

盾构下穿引起无砟铁路轨道变形的计算方法

张茂斌¹, 张丙强²

(1. 福建省漳州公路交通工程有限公司, 福建 漳州 363001; 2. 福建理工大学土木工程学院, 福州 350118)

摘要: 考虑无砟铁路路基沉降可能诱发轨道支承层与基层产生分离问题, 提出下穿隧道盾构施工诱发无砟铁路轨道变形的计算方法。将无砟铁路道床板和支承层简化为叠合梁, 并忽略扣件对叠合梁变形的影响, 提出盾构下穿诱发无砟铁路叠合梁变形的简化方程。接着, 将叠合梁分为脱空区和接地段, 基于弹性地基梁理论求出盾构下穿诱发无砟铁路叠合梁变形解析解。然后, 将钢轨视为通过线性弹簧联系在叠合梁上的 Euler 梁, 推导出叠合梁变形引起钢轨变形的计算公式。在此基础上, 通过与既有文献数值模拟和理论解析结果对比, 验证提出的盾构下穿引起无砟铁路轨道变形简化方法的正确性。最后, 对盾构下穿引起无砟铁路轨道变形进行参数敏感性分析, 包括隧道施工引起周围地层损失率、叠合梁抗弯刚度、扣件刚度和轨道抗弯刚度。研究表明: 忽略无砟铁路支承层局部脱空效应, 将导致盾构下穿引起钢轨变形计算结果偏大; 减小隧道施工引起周围地层损失率、加固叠合梁和加固钢轨均能控制钢轨变形, 但加固扣件刚度却增大轨道变形不平顺度。

关键词: 轨道变形; 隧道下穿; 无砟铁路; 叠合梁; 理论方法

中图分类号: U25 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-1807(2025)07-0088-06

盾构法由于机械化程度高、施工安全等优点, 已成为地铁隧道下穿既有高速铁路线路的主要施工方法^[1-3]。然而, 盾构施工难免会引起周围地层损失, 诱发上方既有路基沉降, 进而降低轨道不平顺性, 威胁铁路线路运营安全, 缩短轨道系统使用寿命^[4-5]。为确保既有铁路运营安全, 控制路基沉降, 准确计算和预测盾构下穿施工引起高速铁路轨道变形具有重要意义^[6]。

国内外学者通过现场实测^[7-8]、数值计算^[4-5, 9]和理论解析^[10-11]等手段对盾构下穿施工对既有铁路线路的影响进行了相关研究。张成平等^[12]对大断面隧道暗挖施工引起的上覆地铁隧道结构变形规律进行了现场监测, 发现隧道和道床产生不协调沉降而脱离。蔡小培等^[5]对盾构下穿导致高速轨道变形规律进行了模拟分析, 指出轨道变形会大幅增加车辆的动力响应。郭宇等^[13]、Jiang 等^[14]分别建立考虑层间接触非线性的轨道-路基空间有限元模型, 对路基不均匀沉降引起的无砟轨道轨面几何变形特征开展了研究, 指出轨道板支承层与路基顶面极易发生离缝分离。浦逸辉等^[2]对盾构下穿整体现浇隧道、盾构法隧道及 U 型槽段引起路基沉降、结构内力值和列车舒适性等进行了有限元分析, 并给出

结构沉降变形控制标准。理论解析方法分析主要为弹性地基梁法。黄晓林等^[10]假定高铁轨道与地基土始终完全接触, 将地表位移当作外荷载作用于轨道上, 采用 Fourier 级数求解轨道的位移和内力。程霖等^[11]假定道床板与钢轨变形一致, 引入阶梯函数描述轨道与基底的脱开状态, 导出求解隧道变形引起轨道变形的级数解。雷鸣等^[15]将无砟铁路结构简化成双层梁模型, 并考虑轨道结构支承层局部脱空效应, 提出盾构下穿引起无砟铁路轨道变形的计算方法, 但求解计算过程较为复杂。

