个试件分别计算其模板侧压力(表 7)。为方便对照,表 7 中的试件编号与文献[8]和文献[20]中的试件编号保持一致。

表 5 现有文献中  $S < 0.18\text{ m}$  的 10 个试件的基本信息

Table 5 Basic informations of ten specimens in existing literatures when  $S < 0.18\text{ m}$

试件编号	$H/\text{m}$	$\gamma_0/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$V/(\text{m}\cdot\text{h}^{-1})$	$S/\text{m}$	$t_0/\text{h}$	$T/^\circ\text{C}$	$F_{\text{exp}}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	参考文献
8	3.00	23.52	0.80	0.086	4.00	20.0	30.0	文献[20]
10	3.00	23.52	1.16	0.150	4.35	16.0	28.1	
Q6	4.50	23.08	2.10	0.120	5.88	19.0	59.5	文献[22]
Q7	4.50	22.98	4.50	0.110	5.26	23.0	67.0	
Q8	2.40	23.81	0.90	0.150	8.51	8.5	36.0	
Q9	5.00	23.13	11.10	0.065	5.56	21.0	81.0	

表 6 现有文献中  $S < 0.18\text{ m}$  的 10 个试件的模板最大侧压力计算值及对比

Table 6 Comparison on  $F$  values and ratios of  $F/F_{\text{exp}}$  for ten specimens in existing literatures when  $S < 0.18\text{ m}$

试件编号	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta$	计算值 $F/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$			比值 $F/F_{\text{exp}}$			$H/(Vt_0)$	参考文献
				JGJ 162—2008	GB 50666—2011	本文	JGJ 162—2008	GB 50666—2011	本文		
8	1.2	1.00	0.85	22.21	20.03	22.58	0.740	0.668	0.753	0.94	文献[20]
10	1.2	1.15	1	33.44	30.84	37.44	1.190	1.097	1.332	0.59	
Q6	1.2	1.15	0.9	59.73	49.58	51.42	1.004	0.833	0.864	0.36	文献[22]
Q7	1.2	1.15	0.9	77.90	64.66	67.88	1.163	0.965	1.013	0.19	
Q8	1.2	1.15	1	57.15	53.84	46.71	1.588	1.495	1.298	0.31	
Q9	1.2	1	0.85	113.01	101.88	84.74	1.395	1.258	1.046	0.08	
						平均值	1.180	1.053	1.051		
						标准差	0.296	0.298	0.230		

表 7 现有文献中  $S > 0.18\text{ m}$  的 7 个试件的模板最大侧压力计算值及对比

Table 7 Comparison on  $F$  values and ratios of  $F/F_{\text{exp}}$  for seven specimens in existing literatures when  $S > 0.18\text{ m}$

试件编号	$H/\text{m}$	$\gamma_0/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$V/(\text{m}\cdot\text{h}^{-1})$	$S/\text{m}$	$t_0/\text{h}$	$T/^\circ\text{C}$	$F_{\text{exp}}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	计算值 $F$ 及比值 $F/F_{\text{exp}}$		$H/(Vt_0)$	参考文献
								$F/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	$F/F_{\text{exp}}$		
4	3.65	23.52	2.00	0.190	6.15	17.5	45.0	65.82	1.463	0.30	文献[8]
6	6.00	23.52	2.12	0.190	5.41	22.0	52.0	63.51	1.221	0.52	
8	5.60	23.52	4.57	0.185	4.88	26.0	66.0	87.41	1.324	0.25	
11	4.35	23.52	16.50	0.200	4.94	25.5	86.0	102.31	1.190	0.05	
2	3.00	23.52	1.29	0.203	3.70	24.0	32.0	42.39	1.325	0.63	文献[20]
3	3.00	23.52	1.33	0.240	4.26	17.0	42.1	50.16	1.192	0.53	
4	3.00	23.52	0.93	0.210	4.08	19.0	41.5	38.43	0.926	0.79	
								平均值	1.196		
								标准差	0.146		

表7给出了采用本文计算式计算所得的模板侧压力 $F$ 以及 $F$ 计算值与试验值 $F_{\text{exp}}$ 之比 $F/F_{\text{exp}}$ ,表7也给出了比值 $F/F_{\text{exp}}$ 的平均值和标准差。由表7可知,与本文计算式对应的 $F/F_{\text{exp}}$ 的平均值和标准差分别为1.196、0.146。显然,对于混凝土坍落度超过现行标准适用范围的情况,即 $S > 0.18$  m的试件,本文计算式同样具有较高的精度。

