



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2405460

引用格式:熊重远,苏艳.基于径向基函数神经网络的四旋翼无人机规定时间预设性能姿态容错控制[J].科学技术与工程,2025,25(13):5464-5475.

Xiong Zhongyuan, Su Yan. Predefined-time prescribed-performance fault-tolerant attitude control for quadrotor unmanned aerial vehicle based on radial basis function neural network[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(13): 5464-5475.

电子技术、通信技术

基于径向基函数神经网络的四旋翼无人机规定时间预设性能姿态容错控制

熊重远¹, 苏艳^{2*}

(1. 中国东方航空股份有限公司, 上海 201100; 2. 南京航空航天大学民航学院, 南京 210016)

摘要 针对具有执行器故障的四旋翼无人机姿态控制问题,提出了一种基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络、事件触发机制和迟滞量化器的自适应规定时间预设性能反演容错控制策略。首先,构造四旋翼无人机系统的动力学模型,并结合执行器故障模型重构姿态模型。其次,通过设计一类时变函数,对反演控制所需误差变量进行变换,使其满足规定时间内达到预设性能指标的要求。再次,利用 RBF 神经网络的非线性函数逼近能力对虚拟控制律的导数以及具有未知参数的执行器故障进行估计。最后,为了降低执行器的更新频率,结合事件触发技术和迟滞量化器设计自适应反演控制输入。通过 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的稳定性,并由 MATLAB 软件仿真验证了提出算法的有效性。实验结果表明所设计的事件触发量化控制器同仅利用事件触发技术设计的控制器相比具有更低的更新频率。

关键词 四旋翼无人机; 执行器故障; 规定时间控制; 预设性能控制; 容错控制; 输入量化; 事件触发控制

中图分类号 TN609-34

TP273;

文献标志码 A

Predefined-time Prescribed-performance Fault-Tolerant Attitude Control for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle Based on Radial Basis Function Neural Network

XIONG Zhong-yuan¹, SU Yan^{2*}

(1. China Eastern Airlines, Shanghai 201100, China;

2. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

[Abstract] An adaptive predefined-time prescribed performance backstepping fault-tolerant control strategy is presented based on radial basis function (RBF) neural networks, event-trigger mechanism and hysteresis quantizer for the attitude control problem of quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV) with actuator faults. Firstly, the dynamic model of the quadrotor UAV system was constructed, and the attitude model was reconstructed by incorporating the actuator fault model. Secondly, by designing a class of time-varying functions, the error variables required for backstepping control were transformed. Thirdly, the nonlinear function approximation capability of RBF neural networks was utilized to estimate derivatives of virtual control laws and the actuator fault with unknown parameters. Finally, to reduce the update frequency of the actuator, a combination of event-trigger mechanism and hysteresis quantizer was used to design the control input. Stability of the closed-loop system was demonstrated through Lyapunov stability theory. The effectiveness of the proposed algorithm was verified through MATLAB. It is concluded that the designed event-triggered quantized controllers have a lower update frequency compared to controllers designed using only event-triggered techniques.

[Keywords] quadrotor UAV; actuator fault; predefined-time control; prescribed-performance control; fault-tolerant control; input quantization; event-triggered control

收稿日期: 2024-07-20 修订日期: 2025-02-10

基金项目: 民航安全能力建设项目(M012001)

第一作者: 熊重远(1979—),男,汉族,江西宜春人,硕士研究生。研究方向:四旋翼无人机。E-mail:zyxiong@ceair.com。

* 通信作者: 苏艳(1974—),女,汉族,湖南邵阳人,博士,副教授。研究方向:系统测试性设计分析、故障诊断与维修排故。E-mail:suyannj@nuaa.edu.cn。

四旋翼无人机作为一种结构简单、机动性高、灵活性好的飞行器,其在近年来得到了快速发展,并在多个场合,如在灾后救援^[1-2]、环境检测^[3]、农业植保^[4]、军事侦察^[5]等领域中得到了广泛的应用。然而,随着社会科技的进步和发展,越来越多的场合对四旋翼无人机的性能表现提出了更高的要求,这意味着四旋翼无人机系统在执行任务的过程中需要满足更小的飞行误差以及更快的收敛时间^[6-7]。此外,由于在多数情况下四旋翼无人机需要长时间的运行,其往往因驱动电机效率降低、螺旋桨受损等原因造成执行器发生故障,因此为了确保四旋翼无人机在发生执行器故障的飞行过程中依然能够达到预设的精度要求,设计一种规定时间自适应预设性能容错控制策略是十分必要的。

近年来,研究人员针对具有执行器故障的四旋翼无人机研究其容错控制问题,并提出了许多控制算法。文献[8]针对具有执行器失效故障的四旋翼无人机系统,研究了其在外部干扰环境下的容错控制问题,为了降低执行器故障对系统稳定性的影响,设计了基于积分终端滑模面的补偿输入。不同于文献[8]中设计的滑模面用于系统的整体控制,文献[9]面对四旋翼无人机系统中存在未知执行器失效系数的情况,采用设计自适应律的方式对该系数进行了估计,并基于失效系数的估计值设计自适应容错控制,其控制器中的滑模面仅用来补偿系统的外部扰动,减小了控制输入的振荡。值得注意的是,上述研究仅考虑了执行器故障中的失效故障,在文献[10]中,同时考虑了执行器失效故障以及偏置故障,并针对受多源干扰的四旋翼无人机系统设计了基于预设性能技术的滑模自适应自耦 PD 容错控制器。然而,文献[10]中并未考虑到无人机在飞行过程中出现的执行器故障往往无法直接获取的问题。因此,在文献[11]中,通过设计自适应律的方式同时估计失效故障和偏置故障,并面向气动阻尼系数和外部干扰未知的四旋翼无人机姿态系统设计了一种自适应预定性能滑模控制器。文献[12]针对执行器故障的四旋翼无人机系统设计了无需故障信息的自适应滑模控制器,所设计的自适应项能够有效降低控制抖动问题。

尽管上述控制算法能够保证四旋翼无人机系统在出现执行器故障的情况下达到稳定,然而其系统的稳定时间无法被精确测量。为了解决这一问题,文献[13]结合有限时间性能函数和自适应反演控制方法,为四旋翼无人机系统设计了事件触发容错控制策略。文献[14]利用命令滤波技术和模糊小波神经网络,设计了有限时间预设性能容错控制

器。考虑到有限时间控制方法的收敛时间同系统的初始状态相关,文献[15]针对四旋翼无人机系统设计出固定时间观测器,用于估计由执行器故障和外部干扰引起的故障扭矩,并利用其估计值构造出固定时间滑模控制器,其系统收敛时间仅与设计参数相关。但是,文献[15]中的系统仅能够实现实用固定时间稳定,其真实收敛时间的上界依然无法确定。

综上所述,现针对具有未知执行器失效故障和偏置故障的四旋翼无人机姿态系统,设计一种新颖的规定时间预设性能自适应神经网络反演控制器。首先,利用一类时变函数对系统控制器设计过程中的误差变量进行变换,保证误差变量能够在规定时间内达到预设的精度内;其次,设计一个基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的自适应算法,用于估计虚拟控制律的导数以及执行器故障等效的未知系统动态,并在反演控制器中利用估计值对非线性函数进行补偿;最后,通过引入事件触发机制和迟滞量化器,在保证系统实用规定时间稳定的同时降低控制器同执行器之间的通信频次。

1 四旋翼无人机动力学模型

1.1 无故障四旋翼无人机动力学模型

四旋翼无人机通过驱动机身上的4个螺旋桨实现姿态与位置的控制,且两个相邻螺旋桨的转向相反。由于四旋翼无人机系统是一个欠驱动的多输入多输出非线性系统,为了更加准确地描述其动力学模型,做出如下假设。

假设 1 四旋翼无人机是一个机体质量分布均匀且结构对称的刚体,并且在飞行过程中不会产生形变。

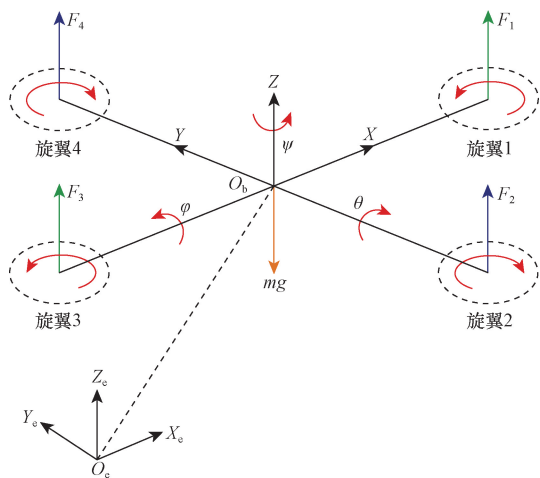
假设 2 旋翼质量较轻,可以忽略陀螺效应,并且其提供的升力与转速成正比。

四旋翼无人机结构如图 1 所示。

根据牛顿-欧拉法,四旋翼无人机姿态角系统的动力学模型^[16]表示为

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\varphi}\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) + \frac{l}{I_x}U_1 - \frac{K_1 l}{I_x}\dot{\varphi} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\varphi}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{l}{I_y}U_2 - \frac{K_2 l}{I_y}\dot{\theta} \\ \ddot{\varphi} = \dot{\theta}\dot{\phi}\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{l}{I_z}U_3 - \frac{K_3 l}{I_z}\dot{\varphi} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: $[\phi, \theta, \varphi]^T$ 为姿态向量; l 为旋翼支架长度; I_x 、 I_y 、 I_z 分别为绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的转动惯量; K_1 、 K_2 、 K_3 为阻力系数; U_1 、 U_2 、 U_3 为控制输入。



