



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2405168

引用格式:张俊涛,朱永明,郭放. 运输价格不确定环境下的多式联运路径优化[J]. 科学技术与工程, 2025, 25(21): 9109-9117.

Zhang Juntao, Zhu Yongming, Guo Fang. Multimodal transport route optimization in uncertain transport price environment[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(21): 9109-9117.

交通运输

## 运输价格不确定环境下的多式联运路径优化

张俊涛, 朱永明\*, 郭放

(郑州大学管理学院, 郑州 450001)

**摘要** 为帮助企业更好地适应现实业务中的动态环境,研究了运输价格不确定性的多时段多式联运路径与存储协同优化模型。首先,在运输价格确定的环境下建立整数规划数学模型。其次,在运输价格不确定的环境下建立鲁棒优化模型,并将鲁棒优化模型转化为等价的线性鲁棒对等问题。随后,在传统 $k$ -短路算法、迭代贪婪(iterative greedy, IG)算法和自适应大邻域搜索算法(adaptive large neighbourhood search, ALNS)的基础上,提出了混合启发式算法MKIGALNS求解。最后,通过不同规模的算例实验,验证了所提出模型的正确性以及算法的有效性。实验结果表明,在10组算例中,不允许存储时的平均总运营成本为439 191元,允许存储时的平均总运营成本为391 378元,因此应当进行存储决策,有利于运营成本的降低。鲁棒实验结果表明,随着不确定预算取值的变化,总运营成本以及多时段多式联运运营策略发生变化,揭示了其内在联系。

**关键词** 多时段; 多式联运; 不确定性; 鲁棒优化; 混合启发式算法

中图分类号 U15;

文献标志码 A

### Multimodal Transport Route Optimization in Uncertain Transport Price Environment

ZHANG Jun-tao, ZHU Yong-ming\*, GUO Fang

(School of Management, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**[Abstract]** In order to help enterprises better adapt to the dynamic environment in the real business, a multiperiod intermodal routing and storage co-optimization model with transport price uncertainty was investigated. Firstly, an integer programming mathematical model was established in the environment of transport price certainty. Secondly, a robust optimization model was established in the environment of uncertain transport prices, and the robust optimization model was transformed into an equivalent linear robust peer-to-peer problem. Subsequently, on the basis of the traditional  $k$ -shortest algorithm, iterative greedy algorithm (IG) and adaptive large neighbourhood search algorithm (ALNS), a hybrid heuristic algorithm of MKIGALNS was proposed to solve the problems. Finally, the correctness of the proposed model as well as the effectiveness of the algorithm were verified by different sizes of arithmetic case experiments. The experimental results indicate that in 10 sets of arithmetic cases, the average total operating cost is CNY 439 191 when storage is not allowed and CNY 391 378 when storage is allowed, so the storage decision should be made, which is conducive to the reduction of operating cost. And through the related robust experiments, the total operating cost as well as the multiperiod intermodal operation strategy changes with the change of the uncertain budget value, which reveals the intrinsic connection.

**[Keywords]** multiperiod; multimodal transport; uncertainty; robust optimization; hybrid heuristic algorithm

多式联运作为一种综合不同运输方式的物流模式,旨在提高货物运输的效率、降低成本,并推动整个供应链的协同发展。在规划跨境多式联运路线时,企业首先要考虑的就是不同运输方式的运价,其价格高低直接影响到货物运输方式和路线的选择。为了降

低运输成本,物流服务供应商可采取在不同时段之间提前运输的服务策略,利用不同时段之间的运输价格差异来降低整体运输成本。并且合理的仓储策略有助于协调运输能力、运费、供求关系等因素,从整体上降低物流成本。但是,在实际运输网络中每种运输方

收稿日期: 2024-07-10 修订日期: 2025-04-10

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(72301252);河南省高校人文社会科学研究一般项目(2025-ZDJH-032);河南省重点研发与推广专项(科技攻关)项目(222102210109);河南省高等学校青年骨干教师培养计划(2024GGJS005)

第一作者: 张俊涛(1982—),男,汉族,河南商丘人,博士研究生。研究方向:网络优化与跨境电商。E-mail: zhangjuntao2024@163.com。

\*通信作者: 朱永明(1963—),男,汉族,河南光山人,博士,教授。研究方向:跨境电商。E-mail: zhuyongming202403@163.com。

投稿网址: www.stae.com.cn

式在不同时段的运费具有不确定性。因此供应链网络的复杂性激发了对运输价格不确定性的多时段多式联运路径与存储协同优化问题的研究。

在运输路径及其设施选址问题研究中, Wu 等<sup>[1]</sup>研究了综合性中转枢纽的选址问题来为邮件和包裹的配送提供支持, Xie 等<sup>[2]</sup>建立了综合考虑影响跨境电子商务运输的众多因素的模型, 验证了贸易路线选择与基础设施建设的重要性。Agra 等<sup>[3]</sup>、Reddy 等<sup>[4]</sup>对多时段、涉及仓库的物流路径问题进行研究, 实现运营策略和设施位置优化。韩顺杰等<sup>[5]</sup>研究了新能源汽车换电站的选址问题, 并采用改进量子粒子群算法进行求解。Wang 等<sup>[6]</sup>建立了一个两阶段的随机模型以处理 EMS 选址问题中的不确定性。莫思敏等<sup>[7]</sup>针对冷链物流中碳排放过高、时效性较差的问题构建了多能源车辆及充电、换电模式选择的路径优化模型。刘康琳等<sup>[8]</sup>通过两阶段式规划模型和分布式鲁棒优化的方法来解决无人机配送设施选址问题。Deng 等<sup>[9]</sup>通过鲁棒优化建立了旅行时间不确定性的路径优化模型, 并通过 Benders 分解方法进行求解。杨洋等<sup>[10]</sup>通过 Anylogic 仿真来探究需求的不确定性对物流配送网点选址的影响。Nitidetch 等<sup>[11]</sup>基于模糊风险评估的内心质心法、模糊层次分析法和多准则妥协解排序方法, 为多式联运问题提出了一种新的混合方法。Zhang 等<sup>[12]</sup>建立了不确定性下应急物流区位-库存-路由多目标两阶段随机规划模型, 该模型包含需求、供给、运输时间 3 种不确定性, 并通过设计算法进行求解。针对不同领域供应链设计和运输中的不确定性因素。Li 等<sup>[13]</sup>考虑了需求的不确定性和碳交易价格的随机性, 构建了以总运输成本最小为目标函数的集装箱多式联运的鲁棒随机优化模型。针对不同领域供应链设计和运输中的不确定性因素, 陈刚等<sup>[14]</sup>、Tarei 等<sup>[15]</sup>和毛铭浩等<sup>[16]</sup>采用鲁棒优化方法和模型以最小化总供应链环节的成本和风险。