## 4 结论

(1)在国家现行标准《建筑施工模板安全技术规范》(JGJ 162—2008)、《混凝土结构工程施工规范》(GB 50666—2011)中,模板侧压力计算式由两部分组成,其中按流体静压力原理确定的模板侧压力计算式 $\gamma_c H$ 符合量纲分析结果,但另一个计算式不符合量纲分析结果。

(2)基于量纲分析确定的影响模板侧压力的因素共有5个,即重力密度 $\gamma_c$ 、计算位置处至新浇筑混凝土顶面的总高度 $H$ 、混凝土坍落度 $S$ 、初凝时间 $t_0$ 以及浇筑速度 $V$ 。

(3)本文建立的模板侧压力的计算式符合量纲分析结果;与国家现行标准《建筑施工模板安全技术规范》(JGJ 162—2008)、《混凝土结构工程施工规范》(GB 50666—2011)中模板侧压力计算公式相比,当混凝土坍落度 $S$ 在两部标准的适用范围内时,采用本文计算式得到的 $F/F_{\text{exp}}$ 的均值更接近于1.000且标准差最小;当混凝土坍落度 $S$ 超出两部标准的适用范围时,采用本文计算式得到的 $F/F_{\text{exp}}$ 的均值和标准差分别为1.196、0.146,整体偏于安全。

## 参 考 文 献

- [1] 侯东伟,张君,孙伟. 基于早期变形特征的混凝土凝结时间的确定[J]. 硅酸盐学报, 2009, 37(7): 1079-1084.  
Hou Dongwei, Zhang Jun, Sun Wei. Determination of concrete setting time based on measurements of deformation[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2009, 37(7): 1079-1084.
- [2] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑施工模板安全技术规范: JGJ 162—2008 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.  
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical code for safety of forms in construction: JGJ 162—2008 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.
- [3] Peurifoy R L, Oberlender G D. Formwork for concrete structures [M]. New York: Mc Graw Hill, 2011.
- [4] Shunk F R. Pressure of concrete on forms [J]. Professional Memoirs, Corps of Engineers, United States Army, and Engineer Department at Large, 1909, 1(3): 247-260.
- [5] Rodin S. Pressure of concrete on formwork[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1952, 1(6): 709-746.
- [6] Clear C A, Harrison T A. Concrete pressure on formwork [R]. London: Construction Industry Research and Information Association, 1985.
- [7] Gardner N J. Concrete pressure on formwork [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1986, 80(1): 145-159.
- [8] 成国强,刘松林. 泵送混凝土对模板侧压力分析[J]. 兰州铁道学院学报, 1998, 17(2): 21-27.  
Cheng Guoqiang, Liu Songlin. Analysis of lateral pressure of pumpable concrete on formwork[J]. Journal of Lanzhou Railway University, 1998, 17(2): 21-27.
- [9] 李春生,刘人怀,黄小妙,等. 泵送混凝土浇筑侧压力机理现场试验研究[J]. 工业建筑, 2013, 43(4): 122-126.  
Li Chunsheng, Liu Renghuai, Huang Xiaomiao, et al. Field experimental study on pumpable concrete pouring lateral pressure mechanism[J]. Industrial Construction, 2013, 43(4): 122-126.
- [10] Assaad J J, Khayat K H. Effect of coarse aggregate characteristics on lateral pressure exerted by self-consolidating concrete[J]. ACI Materials Journal, 2005, 102(3): 145-153.
- [11] Khayat K H, Assaad J J. Effect of w/cm and high-range water-reducing admixture on formwork pressure and thixotropy of self-consolidating concrete[J]. ACI Materials Journal, 2006, 103(3): 186-193.
- [12] Khayat K H. State-of-the art review of form pressure exerted by self-consolidating concrete [R]. Quebec: Université de Sherbrooke, 2009.
- [13] Gamil Y, Nilimaa J, Emborg M, et al. Lateral formwork pressure for self-compacting concrete—a review of prediction models and monitoring technologies[J]. Materials, 2021, 14(16): 4767.
- [14] Assaad J J, Khayat K H. Effect of mixture consistency on formwork pressure exerted by highly flowable concrete[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2006, 18(6): 786-791.
- [15] Puente I, Santilli A, Lopez A. Lateral pressure over formwork on large dimension concrete blocks [J]. Engineering Structures, 2010, 32(1): 195-206.
- [16] Omran A F, Khayat K H. Effect of formwork characteristics on SCC lateral pressure[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2017, 29(5): 4016293.
- [17] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构工程施工规范: GB 50666—2011 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.  
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for construction of concrete structures: GB 50666—2011 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011.
- [18] 张文学,李增银,刘龙. 混凝土模板侧压力公式对比分析[J]. 工业建筑, 2014, 44(7): 132-136.  
Zhang Wenxue, Li Zengying, Liu Long. Comparison and analysis on lateral pressure of concrete formwork from different formulas [J]. Industrial Construction, 2014, 44(7): 132-136.
- [19] 张鹏程,汤永净. 基于混凝土浇筑条件下的模壳墙侧压力分析[J]. 施工技术, 2021, 50(24): 100-103.  
Zhang Pengcheng, Tang Yongjing. Analysis of lateral pressure of formwork wall based on concrete pouring[J]. Construction Technology, 2021, 50(24): 100-103.
- [20] Zhang W, Huang J, Li Z, et al. An experimental study on the lateral pressure of fresh concrete in formwork [J]. Construction and Building Materials, 2016, 111: 450-460.
- [21] 陆萍,陈盈,李云开,等. 基于雅申理论的混凝土模板侧压力

