



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2403533

引用格式:孙浩洋,王志乾,沈铖武,等.基于亚像素迭代算法的相机内参数标定方法[J].科学技术与工程,2025,25(12):5103-5109.

Sun Haoyang, Wang Zhiqian, Shen Chengwu, et al. A method for camera intrinsic parameters calibration based on subpixel iteration algorithm [J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(12): 5103-5109.

基于亚像素迭代算法的相机内参数标定方法

孙浩洋^{1,2}, 王志乾^{1*}, 沈铖武¹, 刘旭^{1,2}, 马文家^{1,2}

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要 为提高相机内参数标定的精度,减小角点坐标估计不精确带来的误差,提出了一种亚像素迭代角点优化算法,通过对相机成像进行建模,融合畸变数学模型,并使用亚像素迭代算法,计算搜索窗口内点的梯度值变化,迭代优化角点坐标,为标定提供更为精确的初值,结合优化后的角点坐标,利用张氏标定法,求解内参数,实验验证并讨论角点数对角点采集和相机标定的影响,并用重投影误差表征标定精度,将所提算法与其他算法进行对比,对迭代算法的有效性进行验证。实验结果表明:在使用算法后,迭代 30 次即可获得稳定结果,误差相较于无迭代算法降低 77%,可有效提高相机内参数标定精度,降低迭代次数,减少运行时间。

关键词 标定; 迭代; 内参数; 重投影误差

中图分类号 TP391.41; **文献标志码** A

A Method for Camera Intrinsic Parameters Calibration Based on Subpixel Iteration Algorithm

SUN Hao-yang^{1,2}, WANG Zhi-qian^{1*}, SHEN Cheng-wu¹, LIU Xu^{1,2}, MA Wen-jia^{1,2}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

[Abstract] In order to improve the accuracy of in-camera parameter calibration and reduce the error caused by inaccurate estimation of corner coordinates, a subpixel iterative corner optimization algorithm was proposed. By modeling the camera image, integrating the distortion mathematical model, and using the subpixel iterative algorithm, the gradient value changes of points in the search window were calculated and the corner coordinates were iteratively optimized to provide more accurate initial values for calibration. Combining with the optimized corner coordinates, Zhang's calibration method was used to solve the internal parameters, and the influence of corner points on the acquisition of diagonal points and camera calibration was discussed through experiments. The calibration accuracy was characterized by reprojection error, and the effectiveness of the iterative algorithm was tested. The experimental results show that the algorithm can effectively improve the accuracy of corner acquisition and the calibration accuracy of camera parameters by using fewer iterations.

[Keywords] calibration; iteration; internal parameter; reprojection error

随着计算机视觉技术的飞速发展,相机标定作为连接二维图像世界与三维物理世界的桥梁,其重要性日益凸显。在机器人视觉引导^[1]、工业检测、三维重建^[2]、增强现实及虚拟现实等众多领域,高精度的相机标定是实现精确图像理解和三维空间重建的关键技术^[3-4]。然而,传统的相机标定方法往往受限于像素级别的精度,难以满足日益增长的高精度需求。因此,探索基于更高精度级别的相机标定方法,成为当前计算机视觉领域的研究热点。

目前主要的标定方法有传统标定法、自标定法、主动视觉标定法和基于深度学习的相机标定法^[5-6]。传统标定法通过精确设计的标定物和复杂的算法,获得较高的标定精度,但计算量大。自标定法通过建立图像之间的对应关系计算相机参数,灵活性强,但精度低,鲁棒性差。主动视觉标定法则算法相对简单鲁棒性高,其通过控制相机进行特定运动,并利用这些运动的特殊性来计算相机参数,但需要实时追踪相机位置变化。基于深度学习

收稿日期:2024-05-13; 修订日期:2025-01-28

基金项目:吉林省科技发展计划项目(20230201039GX)

