



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2309535

引用格式:梁栋,曹玉培,徐向阳,等.点接触斜齿非圆齿轮齿面设计及动力学特性分析[J].科学技术与工程,2025,25(4):1458-1466.

Liang Dong, Cao Yupei, Xu Xiangyang, et al. Tooth surface design and dynamic characteristics analysis of helical non-circular gear with point contact[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(4): 1458-1466.

点接触斜齿非圆齿轮齿面设计及动力学特性分析

梁栋,曹玉培,徐向阳,贾涵杰,何泽银

(重庆交通大学机电与车辆工程学院,重庆 400074)

摘要 为进一步提高非圆齿轮副的传动性能,在齿轮啮合原理的研究基础上,提出一种新型点接触斜齿非圆齿轮,构建点接触斜齿非圆齿轮副主、从动轮啮合数学模型,推导在空间坐标系下点接触斜齿非圆齿轮节曲线与齿廓曲线的几何运动关系,完成轮齿齿面的设计,结合折算齿形法建立点接触斜齿非圆齿轮副的三维模型;构建点接触斜齿非圆齿轮副动力学仿真模型,分析等同条件下点接触斜齿非圆齿轮副与渐开线斜齿非圆齿轮副的动态啮合力,以及不同工况下点接触斜齿非圆齿轮副的啮合特性;对比分析同参数、同工况下点接触非圆齿轮与渐开线非圆齿轮的齿面接触状态以及接触应力,相关研究结果为非圆齿轮设计及应用提供重要的理论支撑和参考价值。

关键词 非圆齿轮;点接触;节曲线;齿面设计;动力学仿真

中图分类号 TH132.41; **文献标志码** A

Tooth Surface Design and Dynamic Characteristics Analysis of Helical Non-circular Gear with Point Contact

LIANG Dong, CAO Yu-pei, XU Xiang-yang, JIA Han-jie, HE Ze-yin

(School of Mechatronics and Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

[Abstract] To further improve the transmission performance of non-circular gear pair, a new helical non-circular gear with point contact was proposed based on the meshing principle of gears. Mathematical model of helical non-circular gear with point contact was constructed. Geometric kinematic relationships between the pitch curve and tooth profile curve for helical non-circular gear with point contact under spatial coordinate system were deduced. Tooth surface design of the gear was completed. Three-dimensional solid models of helical non-circular gear pair with point contact was established by using the convert-tooth shape method. The dynamic simulation model of helical non-circular gear with point contact was established. The dynamic meshing forces of the new gear pair and general involute non-circular gear pair under the same conditions were analyzed. Meshing characteristics of helical non-circular gear with point contact under different working conditions were also obtained. The tooth surface contact state and contact stress of point contact non-circular gear and involute non-circular gear under the same parameter and working condition were compared and analyzed. Research results provide an important theoretical support and reference value for the design and application of non-circular gear pair.

[Keywords] non-circular gear; point contact; pitch curve; tooth surface design; dynamic simulation

非圆齿轮是一种可根据不同工况需求进行设计的变传动比齿轮传动机构,非圆斜齿轮在啮合传动过程中重合度较大,承载能力较强,振动冲击较小,但目前多数斜齿非圆齿轮为线接触的渐开线非圆齿轮,啮合传动中会存在相对滑动,从而加剧齿面磨损以及传动平稳性等。

为进一步提高斜齿非圆齿轮的传动性能,Xiao等^[1]基于空间曲线啮合理论,提出了一种纯滚动非圆线齿轮机构的设计方法,包括接触曲线的推导、

齿数的获取和旋转角函数的求解等。梁栋等^[2]提出了一种点接触曲线构形内啮合齿轮副,并对其进行了齿面接触分析。Wang等^[3]为满足从动齿轮运动特征为所需要求,推导了非圆齿轮节曲线方程以及齿轮截面长度和中心距公式。刘永平等^[4]基于非圆齿轮啮合原理利用MATLAB设计了高阶非圆齿轮节曲线,并验证了其凹凸性。Liu^[5]基于非圆齿轮啮合原理,建立外啮合非圆斜齿轮成型齿面优化策略及基础联结模型。史诺等^[6]提出一种以规定

收稿日期:2023-12-04; 修订日期:2024-11-06

基金项目:国家自然科学基金(52175042);公共交通装备设计与系统集成重庆市重点实验室开放课题(CKLPTEDSI-KFKT-202102)

第一作者:梁栋(1987—),男,汉族,山东烟台人,博士,教授。研究方向:机械传动及系统、齿轮几何学设计与制造。E-mail:565549262@qq.com。

投稿网址:www.stae.com.cn

传动比为目标设计非圆齿轮的方法,并通过范成加工原理构建齿廓包络图。李渤涛等^[7]在现有非圆齿轮的研究基础之上,分析对比非圆齿轮的设计方法以及未来发展趋势,为非圆齿轮的研究开发提供了理论支撑作用。林海彬^[8]基于图像边缘像素理论和齿轮啮合原理,提出了一种快速提取非圆齿轮齿廓离散点的方法。程金石等^[9]依照非圆齿轮为变传动比条件,提出了一种设计非圆齿轮齿廓曲线的力臂函数法,该方法可简单高效完成非圆齿廓的设计以及优化。李强等^[10]分析渐开线圆弧齿轮副的结构以及传动特性,通过 Pro/E 软件进行渐开线圆弧齿轮副凹凸齿的三维建模,并对其进行模态分析。刘大伟等^[11]基于非圆齿轮啮合传动过程中受力方向不断变化的特性,提出按照有限元法分割其传动比从而构建非圆齿轮运动学模型。侯东海等^[12]建立工具斜齿条法加工斜齿非圆齿轮的数学模型,证明了斜齿非圆齿轮齿廓是直纹面。豆晨晨^[13]建立斜齿非圆齿轮动力学模型,研究了不同工况、不同螺旋角等对于斜齿非圆齿轮啮合动态啮合力的影响。朱艺林^[14]针对非圆齿轮在传动过程中会出现相对滑动这一问题,提出了一种纯滚动非圆齿轮副。