φ 、 θ 、 ψ 分别为滚转角、俯仰角、偏航角； $O_e X_e Y_e Z_e$ 为地面坐标系； $O_b X_b Y_b Z_b$ 为机身坐标系； $F_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为第 i 个螺旋桨产生的升力

图1 四旋翼无人飞行器的配置

Fig. 1 The configuration of the quadrotor UAV

基于式(1)建立的四旋翼无人机姿态数学模型,可以得到姿态角系统的状态空间描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 x_4 x_6 + b_1 u_1 - c_1 x_2 \\ x_4 \\ a_2 x_2 x_6 + b_2 u_2 - c_2 x_4 \\ x_6 \\ a_3 x_2 x_4 + b_3 u_3 - c_3 x_6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中： $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$, $x_5 = \varphi$, $x_6 = \dot{\varphi}$, $c_1 = K_1/m$, $c_2 = K_2/m$, $c_3 = K_3/m$, $b_1 = l/I_x$, $b_2 = l/I_y$, $b_3 = l/I_z$, $a_1 = (I_y - I_z)/I_x$, $a_2 = (I_z - I_x)/I_y$, $a_3 = (I_x - I_y)/I_z$, u_1 、 u_2 和 u_3 均为系统输入。

1.2 执行器故障模型

四旋翼无人机的执行器故障类型包含失效故障、偏置故障和卡死故障。假设执行器故障能够在控制输入中由乘法项和加法项组成^[17],其表达式为

$$u_i^F = \lambda_i u_i + \zeta_i \quad (3)$$

式(3)中： u_i 为执行器输入； λ_i 为失效故障； ζ_i 为偏置故障； u_i^F 为执行器输出。常见的故障类型如下。

- (1) $\lambda_i = 1$, $\zeta_i = 0$ 表示执行器正常工作。
- (2) $\lambda_i = 1$, $\zeta_i \neq 0$ 表示执行器出现偏置故障。
- (3) $\lambda_i \neq 0$, $\zeta_i = 0$ 表示执行器出现部分失效故障。
- (4) $\lambda_i = 0$, $\zeta_i \neq 0$ 表示执行器出现卡死故障。
- (5) $\lambda_i \neq 0$, $\zeta_i \neq 0$ 表示执行器同时出现卡死故障。

1.3 含执行器故障的四旋翼无人机动力学模型

将执行器故障模型代入四旋翼无人机姿态角系统的状态空间中,式(2)可以改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + \Delta_1 \\ x_4 \\ b_2 u_2 + f_2(\bar{x}) + \Delta_2 \\ x_6 \\ b_3 u_3 + f_3(\bar{x}) + \Delta_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)中： $\bar{x} = [x_2, x_4, x_6]^T$ ； $f_1(\bar{x}) = a_1 x_4 x_6 - c_1 x_2$ ； $f_2(\bar{x}) = a_2 x_2 x_6 - c_2 x_4$ ； $f_3(\bar{x}) = a_3 x_2 x_4 - c_3 x_6$ ； $\Delta_i = (\lambda_i - 1)u_i + \zeta_i, i = 1, 2, 3$ 。

对于四旋翼无人机姿态角系统而言,执行器故障往往具有不确定性和非线性,因此由执行器故障带来的函数 Δ_i 可以视作一类由控制输入组成的未知非线性函数。

2 控制器设计

2.1 问题描述

针对执行器发生故障的四旋翼无人机系统模型如式(4)所示,定义期望的滚转角通道姿态角为 ϕ_d ,期望的俯仰角通道姿态角为 θ_d ,以及期望的偏航角通道姿态角为 φ_d ,由四旋翼无人机姿态角式(4)可以定义姿态角误差为

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_3 \\ z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - \phi_d \\ x_3 - \theta_d \\ x_5 - \varphi_d \end{bmatrix} \quad (5)$$

假设3 期望的姿态角信号 ϕ_d 、 θ_d 和 φ_d 连续有界,并且存在连续有界的一阶导数和二阶导数。

考虑到四旋翼无人机出现未知执行器故障,针对其姿态角系统设计自适应事件触发量化控制器,使得系统的姿态角误差在规定时间收敛至预设精度范围内,并在避免 Zeno 现象的同时减少控制器的更新频次。

2.2 实用规定时间稳定

考虑一类非线性系统形式为

$$\dot{x}(t) = f[x(t), t], \quad x(t) \in D \subseteq \mathbf{R}^n \quad (6)$$

式(6)中： $x(t)$ 为系统状态； $f[x(t), t]$ 为具有性质 $f(0, t) = 0$ 的一类光滑函数。式(6)的初始状态为 $x(t_0) = x_0 \in D$,其中集合 D 代表吸引域并且 t_0 是初始时间。

定义1^[18] 如果对于任意正实数 $\kappa > 0$ 和 $T_* > 0$,当时间 $t \geq t_0 + T_*$,有 $\forall x(t_0) \in D$,

$\| \mathbf{x}(t) \| \leq \kappa$, 则式(6)的原点被认为是实用规定时间稳定, 其中 κ 和 T_* 分别为预设精度和规定时间。

2.3 径向基函数神经网络

对于未知函数 $f(\mathbf{Z}) : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}$, 存在一个 RBF 神经网络能够对其进行逼近, 形示为 $g(\mathbf{Z}) = \boldsymbol{\vartheta}^T \boldsymbol{\psi}(\mathbf{Z})$, 其中 $\boldsymbol{\vartheta} \in \mathbf{R}^p$ 为权值向量, $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{Z}) = [\psi^1(\mathbf{Z}), \psi^2(\mathbf{Z}), \dots, \psi^p(\mathbf{Z})] \in \mathbf{R}^p$ 为高斯基函数向量, 其第 q 个元素定义为

$$\psi^q(\mathbf{Z}) = \exp\left[-\frac{(\mathbf{Z} - \mathbf{c}_q)^T(\mathbf{Z} - \mathbf{c}_q)}{b_q^2}\right] \quad (7)$$

式(7)中: $\mathbf{c}_q \in \mathbf{R}^m$ 为中心向量; $b_q \in \mathbf{R}$ 为宽度参数。

引理 1^[19] 对于在紧集 U 上定义的未知函数 $f(\mathbf{Z})$, 存在神经网络 $\boldsymbol{\vartheta}^{*T} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{Z})$ 和任意精度 $\varepsilon(\mathbf{Z})$, 使得 $f(\mathbf{Z}) = \boldsymbol{\vartheta}^{*T} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{Z}) + \varepsilon(\mathbf{Z})$, 其中 $\boldsymbol{\vartheta}^*$ 定义为最优逼近参数向量, 满足

$$\boldsymbol{\vartheta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\vartheta} \in \Omega} \left[\sup_{\mathbf{Z} \in U} |f(\mathbf{Z}) - \boldsymbol{\vartheta}^T \boldsymbol{\psi}(\mathbf{Z})| \right] \quad (8)$$

式(8)中: $\varepsilon(\mathbf{Z})$ 定义为最优估计误差, 满足

$$\varepsilon(\mathbf{Z}) = f(\mathbf{Z}) - f(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\theta}^*) \quad (9)$$

式(9)中: $f(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\theta}^*)$ 为最优参数下 RBF 神经网络的估计值。

假设 4 $\varepsilon(\mathbf{Z})$ 满足 $\varepsilon(\mathbf{Z}) \leq \varepsilon_*$, ε_* 为一未知正实数。

2.4 误差变量转换

针对一个 n 阶系统, 定义一类在区间 $[t_0, \infty)$ 上的时变函数 $\gamma_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 函数 $\gamma_i(t)$ 具有如下性质。

(1) $\gamma_i(t)$ 在区间 $[t_0, \infty)$ 上至少 $(n - i + 1)$ 阶可导。

(2) $\gamma_i(t)$ 从 $\gamma_i(t_0) = 0$ 到 $\gamma_i(T_* + t_0) = (1/\kappa_i)$ 是非递减的光滑函数。

$$(3) \dot{\gamma}_i(t_0) = \dot{\gamma}_i(T_* + t_0) = 0.$$

(4) 如果 $t > T_* + t_0$, 则 $\gamma_i(t) \equiv (1/\kappa_i)$, 因此当 $t > T_* + t_0$ 时, $\dot{\gamma}_i(t) \equiv 0$ 。

其中, $0 < \kappa_i < \infty$ 和 $0 < T_* < \infty$ 代表预设精度和规定时间。基于时变函数 $\gamma_i(t)$, 构造误差转换形式为

$$\xi_i = \frac{z_i}{\pi_i} \quad (10)$$

式(10)中: $\pi_i = 1 - \gamma_i^2 z_i^2$, z_i 为误差变量。对变量 ξ_i 求导可得

$$\dot{\xi}_i = \frac{\dot{z}_i \pi_i - \dot{\pi}_i z_i}{\pi_i^2} = \eta_i \dot{z}_i + \chi_i \quad (11)$$