第一作者:孙浩洋(2000—),男,汉族,吉林通化人,硕士研究生。研究方向:光电测量。E-mail:15943553267@163.com。

*通信作者:王志乾(1969—),男,汉族,吉林吉林人,博士,研究员。研究方向:光电测量、数字信号处理。E-mail:zhiqian_wang@sina.com。

的相机标定法利用深度神经网络来自动估计相机参数,自动化、准确性和鲁棒性方面有显著优势,但与其他方法相比数据依赖性强,计算资源要求高。在计算机视觉应用中,对标定精度要求高,通常使用传统标定法。目前常用的标定方法为张氏标定法^[7],张氏标定法将棋盘格作为标定物,相较于其他方法简化了操作流程,提高了标定精度。张氏标定法虽然具有操作简便、精度较高的优点,但在实际应用中,仍然易受到图像分辨率和噪声等因素的影响,降低了标定精度。

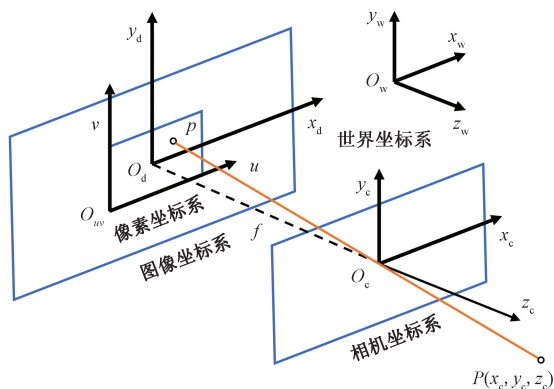
现沿用棋盘格标定,提出一种基于亚像素迭代算法的相机内参数标定方法,通过计算特征点迭代窗口的梯度值变化,进一步优化角点检测结果,能够在一定程度上抑制噪声的干扰,有效减少迭代次数,降低算法使用时间,提高标定精度,改善了张氏标定法,对高精度机器视觉系统的标定具有实际应用价值。

1 相机成像模型

为了合理地表达出视觉测量系统获取外界信息的工作方式,建立如图1^[8]所示的相机成像模型以表征图像的形成过程。

相机成像涉及4种坐标系^[8]:世界坐标系 $O_w-x_w y_w z_w$,相机坐标系 $O_c-x_c y_c z_c$,图像坐标系 $O_d-x_d y_d$,像素坐标系 O_w-uv 。设世界坐标系中一点 P 在世界坐标系下的坐标为 $P_w(x_w, y_w, z_w)$,相机坐标系下的坐标为 $P(x_c, y_c, z_c)$,像素坐标系下的坐标为 $p(x_d, y_d)$,世界与相机坐标系下坐标之间的关系可表示为

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



u, v 为像素坐标系的横纵坐标; f 为焦距

图1 相机成像模型^[8]

Fig. 1 Camera imaging model^[8]

式(1)中: \mathbf{R} 为一个 3×3 的旋转矩阵; \mathbf{T} 为一个 3×1 的平移向量; \mathbf{O} 为 3×3 的零矩阵。

相机实际成像过程中存在畸变,仅考虑径向畸变的情况下,从理想的图像坐标系点 $p_d(x_d, y_d)$ 到实际图像坐标的点设为 $p'_d = (x'_d, y'_d)$ 转换过程为

$$\begin{cases} x'_d = x_d(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \\ y'_d = y_d(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中: $r^2 = x_d^2 + y_d^2$; k_1, k_2 为径向畸变系数。

综上所述,点 P 从世界坐标系下到像素坐标系下坐标 (u, v) 的转换关系可表示为

$$z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{O} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)中: z_c 为尺度因子; u_0, v_0 为相机中心; $f_x = \frac{f}{dx}$; $f_y = \frac{f}{dy}$; $f_x, f_y, u_0, v_0, k_1, k_2$ 为相机内部参数。