基于此,以非圆齿廓构型设计为出发点,基于空间啮合曲线提出一种新型点接触非圆齿轮副,该齿轮副中两啮合轮齿间始终通过三点接触完成传动。推导在空间坐标系下点接触非圆齿轮节曲线与齿廓曲线的几何运动关系,完成轮齿齿面设计,结合折算齿形法建立点接触非圆齿轮三维模型;建立点接触非圆齿轮副动力学仿真模型,分析对比相同条件下点接触非圆齿轮副与渐开线非圆齿轮副的动态啮合力情况,探究不同工况下点接触非圆齿轮副的啮合特性,为非圆齿轮设计及应用提供重要的理论支撑和参考价值。

1 点接触斜齿非圆齿轮节曲线设计

设非圆齿轮的中心距为 a ,主动齿轮转角为 φ_1 ,瞬时角速度为 ω_1 ,从动齿轮转角为 φ_2 ,瞬时角速度为 ω_2 ,并且同时满足 $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$,其瞬时传动比为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{a - r_1}{r_1} \quad (1)$$

式(1)中: r_1 和 r_2 分别为主、从动轮的基圆半径。

非圆齿轮的传动比 i_{12} 在不断变化,即其瞬心 P 的位置和 r_1, r_2 在不断变化。

主动轮 1 的节曲线方程为

$$r_1(\varphi_1) = \frac{a}{1 + i_{12}} = \frac{a}{1 + g(\varphi_1)} \quad (2)$$

从动轮 2 的节曲线方程为

$$\begin{cases} r_2(\varphi_2) = a - r_1(\varphi_1) = \frac{ai_{12}}{1 + i_{12}} \\ \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{g(\varphi_1)} d\varphi_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $g(\varphi_1)$ 为主、从动轮传动比函数。

2 点接触斜齿非圆齿轮齿廓设计及三维建模

2.1 齿廓设计

如图 1 所示,点接触斜齿非圆齿轮主动轮的齿廓曲线包括过渡圆弧曲线段 A_1 、工作圆弧曲线段 A_2 ; l_a 为 x_n 轴与 O_a 之间的距离, S_a 为凸齿接触点齿厚。曲线段 A_1, A_2 交于 G_2 , 曲线段 A_2 与齿顶线交于 G_3, O_n 为节曲线上某一点, y_n 轴为过主动轮节曲线上 O_n 点处法线, r_b 为工作圆弧曲线段 A_1 的圆弧半径, q_b 为工作圆弧曲线段 A_1 对应圆心角, $\alpha_{a0}, \alpha_{amin}, \alpha_{amax}$ 分别为 A_2, G_2, G_3 处所对应压力角。

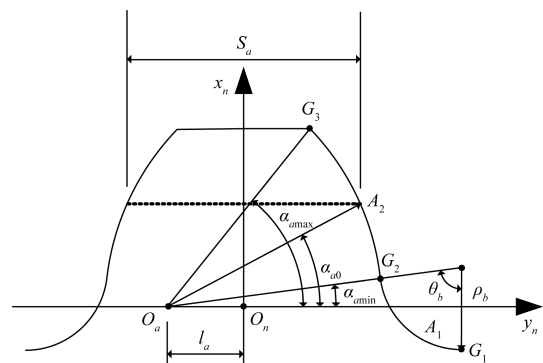
由几何学理论可知,主动轮凸齿齿廓曲线中过渡圆弧曲线段 A_1 可表示为

$$r_{A_1} = \begin{bmatrix} -\rho_b \cos\theta_b + (\rho_a + \rho_b) \sin\alpha_{amin} \\ \pm [\rho_b \sin\alpha_{amin} - (\rho_a + \rho_b) \cos\alpha_{amin} + l_a] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

主动轮凸齿齿廓曲线中圆弧曲线段 A_2 在坐标系中可表示为

$$r_{A_2} = \begin{bmatrix} \rho_a \sin\alpha_a \\ \mp (\rho_a \cos\alpha_a - l_a) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: ρ_a 为圆弧曲线段 A_2 的圆弧半径; ρ_b 为圆弧曲线段 A_1 的曲率半径; α_a 为啮合角,且 $\alpha_{amin} \leq \alpha_a \leq$



θ_b 为圆弧曲线段 A_1 所对应圆心角; ρ_b 为圆弧曲线段 A_1 的曲率半径;

G_1 为圆弧曲线段 A_1 端点

图 1 斜齿非圆齿轮凸齿齿廓

Fig. 1 Convex tooth profile of helical non-circular gear

α_{amax} , 其中 $\alpha_{amax} = \sin^{-1}\left(\frac{h_{a1}}{\rho_a}\right)$, 其中 h_{a1} 为齿顶高。

如图 2 所示, 点接触斜齿非圆齿轮从动轮的齿廓曲线分为 6 段, 其中包括齿根倒角直线段 B_1 、凸圆弧曲线段 B_2 和 B_5 、抛物线曲线段 B_3 和 B_4 以及齿顶倒角圆弧段 B_6 、 O_{n1} 和 O_{n2} 为圆心; 以上 6 条曲线段分别交于点 G_1 、 G_2 、 G_3 、 N_1 、 N_2 、 N_3 , 其中点 N_1 、 N_2 及 N_3 与主动轮圆弧曲线 A_2 段构成 3 点接触, 且这 3 点在从动轮凹齿齿廓所成形齿面上形成的空间螺旋线应与主从动轮接触迹线重合, a_{n1} 、 a_{n2} 、 a_{n3} 分别 3 个接触点的压力角, W_f 为凹齿接触点齿槽宽。

由几何学理论可知, 从动轮凹齿齿廓曲线中齿根倒角直线段 B_1 在坐标系中表示为

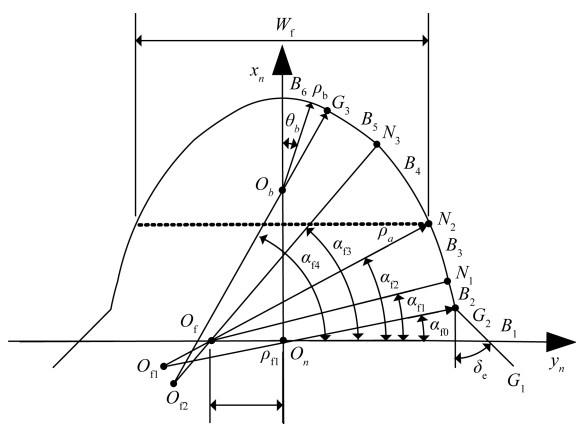
$$\mathbf{r}_{B_1}(l) = \begin{bmatrix} \rho_{n1} \sin \alpha_{i0} - (\rho_{n1} - \rho_a) \sin \alpha_{n1} - \\ l \cos \delta_e \\ \mp [l \sin \delta_e + \rho_{n1} \cos \alpha_{i0} - \\ (\rho_{n1} - \rho_a) \cos \alpha_{n1} - l_f] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中: α_{i0} 为线段 B_1 与圆弧曲线段 B_2 交点的法线与节线之间夹角; l 为点 B_1 到直线段 $B_1 B_2$ 任意一点的距离; δ_e 为线段 B_1 与 x_n 轴的夹角; l_f 为 x_n 轴与 O_f 之间的距离。