式(11)中:

$$\dot{\pi}_i = -2\dot{\gamma}_i \gamma_i z_i^2 - 2\gamma_i^2 z_i \dot{z}_i \quad (12)$$

$$\eta_i = \frac{2 - \pi_i}{\pi_i^2} \quad (13)$$

$$\chi_i = \frac{2\dot{\gamma}_i \gamma_i z_i^3}{\pi_i^2} \quad (14)$$

引理 2^[20] 对于基于误差的非奇异变量转化[式(10)], 如果 $\xi_i \in \mathcal{L}_\infty$, 那么对于 $\forall t \geq 0$ 时, 误差 z_i 能够在预定性能范围 $1/\gamma_i$ 内, 即 $|z_i| < 1/\gamma_i$ 。

根据式(13)的定义能够得到 $1/\eta_i > 0$, 并且 η_i 是满足连续可导的。此外, 通过采用形如式(10)的误差转换, 并根据引理 2 可知, 原始的实用规定时间控制问题被转化为一种实用稳定问题, 降低了控制器的设计难度。

2.5 迟滞量化器

当系统输入信号需要进行量化操作时, 目前常用的量化技术包括对数量化器和迟滞量化器。与对数量化器相比, 迟滞量化器在数值转换过程中具有额外的量化水平, 这种设计避免了量化信号的快速切换, 即抖振现象。因此为了避免对数量化器在量化过程中引发的抖振现象, 采用迟滞量化器对控制器信号进行量化, 其构造如下。

$$v[\varpi(t)] = \begin{cases} \varpi_k \text{sign}(\varpi), & \frac{\varpi_k}{1+d} < |\varpi| \leq \frac{\varpi_k}{1-d} \\ \varpi_k(1+d)\text{sign}(\varpi), & \varpi_k < |\varpi| \leq \frac{\varpi_k(1+d)}{1-d} \\ 0, & 0 \leq |\varpi| < \varpi_{\min} \end{cases} \quad (15)$$

式(15)中: $\varpi_k = \varrho^{1-k} \varpi_{\min}$ ($k = 1, 2, \dots$); 参数 $\varpi_{\min} > 0$; $0 < \varrho < 1$; $d = (1 - \varrho)/(1 + \varrho)$; 量化后的输入 $v[\varpi(t)]$ 在集合 $U = [0, \pm \varpi_k, \pm \varpi_k(1 + d)]$, $k = 1, 2, \dots$ 中; ϖ_{\min} 为 $v[\varpi(t)]$ 的量化死区, 参数 ϱ 用作对量化密度的度量, ϱ 的数值越小意味着迟滞量化器的量化密度越大。为了便于系统稳定性分析, 量化输入 $v[\varpi(t)]$ 能够表达为等式^[21], 表达式为

$$v[\varpi(t)] = \Xi[\varpi(t)] \varpi(t) + \Omega[\varpi(t)] \quad (16)$$

式(16)中: $1 - d \leq \Xi[\varpi(t)] \leq 1 + d$, $|\Omega[\varpi(t)]| \leq \varpi_{\min}$ 。

引理 3^[22] 对于实数 $p \in \mathbf{R}$ 和 $q > 0$ 有如下不等式关系为

$$0 \leq |p| - \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + q^2}} \leq q \quad (17)$$

2.6 事件触发量化控制器设计

针对具有未知执行器故障动态的四旋翼无人机姿态角系统设计规定时间自适应事件触发量化

控制器。为了估计系统内的未知非线性函数并避免对虚拟控制律求导引发的“微分爆炸”问题,利用RBF神经网络对上述非线性函数进行统一逼近。在此基础上引入迟滞量化器和事件触发技术,构造事件触发量化控制器。以滚转角系统为例,设计反演控制算法。

根据式(4),滚转角系统可以被描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + \Delta_1 \end{cases} \quad (18)$$

定义误差 $z_2 = x_2 - \alpha_1$, α_1 为虚拟控制律,即

$$\alpha_1 = \dot{\phi}_d - \frac{\chi_1}{\eta_1} - B_1 \frac{\xi_1}{\eta_1} \quad (19)$$

式(19)中: $B_1 > 0$ 为设计参数。

为了降低执行器同控制器之间的通信资源,并且补偿由触发时间间隔带来的不稳定因素,设计基于采样误差的事件触发控制信号 \bar{u}_1 、量化控制器 ϖ_1 、实际控制输入 $u_1(t)$,形式如下。

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{b_1} \left[-f_1(\bar{x}) - \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} - \frac{\chi_2}{\eta_2} - \frac{B_2 \xi_2}{\eta_2} - \frac{\xi_1 \eta_1 \pi_2}{\eta_2} - \frac{b_1^2}{m_1} \xi_2 \eta_2 \right] \quad (20)$$

$$\bar{u}_1 = \bar{\alpha}_1 - \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 (\beta_1 \bar{\alpha}_1)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_1)^2 + \beta_2^2}} - \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} \quad (21)$$

$$\varpi_1 = \frac{\bar{u}_1}{1 - d_1} \quad (22)$$

$$u_1(t) = v_1[\varpi_1(t_{\phi,\iota})], \forall \iota \in [t_{\phi,\iota}, t_{\phi,\iota+1}) \quad (23)$$

$$t_{\phi,\iota+1} = \inf\{t \in R \mid |\Lambda_1(t)| \geq \beta_1 |u_1(t)| + \Pi_1\} \quad (24)$$

式中: $\delta_1 > 0$, $B_2 > 0$, $0 < \beta_1 < 1$, $\beta_2 > 0$, $\Pi_1 > 0$, $m_1 > 0$, $d_1 = (1 - \varrho_1)/(1 + \varrho_1)$ 均为设计参数; $\Lambda_1(t) = v_1[\varpi_1(t)] - u_1(t)$ 为事件触发采样误差,当 $t = t_{\phi,\iota}$ 时, $\Lambda_1(t_{\phi,\iota}) = 0$; $\{t_{\phi,\iota}\}$ 为滚转角系统的控制输入触发时刻序列,其中 $\iota \in \mathbf{Z}^+$ 。

由式(20)~式(24)可以看出,事件触发控制信号 \bar{u}_1 首先经过迟滞量化器的量化,得到量化后的控制信号 $v_1[\varpi_1(t)]$,然后根据事件触发条件对 $v_1[\varpi_1(t)]$ 进一步采样得到实际控制输入 $u_1(t)$,最后执行器在触发时刻 $t_{\phi,\iota}$ 更新控制信号 $u_1(t)$ 。

设计自适应律 $\hat{\Theta}_1$ 形式为

$$\dot{\hat{\Theta}}_1 = \frac{\sigma_1 \xi_2^2 \eta_2^2 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} - \rho_1 \hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_1(0) > 0 \quad (25)$$

式(25)中: $\sigma_1 > 0$, $\rho_1 > 0$, 均为设计参数。

对所构造的事件触发量化控制器以及自适应律进行分析,证明系统能够实现实用规定时间稳定,并且姿态角误差能够收敛至预设范围内。

定理 1 考虑存在执行器故障的四旋翼无人机滚转角系统[式(18)],满足假设 1~假设 4,且初始条件 $V_2(0) \leq Y$, Y 为任意正实数,所设计的事件触发量化控制器[式(23)]、事件触发条件[式(24)]和自适应律[式(25)]能够保证四旋翼无人机姿态角系统实现实用规定时间稳定,并且姿态角误差能够收敛至预设精度内。

证明 考虑到滚转角系统为二阶系统,系统稳定性将分为两步进行证明。

第一步 构造 Lyapunov 函数 V_1 形式。

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi_1^2 \quad (26)$$

对式(26)求导可得

$$\dot{V}_1 = \eta_1 \xi_1 \left(z_2 + \alpha_1 - \dot{\phi}_d + \frac{\chi_1}{\eta_1} \right) \quad (27)$$

设计虚拟控制律 α_1 如式(19)所示,将虚拟控制律 α_1 代入式(27)中有

$$\dot{V}_1 = -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 \quad (28)$$

第二步 对变量 z_2 求导,可得

$$\dot{z}_2 = b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + F_1(\boldsymbol{\mu}_1) \quad (29)$$

式(29)中:

$$F_1(\boldsymbol{\mu}_1) = \Delta_1 - \dot{\alpha}_1 \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\mu}_1 = [x_1, x_2, \phi_d, \dot{\phi}_d, \ddot{\phi}_d, \gamma_1, \dot{\gamma}_1, \ddot{\gamma}_1, u_1]^T \quad (31)$$