2 亚像素迭代算法

为提高相机标定的精度,需要对相机采得棋盘格的角点坐标进行优化。亚像素迭代算法原理在于通过对初始角点位置的微小调整,利用更精确的灰度信息,来获取更准确地角点亚像素坐标。传统的角点检测算法^[9-14]多是基于像素级别的灰度变化来定位角点,而亚像素优化则进一步利用亚像素角点到周围像素点的矢量应垂直于图像的灰度梯度,从而提高了角点位置的准确度。

以待优化的点 q 为中心,创建迭代搜索窗口,迭代算法原理图如图2所示, q 点为待优化的棋盘格角点, p 为迭代搜索窗口中任一点,如图2(a)所示,当点 p 在点 q 附近邻域中的均匀区域内,则点 p 的梯度为0;如图2(b)所示,当点 p 在棋盘格边缘上时,点 p 的梯度向量垂直于向量 pq ,两者的点积为0。

利用以上两个条件并使用最小二乘法^[15]求得点 q ,即可获得精度更高的亚像素角点坐标,设窗口内点 p 为 p_i 可得

$$\mathbf{G}_i(p_i - q) = 0 \quad (4)$$

式(4)中: \mathbf{G}_i 为点 p_i 的梯度; $p_i - q$ 为以 q 始 p_i 为终的向量。

综上所述,式(4)始终成立。将式(4)展开移项

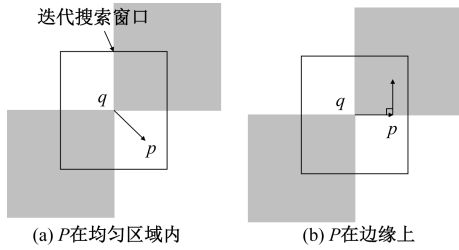


图2 迭代算法示意图

Fig. 2 Iterative algorithm diagram

并左右同时左乘 G_i^T , 则式(4)变为

$$G_i^T G_i q = G_i^T G_i p_i \quad (5)$$

点 q 唯一, 点 p_i 可在迭代窗口内随机选取, 因此对于各点处的梯度要求和, 同时由于各点离中心距离不同, 引入高斯权重, 式(5)变为

$$q = \sum_{i=0}^n (G_i^T G_i \omega_i)^{-1} (G_i^T G_i \omega_i p_i) \quad (6)$$

式(6)中: ω_i 为点 p_i 的高斯权重; n 为迭代搜索窗口中点 p 的个数。

由此可求得一个亚像素点 q , 继续进行迭代并以此点 q 为中心点, 再次选取迭代窗口得到一组新的点 p_i , 对点 p_i 求梯度, 用最小二乘法求解, 循环迭代算法得到角点精度坐标更高的点 q 。

3 内参数求解

张氏标定法是利用平面标定板进行相机标定的方法, 通过计算单应性矩阵同时利用旋转矩阵的单位正交性求解内参数。

3.1 求解内参数

首先, 在无畸变的理想情况下求解 f_x, f_y, u_0, v_0 。根据针孔成像原理和式(3)得到, 从世界坐标 $P_w(x_w, y_w, z_w)$ 到像素坐标 (u, v) 的变换如式(7), 设 A 为相机的内参数矩阵, 矩阵 R 的第 i 列向量为 r_i 。在不考虑畸变的情况下式(3)变为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_c} A [r_1 \quad r_2 \quad T] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

设 H 为内参数矩阵和旋转平移矩阵的积, $H = [h_1 \quad h_2 \quad h_3]$ 。将式(7)写成乘积的形式为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_c} [h_1 \quad h_2 \quad h_3] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可以得到 $h_1 = Ar_1$ 和 $h_2 = Ar_2$, 利用相机成像的两个约束条件: 旋转向量 r_1, r_2

分别为绕 xy 轴的旋转量, 因此这两个向量是正交的, 以及旋转矩阵是单位向量, 由此可得 $r_1^T r_2 = 0$ 和 $r_1^T r_1 = r_2^T r_2 = 1$ 。利用 h_1, h_2 和 A 代替 r_1, r_2 则可以得到式(9)和式(10)。