从动轮凹齿齿廓曲线中凸圆弧曲线段 B_2 在坐标系中可表示为

$$\mathbf{r}_{B_2}[\alpha_f^{(1)}] = \begin{bmatrix} \rho_{n1} \sin \alpha_f^{(1)} - (\rho_{n1} - \rho_a) \sin \alpha_{n1} \\ \mp [\rho_{n1} \cos \alpha_f^{(1)} - (\rho_{n1} - \rho_a) \times \\ \cos \alpha_{n1} - l_f] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中: ρ_{n1} 为凸圆弧曲线段 B_2 的圆弧半径; $\alpha_f^{(1)}$



α_{i4} 为 G_3 点所对应压力角; ρ_{n1} 为圆弧段 B_2 所对应曲率半径

图 2 斜齿非圆齿轮凹齿齿廓

Fig. 2 Concave tooth profile of helical non-circular gear

决定点在圆弧位置的设计参数。

从动轮凹齿齿廓曲线中, 抛物线曲线段 B_3 与凸圆弧曲线段 B_2 和抛物线曲线段 B_4 分别相切在点 N_1 以及 N_2 , 其在坐标系中可表示为

$$\mathbf{r}_{B_3}(t_1) = \begin{bmatrix} t_1 \cos \alpha_{n2} - \frac{t_1^2}{2p_1} \sin \alpha_{n2} + \\ L_1 \sin \alpha_{n2} \\ \pm (t_1 \sin \alpha_{n2} + \frac{t_1^2}{2p_1} \cos \alpha_{n2} - \\ L_1 \cos \alpha_{n2} + l_f) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中: t_1 为独立变量; $t_1 \in [-\rho_a \sin \theta_1, \rho_a \sin \theta_1]$, 其中 $\theta_1 = \frac{(\alpha_{n2} - \alpha_{n1})}{2}$; $\alpha_{n2} = \frac{(\alpha_{n1} + \alpha_{n2})}{2}$; p_1 为抛物线系数, $p_1 = \rho_a \cos \theta_1$; L_1 为抛物线顶点到原点 O_n 的距离, 且 $L_1 = \frac{\rho_a \sin^2 \theta_1}{2 \cos \theta_1 + \rho_a \cos \theta_1}$ 。

从动轮凹齿齿廓曲线中, 抛物线曲线段 B_4 与抛物线曲线段 B_3 以及凸圆弧曲线段 B_5 分别相切在点 N_2 以及 N_3 , 其在坐标系中可表示为

$$\mathbf{r}_{B_4}(t_2) = \begin{bmatrix} t_2 \cos \alpha_{n3} - \frac{t_2^2}{2p_2} \sin \alpha_{n3} + \\ L_2 \sin \alpha_{n3} \\ \pm (t_2 \sin \alpha_{n3} + \frac{t_2^2}{2p_2} \cos \alpha_{n3} - \\ L_2 \cos \alpha_{n3} + l_f) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(9)中: t_2 为独立变量, $t_2 \in [-\rho_a \sin \theta_2, \rho_a \sin \theta_2]$, 其中 $\theta_2 = \frac{(\alpha_{n3} - \alpha_{n2})}{2}$; $\alpha_{n3} = \frac{(\alpha_{n2} + \alpha_{n3})}{2}$; p_2 为抛物线系数, $p_2 = \rho_a \cos \theta_2$; L_2 为抛物线顶点到原点 O_n 的距离, $L_2 = \frac{\rho_a \sin^2 \theta_2}{2 \cos \theta_2 + \rho_a \cos \theta_2}$ 。

从动轮凹齿齿廓曲线中凸圆弧曲线段 B_5 坐标系中可表示为

$$\mathbf{r}_{B_5}[\alpha_f^{(V)}] = \begin{bmatrix} \rho_{n2} \sin \alpha_f^{(V)} - (\rho_{n2} - \rho_a) \sin \alpha_{n3} \\ \mp [\rho_{n2} \cos \alpha_f^{(V)} - (\rho_{n2} - \rho_a) \times \\ \cos \alpha_{n3} - l_f] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)中: ρ_{n2} 为凸圆弧曲线段 B_5 的圆弧半径; $\alpha_f^{(V)}$ 为决定点的位置的设计参数。

从动轮凹齿齿廓曲线中齿顶倒角圆弧段 B_6 标

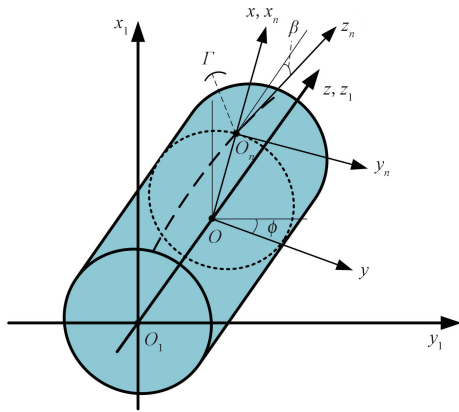
系中可表示为

$$r_{B_6}(\theta_{f_3}) = \begin{bmatrix} \rho_{f_3}(\cos\theta_{f_3} - 1) + h_{f_2} \\ \mp \rho_{f_3}\sin\theta_{f_3} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)中: ρ_{f_3} 为齿顶倒角圆弧段 B_6 的圆弧半径; θ_{f_3} 为决定点在圆弧位置的设计参数。

2.2 点接触斜齿非圆齿轮三维建模

与渐开线直齿非圆齿轮齿面成型方法相比,点接触斜齿非圆齿轮齿面成型方法其不同点在于其齿廓面上的切线同轴线之间存在螺旋角 β ,如图3所示,当母线 Γ (即点接触斜齿非圆齿轮齿廓曲线)在当量基圆上沿螺旋线做纯滚动时,令母线沿 z 轴匀速移动的同时绕 z 轴匀速旋转,母线在空间形成的轨迹为所求螺旋面,即轮齿齿面。



x_1, y_1, z_1, O_1 分别为坐标系 $S_1(O_1 - x_1, y_1, z_1)$ 的坐标轴及坐标原点; z_2 为坐标系 $S_2(O_2 - x_2, y_2, z_2)$ 的坐标轴且与齿廓螺旋方向相切; ϕ 为旋转角