因此现引入一个新的多时间段在途存储-多式联运运输规划问题。考虑在途存储和不同运输方式运输的时间惩罚成本、运输成本和转运成本之间的权衡。并将鲁棒优化方法与交通网络设计相结合并将其转化成整数规划模型, 确保优化方法的易处理性。并且进行数值实验探究多时间段多式联运鲁棒优化模型和整体解决方案, 以期为企业在复杂多变的市场环境中寻求最优化的运输策略提供了重要的参考依据。

## 1 运输价格确定环境下的问题研究

### 1.1 问题描述

在运输期间, 根据运输价格、运力约束等方

面, 如何通过协调运输路线和储存策略, 同时满足所有订单的运输需求并帮助运营商降低总运营成本。这个问题需要满足的条件可以简单地描述如下。

(1) 采用多式联运将商品从原产地节点交付到目的地。

(2) 多式联运网络的不同节点之间可能存在多种运输方式的选择。

(3) 在商品运输的过程中, 可能需要将商品运输到中转点进行运输方式的转换或者产生储存决策。

(4) 多式联运允许商品提前运输到中转仓库或码头, 并且通过存储决策产生跨时间段运输行为。

### 1.2 符号说明

$O$  表示多式联运订单集合,  $o \in O$ 。

$M$  表示运输方式的集合,  $n \in M$ 。

$K$  表示运输时间段的集合,  $k \in K$ 。

$G$  表示多式联运中转点(中转仓)集合,  $i \in G$ 。

$\hat{A}^o$  表示多式联运网络中所有弧的集合,  $\hat{ij} \in \hat{A}^o$ 。

$s^o$  表示多式联运网络虚拟源节点。

$q^o$  表示多式联运网络虚拟汇节点。

$d_{ij}^n$  表示运输方式  $n$  经过弧  $\hat{ij}$  的距离长度。

$r_{ij}^{kn}$  表示时间段  $k$  运输方式  $n$  在弧  $\hat{ij}$  的容量约束。

$x_o$  表示每个订单的客户需求量。

$c_{nk}$  表示每种运输方式的单位运输成本。

$f_n^m$  表示运输方式  $n$  在中转点转换成运输方式  $m$  的转换成本。

$\vartheta_i^{ok}$  表示在  $k$  时间段订单  $o$  上, 货物在中转点  $i$  发生等待的时间惩罚成本。

$l_n$  表示运输方式  $n$  的单位运输时间成本。

而决策变量  $T_{ij}^{okn}$  为 0-1 变量, 在  $k$  时间段订单  $o$  上, 当中转点  $i$  采用运输方式  $n$  到达中转点  $j$  时,  $T_{ij}^{okn} = 1$ , 否则为 0。

决策变量  $Y_{nm}^{oki}$  为 0-1 变量, 在  $k$  时间段订单  $o$  上, 当中转点  $i$  处发生多式联运运输方式的转变时,  $Y_{nm}^{oki} = 1$ , 否则为 0。

决策变量  $\psi_i^{ok}$  为 0-1 变量, 在  $k$  时间段订单  $o$  上, 货物在中转仓  $i$  发生等待,  $\psi_i^{ok} = 1$ , 否则为 0。

### 1.3 模型构建

$$\begin{aligned} \min W = & \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} \sum_{|j(i,j) \in \hat{A}^o|} x_o d_{ij}^n c_{nk} T_{ij}^{okn} + \\ & \sum_{j \in G} \sum_{o \in O} \sum_{n, m \in M} \sum_{|j(j,l) \in \hat{A}^o|} \sum_{k \in K} x_o f_n^m Y_{nm}^{okj} + \\ & \sum_{k \in K} \sum_{o \in O} \sum_{i \in G} \psi_i^{ok} \vartheta_i^{ok} + \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} \sum_{|j(i,j) \in \hat{A}^o|} d_{ij}^n T_{ij}^{okn} l_n \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{n \in M} T_{ij}^{okn} \leq 1 \quad \forall k \in K, (i, j) \in \hat{A}^o, o \in O \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ij}^{okn} - \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ji}^{okn} = 1, & i = s^o \\ \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ij}^{okn} - \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ji}^{okn} = -1, & i = q^o \\ \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ij}^{okn} - \sum_{j \in G} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} T_{ji}^{okn} = 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\forall i \in G, o \in O, (i, j) \in \hat{A}^o, (j, i) \in \hat{A}^o \quad (3)$$

$$\sum_{n, m \in M} Y_{nm}^{oki} \leq 1 \quad \forall i \in G, k \in K, o \in O \quad (4)$$

$$T_{ij}^{okn} + T_{jl}^{okm} \leq 1 + Y_{nm}^{okj} \quad \forall (i, j) \in \hat{A}^o, (j, l) \in \hat{A}^o, j \in G, \{n, m\} \in M, k \in K, o \in O \quad (5)$$

$$\sum_{o \in O} x_o T_{ij}^{okn} \leq r_{ij}^{kn} \quad \forall (i, j) \in \hat{A}^o, k \in K, n \in M \quad (6)$$

$$\sum_{n \in M} \sum_{i \in G} \sum_{k \in K} x_o T_{iq^o}^{okn} = x_o \quad \forall o \in O, (i, q^o) \in \hat{A}^o \quad (7)$$

$$\sum_{n \in M} \sum_{\{i, (l, i) \in \hat{A}^o\}} T_{li}^{okn} + \psi_i^{ok(k-1)} - \psi_i^{ok} = \sum_{\{j, (i, j) \in \hat{A}^o\}} \sum_{n \in M} T_{ij}^{okn} \quad (8)$$

$$\psi_i^{ok}, T_{ij}^{okn}, Y_{nm}^{oki} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in G, k \in K, o \in O, \forall (i, j) \in \hat{A}^o, n, m \in M \quad (9)$$

目标函数约束(1)表示商品运输成本、转运成本和时间惩罚成本之和最小化,其中时间成本包括运输时间惩罚成本和存储时间惩罚成本;约束(2)表示 $k$ 时段,在运输节点 $i$ 与 $j$ 之间,最多只能采用一种运输方式;约束(3)表示只能在节点执行转运操作;约束(4)为逻辑约束,表示转运操作前后货物运输方式的对应关系;约束(5)表示节点流量平衡;约束(6)为运力限制;约束(7)表示每条路径的运输需求均需得到满足;约束(8)表示中转货物量进出平衡;约束(9)表示参数与变量属性。