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \quad (9)$$

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_1 = h_2^T A^{-T} A^{-1} h_2 \quad (10)$$

设中间变量 $B = A^{-T} A^{-1}$, 可得式(11), 由式(3)可得内参数矩阵 A 并代入式(11)中可得式(12), 其中 $f_x = \frac{f}{dx}, f_y = \frac{f}{dy}$ 。

$$B = \frac{1}{z_c} A^{-T} A^{-1} = \frac{1}{z_c} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \frac{1}{z_c} \begin{bmatrix} \frac{1}{f_x^2} & 0 & -\frac{u_0}{f_x^2} \\ 0 & \frac{1}{f_y^2} & -\frac{v_0}{f_y^2} \\ -\frac{u_0}{f_x^2} & -\frac{v_0}{f_y^2} & \frac{u_0^2}{f_x^2} + \frac{v_0^2}{f_y^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(12)可知, B 矩阵是对称的结构, 设 $b = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T$ 。令单应性矩阵 H 列向量分解的第 i 个列向量为 $h_i = [h_{i1} \quad h_{i2} \quad h_{i3}]^T$, 代入式(9)、式(10)可得

$$h_i^T B h_j = \begin{bmatrix} h_{i1} h_{j1} \\ h_{i1} h_{j2} + h_{i2} h_{j1} \\ h_{i2} h_{j2} \\ h_{i3} h_{j1} + h_{i1} h_{j3} \\ h_{i3} h_{j2} + h_{i2} h_{j3} \\ h_{i3} h_{j3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \\ B_{22} \\ B_{13} \\ B_{23} \\ B_{33} \end{bmatrix} = v_j^T b \quad (13)$$

因此, 两个基本的约束条件式(9)、式(10)可以被重写为两个齐次方程, 即

$$\begin{bmatrix} h_1^T B h_2 \\ h_1^T B h_1 - h_2^T B h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{12}^T \\ v_{11}^T - v_{22}^T \end{bmatrix} b = 0 \quad (14)$$

如果拍摄了 n 张模型平面的图片, 可以将 n 个式(14)这样的方程放在一起, 可得

$$Vb = 0 \quad (15)$$

式(15)中: V 为 $2n \times 6$ 的矩阵; b 有 6 个参数, 要求 $n \geq 3$, 至少需要 3 张图片, 可以得到唯一解 b 。则可以根据式(16)~式(19)计算出相机内参矩阵 A 的所有参数。

$$v_0 = \frac{B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23}}{B_{11} B_{12} - B_{12}^2} \quad (16)$$

$$f_x = \sqrt{\frac{1}{z_c B_{11}}} \quad (17)$$

$$f_y = \sqrt{\frac{B_{11}}{z_c(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}} \quad (18)$$

$$u_0 = -z_c B_{13} f_x^2 \quad (19)$$

以上过程是获取初始相机内参数 f_x, f_y, u_0, v_0 的过程。

3.2 求解畸变系数

在求解畸变的过程中,切向畸变过小因此忽略,由式(2)和坐标变换关系可得其数学模型如式(20)所示。

$$\begin{cases} u' = u + (u - u_0)[k_1 r^2 + k_2 r^4] \\ v' = v + (v - v_0)[k_1 r^2 + k_2 r^4] \end{cases} \quad (20)$$

式(20)中: (u', v') 为像素坐标的测量值; (u, v) 为像素坐标理想状态下的真值; $r^2 = x_d^2 + y_d^2$, 其中 (x_d, y_d) 为理想状态下的图像坐标系的坐标; k_1, k_2 为径向畸变系数。

将式(20)转换为矩阵形式可得

$$\begin{bmatrix} (u - u_0)r^2 & (u - u_0)r^4 \\ (v - v_0)r^2 & (v - v_0)r^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u' - u \\ v' - v \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(21)记作: $Dk = d$, 其中 $k = [k_1 \ k_2]^T = (D^T D)^{-1} D^T d$. 可求得畸变系数。在求得内参数后使用极大似然估计^[16]优化参数。