图3 螺旋运动坐标系

Fig. 3 Coordinate system of spiral motion

通过具体求解检验后,点接触斜齿非圆齿轮的建模过程为:①利用非圆齿轮齿廓曲线方程在 MATLAB 中绘制二维齿廓;②将二维齿廓数据点导入 Unigraphics NX 软件,并绘制齿根圆;③通过螺旋线的发生线以及螺旋角绘制螺旋线;④将母线沿螺旋线按规定齿宽完成螺旋运动得到单个轮齿齿面;⑤结合折算齿数法重复以上步骤完成建模。

所建三维模型包含点接触椭圆齿轮以及点接触三阶非圆齿轮,相关基本齿廓参数分别如表1、表2所示。根据上述建模步骤所得椭圆齿轮及三阶非圆齿轮的三维模型如图4所示。

3 点接触斜齿非圆齿轮动力学分析

基于 ADAMS 仿真软件对提出的点接触斜齿非圆齿轮进行动力学分析,分别以点接触斜齿椭圆齿

轮以及渐开线斜齿椭圆齿轮为对象,分析同条件下轮齿间动态啮合力变化情况,并探究点接触斜齿椭圆齿轮在不同工况下的动态啮合性能。

表1 点接触斜齿非圆齿轮副齿廓基本参数

Table 1 Basic parameters of tooth profile of helical non-circular gear with point contact

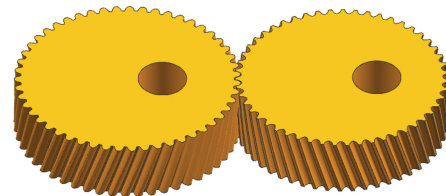
参数	数值	
	凸齿	凹齿
名义压力角 $\alpha_0/(\circ)$	20	20
全齿高 h_1	$1.5m_n$	$1.52m_n$
凸齿、凹齿齿顶高 h_{a1}, h_{a2}	$1.234m_n$	$0.166m_n$
凸齿、凹齿齿根高 h_{f1}, h_{f2}	$0.266m_n$	$1.354m_n$
凸齿、凹齿齿廓圆弧曲率半径 ρ_a, ρ_f	$1.5m_n$	$1.65m_n$
凸齿、凹齿齿廓圆心移距离 e_a, e_f	0	$0.0634m_n$
凸齿、凹齿齿廓圆心偏移量 l_a, l_f	$0.5895m_n$	$0.5595m_n$

注: m_n 为法面模数。

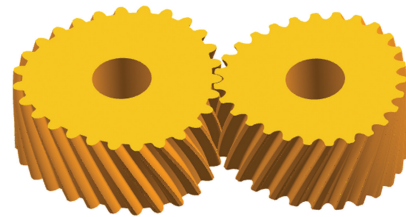
表2 椭圆齿轮及三阶非圆齿轮副主要参数

Table 2 Main parameters of elliptical gear and three-step non-circular gear pair

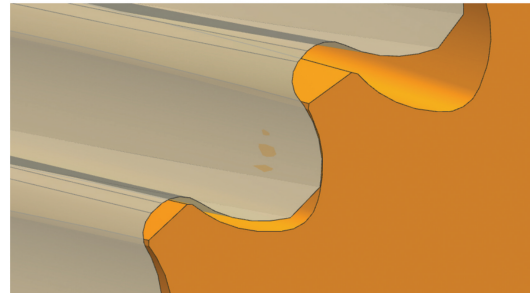
参数	椭圆齿轮	三阶非圆齿轮
模数	6	6
齿数	51	27
中心/mm	262.276	169.280
齿宽/mm	75	75
螺旋角/ (\circ)	25.84	25.84
偏心率	0.3219	0.0122



(a) 点接触椭圆齿轮三维模型



(b) 点接触三阶非圆齿轮三维模型



(c) 齿面三点接触状态

图4 点接触斜齿非圆齿轮三维模型

Fig. 4 3D model of helical non-circular gear with point contact

3.1 仿真模型的建立以及仿真条件设定

将所建点接触斜齿椭圆齿轮以及渐开线斜齿椭圆齿轮模型导入 ADAMS 中,修改材料定义 45 钢,弹性模量 210 GPa,泊松比 0.28 以及质量密度 $7\ 800\ \text{kg}/\text{m}^3$,运动副的定义如表 3 所示。

椭圆齿轮副动力学模型如图 5 所示。设计主动轮转速 120 r/min,从动轮施加负载转矩 $15\ \text{N}\cdot\text{m}$,通过使用阶跃(step)函数,在 0.01 s 内逐渐施加或增加转矩,实现缓慢加载的效果,即 STEP(time,0,0,0.01,50) + STEP(time,0.01,0,1,0),其中 time 为时间变化量,步长 500。

图 6 为相同条件下点接触斜齿椭圆齿轮副与渐开线斜齿椭圆齿轮副动态啮合力曲线变化图。可以看出,点接触斜齿椭圆齿轮副与渐开线斜齿椭圆齿轮副有相同的动态啮合力变化周期,但点接触斜齿椭圆齿轮副动态啮合力相对较小,因此在满足正常传动的情况下,点接触斜齿椭圆齿轮拥有更好的传动平稳性。