## 2 运输价格不确定的鲁棒优化研究

多式联运运输价格存在不确定性的原因可以涉及多个方面,包括政策法规变化、自然灾害和突发事件等。将所有可能的运输价格包含在一个范围内进行预测,可能会导致过于保守的结果。因此采用了一种具有多范围特征的不确定参数的鲁棒优化方法。鲁棒优化的目标是在考虑这些不确定性的情况下,寻找模型的鲁棒解,即在不同不确定性实现下,保持解的有效性和优越性。

### 2.1 符号说明

鲁棒模型中的变量和决策变量定义如下。

$V$ :将运费的不确定性空间 $\tilde{c}_{nk}$ 分解为多个 $v \in V$ 范围。

$\tilde{c}_{nk}^v$ :在时期 $k$ 范围 $v$ 内的名义运费。

$\hat{c}_{nk}^v$ :在时期 $k$ 范围 $v$ 内的运费与名义运费的最大偏差。

$\delta^n$ :不同运输方式下的价格干扰水平, $\hat{c}_{nk}^v = \delta^n \tilde{c}_{nk}^v$ 。

$u_{nk}^v$ :0-1变量,表示时期 $k$ 中不同运输方式的运费 $\tilde{c}_{nk}$ 是否在 $v$ 范围内。

$h_{nk}^v$ :0-1变量,表示在 $k$ 时期内运费与范围 $v$ 内的名义费率的比例偏差,设 $\tilde{c}_{nk} \in [\tilde{c}_{nk}^v - \hat{c}_{nk}^v h_{nk}^v, \tilde{c}_{nk}^v + \hat{c}_{nk}^v h_{nk}^v]$ 。

$\Gamma_{vn}$ :不确定性预算,限制了在 $v$ 范围内的运费数量。

$\Gamma_n$ :不确定性预算,限制了在给定范围内与名义运费的偏差数。

### 2.2 模型构建

当前的鲁棒优化问题可以表示为以下混合整数规划问题(RUP1)。

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k \in K} \sum_{o \in O} \sum_{i \in G} \psi_i^{ok} \vartheta_i^{ok} + \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} \sum_{\{j, (i, j) \in \hat{A}^o\}} d_{ij}^n T_{ij}^{okn} l_n + \\ & \sum_{j \in G} \sum_{o \in O} \sum_{n, m \in M} \sum_{\{j, (j, l) \in \hat{A}^o\}} \sum_{k \in K} x_o \int_n Y_{nm}^{okj} + \\ \max \quad & \sum_{\{\tilde{c}, u\}} \sum_{k \in K} \sum_{n \in M} \sum_{o \in O} \sum_{\{j, (i, j) \in \hat{A}^o\}} x_o d_{ij}^n T_{ij}^{okn} \end{aligned} \quad (10)$$

约束条件:式(2)~式(9)。

$$\tilde{c}_{nk} = \sum_{v \in V} c_{nk}^v \quad \forall k \in K, n \in M \quad (11)$$

$$(\tilde{c}_{nk}^v - \hat{c}_{nk}^v h_{nk}^v) u_{nk}^v \leq c_{nk}^v \leq (\tilde{c}_{nk}^v + \hat{c}_{nk}^v h_{nk}^v) u_{nk}^v \quad \forall k \in K, n \in M, v \in V \quad (12)$$

$$\sum_{v \in V} u_{nk}^v = 1 \quad \forall k \in K, n \in M \quad (13)$$

$$\sum_{k \in K} u_{nk}^v \leq \Gamma_{vn} \quad \forall v \in V, n \in M \quad (14)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} h_{nk}^v \leq \Gamma_n \quad \forall n \in M \quad (15)$$

$$u_{nk}^v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, n \in M, k \in K \quad (16)$$

$$0 \leq h_{nk}^v \leq 1 \quad \forall v \in V, n \in M, k \in K \quad (17)$$

目标函数(10)表示最坏情况下的最小总成本,约束(11)~约束(13)确保运输方式 $n$ 的单位运费在每个时间周期 $k$ 中是 $v$ 内的一个值。约束(14)范围内的发生变化的运费数量是有限的。约束(15)决定运费率是否在 $v$ 的范围内。

**引理1** 考虑到运费的总比例变化 $\Gamma_n$ 和每个范围中的最大运价数 $\Gamma_{vn}$ , (RUP1)等价于以下整数线性规划问题。

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{o \in O} \sum_{i \in G} \psi_i^{ok} \vartheta_i^{ok} + \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} \sum_{|j(i,j) \in \widehat{A}^o|} d_{ij}^n T_{ij}^{okn} l_n +$$

$$\max \sum_{|\widehat{c}, u|} \sum_{k \in K} \sum_{n \in M} \sum_{v \in V} (\widehat{c}_{nk}^v u_{nk}^v + \widehat{c}_{nk}^v w_{nk}^v) \sum_{o \in O} \sum_{|j(i,j) \in \widehat{A}^o|} x_o d_{ij}^n T_{ij}^{okn} +$$

$$\sum_{j \in G} \sum_{o \in O} \sum_{n, m \in M} \sum_{|j(j,l) \in \widehat{A}^o|} \sum_{k \in K} x_o f_n^m Y_{nm}^{okj} \quad (18)$$

约束条件:式(2)~式(9)、式(13)、式(14)。

$$w_{nk}^v \leq u_{nk}^v \quad \forall v \in V, n \in M, k \in K \quad (19)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in K} w_{nk}^v \leq \Gamma_n \quad \forall n \in M \quad (20)$$

$$u_{nk}^v \in \{0, 1\}, w_{nk}^v \geq 0 \quad \forall v \in V, n \in M, k \in K \quad (21)$$

证明:对于目标函数式(10)中具有最大化问题的鲁棒问题(RUP1),最优不确定运费满足以下条件:  
 $c_{nk}^v = (\widehat{c}_{nk}^v + \widehat{c}_{nk}^v h_{nk}^v) u_{nk}^v, \tilde{c}_{nk} = \sum_{v \in V} (\widehat{c}_{nk}^v + \widehat{c}_{nk}^v h_{nk}^v) u_{nk}^v$ 。