根据上述分析可知, 既有理论模型大都将轨道(隧道)视为与地基土始终完全接触, 或者将轨道与路基结构(隧道底板)看成一个整体, 忽视了各结构层间的变形差异和分离问题, 导致理论计算结果存在一定的误差。为此, 本文在文献^[15]基础上, 考虑钢轨与道床的互相作用以及道床板底部脱空的影响, 忽略轨道扣件力对轨道板的影响, 推导盾构下穿引起无砟铁路轨道变形简化计算公式, 计算效率更高, 便于工程应用。

1 问题描述

图 1 为盾构下穿既有无砟铁路示意图, 无砟轨道系统由上自下分别为钢轨、轨道板和支承层, 钢

收稿日期: 2024-10-08

基金项目: 福建省自然科学基金(2023J01344)

作者简介: 张茂斌(1981—), 男, 福建三明人, 高级工程师, 研究方向为公路工程管理与施工; 张丙强(1979—), 男, 湖北通山人, 博士, 教授, 研究方向为地下工程。

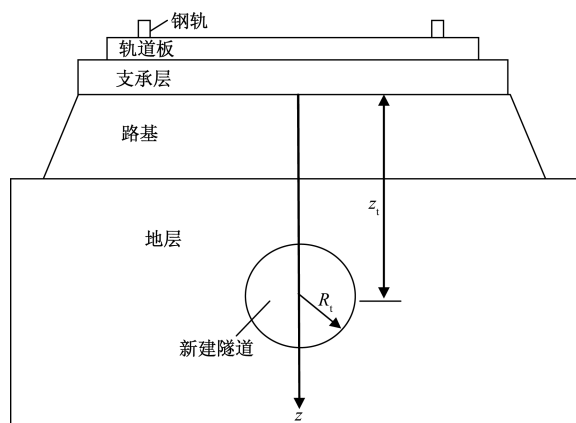


图1 隧道下穿无砟铁路示意图

轨通过分散的高弹性扣件固定在轨道板上。隧道中心到路基顶面的竖向距离为 z_i , 隧道开挖半径为 R_i 。为简化分析, 将钢轨简化为 Euler 梁, 钢轨弹性模量和惯性矩分别为 E_r 和 I_r ; 轨道板和支承层简化为弹性叠合梁^[5], 叠合梁弹性模量及惯性矩分别为 E_b 和 I_b , 叠合梁自重为 q , x 为轨道水平坐标。不考虑轨道结构对盾构施工的影响, 盾构施工引起路基顶面沉降为 $s(x)$, 并且符合高斯正态分布。路基沉降引起钢轨和叠合梁位移分别为 $w_r(x)$ 、 $w_b(x)$, 并且路基沉降过程中钢轨与叠合梁始终保持密贴, 而叠合梁底部中心与路基产生分离, 脱空区宽度为 $2l$ 。采用两阶段分析方法进行计算: 第 1 阶段, 忽略轨道扣件力对轨道板的影响, 计算路基沉降引起叠合梁变形; 第 2 阶段, 考虑扣件力对钢轨和叠合梁的作用, 计算叠合梁变形引起钢轨变形。

2 控制方程及求解方法

2.1 叠合梁变形解

图 2 为路基沉降引起叠合梁变形计算模型, 路基对支承层作用采用 Winkler 地基模型模拟, 路基的弹性系数为 k_s 。

根据 Euler 梁挠曲理论, 可得叠合梁变形与外力关系为

$$E_b I_b \frac{d^4 w_b(x)}{dx^4} = q - p \quad (1)$$

式中: p 为路基对叠合梁的作用力。

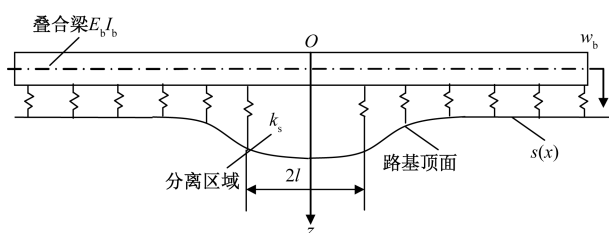


图2 路基沉降引起叠合梁变形计算模型

考虑铁路叠合梁底部局部脱空效应, 采用梯度函数表达路基与支承层的相互作用力为

$$p = H k_s [w_b(x) - s(x)] \quad (2)$$

式中: H 为梯度函数, 即 $H = \begin{cases} 1, & |x| > l \\ 0, & |x| \leq l \end{cases}$; 路基顶面沉降 $s(x)$ 采用 Peck 提出的正态分布公式描述, 即

$$s(x) = \frac{\pi R_i^2 V_t}{\sqrt{2\pi} i_s} \exp\left[-0.5 \left(\frac{x \sin \alpha}{i_s}\right)^2\right] \quad (3)$$