考虑图像点的测量误差,在本文相机标定过程中,使用重投影误差^[17]来评估相机标定的结果,重投影误差是指真实三维空间点在图像平面上的投影和实际计算求得的像素点差值。计算重投影误差的公式为

$$e_{\text{error}} = \sqrt{\frac{\|x' - x\|_2^2}{n}} \quad (22)$$

式(22)中: x' 为标定后求得的角点坐标; x 为理想的角点坐标; n 为全部的角点数。

4 实验与分析

实验使用海康公司的 MV-CA050-20UM 型号工业相机,分辨率为 $2\ 592 \times 2\ 048$ 像素,像元尺寸 $4.8\ \mu\text{m} \times 4.8\ \mu\text{m}$,焦距 f 为 $16\ \text{mm}$ 。图 3 为相机标定算法流程图,首先对检测到的角点进行迭代算法优化得到亚像素角点坐标,再根据优化得到的标定板角点求解每组图片的单一性矩阵,利用旋转矩阵的正交性和单位性,利用最小二乘法求解出相机的内部参数,然后利用求解出的内部参数去标定畸变参数获得相机内参的初始值,最后使用极大似然估计算法优化所有参数并输出。

图 4 为拍摄标定板装置,用来拍摄多幅标定板图片。通过一系列实验对所提出的标定算法进行

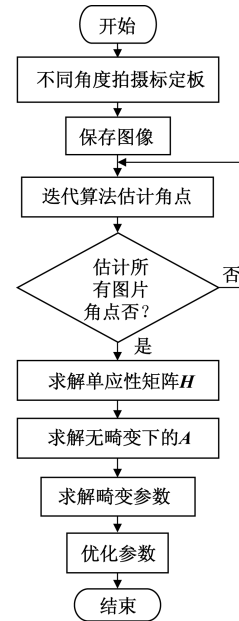


图 3 相机标定算法流程图

Fig. 3 Flow chart of camera calibration algorithm

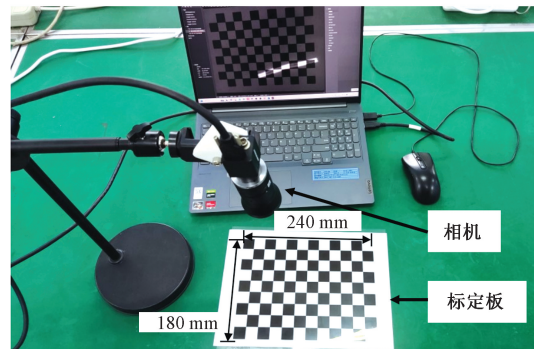


图 4 实验装置

Fig. 4 Experimental apparatus

了全面的验证,以确保其有效性和准确性。具体实验步骤如下。

步骤 1 设计实验,验证并讨论标定板的棋盘格角点数对相机标定精度的影响。

步骤 2 对迭代算法中两个重要的条件:迭代窗口和迭代次数对相机标定精度的影响进行实验,选取最佳的迭代条件,验证迭代优化算法的有效性。

步骤 3 对工业相机内部参数标定算法进行验证,对其重投影误差进行分析。

图 5 为角点数不同的标定板,边缘的角点不予考虑,在确保其他条件相同的情况下,改变角点数,本实验分别为 12、35、88、143 个角点的标定板进行相机内参数的标定。

表 1 展示了角点数对标定误差的影响,使用重投影误差评价标定结果。固定相机位置不变,在确保光照环境相同的情况下对图 5(a) ~ 图 5(d) 不同

角点数的标定板拍摄相同数量、不同位置的4组图片,并进行标定。重投影误差数据表明角点数过多或过少对标定误差都有较大影响,当角点数为 3×4 时焦距与主点的误差并不大,但畸变系数误差差值百分比达45%,误差较大。角点数为 5×7 时焦距的误差差值百分比为5.6%,主点和畸变的误差较小,角点数为 11×13 时焦距误差较小,但畸变系数与重投影误差较大。综上所述,当选择 8×11 角点数的棋盘格标定板时,可以得到重投影误差最小的相机内参数,减小误差对实验的影响,使得接下来的实验具有参考价值。