结合引理 1,有 $F_1(\boldsymbol{\mu}_1) = \boldsymbol{\vartheta}_1^{*T} \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\mu}_1) + \varepsilon_1(\boldsymbol{\mu}_1)$ 。由 Young's 不等式,可得

$$\begin{aligned} \xi_2 \eta_2 F_1(\boldsymbol{\mu}_1) &= \xi_2 \eta_2 [\boldsymbol{\vartheta}_1^{*T} \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\mu}_1) + \varepsilon_1(\boldsymbol{\mu}_1)] \\ &\leq \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 \Theta_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)中: $\delta_1 > 0$ 为设计参数; $\boldsymbol{\psi}_1 = [1, \boldsymbol{\psi}_1^T(\boldsymbol{\mu}_1)]^T$, 并且 $\Theta_1 = \max\{\varepsilon_* + \boldsymbol{\vartheta}_1^{*T} \boldsymbol{\vartheta}_1^*\}$ 。

构造 Lyapunov 函数 V_2 形式为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \frac{1}{2\sigma_1} \tilde{\Theta}_1^2 \quad (33)$$

式(33)中: $\tilde{\Theta}_1 = \Theta_1 - \hat{\Theta}_1$, 自适应律 $\hat{\Theta}_1$ 是对变量 Θ_1 的估计,参数 $\sigma_1 > 0$ 。对函数 V_2 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 + \xi_2 \eta_2 \left[b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + \right. \\ &\quad \left. F_1(\boldsymbol{\mu}_1) + \frac{\chi_2}{\eta_2} \right] - \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 \end{aligned} \quad (34)$$

结合不等式(32),式(34)可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 + \xi_2 \eta_2 \left[b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + \right. \\ & \left. \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \frac{\chi_2}{\eta_2} \right] - \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 + \\ & \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 \tilde{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} \end{aligned} \quad (35)$$

设计事件触发控制器 \bar{u}_1 、量化控制器 ϖ_1 和自适应律 $\hat{\Theta}_1$ 分别如式(21)、式(22)和式(25)所示。由迟滞量化器技术可得如下不等式关系。

$$\begin{aligned} \Xi_1(\varpi_1) \varpi_1 \leq & \bar{\alpha}_1 - \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 (\beta_1 \bar{\alpha}_1)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_1)^2 + \beta_2^2}} - \\ & \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} \end{aligned} \quad (36)$$

设计实际输入 $u_1(t)$ 和事件触发条件如式(23)和式(24)所示。根据式(24)的触发条件可得

$$\begin{aligned} \Lambda_1(t) = & v_1[\varpi_1(t)] - u_1(t) \\ = & \tau_1(t)\beta_1 u_1(t) + \tau_2(t)\Pi_1 \end{aligned} \quad (37)$$

式(37)中: $\tau_1(t)$ 和 $\tau_2(t)$ 为满足 $|\tau_1(t)| \leq 1$ 和 $|\tau_2(t)| \leq 1$ 的时变参数。由此可得

$$u_1(t) = \frac{v_1[\varpi_1(t)] - \tau_2(t)\Pi_1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} \quad (38)$$

将式(38)代入式(35)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 + \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 \tilde{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \\ & \xi_2 \eta_2 \left(b_1 \left\{ \frac{v_1[\varpi_1(t)] - \tau_2(t)\Pi_1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} - \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_1 \right\} + \right. \\ & \left. f_1(\bar{x}) + \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \frac{\chi_2}{\eta_2} \right) - \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 \end{aligned} \quad (39)$$

根据式(20)和式(39),有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 - B_2 \xi_2^2 + \frac{\rho_1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 + \frac{\delta_1^2}{2} - \frac{b_1^2}{m_1} \xi_2^2 \eta_2^2 + \\ & \xi_2 \eta_2 \left(b_1 \left\{ \frac{v_1[\varpi_1(t)] - \tau_2(t)\Pi_1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} - \bar{\alpha}_1 \right\} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

由式(16)和式(36),能够得到

$$\begin{aligned} \xi_2 \eta_2 \left(b_1 \left\{ \frac{v_1[\varpi_1(t)] - \tau_2(t)\Pi_1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} - \bar{\alpha}_1 \right\} \right) \\ \leq \frac{1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} \left[- \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 (\beta_1 \bar{\alpha}_1)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_1)^2 + \beta_2^2}} - \right. \\ \left. \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} - \xi_2 \eta_2 b_1 \tau_2(t)\Pi_1 - \right. \\ \left. \tau_1(t)\beta_1 \xi_2 \eta_2 b_1 \bar{\alpha}_1 - \xi_2 \eta_2 b_1 \Omega_1(t) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

通过条件 $|\Omega_1(t)| \leq \varpi_{\min}$ 、 $|\tau_1(t)| \leq 1$ 和 $|\tau_2(t)| \leq 1$, 结合 Young's 不等式和引理3, 由式(41)可得

$$\begin{aligned} \xi_2 \eta_2 \left(b_1 \left\{ \frac{v_1[\varpi_1(t)] - \tau_2(t)\Pi_1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} - \bar{\alpha}_1 \right\} \right) \\ \leq \frac{1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} \left[- \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 (\beta_1 \bar{\alpha}_1)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_1)^2 + \beta_2^2}} + \right. \\ \left. |\tau_1(t)\beta_1 \xi_2 \eta_2 b_1 \bar{\alpha}_1| - \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} + \right. \\ \left. |\xi_2 \eta_2 b_1 \tau_2(t)\Pi_1| - \xi_2 \eta_2 b_1 \Omega_1(t) \right] \\ \leq \frac{1}{1 + \tau_1(t)\beta_1} \left[- \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 (\beta_1 \bar{\alpha}_1)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_1)^2 + \beta_2^2}} + \right. \\ \left. |\beta_1 \xi_2 \eta_2 b_1 \bar{\alpha}_1| - \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 b_1^2 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} + \right. \\ \left. |\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1| \right] - \frac{\Omega_1(t)}{1 + \tau_1(t)\beta_1} \xi_2 \eta_2 b_1 \\ \leq \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 \varpi_{\min}}{4(1 - \beta_1)^2} + \frac{b_1^2}{m_1} (\xi_2 \eta_2)^2 \end{aligned} \quad (42)$$

将不等式(42)代入式(40)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 - B_2 \xi_2^2 + \frac{\rho_1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 + \frac{\delta_1^2}{2} + \\ & \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 \varpi_{\min}}{2(1 - \beta_1)^2} \end{aligned} \quad (43)$$

根据 Young's 不等式,有

$$\tilde{\Theta}_1 \dot{\hat{\Theta}}_1 \leq -\frac{1}{2} \tilde{\Theta}_1^2 + \frac{1}{2} \Theta_1^2 \quad (44)$$

结合式(43),最终得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 - B_2 \xi_2^2 - \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \tilde{\Theta}_1^2 + \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \Theta_1^2 + \\ & \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 \varpi_{\min}}{2(1 - \beta_1)^2} \\ \leq & -C_1 V_2 + D_1 \end{aligned} \quad (45)$$

式(45)中:

$$C_1 = \min\{2B_1, 2B_2, \rho_1\} \quad (46)$$

$$D_1 = \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \Theta_1^2 + \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} + \frac{m_1 \varpi_{\min}}{2(1 - \beta_1)^2} \quad (47)$$

对式(47)进行 $[0, t]$ 上的积分,有

$$0 \leq V_2(t) \leq V_2(0)e^{-C_1 t} + \frac{D_1}{C_1} \quad (48)$$

由此可以得出 $V_2(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 并且 $\xi_1, \xi_2 \in \mathcal{L}_\infty$ 。根据引理2可知, 对于 $\forall t \geq 0$ 时, 误差 z_1 和 z_2 能够在预设精度范围 $1/\gamma_i$ 内, 即 $|z_1| < 1/\gamma_1, |z_2| <$

$1/\gamma_2$ 。此外,对于 $\forall t \geq t_0 + T_*$,由于 $\gamma_i(t) = (1/\kappa_i)$,所以能够得到误差 z_1 和 z_2 满足 $|z_1| < \kappa_1$, $|z_2| < \kappa_2$,即误差 z_1 和 z_2 能够在规定时间 T_* 内收敛至特定区间 $[-\kappa_i, \kappa_i]$ 。基于定义 1,滚转角系统 [式(18)]在预设精度 κ_i 和规定时间 T_* 内是实用规定时间稳定,定理 1 证明完毕。

利用事件触发机制和迟滞量化器技术,将原本连续的控制输入信号通过采样的方式转化为了一种离散信号,而在系统中出现连续和离散动态相互作用的情况下会发生信号在有限的时间内进行无数次的离散转换,称之为 Zeno 行为,这种现象可能会使得 Lyapunov 稳定性分析方法失效。因此为了在任意长的时间范围内执行采样操作,应当避免在有限时间内无限次执行离散转换,即避免 Zeno 行为。由于采用的迟滞量化器技术中量化级数量是有限的,因此迟滞量化器的执行时间是有限的。此外采用的事件触发机制中同时具备相对阈值和固定阈值,因此在相邻的触发时刻总是具有一个下限。综上所述,所设计的控制器能够避免系统出现 Zeno 行为。

根据上述针对滚转角系统设计的事件触发量控制协议,同理可以分别针对俯仰角系统和偏航角系统设计对应的控制协议,如下所示。

针对俯仰角系统,设计虚拟控制律 α_2 形式为

$$\alpha_2 = \dot{\theta}_d - \frac{\chi_3}{\eta_3} - B_3 \frac{\xi_3}{\eta_3} \quad (49)$$