式中: V_t 、 i_s 分别为下穿隧道施工引起周围地层损失率和路基顶面的沉降槽宽度参数, $i_s = \kappa z_i$, κ 为路基沉降槽宽度系数, 取值与路基土体性质有关; α 为下穿隧道与无砟铁路的水平夹角。

取模型右半部分进行分析, 将式(2)代入式(1), 并将叠合梁分为脱空段和接地段两部分, 可得无砟路基沉降引起叠合梁变形方程为

$$\begin{cases} \frac{d^4 w_b(x)}{dx^4} = \frac{q}{E_b I_b}, & 0 \leq x \leq l \\ \frac{d^4 w_b(x)}{dx^4} + \frac{k_s}{E_b I_b} w_b(x) = \frac{q}{E_b I_b} + \frac{k_s}{E_b I_b} s(x), & x > l \end{cases} \quad (4)$$

(1) 当 $0 \leq x \leq l$ 时, 对式(4)进行积分运算, 得到路基沉降影响下脱空段叠合梁变形为

$$w_{b1}(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3 + \frac{q}{24 E_b I_b} x^4 \quad (5)$$

式中: $c_1 \sim c_4$ 为未知参数, 可由边界条件确定。

根据模型对称性, 叠合梁中点处转角和剪力为 0, 即

$$\begin{cases} w'_{b1}(0) = 0 \\ w''_{b1}(0) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

联合式(5)和式(6), 可得 $c_2 = c_4 = 0$ 。式(5)可改写为

$$w_{b1}(x) = c_1 + c_3 x^2 + \frac{q}{24 E_b I_b} x^4 \quad (7)$$

(2) 当 $x > l$ 时, 根据半无限弹性地基梁理论, 路基沉降影响下接地段叠合梁变形为

$$w_{b2}(x) = e^{-\beta x} (c_5 \cos \beta x + c_6 \sin \beta x) + \frac{q}{k_s} + \tilde{w}_b(x) \quad (8)$$

式中: c_5 、 c_6 为未知参数; $\beta = \sqrt[4]{\frac{k_s}{4 E_b I_b}}$; $\tilde{w}_b(x)$ 为路基沉降 $s(x)$ 对应的方程特解, 可采用三角级数展开法

进行求解。

将路基沉降曲线 $s(x)$ 采用余弦函数级数进行展开, 记为

$$s(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} \right) \quad (9)$$

式中: $a_0 = \frac{1}{l} \int_0^l s(x) dx$; $a_n = \frac{2}{l} \int_0^l s(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$ 。

因此, 方程特解 $\tilde{w}_b(x)$ 为余弦函数级数, 具体为

$$\tilde{w}_b(x) = b_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(b_n \cos \frac{n\pi x}{l} \right) \quad (10)$$

式中: $b_0 = a_0$; $b_n = \frac{k_s a_n}{E_b I_b \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + k_s}$ 。

(3) 连续变形条件。对于 $x = l$ 处, 叠合梁的位移、转角、弯矩与剪力都保持连续, 即

$$\begin{cases} w_{b1}(l) = w_{b2}(l) \\ w'_{b1}(l) = w'_{b2}(l) \\ w''_{b1}(l) = w''_{b2}(l) \\ w'''_{b1}(l) = w'''_{b2}(l) \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)建立起一个关于未知参数 c_1, c_3, c_5, c_6 和脱空区宽度 $2l$ 的 4 阶的线性方程组。由于叠合梁底部脱空区宽度 $2l$ 是一个未知数, 需要进行多次迭代, 编制 MATLAB 程序实现求解过程。接着, 将确定参数分别代入式(7)和式(8), 可得到铁路叠合梁变形表达式 $w_b(x)$ 。