使用Python语言编程,分别以迭代次数和迭代窗口长度为变量,在其他条件不变的情况下拍摄的16张图片使用本节算法进行相机标定,并通过重投影误差评价两者对标定结果的影响。

图6展示了迭代窗口长度的选取和迭代次数的不同对相机标定的影响。分别选取6组不同的迭代窗口分别为(2,2)、(3,3)、(5,5)、(10,10)、(20,20)、(30,30)和迭代次数10、20、30、40、50。实验数据表明:(2,2)~(3,3)的误差平均下降27.4%,(3,3)~(5,5)的误差平均下降33.8%,(5,5)~(10,10)的误差平均下降27.8%,而在(10,10)~(20,20)的误差平均下降只有5.18%,且在多次迭代后已稳定收敛。

综上所述,实验表明最佳的迭代窗口应为(10,10),迭代次数选取30次,可以有效降低误差,减小计算时间,减小对标定精度的影响。

标定板为拥有 8×11 个角点的标定板,实验共拍摄了16张不同位置的标定板图片,共有角点1408个。表2展示了所提出的亚像素迭代算法优化角点坐标对相机标定的影响,比较无迭代算法优化角点和有迭代算法优化角点的结果,使用了亚像素迭代算法后重投影误差从1.24 pixel下降为0.28 pixel,重投影误差下降了77%。实验结果表明,与无迭代算法相比,本实验采用的亚像素迭代算法对标定板角点坐标的优化,能够显著减少重投影误差,提高相机内参数标定精度与相机测量精度。

为了验证算法的有效性,比较该算法与其他优化算法在角点优化中的效果,在相同的实验平台和

同组图片下将亚像素迭代算法分别与粒子群算法和遗传算法两种基础优化算法进行相机内参数优化比较,考察亚像素迭代算法相较于其他优化算法在相同精度下的收敛速度,记录下3种算法在迭代过程中达到相同精度(像素值分别为1、0.6、0.2)时