式(49)中: $B_3 > 0$ 为设计参数。设计事件触发控制信号 \bar{u}_2 、量化控制器 ϖ_2 、自适应律和 $\hat{\Theta}_2$ 实际控制输入 $u_2(t)$,形式如下。

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{1}{b_2} \left[-f_2(\bar{x}) - \frac{\xi_3 \eta_3 \hat{\Theta}_2 \Psi_2^T \Psi_2}{2\delta_2^2} - \frac{\chi_4}{\eta_4} - \frac{B_4 \xi_4}{\eta_4} - \frac{\xi_3 \eta_3 \pi_4}{\eta_4} - \frac{b_2^2 \xi_4 \eta_4}{m_2} \right] \quad (50)$$

$$\bar{u}_2 = \bar{\alpha}_2 - \frac{\xi_4 \eta_4 b_2 (\beta_3 \bar{\alpha}_2)^2}{\sqrt{(\xi_4 \eta_4 b_2 \beta_3 \bar{\alpha}_2)^2 + \beta_4^2}} - \frac{\xi_4 \eta_4 b_2 \Pi_2^2}{\sqrt{(\xi_4 \eta_4 b_2 \Pi_2)^2 + \beta_4^2}} \quad (51)$$

$$\varpi_2 = \frac{\bar{u}_2}{1 - d_2} \quad (52)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_2 = \frac{\sigma_2 \xi_4^2 \eta_4^2 \Psi_2^T \Psi_2}{2\delta_2^2} - \rho_2 \hat{\Theta}_2, \hat{\Theta}_2(0) > 0 \quad (53)$$

$$u_2(t) = v_2[\varpi_2(t_{\theta,t})], \forall t \in [t_{\theta,t}, t_{\theta,t+1}) \quad (54)$$

$$t_{\theta,t+1} = \inf\{t \in R \mid |\Lambda_2(t)| \geq \beta_3 |u_2(t)| + \Pi_2\} \quad (55)$$

式中: $\delta_2 > 0$, $B_4 > 0$, $0 < \beta_3 < 1$, $\beta_4 > 0$, $\Pi_2 > 0$, $m_2 > 0$, $d_2 = (1 - \ell_2)/(1 + \ell_2)$, $\sigma_2 > 0$ 和 $\rho_2 > 0$,均为设计参数; $\Lambda_2(t) = v_2[\varpi_2(t)] - u_2(t)$ 为事件触发采样误差。

针对偏航角系统,设计虚拟控制律 α_3 形式为

$$\alpha_3 = \dot{\varphi}_d - \frac{\chi_5}{\eta_5} - B_5 \frac{\xi_5}{\eta_5} \quad (56)$$

式(56)中: $B_5 > 0$ 为设计参数。设计事件触发控制信号 \bar{u}_3 、量化控制器 ϖ_3 、自适应律和 $\hat{\Theta}_3$ 实际控制输入 $u_3(t)$,形式如下。

$$\bar{\alpha}_3 = \frac{1}{b_3} \left[-f_3(\bar{x}) - \frac{\xi_5 \eta_5 \hat{\Theta}_3 \Psi_3^T \Psi_3}{2\delta_3^2} - \frac{\chi_6}{\eta_6} - \frac{B_6 \xi_6}{\eta_6} - \frac{\xi_5 \eta_5 \pi_6}{\eta_6} - \frac{b_3^2 \xi_6 \eta_6}{m_3} \right] \quad (57)$$

$$\bar{u}_3 = \bar{\alpha}_3 - \frac{\xi_6 \eta_6 b_3 (\beta_5 \bar{\alpha}_3)^2}{\sqrt{(\xi_6 \eta_6 b_3 \beta_5 \bar{\alpha}_3)^2 + \beta_6^2}} - \frac{\xi_6 \eta_6 b_3 \Pi_3^2}{\sqrt{(\xi_6 \eta_6 b_3 \Pi_3)^2 + \beta_6^2}} \quad (58)$$

$$\varpi_3 = \frac{\bar{u}_3}{1 - d_3} \quad (59)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_3 = \frac{\sigma_3 \xi_6^2 \eta_6^2 \Psi_3^T \Psi_3}{2\delta_3^2} - \rho_3 \hat{\Theta}_3, \hat{\Theta}_3(0) > 0 \quad (60)$$

$$u_3(t) = v_3[\varpi_3(t_{\varphi,t})], \forall t \in [t_{\varphi,t}, t_{\varphi,t+1}) \quad (61)$$

$$t_{\varphi,t+1} = \inf\{t \in R \mid |\Lambda_3(t)| \geq \beta_5 |u_3(t)| + \Pi_3\} \quad (62)$$

式中: $\delta_3 > 0$, $B_6 > 0$, $0 < \beta_5 < 1$, $\beta_6 > 0$, $\Pi_3 > 0$, $m_3 > 0$, $d_3 = (1 - \ell_3)/(1 + \ell_3)$, $\sigma_3 > 0$ 和 $\rho_3 > 0$ 均为设计参数; $\Lambda_3(t) = v_3[\varpi_3(t)] - u_3(t)$ 为事件触发采样误差。

同传统的事件触发控制器不同,所设计的控制器信号在进行触发采样前首先经过了迟滞量化器的量化处理。为了在触发次数方面同传统的事件触发控制器进行对比,给出了针对四旋翼无人机姿态角设计的事件触发控制器设计方案。

2.7 事件触发控制器设计

以滚转角系统为例,设计虚拟控制律 α_{1*} 形式同式(19),设计基于采样误差的事件触发控制信号 \bar{u}_{1*} 、实际控制输入 $u_{1*}(t)$,形式如下。

$$\bar{\alpha}_{2*} = \frac{1}{b_1} \left[-f_1(\bar{x}) - \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} - \frac{\chi_2}{\eta_2} - \frac{B_2 \xi_2}{\eta_2} - \frac{\xi_1 \eta_1 \pi_2}{\eta_2} \right] \quad (63)$$

$$\bar{u}_{1*} = \bar{\alpha}_{2*} - \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 (\beta_1 \bar{\alpha}_2)^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \beta_1 \bar{\alpha}_2)^2 + \beta_2^2}} - \frac{\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1^2}{\sqrt{(\xi_2 \eta_2 b_1 \Pi_1)^2 + \beta_2^2}} \quad (64)$$

$$u_{1*}(t) = u_{1*}(t_i), \forall t \in [t_i, t_{i+1}) \quad (65)$$

$$t_{i+1} = \inf\{t \in R \mid |\Lambda_1(t)| \geq \beta_1 |u_1(t)| + \Pi_1\} \quad (66)$$

设计参数的取值范围同事件触发量化控制器相同,事件触发采样误差形式为 $\Lambda_1(t) = u_{1*}(t) - u_{1*}(t_i)$, 当 $t = t_i$ 时, $\Lambda_1(t_i) = 0$, $\{t_i\}$ 为滚转角系统的控制输入触发时刻序列, 其中 $i \in \mathbf{Z}^+$ 。

设计自适应律 $\hat{\Theta}_1$ 形式如式(25)所示, 其中设计参数的取值范围不变。

定理 2 考虑存在执行器故障的四旋翼无人机滚转角系统[式(18)], 满足假设 1 ~ 假设 4, 且初始条件 $V_2(0) \leq Y$, Y 为任意正实数, 所设计的事件触发控制器[式(50)]、事件触发条件[式(52)]和自适应律[式(25)]能够保证四旋翼无人机姿态角系统实现实用规定时间稳定, 并且姿态角误差能够收敛至预设精度内。

证明 考虑到系统的状态空间以及虚拟控制律的形式没有发生变化, 因此第一步的证明同定理 1 中相同。

第一步 设计 Lyapunov 函数 V_1 形式为

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi_1^2 \quad (67)$$

由定理 1 中证明可得

$$\dot{V}_1 = -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 \quad (68)$$

第二步 设计 Lyapunov 函数 V_2 形式为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \frac{1}{2\sigma_1} \tilde{\Theta}_1^2 \quad (69)$$

对函数 V_2 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 + \xi_2 \eta_2 \left[b_1 u_1 + f_1(\bar{x}) + \right. \\ & \left. \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \frac{\chi_2}{\eta_2} \right] - \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1 + \\ & \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 \tilde{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} \end{aligned} \quad (70)$$

设计事件触发控制器 \bar{u}_{1*} 和自适应律 $\hat{\Theta}_1$ 分别如式(50)和式(25)所示。根据式(52)的触发条件可得

$$\Lambda_1(t) = \tau_1(t) \beta_1 u_{1*}(t) + \tau_2(t) \Pi_1 \quad (71)$$

式(71)中: $\tau_1(t)$ 和 $\tau_2(t)$ 为满足 $|\tau_1(t)| \leq 1$ 和 $|\tau_2(t)| \leq 1$ 的时变参数。由此可得

$$u_1(t) = \frac{u_{1*}(t) - \tau_2(t) \Pi_1}{1 + \tau_1(t) \beta_1} \quad (72)$$