2.2 钢轨变形解

图 3 为叠合梁变形引起钢轨变形的力学计算模型, 扣件刚度系数为 k_r 。

根据离散弹性支承梁理论, 得到钢轨在第 i 个扣件处的变形^[5]为

$$w_{ri} = - \sum_{j=1}^N f_{ij} P_j \quad (12)$$

式中: N 为轨道的扣件总数; i, j 为扣件的代号; P_j 为路基沉降引起第 j 个扣件产生的内力; f_{ij} 为第 j 个扣件产生单位内力引起第 i 个扣件处的轨道变形, 计算公式为

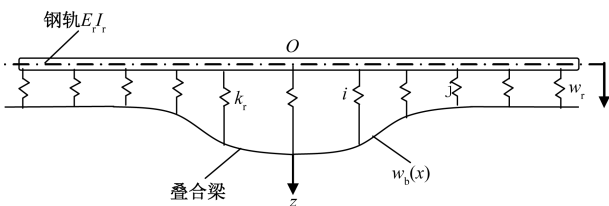


图 3 叠合梁变形引起钢轨变形计算模型

$$f_{ij} = \begin{cases} \frac{b_j x_i}{6E_r I_r L_r} (L_r^2 - x_i^2 - b_j^2), & i \leq j \\ \frac{b_j}{6E_r I_r L_r} \left[\frac{L_r}{b_j} (x_i - a_j)^3 + (L_r^2 - b_j^2) x_i - x_i^3 \right], & i > j \end{cases} \quad (13)$$

式中: L_r 为轨道的总长, $L_r = (N+1) l_s$, l_s 为扣件的水平间距; x_i 为第 i 个扣件到轨道端点距离, $x_i = i l_s$; $a_j = x_j$, $b_j = L_r - x_j$ 。

采用线性弹簧模拟扣件力, 扣件力为

$$P_j = k_r (\omega_{b_j} - \omega_{b_j}) \quad (14)$$

式中: ω_{b_j} 为叠合梁变形 $w_b(x)$ 在 x_j 处的计算值。

联合式(13)和式(14)可得扣件力的控制方程为

$$\frac{1}{k_r} P_i + \sum_{j=1}^N f_{ij} P_j = -\omega_{b_i} \quad (15)$$

将叠合梁在第 i 个扣件节点处的变形 ω_{b_i} 代入式(14)求得扣件力, 再代回式(12)中算出钢轨变形。

3 对比分析与验证

3.1 与数值模拟结果对比

文献[13]为模拟轨道结构和路基之间很可能出现局部离缝甚至空吊现象, 在 2 个表面法向选取“硬接触”, 即只有在压紧状态下才能传递法向力, 切向引入“弹性滑移变形”接触, 建立考虑层间接触非线性的轨道—路基空间有限元模型, 对双块式无砟铁路路基沉降与轨面变形关系进行了分析。当路基沉降波长 $S=20$ m、幅值 $A=20$ mm, 以及路基沉降波长 $S=10$ m、幅值 $A=10$ mm 时, 无砟铁路路基沉降诱发支承层产生局部空吊。

为验证本文提出的简化方法的正确性, 采用上述推导出的计算公式对以上两种工况的轨道变形进行计算, 弹性叠合梁抗弯刚度 $E_b I_b = 1.225 \times 10^6$ kN·m², 钢轨抗弯刚度 $E_r I_r = 6.624 \times 10^3$ kN·m², 扣件刚度系数 $k_r = 3 \times 10^4$ kN/m, 路基弹性系数 $k_s = 6 \times 10^4$ kN/m。本文理论计算结果与文献[13]数值模拟值对比如图 4 所示。从图中可以看出, 考虑叠合梁脱空的理论计算结果与文献[13]中的数值模拟结果较为接近, 假定叠合梁与路基密贴的理论计算结果比数值模拟结果偏大。