表 3 斜齿非圆齿轮运动副的定义

Table 3 Definition of helical non-circular gear pairs

部件 1	部件 2	运动副
主动轮	从动轮	接触
主动轮	主动轮	锁定
从动轮	从动轮	锁定
主动轮	—	旋转
从动轮	—	旋转

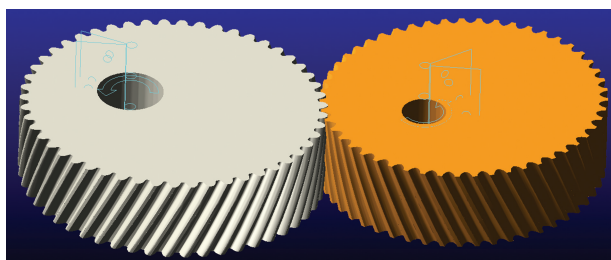


图 5 点接触斜齿椭圆齿轮动力学模型

Fig. 5 Dynamics model of point contact helical elliptical gear

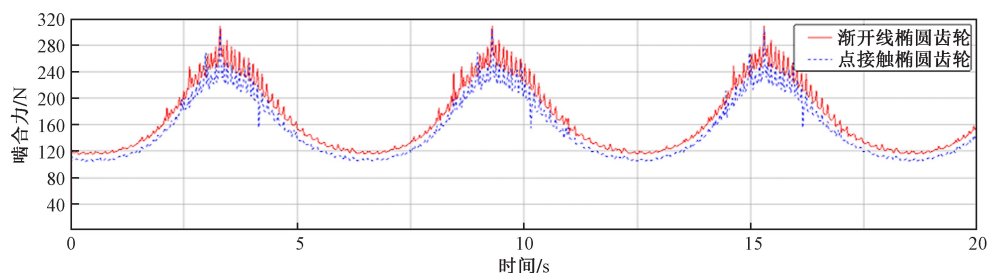


图 6 相同条件下点接触斜齿椭圆齿轮副与渐开线斜齿椭圆齿轮副动态啮合力曲线变化

Fig. 6 Change of dynamic engagement force curve between point contact helical elliptical gear pair and involute helical elliptical gear pair under the same conditions

3.2 不同工况下点接触椭圆齿轮啮合特性

非圆齿轮的点接触传动中,啮合点处由于载荷引起弹性形变,导致啮合点的法向速度瞬时突变,从而在齿轮传动中引发振动和冲击。因此,研究点接触非圆齿轮在不同负载和转速条件下齿面啮合力的变化至关重要。这项研究为提高点接触非圆齿轮传动的平稳性以及优化非圆齿轮齿面设计奠定了关键的理论基础。

3.2.1 不同负载对轮齿动态啮合特性的影响

在点接触非圆齿轮啮合传动时,由于从动轮负载影响着主从动轮轮齿间啮合力变化情况,因此本文分析了不同载荷对于点接触斜齿椭圆齿轮间啮合传动的影响,以及单一恒定荷载和交变荷载对于啮合传动的影响。

基于所建点接触斜齿椭圆齿轮动力学模型,给定以下设定参数:①主动轮转为 120 r/min,从动轮恒定荷载为 $15\ \text{N}\cdot\text{m}$,交变荷载为荷载在时间 0 ~ 0.2 s 保持为 0,在时间 0.2 ~ 0.4 s 增至 $15\ \text{N}\cdot\text{m}$,在时间 0.4 ~ 0.6 s 再次降至 0,在时间 0.6 ~ 0.8 s 降至 $-15\ \text{N}\cdot\text{m}$;②主动轮转为 120 r/min,从动轮恒定荷载依次为 10、12.5、 $15\ \text{N}\cdot\text{m}$ 。

图 7 为单一恒定荷载和交变荷载下轮齿齿间啮合力时频变化图。由图 7(a)可知,在恒定荷载下,从动轮动态啮合力变化具有良好的周期性且变化幅值相对较小;由图 7(b)可知,当在从动轮作用交变荷载时,轮齿间动态啮合力变化频率增大,齿间啮合冲击变大,从而加重啮合齿轮齿面间的磨损、产生噪音、减少齿轮寿命。

图 8 为不同恒定荷载下啮合力变化曲线。可以看出,当主动轮的转速保持不变时,随着从动轮负载增大,主从动轮间的动态啮合力变化幅值将随着增加。致使该情况的原因在于主/从动轮轮齿在啮合传递中,由于载荷增加导致轮齿齿面弹性变形增大,从而致使点接触斜齿椭圆齿轮在啮合传动中啮合力增大。

表 4 为不同恒定负载转矩下点接触椭圆齿轮动

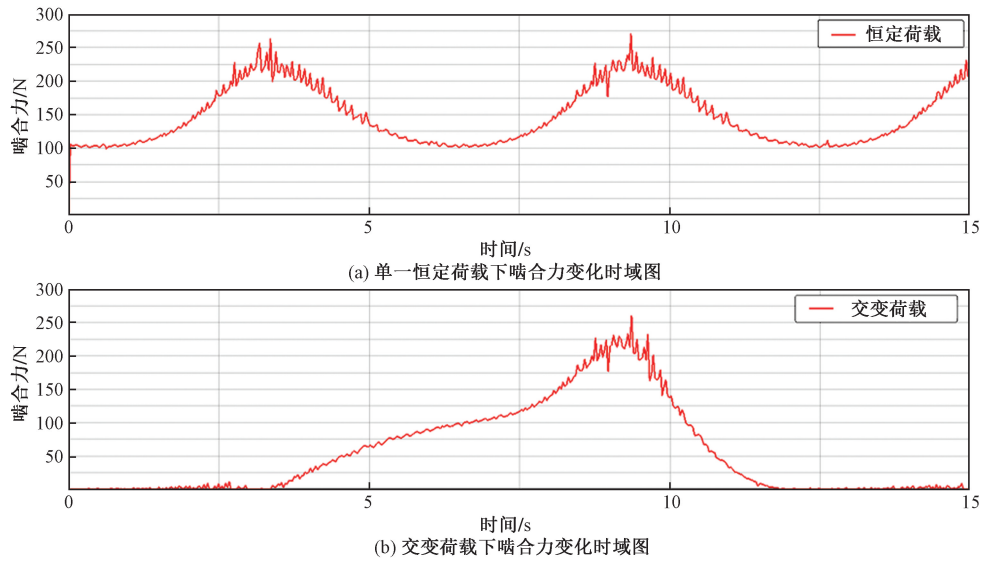


图7 单一恒定荷载及交变荷载下轮齿齿间啮合力变化时域图

Fig. 7 Time domain diagram of meshing force variation between teeth under single constant load and alternating load