将式(58)代入式(56)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 + \eta_1 \xi_1 z_2 + \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{\xi_2^2 \eta_2^2 \tilde{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \\ & \xi_2 \eta_2 \left\{ b_1 \left[\frac{u_{1*}(t) - \tau_2(t) \Pi_1}{1 + \tau_1(t) \beta_1} - \bar{\alpha}_2 + \bar{\alpha}_2 \right] + \right. \\ & \left. f_1(\bar{x}) + \frac{\xi_2 \eta_2 \hat{\Theta}_1 \Psi_1^T \Psi_1}{2\delta_1^2} + \frac{\chi_2}{\eta_2} \right\} - \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1 \end{aligned} \quad (73)$$

根据式(49)和式(59), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 - B_2 \xi_2^2 + \frac{\rho_1}{\sigma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1 + \frac{\delta_1^2}{2} + \\ & \xi_2 \eta_2 \left\{ b_1 \left[\frac{u_{1*}(t) - \tau_2(t) \Pi_1}{1 + \tau_1(t) \beta_1} - \bar{\alpha}_2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (74)$$

同定理 1 中证明类似, 如下不等式成立。

$$\xi_2 \eta_2 \left\{ b_1 \left[\frac{u_{1*}(t) - \tau_2(t) \Pi_1}{1 + \tau_1(t) \beta_1} - \bar{\alpha}_2 \right] \right\} \leq \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} \quad (75)$$

将不等式(61)代入式(60)中, 最终得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -B_1 \xi_1^2 - B_2 \xi_2^2 - \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \tilde{\Theta}_1^2 + \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \Theta_1^2 + \\ & \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} \leq -C_1 V_2 + D_1 \end{aligned} \quad (76)$$

式(76)中:

$$C_1 = \min\{2B_1, 2B_2, \rho_1\} \quad (77)$$

$$D_1 = \frac{\rho_1}{2\sigma_1} \Theta_1^2 + \frac{\delta_1^2}{2} + \frac{2\beta_2}{1 - \beta_1} \quad (78)$$

对式(64)进行 $[0, t)$ 上的积分, 有

$$0 \leq V_2(t) \leq V_2(0) e^{-C_1 t} + \frac{D_1}{C_1} \quad (79)$$

同定理 1 中的证明相同, 滚转角系统(18)在预设精度 κ_i 和规定时间 T_* 内是实用规定时间稳定, 定理 2 证明完毕。

为了确保设计的事件触发控制器能够避免 Zeno 行为, 下面给出证明过程。由采样误差的定义 $\Lambda_1(t) = u_{1*}(t) - u_{1*}(t_i)$ 能够得到

$$\frac{d}{dt} |\Lambda| = \frac{d}{dt} (\Lambda \Lambda)^{\frac{1}{2}} = \text{sign}(\Lambda) \dot{\Lambda} \leq |\dot{\bar{\alpha}}_{2*}| \quad (80)$$

由 $\bar{\alpha}_{2*}$ 的定义可知, $\bar{\alpha}_{2*}$ 可导并且其导数 $\dot{\bar{\alpha}}_{2*}$ 具有上界, 即存在一个正实数 k , $|\dot{\bar{\alpha}}_{2*}| \leq k$ 成立。根据 $\Lambda(t_i) = 0$ 并且 $\lim_{t \rightarrow t_{i+1}} \Lambda(t) = \Pi_1$ 可知, 存在一段时间 t^* , 有 $t^* \geq \Pi_1/k$, 因此相邻两次触发的时间间隔存在下界, Zeno 行为能够避免。

3 仿真实验

为了验证所提容错控制方案的可行性, 基于

MATLAB 平台对四旋翼无人机姿态角系统进行仿真验证,系统所需物理参数如表 1 所示。

表 1 功率计算结果

符号	物理意义	数值
l	旋翼支架长度	$2.3 \times 10^{-1} \text{ m}$
I_x	绕 X 轴转动惯量	$7.5 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
I_y	绕 Y 轴转动惯量	$7.5 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
I_z	绕 Z 轴转动惯量	$1.3 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$k_1 = k_2 = k_3$	阻力系数	$1 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s/m}$

设计控制参数如下: $B_1 = 5, B_2 = 1, B_3 = 6, B_4 = 5, B_5 = 7, B_6 = 5, \sigma_1 = 30, \sigma_2 = 15, \sigma_3 = 25, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1, m_1 = 32, m_2 = 4, m_3 = 32, \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0.01, \beta_i = 0.5, i = 1, 2, \dots, 6, \Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = 1, \omega_{\min,1} = 3.1, \omega_{\min,2} = 2.1, \omega_{\min,3} = 2.3, \varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_3 = 0.5$ 。设计期望的滚转角通道姿态角 $\phi_d = 2.5 \sin t$, 期望的俯仰角通道姿态角 $\theta_d = 5 \sin t$, 期望的偏航角通道姿态角 $\varphi_d = 2.5 \sin t$ 。设计系统初始状态为 $x_1(0) = -0.8, x_2(0) = -1, x_3(0) = 2, x_4(0) = -0.5, x_5(0) = 1.5, x_6(0) = -0.7$ 。设计自适应律初始值为 $\hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_2(0) = \hat{\theta}_3(0) = 2.5$ 。设计 RBF 神经网络节点数为 33, 基函数的宽度参数为 2。设计变量转换所需的时变函数形式如下。

$$\gamma_1(t) = \gamma_3(t) = \gamma_5(t) = \begin{cases} \frac{-\frac{20t^7}{T_*^7} + \frac{70t^6}{T_*^6} - \frac{84t^5}{T_*^5} + \frac{35t^4}{T_*^4}}{\kappa_1}, & 0 \leq t \leq T_* \\ \frac{1}{\kappa_1}, & t > T_* \end{cases} \quad (81)$$

$$\gamma_2(t) = \gamma_4(t) = \gamma_6(t) = \begin{cases} \frac{1}{\kappa_2} \left(\frac{10t^6}{T_*^6} - \frac{24t^5}{T_*^5} + \frac{15t^4}{T_*^4} \right), & 0 \leq t \leq T_* \\ \frac{1}{\kappa_2}, & t > T_* \end{cases} \quad (82)$$

设计规定时间参数 $T_* = 1 \text{ s}$, 预设精度 $\kappa_1 = 0.2, \kappa_2 = 0.8$ 。在 $0 < t < 3 \text{ s}$ 时, 设计执行器故障的失效故障参数为 $\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 0.95, \lambda_3 = 0.7$, 偏置故障参数为 $\zeta_1 = 0.5 \sin(3t), \zeta_2 = 0.5 \sin(3t), \zeta_3 = 0.5 \sin(3t)$ 。在 $t \geq 3 \text{ s}$ 时, 设计执行器故障的失效故障参数为 $\lambda_1 = 0.9, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$, 偏置故障参数为 $\zeta_1 = 0.8 \sin(3t), \zeta_2 = 2, \zeta_3 = 0.8 \sin(3t)$ 。针对含执行器故障的四旋翼无人机姿态角系统 [式(4)], 设计虚拟控制律 [式(19)、式(49)、式(56)], 自适应律 [式(25)、式(53)、式(60)], 事

件触发量化控制输入 [式(23)、式(54)、式(61)], 可以得到如下仿真结果。

四旋翼无人机姿态角系统在执行器发生故障的情况下, 期望轨迹跟踪效果对比如图 2 所示, 可以看出姿态角系统中的滚转角、俯仰角和偏航角均能够在规定时间 1 s 内追踪上对应的期望轨迹并保持跟踪效果。

四旋翼无人机姿态角系统内的滚转角系统误差、俯仰角系统误差和偏航角系统误差分别如图 3 ~ 图 5 所示, 都展示了对应系统内的期望轨迹跟踪误差、反演误差、规定时间和预定性能范围。由仿真结果可知, 姿态角系统内的所有跟踪误差以及反演误差始终都在预定性能范围之内, 并且在达到规定时间 1 s 后能够在预设精度 κ_i 内。

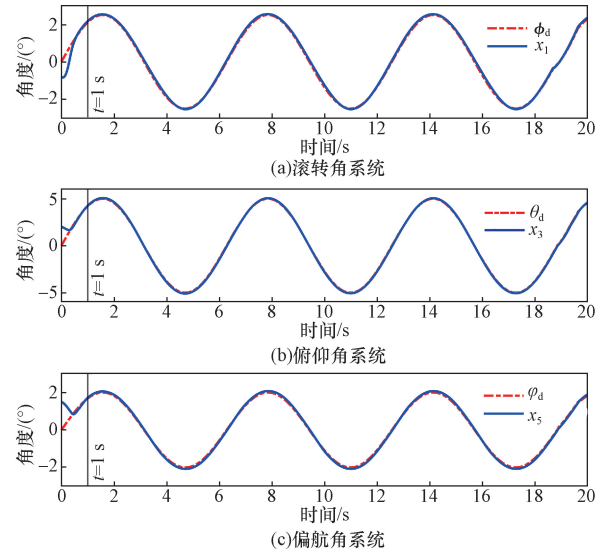


图 2 事件触发量化控制器下的姿态角跟踪曲线
Fig. 2 Attitude tracking curve with event-triggered quantization controller