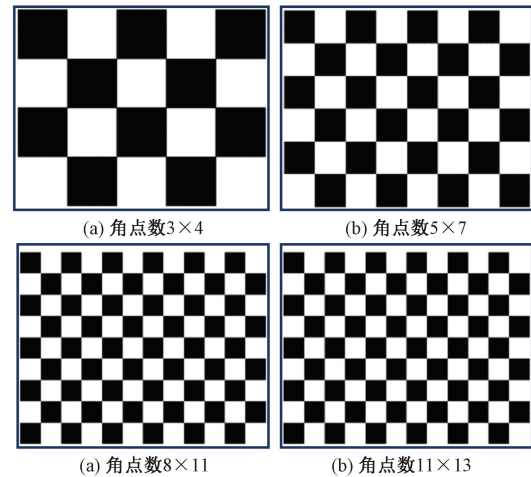


图5 不同角点数的标定板

Fig. 5 Calibration board with different angle points

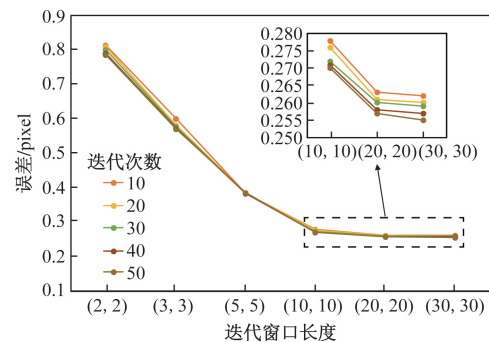


图6 窗口长度和迭代次数对标定误差的影响

Fig. 6 Effect of window length and number of iterations on calibration error

表2 亚像素迭代算法对精度影响的对比

Table 2 Comparison of the effect of subpixel iteration algorithm on accuracy

算法	图片数量	角点数	重投影误差/pixel	用时/ms
无迭代	16	1 408	1.24	1 310
迭代	16	1 408	0.28	2 370

表1 角点数对标定的影响

Table 1 The influence of angle points on calibration

不同角点数	内部参数						重投影误差
	f_x /pixel	f_y /pixel	u_0 /pixel	v_0 /pixel	k_1	k_2	
3×4	3 467.1	3 459.8	1 299.8	1 027.6	-0.006	0.069	0.32
5×7	3 679.7	3 677.0	1 309.0	976.6	-0.014	0.189	0.73
8×11	3 483.9	3 484.4	1 287.9	1 004.5	-0.011	0.133	0.28
11×13	3 500.5	3 496.8	1 321.2	1 046.4	-0.030	0.290	0.65

所用时间和迭代次数,如表3所示。当重投影误差达到1以内,粒子群算法需要45次迭代,4.01 s;遗传算法需要43次迭代,4.48 s;而亚像素迭代算法在12次迭代,0.82 s就将误差缩小到1范围内。

表3 不同算法的收敛速度

Table 3 Convergence rate of different algorithms

算法	性能	像素值		
		1	0.6	0.2
粒子群算法	迭代次数	45	81	144
	用时/s	4.01	7.22	14.31
遗传算法	迭代次数	43	125	258
	用时/s	4.48	12.70	27.47
亚像素迭代算法	迭代次数	12	15	35
	用时/s	0.82	1.03	2.78

当算法将误差进一步缩小到0.2范围时,其他两种算法的迭代次数与用时是亚像素迭代算法的数倍。综上所述,当达到相同的收敛精度下,亚像素迭代算法所需运行时间远小于其他算法。亚像素迭代算法收敛速度快,运算时间短及精度较高等特点,是可以满足实际应用的标定方法。

5 结论

针对传统角点计算精度低,迭代次数多等问题,提出一种亚像素迭代算法优化角点坐标并结合张氏标定法的相机标定算法,并得到以下结论。

(1)该方法通过计算以角点为中心选取的区域内的梯度变化值,迭代计算亚像素角点坐标,并通过合理设置迭代优化窗口长度,减少迭代次数获得了相比传统方法更精确的标定板角点。

(2)为验证该方法的有效性,将其应用于相机内参数优化中,在使用该方法后相机内参数误差降低了77%,并与其他优化方法相比较,迭代35次,运行2.78 s达到0.2像素误差范围内,算法具有减少迭代参数且运行时间少了一个数量级的优势。由于亚像素迭代算法收敛速度快,运算时间短及精度较高等特点,可以满足实际应用。但本方法仅能对形如棋盘格的规则角点标定板具有以上特点,未来将优化算法,改善其在无规则标定板下的标定性能。

参 考 文 献

[1] 曹家勇, 吴世豪, 马千里. 正骨机器人术前视觉导航方法与实验验证[J]. 科学技术与工程, 2023, 23(3): 1111-1118.
Cao Jiayong, Wu Shihao, Ma Qianli. Preoperative visual navigation method of orthopedic robots and its experimental verification[J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(3): 1111-1118.

[2] 刘志海, 代振锐, 田绍鲁, 等. 非接触式三维重建技术综述

[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(23): 9897-9908.
Liu Zhihai, Dai Zhenrui, Tian Shaolu, et al. Review of non-contact three-dimensional reconstruction techniques[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(23): 9897-9908.

[3] Song K C, Hou B, Niu M H, et al. Flexible line-scan camera calibration method using a coded eight trigrams pattern[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 307: 110296.