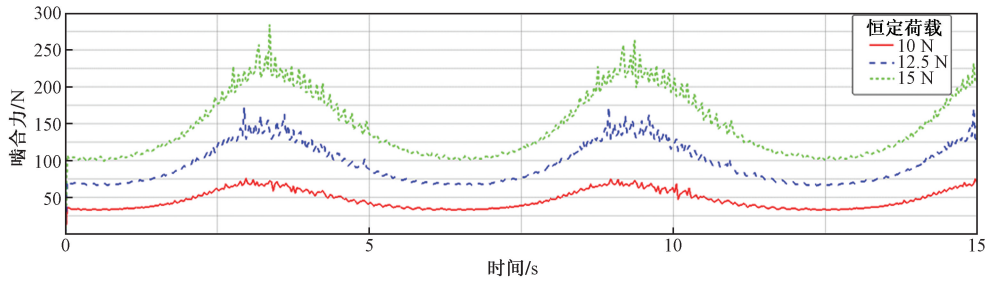


图8 不同恒定荷载下啮合力变化曲线

Fig. 8 Variation curve of meshing force under different constant loads

表4 不同恒定负载转矩下点接触椭圆齿轮动态啮合力
Table 4 Dynamic meshing force of point contact elliptic gear under different constant load torque

负载/ (N·m)	最大值/ N	平均值/ N	均方根/ N	均方根与平均值 之差/N
10	76.15	46.45	48.76	2.31
12.5	128.85	94.79	99.43	4.64
15	206.39	146.47	153.54	7.07

态啮合力。可以看出, 轮齿间动态啮合力的平均值、最大值、均方根值以及均方根与平均值之差都随着载荷的增大而增大。这表明在合理范围之内, 随着从动轮负载的增加, 点接触椭圆齿轮齿面之间的动态啮合力波动幅度也增加。此外, 在负载较高的情况下, 振动会更加明显, 从而导致轮齿齿面之间的冲击力增大, 振动冲击加剧, 这进一步导致轮齿齿面接触区域的磨损程度增加, 减少齿轮寿命。

3.2.2 不同转速对轮齿动态啮合特性的影响

为深入了解不同转速对点接触斜齿非圆齿轮动态啮合力特性的影响, 结合所建点接触椭圆齿轮

动力学模型, 给出以下参数: 主动轮转速分别为 100、120、150 r/min, 从动轮载荷为 20 N·m。

图9为空载情况下点接触非圆齿轮动态啮合力随转速变化曲线。可以看出, 动态啮合力的变化幅值随转速的增加而增加, 进而增大轮齿齿面间冲击, 严重影响齿轮工作性能。

图10为恒定负载不同转速下轮齿间动态啮合力曲线变化图, 可以看出, 随着转速的增加, 轮齿间动态啮合力变化周期变小, 同时轮齿间动态啮合力的变化幅值也变小, 存在啮合力突变的情况, 证明轮齿间冲击振动增大, 从而加速齿面磨损, 因此在实际运用中, 应选合理的转速保证轮齿间传动平稳性。

在齿轮传动系统中, 角加速度对传动有显著影响, 较高的角加速度会引起动态负载变化, 增加齿轮齿面的磨损和疲劳, 并引发惯性效应, 导致额外的动态力矩和力, 影响系统稳定性和寿命。同时, 角加速度的变化可能增加系统的振动和噪声, 降低传动效率, 并影响润滑状态, 使润滑油膜破裂或不足。因此, 在设计点接触斜齿非圆齿轮传动时, 需

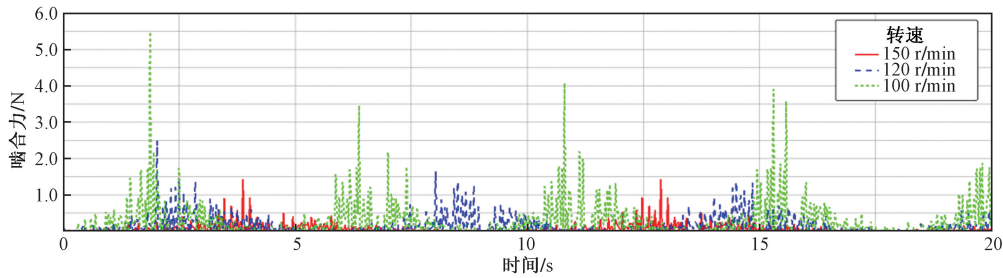


图9 空载不同转速下动态啮合力变化曲线

Fig. 9 Dynamic meshing force variation curve at different no-load speeds

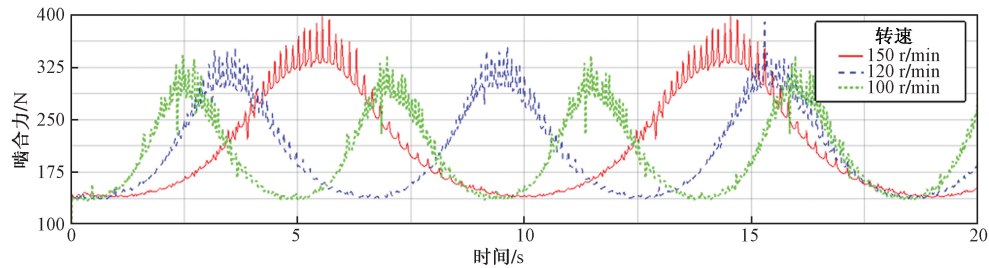


图10 恒定负载不同转速下啮合力变化曲线

Fig. 10 Variation curve of meshing force under constant load and different speeds

要充分考虑角加速度对于齿轮副传动的影响,以确保传动系统的可靠性和寿命。

图11为不同转速下点接触非圆齿轮从动轮角加速度变化频域图。可以看出,从动轮角加速度随着主动轮转速的增加而增大,致使轮齿间啮合冲击逐渐增大,增大了振动频率,从而加剧轮齿接触齿面间磨损程度,严重影响齿轮寿命。

4 基于 ANSYS 的点接触斜齿非圆齿轮接触特性分析

对比分析点接触非圆齿轮与渐开线非圆齿轮的啮合过程中的接触状态以及应力分布情况,进一步揭示点接触非圆齿轮啮合性能上的优越性。

4.1 建立有限元模型

(1)材料定义。弹性模量 $E = 2.06 \times 10^5$ MPa,泊松比 $\mu = 0.3$,材料密度 $\rho = 7850$ kg/m³。

(2)定义接触面。选取主从动轮齿轮为接触面,齿面摩擦系数为0.15。

(3)网格划分。在划分网格时,采用六面体单元进行划分,除齿根以及齿面部分需要进行网格加密外,其余部分都将网格适当放大,以达到最佳分析效果。最终建立的非圆齿轮模型如图12所示,其中接触面单元尺寸为 $1.5 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$,网格划分后有749865个单元,163442个节点。