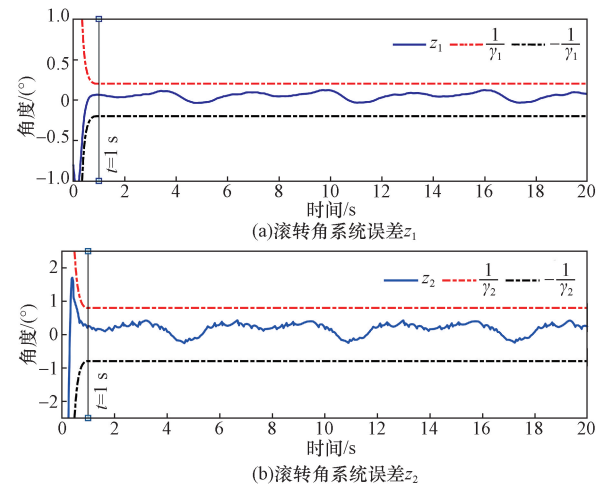


图 3 误差 z_1 和 z_2 以及预设精度范围 $(1/\gamma_1)$ 和 $(1/\gamma_2)$
Fig. 3 Errors z_1, z_2 and prescribed boundary $(1/\gamma_1)$ and $(1/\gamma_2)$

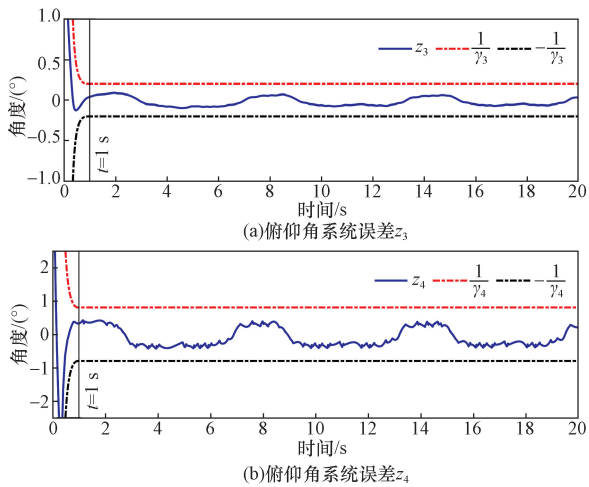


图4 误差 z_3 和 z_4 以及预设精度范围 $(1/\gamma_3)$ 和 $(1/\gamma_4)$
 Fig. 4 Errors z_3 , z_4 and prescribed boundary $(1/\gamma_3)$ and $(1/\gamma_4)$

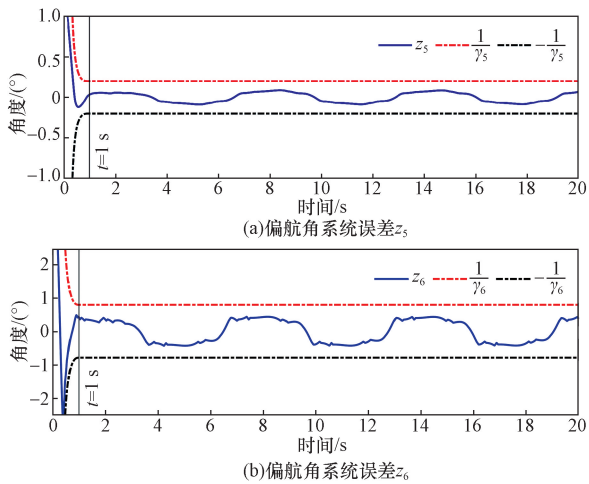


图5 误差 z_5 和 z_6 以及预设精度范围 $(1/\gamma_5)$ 和 $(1/\gamma_6)$
 Fig. 5 Errors z_5 , z_6 and prescribed boundary $(1/\gamma_5)$ and $(1/\gamma_6)$

四旋翼无人机姿态角系统的事件触发量化控制输入、量化控制器、事件触发控制信号以及触发间隔和触发次数如图6~图8所示。仿真选取定步长求解器,步长为0.01 s。根据仿真总时长20 s可知,若系统选取时间触发控制器,则执行器更新次数为2 000次。由图6~图8可以看出,基于所设计的姿态角系统事件触发量化控制器采样次数分别为184、182和132次,即可实现姿态角系统的轨迹跟踪。同时间触发机制相比,采用量化输入技术和事件触发机制下的执行器更新次数减少了90.8%、90.9%和93.4%。

为了和传统的事件触发控制器在触发次数上进行对比,采用基于2.7节设计的事件触发控制器进行了仿真验证,并且系统模型参数、期望轨迹、执

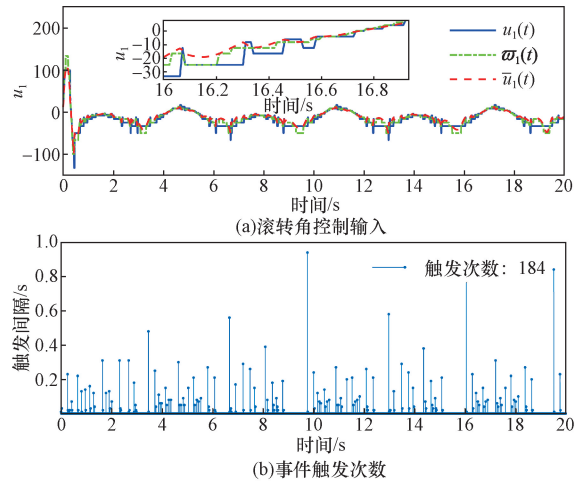


图6 滚转角系统事件触发量化控制输入 $u_1(t)$ 、量化控制器 $w_1(t)$ 和事件触发控制信号 $\bar{u}_1(t)$
 Fig. 6 Roll angle system event-triggered quantization control inputs $u_1(t)$, quantization controllers $w_1(t)$ and event-triggered control signals $\bar{u}_1(t)$

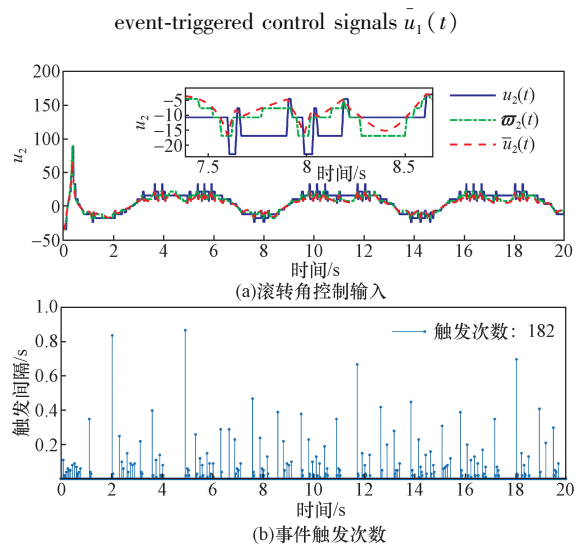


图7 俯仰角系统事件触发量化控制输入 $u_2(t)$ 、量化控制器 $w_2(t)$ 和事件触发控制信号 $\bar{u}_2(t)$
 Fig. 7 Pitch angle system event-triggered quantization control inputs $u_2(t)$, quantization controllers $w_2(t)$ and event-triggered control signals $\bar{u}_2(t)$

行器故障和设计参数同事件触发量化控制器仿真环节相同。图9分别展示了事件触发控制器下四旋翼无人机姿态角系统内不同姿态角的期望轨迹跟踪效果。可以看出滚转角系统、俯仰角系统和偏航角系统均能够在规定时间1 s内追踪上期望轨迹,即设计的事件触发控制器能够实现预期的控制目标。图10分别展示了两种不同控制器在相同触发条件下的触发次数,可以看出同时采用迟滞量化器技术和事件触发机制的控制器,相较于传统的事件触发控制器具有更少的触发次数,其中滚转角系统

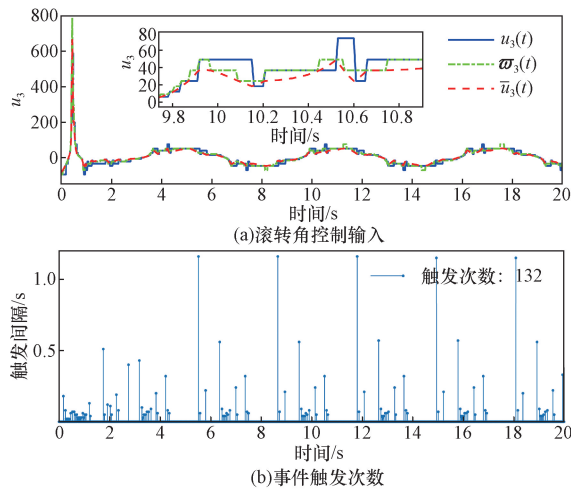


图8 偏航角系统事件触发量化控制输入 $u_3(t)$ 、量化控制器 $\bar{\omega}_3(t)$ 和事件触发控制信号 $\bar{u}_3(t)$
Fig. 8 Yaw angle system event-triggered quantization control inputs $u_3(t)$, quantization controllers $\bar{\omega}_3(t)$ and event-triggered control signals $\bar{u}_3(t)$