[4] Liao R Y, Zhu J G, Yang L H, et al. Flexible calibration method for line-scan cameras using a stereo target with hollow stripes[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2019, 13: DOI:10.1016/j.optlaseng.2018.09.014.

[5] 黄文文, 彭小红, 李丽圆, 等. 相机标定方法及进展研究综述[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(16): 9-19.
Huang Wenwen, Peng Xiaohong, Li Liyuan, et al. Review of camera calibration methods and their progress[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(16): 9-19.

[6] 崔岸, 袁智, 王龙山. 基于自适应神经网络的双摄像机标定[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(21): 55-57, 60.
Cui An, Yuan Zhi, Wang Longshan. Self-adaptive neural network for binocular camera calibration[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(21): 55-57, 60.

[7] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.

[8] 王晓初, 钟隆昇, 王义, 等. 基于双目视觉的轨道纵向位移测量方法[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(27): 12167-12174.
Wang Xiaochu, Zhong Longsheng, Wang Yi, et al. Track longitudinal displacement measurement method based on binocular vision[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(27): 12167-12174.

[9] 伍明, 伍俊龙, 马帅, 等. 基于角点灰度分布特征的棋盘格角点检测[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(1): 109-116.
Wu Ming, Wu Junlong, Ma Shuai, et al. Checkerboard corner detection based on corner gray distribution feature[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(1): 109-116.

[10] 王道累, 柴萍萍, 孙昊, 等. 基于灰狼粒子群混合算法的相机标定优化方法[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(8): 3186-3191.
Wang Daolei, Chai Pingping, Sun Hao, et al. Optimization of camera calibration by combining particle swarm and grey wolf methods[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(8): 3186-3191.

[11] 李海, 张宪民, 陈忠. 基于直线检测的棋盘格角点自动提取[J]. 光学精密工程, 2015, 23(12): 3480-3489.
Li Hai, Zhang Xianmin, Chen Zhong. Automatic corner detection of checkerboard based on LSD[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(12): 3480-3489.

[12] 吴腾, 张志利, 赵军阳, 等. 一种局部最佳阈值预测的自适应角点检测方法[J]. 计算机工程, 2018, 44(3): 270-274.
Wu Teng, Zhang Zhili, Zhao Junyang, et al. An adaptive corner detection method of local optimal threshold prediction[J]. Computer Engineering, 2018, 44(3): 270-274.

[13] 袁裕发, 梁家海, 王青青. 基于标定板的多目全局视觉地图构建方法[J]. 传感器与微系统, 2023, 42(4): 63-66.
Yuan Yufan, Liang Jiahai, Wang Qingqing. Multi-ocular visual mapconstructing method based on calibration plate[J]. Transducer

- and *Microsystem Technologies*, 2023, 42(4): 63-66.
- [14] 翟凯玥, 李静, 鲁济帅, 等. 基于灰度特征的棋盘格内角点检测算法[J]. *激光杂志*, 2023, 44(12): 40-46.
Zhai Kaiyue, Li Jing, Lu Jishuai, et al. Checkerboard grid interior corner point detection algorithm based on grayscale features[J]. *Laser Journal*, 2023, 44(12): 40-46.
- [15] 龚循强. 一种稳健加权总体最小二乘的新方法[J]. *测绘学报*, 2014, 43(9): 888-894, 901.
Gong Xunqiang. A robust weighted total least squares method[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(9): 888-894, 901.
- [16] 王飞. 线性回归模型中极大似然估计的若干性质[D]. 锦州: 渤海大学, 2020.
Wang Fei. Several properties of maximum likelihood estimation in linear regression models[D]. Jinzhou: Bohai University, 2020.
- [17] 马清华, 燕必希, 董明利, 等. 最小化重投影误差的手眼标定优化算法[J]. *激光杂志*, 2021, 42(1): 104-108.
Ma Qinghua, Yan Bixi, Dong Mingli. Hand-eye calibration optimization algorithm based on minimizing reprojection error[J]. *Laser Journal*, 2021, 42(1): 104-108.