- 计算模型及实验研究[J]. 工程力学, 2019, 36(8): 201-209.
- Lu Ping, Chen Ying, Li Yunkai, et al. Calculation model and experimental study on concrete-formwork lateral pressure based on Janssen theory [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36 (8): 201-209.
- [22] 计均, 黄耕, 张文学, 等. 基于分层总和法的混凝土模板侧压力计算[J]. 工业建筑, 2022, 52(4): 179-185.
- Ji Jun, Huang Geng, Zhang Wenxue, et al. Calculation of lateral pressure of formwork based on stratified summation method [J]. Industrial Construction, 2022, 52(4): 179-185.
- [23] Sedov L I. Similarity and dimensional methods in mechanics [M]. 10<sup>th</sup> Edition. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [24] 魏巍, 苏健军. 基于量纲分析的冲击波测量加速度寄生效应[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(14): 191-195.
- Wei Wei, Su Jianjun. Acceleration parasitic effect of shock wave pressure measurement by dimensional analysis [J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(14): 191-195.
- [25] 李贺龙, 王浩, 诸洲, 等. 基于量纲分析的戈壁地区爆破振动衰减模型 [J]. 科学技术与工程, 2023, 23 (28): 11947-11953.
- Li Helong, Wang Hao, Zhu Zhou, et al. Blasting vibration attenuation model of in gobi region based on dimensional analysis [J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23 (28): 11947-11953.
- [26] 王星, 霁建平, 王永东, 等. 基于降维理念与无量纲解法的落石冲击力推导 [J]. 科学技术与工程, 2023, 23 (34): 14841-14850.
- Wang Xing, Xian Jianping, Wang Yongdong, et al. Deduction of rockfall impact force based on dimension reduction concept and dimensionless solution [J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(34): 14841-14850.
- [27] American Concrete Institute. Guide to formwork for concrete: ACI 347R-2014 [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2014.
- [28] 蒋明慧, 刘贵文, 薛暄译. 温湿度耦合作用下不同缓凝剂对混凝土工作性能的试验分析[J]. 混凝土, 2023, 5: 77-79.
- Jiang Minghui, Liu Guiwen, Xue Xuanyi. Experimental analysis of different retarders on the working performance of concrete under the coupling action of temperature and humidity [J]. Concrete, 2023, 5: 77-79.
- [29] 赵智辉, 杨双锁, 马耀荣, 等. 基于温度影响下早期变形特征的混凝土凝结时间的确定 [J]. 科学技术与工程, 2018, 18 (22): 266-272.
- Zhao Zhihui, Yang Shuangshuo, Ma Yaorong, et al. Determination of concrete setting time based on early deformation characteristics caused by temperature [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(22): 266-272.
- [30] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土坍落度仪: JG/T 248—2009 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2009.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Apparatus for concrete slump test: JG/T 248—2009 [S]. Beijing: Standard Press of China, 2009.