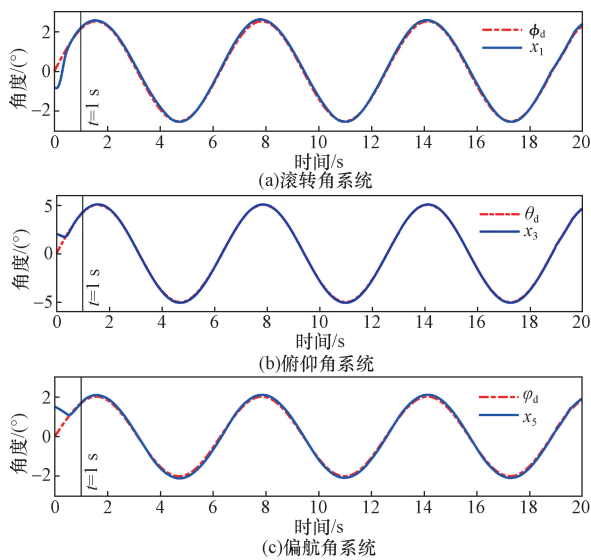


图9 事件触发控制器下的姿态角跟踪曲线
Fig. 9 Attitude angle tracking curve with event-triggered controller

的触发次数降低了 13.6%，俯仰角系统的触发次数降低了 5.2%，偏航角系统的触发次数降低了 22.4%，这意味着基于事件触发量化控制器的四旋翼无人机姿态角系统，在同样触发条件下和传统事件触发控制器相比，具有相同的轨迹跟踪效果和更低的执行器更新频率，节省了更多的信道资源。

4 结论

针对含有执行器故障问题的四旋翼无人机姿态角系统，解决了在规定时间内并且误差不超过预

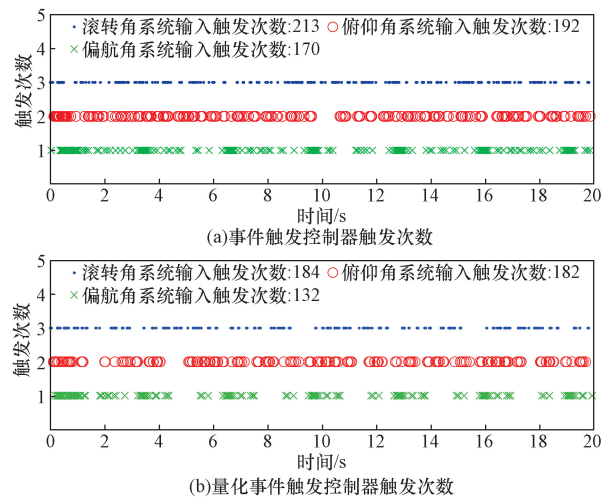


图10 事件触发控制器和事件触发量化控制器的触发次数
Fig. 10 Trigger times for event-triggered controllers and event-triggered quantization controllers

设精度情况下的期望角度轨迹跟踪问题。通过采用基于误差的变量转换，结合事件触发机制和迟滞量化器技术，设计了事件触发量化控制器。为了解决“微分爆炸”问题并且估计未知执行器故障，设计了基于 RBF 神经网络的自适应律用来估计虚拟控制律的导数以及执行器故障动态。仿真结果表明，设计的控制策略能够保证四旋翼无人机姿态角系统在实现实用规定时间稳定的同时节省了信道资源，并且跟踪误差不超过预设精度。此外同传统的事件触发控制器相比，采用量化输入技术的事件触发控制器具有更少的执行器更新次数。

参考文献

[1] 许可,高宏宇,雷鸣,等. 基于改进拍卖算法灾后救援多无人机任务分配[J]. 沈阳理工大学学报, 2024, 43(2): 29-37, 44.
Xu Ke, Gao Hongyu, Lei Ming, et al. Multi-UAV task assignment for post-disaster rescue based on improved auction algorithm [J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2024, 43(2): 29-37, 44.

[2] 曹志斌,邵星灵,杨卫,等. 基于神经网络的多四旋翼保性能编队控制[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(15): 6347-6353.
Cao Zhibin, Shao Xingling, Yang Wei, et al. Guaranteed performance formation control of multi-quadrotor based on neural network [J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(15): 6347-6353.

[3] 唐文倩. 环境监测中的多无人机路径规划研究[D]. 上海: 东华大学, 2023.
Tang Wenqian. Research on path planning of multiple [D]. Shanghai: Donghua University, 2023.

[4] 乔伟根,王日俊,曾志强,等. 喷洒作业下四旋翼植保无人机的轨迹跟踪控制[J]. 农机化研究, 2022, 44(6): 9-17.
Qiao Weigen, Wang Rijun, Zeng Zhiqiang, et al. Trajectory tracking control for plant protection quadrotor under spraying operation [J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2022, 44(6): 9-17.

[5] 刘登攀,寇昆湖,王超,等. 基于改进 ADC 法的侦察无人机作战

- 效能评估[J]. 电光与控制, 2024, 31(4): 121-127.
- Liu Dengpan, Kou Kunhu, Wang Chao, et al. Operational effectiveness assessment of reconnaissance UAS based on improved ADC method[J]. Electronics Optics & Control, 2024, 31(4): 121-127.
- [6] 邵士凯, 王姝, 赵渊洁. 四旋翼无人机固定时间姿态输出反馈控制[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(4): 1502-1509.
- Shao Shikai, Wang Shu, Zhao Yuanjie. Fixed time attitude output feedback control for quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(4): 1502-1509.
- [7] 顾明琨, 钟小勇. 改进人工蜂群算法的四旋翼自抗扰控制参数优化[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(14): 5693-5699.
- Gu Mingkun, Zhong Xiaoyong. Optimization parameters of quadrotor active disturbance rejection control based on improved artificial bee colony algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(14): 5693-5699.
- [8] 陆洪志, 段富海. 四旋翼无人机的高度和姿态容错控制研究[J]. 电光与控制, 2023, 30(12): 73-79.
- Lu Hongzhi, Duan Fuhai. Fault-tolerant control of altitude and attitude for quadrotor UAVs[J]. Electronics Optics and Control, 2023, 30(12): 73-79.
- [9] 古训, 王鹏博. 基于自适应容错的四旋翼无人机位姿跟踪与抗扰控制设计[J/OL]. 控制工程, 1-8[2025-02-26]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20230909>.
- Gu Xun, Wang Pengbo. Position tracking and disturbance rejection controller design of the quadrotor UAV based on the adaptive fault tolerance control strategy[J/OL]. Control Engineering of China, 1-8[2025-02-26]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20230909>.
- [10] 陈河江, 李俊丽, 王安琪, 等. 具有执行器故障的四旋翼无人机姿态容错控制[J]. 飞行力学, 2024, 42(3): 52-59.
- Chen Hejiang, Li Junli, Wang Anqi, et al. Fault-tolerant control of quadrotor UAV attitude system with actuator failure[J]. Flight Dynamics, 2024, 42(3): 52-59.
- [11] 甄然, 梁栋伟, 武晓晶, 等. 基于预定性能滑模的四旋翼无人机容错控制[J]. 计算机仿真, 2023, 40(12): 99-107.
- Zhen Ran, Liang Dongwei, Wu Xiaojing, et al. Fault-tolerant control of quadrotor UAV based on prescribed performance sliding mode[J]. Computer Simulation, 2023, 40(12): 99-107.
- [12] Wang B, Shen Y, Li N, et al. An adaptive sliding mode fault-tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle with actuator faults and model uncertainties[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(17): 10182-10198.
- [13] Di W, Li Z, Lü D, et al. Adaptive finite time fault tolerant control for the quadrotor unmanned aerial vehicles based on time-triggered strategy[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2023, 44(1): 66-80.
- [14] Song X, Wu C, Song S, et al. Fuzzy wavelet neural adaptive finite-time self-triggered fault-tolerant control for a quadrotor unmanned aerial vehicle with scheduled performance[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2024, 131: 107832.
- [15] Miao Q, Zhang K, Jiang B. Fixed-time collision-free fault-tolerant formation control of multi-UAVs under actuator faults[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(6): 3679-3691.
- [16] 卢功林. 四旋翼无人机的高性能姿态控制方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2022.
- Lu Gonglin. Research on attitude control of quadrotor UAVs with high performance[D]. Chongqing: Chongqing University, 2022.
- [17] Liu Q, Zhang K, Jiang B. Fixed-time fault estimation and prescribed performance fault-tolerant control for interconnected systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 54(2): 1084-1095.
- [18] Wang Z, Lam H K, Xiao B, et al. Event-triggered prescribed-time fuzzy control for space teleoperation systems subject to multiple constraints and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 29(9): 2785-2797.
- [19] Sun W, Wu J, Su S F, et al. Neural network-based fixed-time tracking control for input-quantized nonlinear systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 35(3): 3978-3988.
- [20] Zeng D, Liu Z, Chen L P, et al. Adaptive neural prescribed-time control of switched nonlinear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(12): 7427-7440.
- [21] Yuan J, Chen T. Switched fractional order multiagent systems containment control with event-triggered mechanism and input quantization[J]. Fractal and Fractional, 2022, 6(2): 77-105.
- [22] Xi C, Dong J. Adaptive fuzzy guaranteed performance control for uncertain nonlinear systems with event-triggered input[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 363: 124604.