设  $w_{nk}^v = h_{nk}^v u_{nk}^v$ , 然后  $c_{nk}^v = \widehat{c}_{nk}^v u_{nk}^v + \widehat{c}_{nk}^v w_{nk}^v$ 。其中  $0 \leq w_{nk}^v \leq u_{nk}^v$ 。当  $w_{nk}^v = 0$  为次优, 则在该情况下  $h_{nk}^v > 0$  是次优的选择。将  $c_{nk}^v$  和  $w_{nk}^v$  替换进(RUP1), 得到了最坏情况下的混合整数规划问题。

**引理 2** 运输价格不确定性下的鲁棒等价问题等价于以下问题(RUP2)。

$$\min \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} \sum_{k \in K} \sum_{|j(i,j) \in \widehat{A}^o|} d_{ij}^n T_{ij}^{okn} l_n + \sum_{k \in K} \sum_{o \in O} \sum_{i \in G} \psi_i^{ok} \vartheta_i^{ok} +$$

$$\sum_{j \in G} \sum_{o \in O} \sum_{n, m \in M} \sum_{|j(j,l) \in \widehat{A}^o|} \sum_{k \in K} x_o f_n^m Y_{nm}^{okj} + \sum_{k \in K} \sum_{n \in M} \zeta_{kn} +$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{n \in M} \sum_{v \in V} \varphi_{kn}^v + \sum_{v \in V} \sum_{n \in M} \Gamma_n \gamma_n^v + \sum_{n \in M} \Gamma_n \gamma_n \quad (22)$$

约束条件:式(2)~式(9)。

$$\pi_{nk}^v + \gamma_n \geq \widehat{c}_{nk}^v \sum_{o \in O} \sum_{|j(i,j) \in \widehat{A}^o|} x_o d_{ij}^n T_{ij}^{okn} \quad \forall k \in K, v \in V, n \in M \quad (23)$$

$$-\pi_{nk}^v + \zeta_{kn} + \gamma_n + \varphi_{kn}^v \geq \widehat{c}_{nk}^v \sum_{o \in O} \sum_{|j(i,j) \in \widehat{A}^o|} x_o d_{ij}^n T_{ij}^{okn} \quad \forall k \in K, v \in V, n \in M \quad (24)$$

$$\pi_{nk}^v, \gamma_n, \gamma_n, \varphi_{kn}^v \geq 0, \zeta_{kn} \in \mathbf{R} \quad \forall k \in K, n \in M, v \in V \quad (25)$$

**证明:**线性松弛约束(13)、约束(14)和约束(19)~约束(21)的最优解等于相应的整数最优解。设  $\zeta_{kn}$ 、 $\pi_{nk}^v$ 、 $\gamma_n^v$ 、 $\gamma_n$  为约束(13)、约束(14)和约束(19)、约束(20)的对偶变量。 $\varphi_{kn}^v$  是(21)中线性松弛约束的对偶变量,  $0 \leq u_{nk}^v \leq 1$ 。原问题的最优目标值与成对问题的最优目标值重合。约束(23)和约束(24)分别是变量  $w_{nk}^v$  和  $u_{nk}^v$  的对偶约束。约束(25)表示参数属性。

### 3 算法设计

针对所提出的鲁棒随机优化模型对传统  $k$ -短路算法、迭代贪婪 (iterative greedy, IG) 和自适应大邻域搜索 (adaptive large neighbourhood search, ALNS) 算法进行改进, 设计混合启发式算法 MKIGALNS。算法框架如图 1 所示。算法设计要点如下。

#### 3.1 $k$ 最短路算法

采用  $k$  最短路算法计算各时段各订单的前  $N$  条最短路径, 归为路径集合, 该集合中的路径作为初始解。 $k$  最短路算法实现步骤如下。

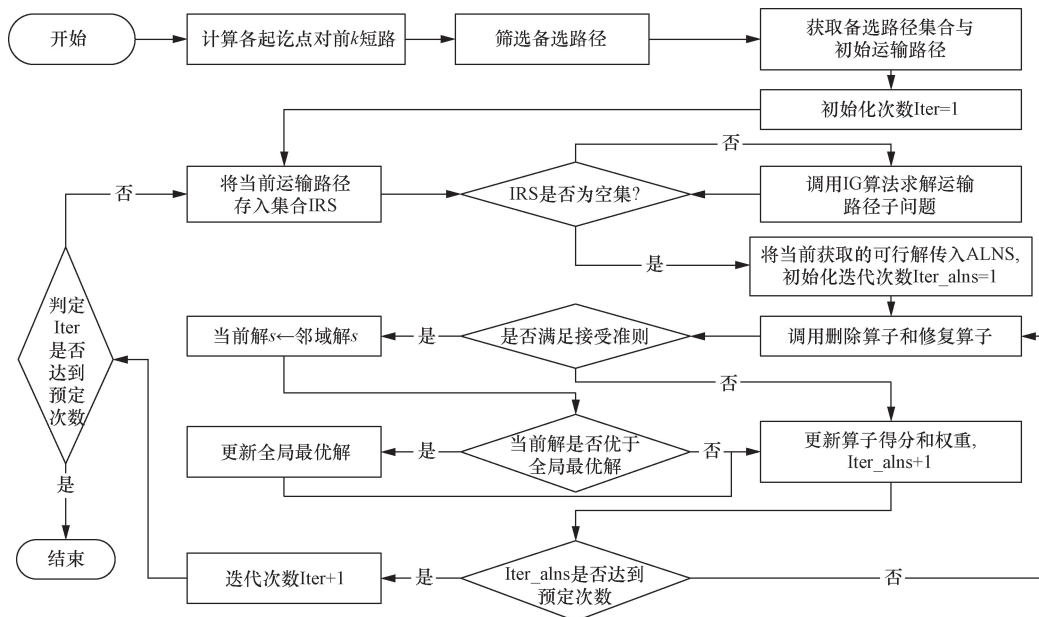


图 1 算法框架

Fig. 1 Algorithmic frameworks

**步骤 1 初始化:**选择一个起点,将其距离设为 0,其他节点距离设置为无限。

**步骤 2 重复以下过程,直至找到前  $k$  条路径。**

(1)从未访问的节点中选出距离最小的节点,并将其标记为已访问。

(2)对该节点相邻且尚未访问的节点,对其距离进行赋值为通过当前节点到达该节点的路径长度。

(3)如果目标节点已被访问,则将当前路径记录下来,开始寻找下一条路径。

**步骤 3 返回找到的前  $k$  条最短路径。**

### 3.2 IG 算法

基于 3.1 节取得的初始解,考虑当前路线上的限制来运行 IG 算法,将求解目标设置为最低运营成本,该步骤目标是为了找出中转仓的最佳位置和最佳供货时段。IG 算法的实现步骤如下。