3.2 与既有理论解对比

文献[16]基于路基-轨道的变形传递过程假设, 提出盾构下穿对无砟轨道变形影响的解析方法, 并采用数值仿真方法对砂卵石地层条件下上部 CRTS II 型无砟轨道的变形特征和沉降值进行模

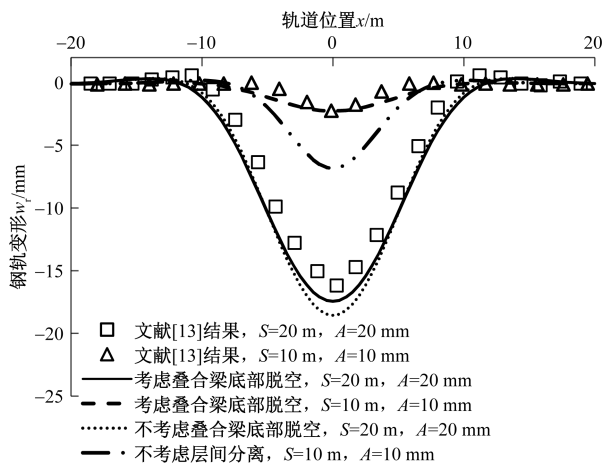


图4 本文理论结果与数值模拟结果对比

拟,对所提出的假定和计算方法进行验证。为考虑盾构施工扰动下路基与轨道结构之间可能产生脱离,数值模拟时在路基与轨道结构之间建立可脱离的硬接触,算例具体参数为:盾构隧道埋深 $z_t = 11.7$ m,开挖半径 $R_t = 3$ m,周围地层损失率 $V_t = 0.8\%$ 。铁路叠合梁等效弹模 $E = 35\,408$ MPa,截面惯性矩 $I = 0.055\,806$ m⁴,自重均布荷载 $q = 41\,532$ N/m。路基-轨道模型纵断面位移云图表明砂卵石地层中路基沉降槽较大,超出了轨道结构的最大下沉量,路基与轨道之间发生了脱离。本文理论计算结果与文献[16]计算数据对比如图5所示,从图中可以看出,两种计算方法得到的结果非常接近,但文献[16]没有给出轨道变形曲线。

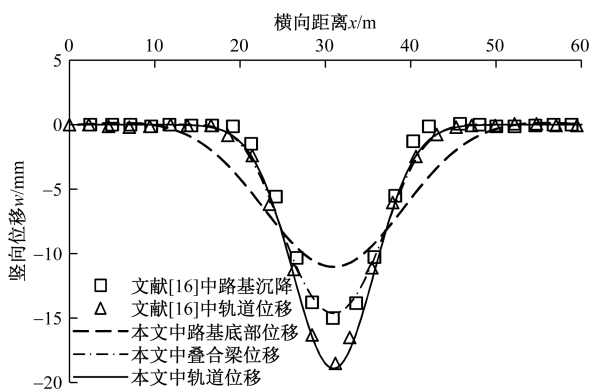


图5 本文理论结果与既有理论结果对比

4 参数影响分析

实际工程中为控制轨道变形,通常采用减小隧道施工引起周围地层损失率、路基注浆、轨道加固、扣件加固等措施。为探讨以上各措施的控制效果,对隧道施工引起周围地层损失率、叠合梁抗弯刚度、扣件刚度和轨道抗弯刚度进行参数敏感性分析。

4.1 隧道施工引起周围地层损失率的影响

当隧道施工引起周围地层损失率 V_t 依次取 0.8% 、 0.7% 、 0.6% 和 0.5% 时,盾构下穿引起轨道变形曲线变化如图6所示。由图6可看出,随着隧道施工引起周围地层损失率的减小,轨道变形幅值逐渐减小,而轨道变形波长基本保持不变。这是由于隧道埋深不变时,隧道施工引起铁路路基顶面的沉降槽宽度不变;随着隧道施工引起周围地层损失率的减小,铁路路基顶面沉降幅值逐渐减小,导致叠合梁底部脱空区宽度逐渐减小。当隧道施工引起周围地层损失率从 0.8% 减小到 0.5% 时,轨道变形幅值从 11.0 mm 减小到 7.6 mm,减小了 32% 。因此,减小地层损失率有利于减小无砟铁路支承层底部脱空区宽度和轨道变形幅值。