(4)设置边界条件与载荷。设置以两轮齿轴孔为中心对地回转副约束,主动轮回转中心设置转速 $\omega = 10$ rad/s,在从动轮回转中心设置阻力矩 $T = 300$ N。

4.2 结果与分析

选取相同的材料,划分相同的网格,定义相同的接触对,设置相同的载荷和边界条件以及求解设置,建立渐开线斜齿椭圆齿轮有限元模型,进行瞬态动力学仿真对比分析。

图13为点接触斜齿非圆齿轮有限元分析结果。图13(a)为点接触斜齿椭圆齿轮从动轮接触状态图,齿面在接触的情况下产生弹性变形,且点接触区域为椭圆形,向齿宽方向为接触椭圆长轴;齿高方向为接触椭圆短轴。图13(b)为点接触斜齿椭圆齿轮等效应力图,等效应力最大值为1126.2 MPa,最大应力值出现在接触区域中心处且向四周递减。

图14为渐开线斜齿椭圆齿轮有限元分析结果。图14(a)为渐开线斜齿椭圆齿轮从动轮接触状态,可以看出,渐开线斜齿椭圆齿轮副间接触区域近似为线接触,且从轮齿中间啮合位置延续至齿顶分离位置,接触区域应力又接触线沿其两端逐渐递减。图14(b)为渐开线斜齿椭圆齿轮等效应力图,其大小几乎均匀分布于接触线区域,其中最大值为1499.2 MPa。

结合表5,同时对比以上两种接触方式的椭圆齿轮的有限元分析结果,点接触斜齿椭圆齿轮主从动轮间的最大接触应力相对于渐开线斜齿椭圆齿轮少了33.1%,说明其等效应力有了较大提升。综上所述可知,点接触椭圆齿轮的承载能力优于渐开线椭圆齿轮。

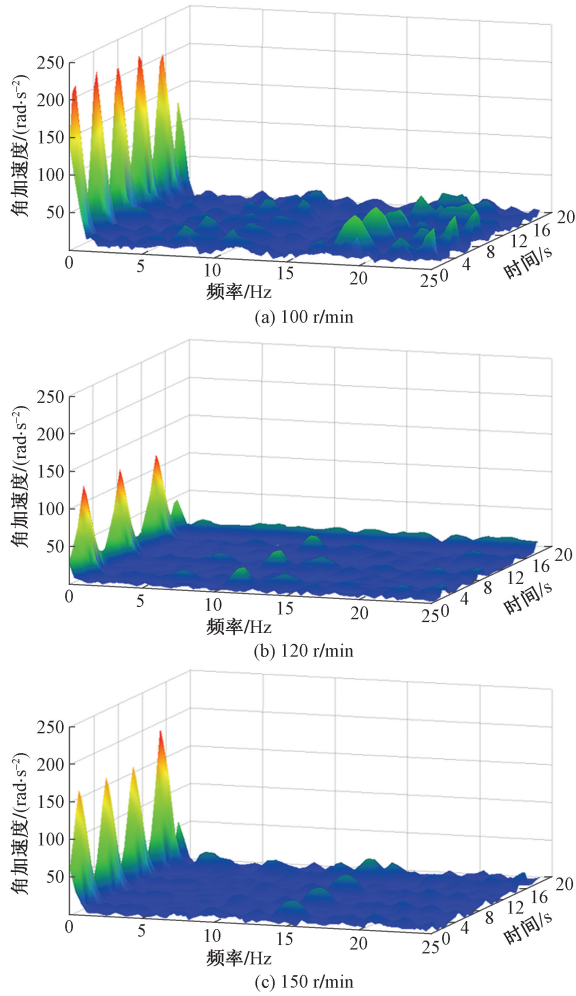


图 11 不同转速下角加速度 3D 变化时频图
 Fig. 11 Time-frequency diagram of 3D changes of angular acceleration at different rotational speeds

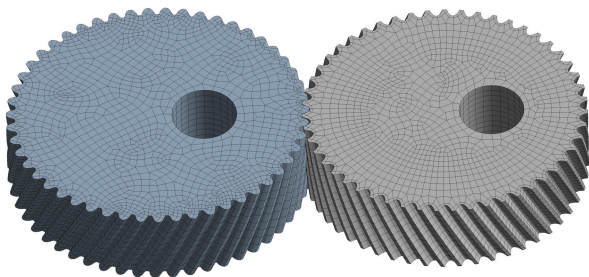
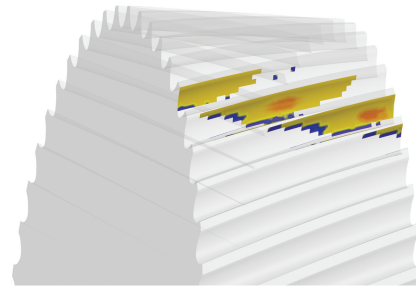


图 12 网格划分
 Fig. 12 Grid division

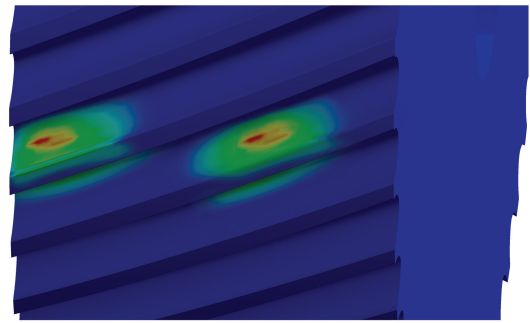
5 结论

(1) 按照非圆齿轮设计理论, 给出按传动比函数设计节曲线的参数方程, 推导点接触非圆齿轮在节曲线设计中的封闭性、凹凸性和根切的判断条件, 以及压力角、重合度计算方法。