**步骤 1** 将初始解中所包含的所有中转仓全部删除,删除后所出现的超出时段容量限制的订单归类为集合 IRS,而符合容量限制的订单归类为集合 FRS。

**步骤 2** 计算当前解中,所有超出容量限制的路段,将这些路段的起点归类为集合  $B_{pk}$ ,该集合中的点即为中转仓的备选设置站点。

**步骤 3** 计算集合  $B_{pk}$  内所有节点的安置成本。以  $B_{pk}$  中节点  $i$  为例,若  $i$  点存在超出容量限制而被滞留的订单,那么就假设在该点开放中转仓,计算节点开放成本和存储  $q$  的货物的储存成本,相加并记录到集合  $J_{ipk}$  中。

**步骤 4** 对于  $B_{pk}$  内所有节点,按照步骤 3 所计算的安置成本从低到高排列,选择编号为  $\lfloor \varepsilon_1^{\rho_1} |B_{pk}| \rfloor$  的位置  $i$ ,为中转仓的设置地点。 $\varepsilon_1$  满足  $\varepsilon_1 \in [0, 1]$ 。第一部分  $\rho_1 \geq 1$ ,为保证解的多样性,这个数为随机数。在算法运行中,设置  $\rho_1 \geq 5$ 。

**步骤 5** 位置  $i$  已知后,将  $J_{ipk}$  集合内存在的订单根据成本从高到低编号,其中编号为  $\lfloor \varepsilon_2^{\rho_2} |J_i^k| \rfloor$  的顾客将需求暂存于中转仓。 $\varepsilon_2$  满足  $\varepsilon_2 \in [0, 1]$ 。在算法实现过程中,设置  $\rho_2 = 5$ 。

**步骤 6** 若这个订单能够在满足该路径上限制条件的情况下完成任务,则归入集合 FRS。随后重复步骤 2 ~ 步骤 6,直到 IRS 为空集为止。

**步骤 7** 重复步骤 2 ~ 步骤 6,从初始时段开始依次向后计算下一时间段,直至所有订单的运输需求均被满足。判断路径不可行的条件有两个:①路径中所有节点被开启为中转仓;②存在货物被储存至最后时段。满足路径不可行条件后,从  $BX$  中选择备选路径,返回步骤 1 重新计算。

### 3.3 ALNS 算法

基于自适应大邻域搜索 (ALNS) 的运输路径优化。ALNS 的主要思想是采用删除算子破坏一个解决方案的部分结构,然后通过安置算子重新构造一个新的方案。ALNS 算法的实现步骤如下。

**步骤 1** 取得贪婪算法求得的解,赋值初始解  $s_0$ 。 $s \leftarrow s_0$ ,  $s^* \leftarrow s$ ,开始进行首次迭代。

**步骤 2** 选择算子,  $s' \leftarrow s$ 。

**步骤 3** 对  $s'$  运行删除算子。

**步骤 4** 对  $s'$  运行安置算子。

**步骤 5** 如果求得的解  $s'$  满足接受标准,则  $s \leftarrow s'$ 。

**步骤 6** 如果  $z(s) < z(s^*)$ ,则  $s^* \leftarrow s$ ,迭代次数 + 1。

循环上述步骤 2 ~ 步骤 6,直到达到设置的最大迭代次数为止,进行下一步。

**步骤 7** 完成所有搜索并输出最优解。否则,将通过调整算子的分数、权重以便下一次搜索,随后返回步骤 2。

### 3.4 删除算子

采用了 4 种通用删除算子:RaR (random removal)、BWR (basic worst removal)、ReR (related removal) 和 RGR (request graph removal) 以及以下 4 种特殊删除算子。

AWR 算子:在 BWR 算子中节点  $i$  的删除权重考虑了运输费用和转运费用。除此之外,删除路段  $i$  还会对剩余路段的运输任务可完成度产生影响,

AWR 算子删除权重  $w_i^* = \lambda_1 w_i + \lambda_2 \left( \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} P_{ij}^{on} - \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} P'_{ij}{}^{on} \right)$ 。其中,  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ ,  $P_{ij}^{on}$  和  $P'_{ij}{}^{on}$  分别表示删除操作前、后的运输任务可完成度。

SBR 算子:将随机一个中转仓  $j$ ,相连的有运输任务的订单全部删掉,直至将  $v_o$  个订单归入到集合 WS 中前重复操作。

OBR 算子:将随机一个订单中有运输任务的路段全部删掉,直至将  $v_o$  个路段纳入集合 WS 中前重复操作。

TPR 算子:随机选择两个节点  $j$  与  $i$ ,两点处于同一条运输路径中,则这两点间的路径被纳入集合 WS 中。

ALNS 中的删除算子有两个作用:将路段纳入集合 WS;破坏 WS 中的路段。修复算子同样有两个作用:对修复被破坏的路段进行修复;将路段移出集合 WS。根据节编号格式,设置以下规则。

**规则 1** 第二位表示段运输方式,左右两侧第二位不同,需支付转运费用。

**规则 2** 确保左右侧编码的后 3 位在网络中存在连接。

采用了 2 种通用安置算子 (BGI、BRkI) 以及 2 种针对本文模型特点的改进安置算子 (AGI、ARkI)。其中 BGI 和 BRkI 算子未考虑重新制定运输方案对运输任务可完成度的影响。定义改进安置权重  $\Delta Z_{ik}^{new} = \lambda_3 \Delta Z_{ik} + \lambda_4 \left( \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} p_{ij}^{on} - \sum_{o \in O} \sum_{n \in M} p'_{ij}{}^{on} \right)$ ,  $\lambda_3 + \lambda_4 = 1$ 。将采用  $\Delta Z_{ik}^{new}$  替换 BGI 算子安置权重  $\Delta Z_{ik} = \Delta Z_{ik}^{new}$  得到改进安置算子 AGI。同理可得改进安置算子 AR2I 和 AR3I。

## 4 实验结果与分析

采用经典案例 Sioux-Falls 图进行算例实验。基于相关文献的搜集以及预实验的设置,进行以下算例实验。

### 4.1 参数设置

考虑了运输网络的不同节点之间存在多种运输方式,每种方式有不同的运输距离和运费。并且本文模型不仅考虑了节点间的运输成本,还引入了转运和跨时间运输等因素,使其更符合实际应用。相关参数及其取值如表 1 所示。