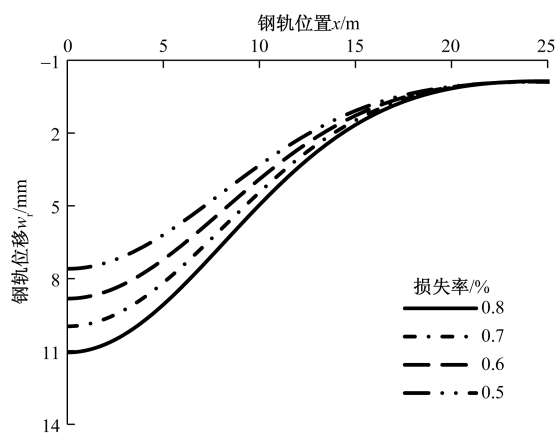


图6 周围地层损失率的影响

4.2 钢轨抗弯刚度的影响

当钢轨抗弯刚度依次取 $1EI_1$ 、 $2EI_1$ 、 $3EI_1$ 和 $4EI_1$ 时,盾构下穿引起轨道变形曲线如图7所示。由图7可看出,当盾构施工参数保持不变时,随着钢轨抗弯刚度的增大,轨道变形幅值呈非线性减小趋势,而轨道变形波长逐渐增大,导致轨道变形不平顺度减小。当钢轨抗弯刚度从 $1EI_1$ 增大到 $4EI_1$ 时,轨道变形幅值从 11.0 mm 减小到 9.5 mm,减小了 14.2% 。由此可见,加固钢轨控制盾构下穿对轨道变形较为理想。

4.3 叠合梁抗弯刚度的影响

图8为不同叠合梁抗弯刚度条件小盾构下穿引起轨道变形曲线,算例中叠合梁抗弯刚度依次取 $1EI_2$ 、 $2EI_2$ 、 $3EI_2$ 和 $4EI_2$ 。由图8可看出,随着叠合梁抗弯刚度的增大,轨道变形幅值呈非线性减小趋势,而轨道变形波长稍有减小。这是由于隧道施工参数不变时,隧道施工引起路基顶面的沉降槽幅值