(2) 基于齿轮啮合原理, 构建了点接触斜齿非



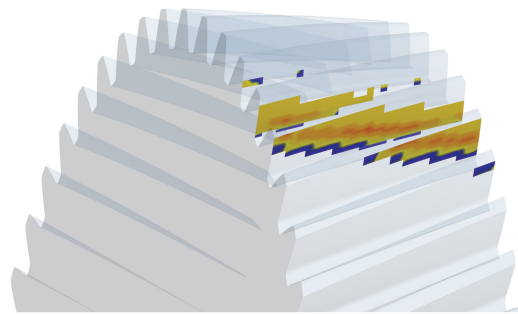
(a) 接触状态



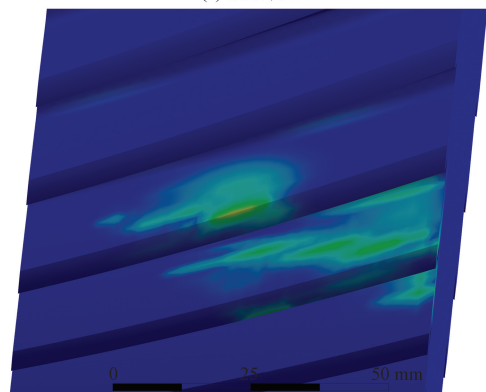
(b) 等效应力

图 13 点接触斜齿椭圆齿轮有限元分析

Fig. 13 Finite element analysis of point contact helical elliptical gear



(a) 接触状态



(b) 等效应力

图 14 渐开线斜齿椭圆齿轮有限元分析

Fig. 14 Finite element analysis of involute helical elliptical gear

圆齿轮副主、从动轮啮合传动数学模型, 依据空间螺旋法推导了点接触斜齿非圆齿轮节曲线与齿廓曲线的几何坐标运动关系, 优选设计参数并结合折

表5 相同条件点接触椭圆齿轮与渐开线椭圆齿轮等效应力
Table 5 Equivalent stress of point contact elliptic gear and involute elliptic gear under the same conditions

齿轮类型	点接触椭圆齿轮	渐开线椭圆齿轮
最大等效应力/N	1 126.2	1 499.2

算齿形法,通过 MATLAB 以及 UG 软件完成点接触非圆齿轮三维模型的构建。

(3)建立点接触斜齿非圆齿轮动力学仿真模型,探究了相同条件下点接触非圆齿轮副与渐开线非圆齿轮副的动态啮合特性,以及不同工况下点接触非圆齿轮啮合特性,分析比较得出:相较于渐开线非圆齿轮,点接触非圆齿轮副拥有更好的传动平稳性。

(4)建立齿轮瞬态动力学有限元模型,对比分析了相同参数、相同工况下,点接触斜齿椭圆齿轮与渐开线斜齿椭圆齿轮啮合过程中的接触状态以及受力情况,由分析结果得出点接触斜齿椭圆齿轮的接触区域更均匀、更明显,且点接触斜齿椭圆齿轮的接触应力小于渐开线斜齿椭圆齿轮,验证了点接触非圆齿轮的优越性。

参 考 文 献

- [1] Xiao X, Chen Y, Xie X, et al. A miniature non-circular line gear with pure-rolling contact[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2021, 15(6): JAMDSM0071.
- [2] 梁栋, 孟胜. 点接触曲线构型内啮合齿轮传动接触特性分析[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(30): 13308-13314.
Liang Dong, Meng Sheng. Meshing characteristics analysis of point-contact internal gear drive with curve construction [J]. Science Technology and Engineering, 2019, 22(30): 13308-13314.
- [3] Wang J, Fan J, Feng Y. The design methodology and characteristics analysis of a uniform-variable non-circular gear drive[J]. International Journal on Interactive Design and Manufacturing, 2019, 13: 821-830.
- [4] 刘永平, 孟鹏飞. 高阶椭圆齿轮副节曲线的参数化设计[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(1): 57-59.
Liu Yongping, Meng Pengfei. Parametric design of the pitch curves of higher-order elliptic gears[J]. Science Technology and Engineering, 2010, 10(1): 57-59.
- [5] Liu Y. Study of optimal strategy and linkage-model for external non-circular helical gears shaping[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(3): 493-504.
- [6] 史诺, 刘琼, 张雪宁. 基于目标传动比的非圆齿轮数字化设计与实现[J]. 机床与液压, 2022, 50(10): 119-123.
Shi Nuo, Liu Qiong, Zhang Xuening. Digital design and implementation of non-circular gears based on target transmission ratio [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2022, 50(10): 119-123.
- [7] 李渤涛, 陈定方. 非圆齿轮设计、制造、检测及应用[J]. 机械工程学报, 2020, 56(9): 55-72.
Li Botao, Chen Dingfang. Design, manufacture, inspection and application of non-circular gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 20, 56(9): 55-72.
- [8] 林梅彬. 一种非圆齿轮齿廓离散点快速提取方法研究[J]. 制造业自动化, 2019, 41(4): 40-43.
Lin Meibin. Study on a rapid extraction method for discrete point of non-circular gear profile [J]. Manufacturing Automation, 2019, 41(4): 40-43.
- [9] 程金石, 孔祥沅. 非圆齿轮齿廓曲线设计的力臂函数法[J]. 大连工业大学学报, 2018, 37(3): 224-228.
Cheng Jinshi, Kong Xiangyuan. A force-arm function method for designing the tooth profile curve of non-circular gears [J]. Journal of Dalian Polytechnic University, 2018, 37(3): 224-228.
- [10] 李强, 何家宁, 张伟. 基于 Pro/E 和 ANSYS 的渐开线圆弧齿轮模态分析[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(19): 4445-4448.
Li Qiang, He Jianing, Zhang Wei. Involute-circular tooth gear model analysis based on Pro/E and ANSYS [J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(19): 4445-4448.
- [11] 刘大伟, 任廷志, 金昕. 非圆齿轮传动系统的动力学模型及其应用[J]. 机械设计, 2016, 33(1): 35-39.
Liu Dawei, Ren Tingzhi, Jin Xin. Dynamic model and its application of transmission system in non-circular gears [J]. Journal of Machine Design, 2016, 33(1): 35-39.
- [12] 侯东海, 刘忠明, 吴序堂. 用工具斜齿条法加工斜齿非圆齿轮的啮合理论模型[J]. 机械工程学报, 2003(8): 49-54.
Hou Donghai, Liu Zhongming, Wu Xutang. Meshing theory analysis model for the manufacturing of helical non-circular gear by the tooling rack generating method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003(8): 49-54.
- [13] 豆晨晨. 斜齿非圆齿轮动力学分析及承载能力研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2021.
Dou Chenchen. Dynamic analysis and load capacity study of helical non-circular gear [D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2021.
- [14] 朱艺林. 纯滚动非圆齿轮副数字设计方法研究[D]. 泰安: 山东农业大学, 2022.
Zhu Yilin. Research on digital design method of pure rolling non-circular gear pair [D]. Tai'an: Shandong Agricultural University, 2022.