假设运输价格有 3 种情况,不同运输方式在不同价格时期的名义运输价格设置如表 2 所示。

后续实验选取不同运输方式的平均转运成本设置如表 3 所示。

表 1 参数及其取值

Table 1 Parameters and their values

符号	参数值	符号	参数值
订单数 O	112	运输方式 M	4
中转点 G	24	时间间隔 K	5

表 2 名义运输价格设置

Table 2 The nominal freight rate setting

情况分类	价格/(元·t <sup>-1</sup> )			
	公路	铁路	水路	航空
价格下降期	0.060	0.028	0.015	0.150
价格正常期	0.120	0.055	0.030	0.300
价格下降期	0.240	0.110	0.060	0.600

表 3 转运成本设置

Table 3 Transit cost setting

转运成本	价格/(元·t <sup>-1</sup> )			
	公路	铁路	水路	航空
公路	0	2.0	3.5	4.0
铁路	2.0	0	3.5	4.5
水路	3.5	3.5	0	4.5
航空	4.0	4.5	4.5	0

## 4.2 算例分析

### 4.2.1 模型与算法分析

随机选取 10 组不同的规模算例,在参数取值相同的情况下,将算法与 CPLEX 运行结果进行比较(为排除随机因素对算法运算结果的影响,算法将对每个实验算例进行 10 次运算,并将其最优解记录在表格中)。模型与算法分析实验结果如表 4 所示。

表 4 模型与所提算法分析

Table 4 Analysis of model and proposed algorithm

算例	CPLEX 模型		本文算法		Gap/%
	最优解 S <sub>1</sub> /元	时间/s	最优解 S <sub>2</sub> /元	时间/s	
S-n40	174 950	71	174 950	<1	0
S-n48	223 140	71	223 140	<1	0
S-n56	253 070	79	253 070	<1	0
S-n64	307 240	113	307 240	<1	0
S-n72	358 080	83	358 080	<1	0
S-n80	418 830	86	418 830	<1	0
S-n88	457 160	134	457 160	<1	0
S-n96	518 970	136	518 970	<1	0
S-n104	573 230	99	573 230	<1	0
S-n112	629 110	97	629 110	<1	0
平均值	391 378	96.9	391 378	<1	0

注:Gap 为本文算法与 CPLEX 最优解的相对差值,公式为  $Gap = (S_1 - S_2)/S_2 \times 100\%$ 。

表 4 中第 1 列为算例所包含的订单数量,第 2、3 列为 CPLEX 计算的最优解及所需要的时间,第 4、5 列为 MKIGALNS 算法计算的最优解及所需要的时间。第 6 列为算法与 CPLEX 最优解的相对差值。通过第 2 列与第 4 列的最优值对比、第 3 列与第 5 列的运算时间对比以及第 6 列 GAP 指标值可以看出,当订单数处于较小规模时,CPLEX 能够在较短的时间内得出最优解,但随着订单规模的扩大,这一求解时间也会随之增大,而 MKIGALNS 算法在所有规模的算例求解中,都能在极短的时间内求得与 CPLEX 求解器相同的最优解,即提出算法能够在保证较短求解时间的同时求得高质量解,这进一步展示了 MKIGALNS 算法的性能。上述数值实验表明所提出的 MKIGALNS 算法在求解问题的精度和速度上具备很大的优势,这种优势会随着订单规模的增大而不断增强,因此,所提出的 MKIGALNS 算法对于现实情境中多包含大量订单的多式联运问题具有很好的适用性。

### 4.2.2 存储对运营成本的影响

通过设置关于是否存储的对照组实验,在参数相同的情况下,分析提出的考虑多式联运存储策略优化模型对运营成本的影响。假定对照组不发生存储,并且确保实验组和对照组之间仅存储时间惩

罚成本参数不同。在途存储对运营成本的影响如表 5 所示。

**表 5 在途存储对运营成本的影响**  
**Table 5 Impact of in-transit storage on operating costs**

算例	CPLEX 模型		本文算法		Gap/%
	最优解 S <sub>1</sub> /元	时间/s	最优解 S <sub>2</sub> /元	时间/s	
S-n40	198 840	73	174 950	71	-13.66
S-n48	249 230	74	223 140	71	-11.69
S-n56	285 990	77	253 070	79	-13.01
S-n64	342 550	96	307 240	113	-11.49
S-n72	396 570	82	358 080	83	-10.75
S-n80	467 110	83	418 830	86	-11.53
S-n88	512 360	95	457 160	134	-12.07
S-n96	582 870	101	518 970	136	-12.31
S-n104	645 090	192	573 230	99	-12.54
S-n112	710 400	235	629 110	97	-12.92
平均值	439 101	110.8	391 378	96.9	-12.20

注:Gap 为对照组与实验组最优解的相对差值,公式为  $Gap = (S_1 - S_2) / S_2 \times 100\%$ 。

在表 5 中第 1 列为算例选取订单数量的规模,第 2、3 列为对照组在各算例下的最优解和相关运算时间,第 4、5 列为实验组在各算例下的最优解和相关运算时间,第 6 列为对照组与实验组最优解的相对差值。表 5 中数据显示对照组最优解的平均值为 439 101,实验组最优解的平均值为 391 378,且在 10 组算例中,对照组最优解均大于实验组最优解。因此在途存储对运营成本有着影响,为了降低运营成本,应当合理进行存储决策。

4.2.3 转运成本对运营成本的影响

进一步分析转运成本与运营成本的关系。设置情景 1 为转运成本实验组(试验取值与上节相同),情景 2 将转运成本设置为情景 1 的 0.5 倍,作为情景 1 的对照组,情景 3 将转运成本设置为情景

1 的 2 倍,同样作为情景 1 的对照组。

转运成本对运营成本的影响如表 6 所示,其中第 3 列为情景 1 实验组最优解,第 4 列为情景 1 不允许存储的对照组最优解,第 5 列为情景 1 对照组与实验组相对差值 Gap 值,第 6~8 列为情景 2(的相关数值,第 9~11 列为情景 3 的相关数值。有实验数据可得,8 组案例各自对应最优解中,情景 2 < 情景 1 < 情景 3,因此转运成本系数的变化影响着运营成本。并且在不同情形下,对照组数值总是大于实验组数值,因此不管转运成本如何变化,在途存储一直影响着运营成本。

4.2.4 不确定预算对运营成本的影响

进行 6 种  $\Gamma_n$  与 7 种  $\Gamma_m$  的取值的相关实验,即分析 42 种不确定预算变化情境下的运营成本变化情况。假定运输价格与其名义值最多有 20% 的偏差,即  $\hat{c}_{nk}^v = 0.2\bar{c}_{nk}^v$ 。不确定预算对运营成本的影响如图 2 所示。