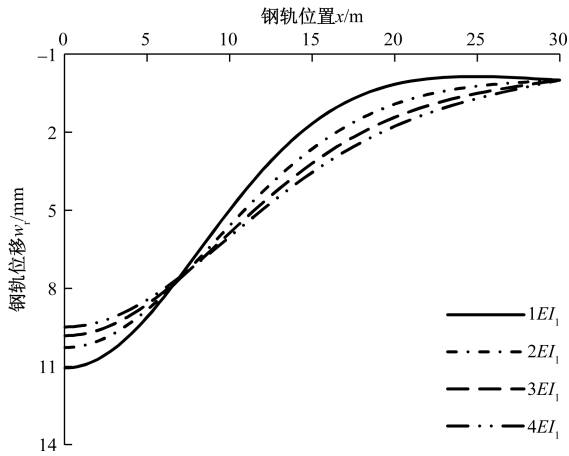


图 7 钢轨抗弯刚度的影响

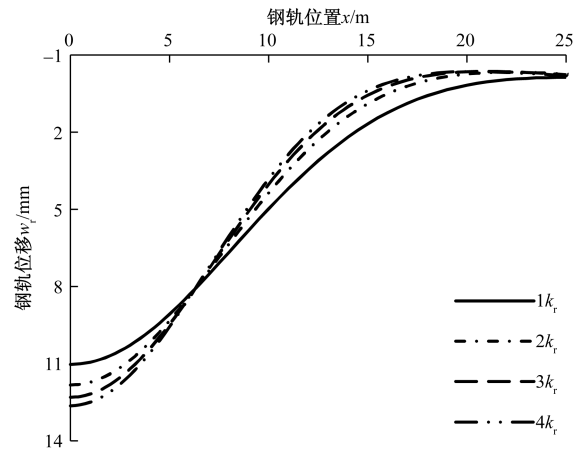


图 9 扣件刚度的影响

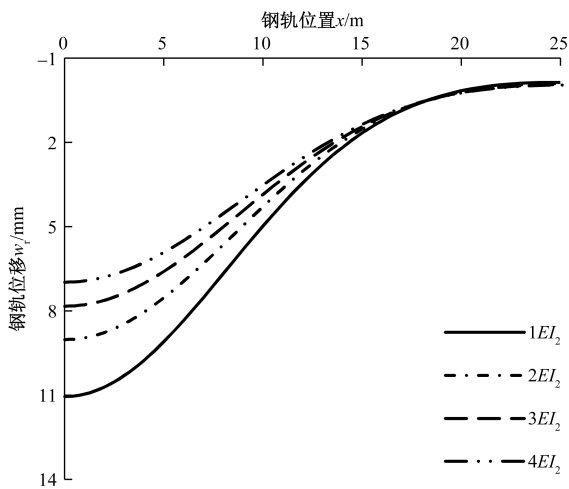


图 8 叠合梁抗弯刚度的影响

和宽度均保持不变;随着叠合梁抗弯刚度的增大,导致叠合梁底部脱空区宽度逐渐增大和变形幅值减小。当叠合梁抗弯刚度从 $1EI_2$ 增大到 $4EI_2$ 时,轨道变形幅值从 11.0 mm 减小到 7.0 mm,减小了 37%。由此可见,加固叠合梁控制盾构下穿对轨道变形的影响较为有效。

4.4 扣件刚度的影响

图 9 为不同钢轨扣件刚度条件下盾构下穿引起轨道的变形曲线,算例中扣件刚度依次取 $1k_r$ 、 $2k_r$ 、 $3k_r$ 和 $4k_r$ 。由图 9 可看出:随着钢轨扣件刚度的增大,钢轨变形幅值呈非线性增大趋势,但增大的趋势逐渐减小,而轨道变形波长逐渐减小,导致钢轨变形不平顺度增大。当扣件刚度从 $1k_r$ 增大到 $4k_r$ 时,轨道变形幅值从 11.0 mm 增大到 12.7 mm,增大了 14.6%。由此可见,加固扣件刚度不利于控制盾构施工引起钢轨变形不平顺度。

5 结论

将钢轨视为支承在叠合梁上的上层 Euler 梁,

将无砟铁路轨道板和支承层视为弹性叠合下层梁,并考虑无砟铁路路基沉降诱发轨道支承层产生局部脱空效应,建立下穿隧道开挖引起无砟铁路轨道结构变形的力学模型。忽略钢轨扣件力对叠合梁的作用,并将无砟铁路叠合梁分为脱空段和接地段,基于弹性地基梁理论推导下穿无砟铁路的隧道施工引起叠合梁变形计算公式;进而,考虑钢轨扣件力对钢轨的作用,基于弹性支承梁理论推导出叠合梁变形引起钢轨变形计算式。忽略无砟铁路支承层局部脱空效应,将导致盾构下穿引起钢轨变形计算结果偏大。减小隧道施工引起周围地层损失率、加固叠合梁和加固钢轨均能控制钢轨变形,但加固扣件刚度却增大轨道变形不平顺度。

参考文献

- [1] 戴志成. 超大直径盾构隧道浅埋下穿铁路变形及控制技术[J/OL]. 铁道标准设计, 1-11[2024-08-28]. <https://doi.org/10.13238/j.issn.1004-2954.202307260001>.
- [2] 浦逸辉, 彭华, 肖骁骥, 等. 盾构下穿高速铁路隧道沉降变形控制标准研究[J]. 北京交通大学学报, 2024, 48(1): 32-43.
- [3] 仇文革, 万世付, 高刚刚, 等. 砂卵石地层盾构隧道下穿铁路咽喉区地表沉降控制研究[J]. 现代隧道技术, 2021, 58(5): 37-45.
- [4] 高鹏. 天津盾构隧道下穿铁路对股道沉降的影响及控制技术[J]. 现代城市轨道交通, 2022(12): 63-68.
- [5] 蔡小培, 蔡向辉, 谭诗宇, 等. 盾构下穿施工对高速铁路轨道结构的影响研究[J]. 铁道工程学报, 2016, 33(7): 11-17.
- [6] 肖颖, 张玄, 朱凯强, 等. 富水砂层盾构下穿高速铁路控制技术研究[J]. 施工技术(中英文), 2024, 53(4): 88-92.
- [7] 詹涛. 小曲率半径隧道盾构施工的地表沉降规律分析: 以南昌地铁 1 号线为例[J]. 科学技术与工程, 2023, 23