当  $\Gamma_n$  一定时,随着运输价格落在价格下降期的次数增多,即  $\Gamma_m$  从(0,0,5)变为(0,1,4),(1,1,3),直到变为(5,0,0),运营成本逐渐变小,每条折线呈现下降趋势,5 种  $\Gamma_n$  取值,均产生此现象。而当  $\Gamma_m$  一定时随着  $\Gamma_n$  的增大,运营成本逐渐变大,7 种  $\Gamma_m$  取值,均存在此现象。因此管理者可以根据现实因素确定  $(\Gamma_n, \Gamma_m)$  组合的取值,由此得到最佳运营成本。

4.2.5 不确定预算对运输策略的影响

以订单 17、87、109 为例,主要显示 3 种不同  $(\Gamma_n, \Gamma_m)$  组合的运输策略,不确定预算对运输策略的影响如表 7 所示。第 1~5 列分别为在  $\Gamma_n = 2, \Gamma_m = (0,1,4)$  的情况下,商品的运输时间、运输路线、正在运输的订单、此刻采用的运输方式以及发生在途存储决策时,商品存储的仓库点,第 6~10 列以及 11~15 列同理。

**表 6 转运成本对运营成本的影响**  
**Table 6 Impact of transit cost on operating costs**

输入		情形 1			情形 2			情形 3		
编号	算例	实验组/元	对照组/元	Gap/%	实验组/元	对照组/元	Gap/%	实验组/元	对照组/元	Gap/%
1	S-n40	174 950	198 840	-12.01	172 210	182 980	-6.25	175 640	217 000	-23.55
2	S-n48	223 140	249 230	-11.69	218 850	230 260	-5.21	224 560	276 890	-23.30
3	S-n56	253 070	285 990	-13.01	249 030	264 020	-6.02	254 970	315 020	-23.55
4	S-n64	307 240	342 550	-11.49	303 050	319 680	-5.49	308 040	376 310	-22.16
5	S-n72	358 080	396 570	-10.75	354 460	372 320	-5.04	358 440	431 480	-20.38
6	S-n80	418 830	467 110	-11.53	414 810	442 110	-6.58	419 430	499 320	-19.05
7	S-n88	457 160	512 360	-12.07	453 870	483 740	-6.58	458 210	550 670	-20.18
8	S-n96	518 970	582 870	-12.31	513 540	550 750	-7.25	521 340	628 260	-20.51
平均值		338 930	379 440	-11.86	334 977.5	355 732.5	-6.05	340 078.75	411 868.75	-21.58

注:Gap 为对照组与实验组最优解的相对差值,公式为  $Gap = (S_1 - S_2) / S_2 \times 100\%$ 。

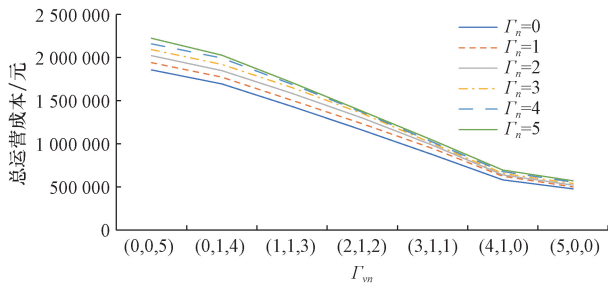


图2 不确定预算对运营成本的影响

Fig.2 Impact of uncertain budgets on operating costs

由表7可看出在  $\Gamma_n = 2, \Gamma_m = (0, 1, 4)$  中, 名义运输价格大多落于价格上升期时, 订单17进行在途存储决策, 分别第1、3、4时段运输, 并在15号仓库进行2个时间段的存储, 在21号仓库进行1个时间段的存储。在  $\Gamma_n = 2, \Gamma_m = (4, 1, 0)$  中, 名义运输价格大多落于价格下降期时, 订单17分别第2、5时段运输, 并在14号仓库进行3个时间段的存储。即运输时间、存储时间以及存储点均发生决策变化。同样, 由表7中订单87与109在不同  $(\Gamma_n, \Gamma_m)$  组合的运输策略可看出, 为应对  $(\Gamma_n, \Gamma_m)$  的变化, 订单的运输时间, 存储时间, 每个时期路段的运输量及仓库的存储量等随之产生的变化。通过鲁棒实验, 更直观地看出本文模型对于不确定预算变化的适应性, 可以为实际应用提供更可靠的解决方案。

### 5 结论

在确定性环境下充分采用整数规划数学模型对问题进行详尽的描述。其次, 深入研究了在运输价格

不确定的情况下, 如何实现多时段多式联运路径与存储策略的协同优化。为了更真实地模拟跨境贸易中运价的不确定性, 引入了不确定参数具有多范围特征的鲁棒优化方法, 规避了对结果过于保守的担忧, 并通过鲁棒对等式转换提升了问题求解的效率。为解决这一复杂的优化问题, 在传统的  $k$ -短路算法、IG 和 ALNS 基础上, 针对不同规模问题以及时效性要求, 通过对问题内在的结构分析, 提出了混合启发式算法 MKIGALNS, 探索加速策略, 有效缩减搜索空间从而获得高质量的解, 为企业与相关科研人员解决此类问题提供算法支撑。通过一系列小规模算例实验, 验证了模型的准确性和算法的有效性。最后, 通过一系列数值实验, 采用不同规模的算例, 得到如下相关结论。

(1) 存储决策的合理性直接关系到企业的整体运营效益。在途存储对不确定预算变化的适应性是影响企业运营成本的因素。通过深入分析, 企业可以更科学地制定运营策略, 降低成本, 提高效率, 更好地应对市场的变化。

(2) 订单的运输时间和存储时间的灵活调整能够更好地满足市场需求的变化, 并获得最小的总运营成本。有助于企业更好地应对多时段多式联运中的不确定性, 优化路径和中转策略, 以提高运输效率、降低成本, 推动物流运营的可持续发展。

既有组合优化模型构建与分析, 又包含鲁棒优化方法与高效算法创新, 为上述方法在跨境多式联运问题的应用上提供了理论方案和技术支持, 推动建模理论、鲁棒方法与优化算法由理论走向实践。

表7 不确定预算对运输策略的影响

Table 7 Impact of uncertain budgets on transport strategies

$\Gamma_n = 2, \Gamma_m = (0, 1, 4)$					$\Gamma_n = 2, \Gamma_m = (4, 1, 0)$					$\Gamma_n = 4, \Gamma_m = (0, 1, 4)$				
时期	路线	订单	方式	存点	时期	路线	订单	方式	存点	时期	路线	订单	方式	存点
$k = 1$	19-15	17	水路	15	$k = 1$	21-22	87	水路	—	$k = 1$	19-15	17	水路	15
	19-15	17	—	15		22-15	87	水路	—		24-21	109	铁路	21
	21-22	87	水路	—		15-10	87	水路	—		15-14	17	铁路	—
$k = 2$	22-15	87	水路	—	$k = 2$	10-9	87	水路	9	$k = 2$	14-11	17	铁路	11
	15-10	87	水路	—		24-21	109	铁路	21		21-22	87	水路	—
	10-9	87	水路	9		19-15	17	水路	—		22-15	87	水路	—
$k = 3$	10-9	87	—	9	$k = 3$	15-14	17	水路	14	$k = 3$	15-10	87	水路	10
	15-14	17	铁路	—		10-9	87	—	9		21-20	109	水路	—
	14-11	17	铁路	—		21-20	109	水路	—		20-18	109	水路	—
$k = 4$	24-21	109	铁路	21	$k = 4$	20-18	109	水路	—	$k = 4$	18-7	109	水路	—
	11-12	17	铁路	—		18-7	109	水路	—		7-8	109	水路	—
	9-5	87	铁路	—		7-8	109	水路	—		11-12	17	水路	—
$k = 5$	21-20	109	水路	—	$k = 5$	15-14	17	—	14	$k = 5$	10-9	87	水路	9
	20-18	109	水路	—		15-14	17	—	14		9-5	87	铁路	—
	18-7	109	水路	—		8-5	87	铁路	—		—	—	—	—
	7-8	109	水路	—		14-11	17	水路	—		—	—	—	—
	—	—	—	—		11-12	17	水路	—		—	—	—	—

以下方面还有待进一步研究:一是从环境保护的角度考虑,后续研究可引入考虑运输成本、运输时间、碳排放量等多目标约束。二是深入研究多种不确定因素同时存在的情况也是后续的研究重点。

### 参 考 文 献

- [1] Wu Y H, Qureshi A G, Yamada T. Adaptive large neighborhood decomposition search algorithm for multi-allocation hub location routing problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 302(3): 1113-1127.
- [2] Xie F J, Feng R C, Zhou X Y. Research on the optimization of cross-border logistics paths of the "Belt and Road" in the inland regions [ J ]. *Journal of Advanced Transportation*, 2022, 2022: 245958397.
- [3] Agra A, Christiansen M, Wolsey L. Improved models for a single vehicle continuous-time inventory routing problem with pickups and deliveries[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 297(1): 164-179.
- [4] Reddy K N, Kumar A, Choudhary A, et al. Multi-period green reverse logistics network design: an improved Benders-decomposition-based heuristic approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 303(2): 735-752.
- [5] 韩顺杰,于渲铎,李东奇,等.基于改进量子粒子群算法的新能源汽车换电站优化布局[J].*科学技术与工程*,2024,24(27):11720-11725.  
Han Shunjie, Yu Xuanduo, Li Dongqi, et al. Optimized layout of new energy vehicle changing station based on improved quantum particle swarm optimization[J]. *Science Technology and Engineering*, 2024, 24(27): 11720-11725.
- [6] Wang W, Wang S A, Zhen L, et al. EMS location-allocation problem under uncertainties[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2022, 168: 102945.
- [7] 莫思敏,赵小龙,雷宇健.考虑碳排放和时效性的多能源车辆冷链配送问题研究[J].*科学技术与工程*,2024,24(24):10474-10483.  
Mo Simin, Zhao Xiaolong, Lei Yujian. Cold chain distribution of multi-energy vehicles considering carbon emission and timeliness [J]. *Science Technology and Engineering*, 2024, 24(24): 10474-10483.
- [8] 刘康琳,张泽宇,蒋婧雯,等.基于分布鲁棒优化的无人机配送设施选址分配问题[J/OL].*吉林大学学报(工学版)*,1-10 [2025-04-18]. <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240868>.
- [9] Liu Kanglin, Zhang Zeyu, Jiang Jingwen, et al. Distributionally robust optimization for drone delivery facility location and allocation problem[J]. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, 1-10 [2025-04-18]. <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240868>.
- [9] Deng M H, Li Y B, Ding J P, et al. Stochastic and robust truck-and-drone routing problems with deadlines: a Benders decomposition approach[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2024, 190: 103709.
- [10] 杨洋,武志磊,王晓霞.不确定需求下物流配送网点选址多目标优化及仿真[J].*科学技术与工程*,2024,24(14):5994-6002.  
Yang Yang, Wu Zhilei, Wang Xiaoxia. Multi-objective optimization and simulation of logistics distribution network location under uncertain demand [J]. *Science Technology and Engineering*, 2024, 24(14): 5994-6002.
- [11] Nitidetch K, Wasana C. A hybrid approach of fuzzy risk assessment-based incenter of centroid and MCDM methods for multimodal transportation route selection[J]. *Cogent Engineering*, 2022, 9(1): 2091672.
- [12] Zhang L, Yuan N, Wang J, et al. Research on location-inventory-routing optimization of emergency logistics based on multiple reliability under uncertainty[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2025, 200: 110826.
- [13] Li M Y, Sun X N. Path optimization of low-carbon container multimodal transport under uncertain conditions [J]. *Sustainability*, 2022, 14(21): 14098.
- [14] 陈刚,贾晓朋.生鲜农产品无人机集货中心鲁棒选址问题研究[J].*科学技术与工程*,2023,23(28):12316-12323.  
Chen Gang, Jia Xiaopeng. Robust location problem of drone collection center for fresh agricultural products [J]. *Science Technology and Engineering*, 2023, 23(28): 12316-12323.
- [15] Tarei P K, Kumar G, Ramkumar M. A mean-variance robust model to minimize operational risk and supply chain cost under aleatory uncertainty: a real-life case application in petroleum supply chain [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 166: 107949.
- [16] 毛铭浩,邵荃,于文斐.基于需求不确定性的分层网络设计研究[J].*科学技术与工程*,2023,23(4):1766-1771.  
Mao Minghao, Shao Quan, Yu Wenfei. Hierarchical network design under demand uncertainty[J]. *Science Technology and Engineering*, 2023, 23(4): 1766-1771.