- (14): 6197-6206.
- [8] 黄龙, 吴国伟, 涂家康. 软土地区盾构隧道斜下穿多股铁路路基变形规律[J]. 城市轨道交通研究, 2023, 26(9): 170-174, 179.
- [9] 王立新, 窦磊明, 于归, 等. 西安地铁盾构下穿高铁路基沉降及变形分析[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(13): 5425-5436.
- [10] 黄晓林, 周志刚, 刘齐建. 浅埋隧道开挖引起的高铁轨道变形与内力分析[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2019, 34(1): 42-48.
- [11] 程霖, 杨成永, 马文辉, 等. 隧道变形引起的钢弹簧浮置板轨道变形与脱空分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(4): 849-857.
- [12] 张成平, 张顶立, 王梦恕. 大断面隧道施工引起的上覆地铁隧道结构变形分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(5): 805-810.
- [13] 郭宇, 高建敏, 孙宇, 等. 路基沉降与双块式无砟轨道轨面几何变形的映射关系[J]. 铁道学报, 2016, 38(9): 92-100.
- [14] JIANG H G, LI X L, XIN G F, et al. Geometry mapping and additional stresses of ballastless track structure caused by subgrade differential settlement under self-weight loads in high-speed railways[J]. Transportation Geotechnics, 2019, 18: 103-110.
- [15] 雷鸣, 张丙强, 刘海, 等. 基于双层梁理论的隧道下穿诱发无砟铁路变形计算方法[J]. 西南交通大学学报, 2024, 59(3): 646-652, 669.
- [16] 李伟平, 张君臣, 文冲, 等. 盾构下穿施工对高速铁路无砟轨道变形影响的解析算法及验证[J]. 铁道标准设计, 2023, 67(5): 94-99.

Calculation Method for Calculating Rail Deflection of Ballastless Railway Caused by Tunnelling Underneath

ZHANG Maobin¹, ZHANG Bingqiang²

(1. Fujian Zhangzhou Highway Traffic Engineering Co., Ltd., Zhangzhou 363001, Fujian, China;

2. School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

Abstract: Considering the effect of the separation between the supporting layer and the base layer of the ballastless railway caused by foundation settlement, a simplified method was proposed for calculating the rail deformation of the ballastless railway to tunnelling underneath. Firstly, the track slab and the supporting layer were supposed as a composite elastic beam, and a simplified equation for the deformation of ballastless railway composite beams induced by shield tunneling was proposed by ignoring the influence of fasteners on the composite beam deformation. Afterwards, the composite beam was divided into a void zone and a joint zone, and the analytical solutions for the deformations of the composite beams caused by tunnelling underneath were proposed based on the elastic foundation beam theory. Furthermore, the rail was regarded as an Euler beam connecting with the composite beam by the dispersed spring, and the equations for the rail deformation caused by the composite beam deformation were derived. Based on the above, compared with the numerical simulation and theoretical results in the existing literature, the proposed simplified method of the ballastless railway caused by tunneling underneath was validated. Finally, the influences of model parameters on the rail deformation to tunnelling underneath were discussed, including the tunnelling induced ground loss rate, the composite beam bending stiffness, the fastener stiffness, and the rail bending stiffness. The results indicate that the theoretical calculation results were overestimated by neglecting the local suspension effect of the supporting layer. Reducing the tunnelling induced ground loss rate, strengthening the composite beams and rails can control the rail deformation of the ballastless railway caused by tunnelling undercrossing, but strengthening the fasteners stiffness may increase the unevenness of rail deformation.

Keywords: rail deformation; tunnelling undercrossing; ballastless railway; composite beam; theoretical method