基于巴斯扩散模型的协同联盟的动力机制研究

刘 倩，左博兮，赵宇健，向晓敏，左小德

（暨南大学管理学院，广州 510632）

摘要：基于协同思想，分析了协同生命周期的变迁、协同的思想和机制，提出了内外部协同溢出效应的综合度量方法及对应的算子。进一步研究协同主体的协同效应，以此建立了协同的基本数学模型。进而对模型展开了相关的理论分析、参数辨识，通过变换求得协同效应模型的相关系数，建立了协同综合溢出效应模型。对协同机制效应的理论研究的结果可以为政府的相关部门、企业以及区域的合作、区域内的协同提供管理决策的依据及决策建议。

关键词：协同；巴斯扩散模型；动力机制；溢出效应

中图分类号：F272 **文献标志码**：A **文章编号**：1671－1807(2026)02－0061－09

当今世界已经发展和融合成了人类命运的共同体，合作共赢、协同发展已经成了世人的共识。区域经济的发展、产业升级的互补、医疗卫生的防疫到全球的公共治理等各个层面都需要取长补短，凸显优势、合作协同。通过协同，参与的主体可以充分利用各自的优势资源，实现科学有效的配合和协作的群体行为[1-2]，建立起产业之间的健康联系，达到“1＋1＞2”的增长效果[3]，从而更快地响应市场需求，匹配合理的供给，降低成本，提升协同效果，进而提高参与者的整体竞争力[4-5]。倪渊[6]基于网络能力，研究了网络核心企业影响集群协同创新的作用路径及效果。马朝良[7]考虑了上下游企业出于不同的利益动机的行为表现和协同创新风险，分析了在产业链企业协同创新中上下游企业的四种协同情况。肖汉杰等[8]构建了“政产学研金”六位一体的博弈模型，发现主体之间资源和能力的互补决定了创新协同联盟是否能顺利达成。

协同效应凸显“系统”思维观和“流”思维观，正因如此每个阶段的协同也各具特点。高怡冰[9]借助哈肯模型对珠三角城市群协同创新演变过程进行了研究，发现其影响因素正由要素驱动转换技术驱动。杨坤和汪万[10]测算了长三角地区产业协同的耦合度以及耦合协调度的演化过程。陈福时[11]发现不同产业发展阶段的产学研协同创新贡献度并不一致，产业创新要素、人力资本和财政支持在向第二产业升级的后期发挥了关键作用，而高校创新主体数量则在在向第三产业升级的过程中至关重要。

不少研究者展开分析了协同相互耦合的影响因素、作用机制以及就此产生的经济后果，并在不同的领域进行了相应的实证研究[12]。戚聿东等[13]围绕知识产权与技术标准之间的系统关系，搭建起从形成知识产权到开发技术标准再到标准开源化的产业创新循环路径。夏天添等[14]从组织层面入手，着重分析了稀土企业的组织间联结关系、战略信息识别水平在协同创新与企业创新绩效之间的机制。而李振东等[15]从组织变革和“政学研金”等相关机构辅助的角度构建了全面协同机制并探究了其生成原因。高茜滢等[16]针对竞争企业的合作安排研究了协同创新的合作诉求动态，发现其促进作用在制造业和服务业企业中尤为显著。相对于普通的创新模式而言，协同创新更为重视创新行为的协同效应[2]、行为主体间的知识交流[17]、技术转移、协同的价值溢出[18]等，必须高度关注市场和政府对于推动地区协同发展的重大影响[19-20]，充分利用外部资源，积极推动各种经济活动的开展，以实现可持续发展。

通过文献的梳理，本文重点关注一般层面的协同效应的分析和研究，进而重点分析要素的协同及其效应。从协同的价值溢出视角入手，首先分析和研究了协同生命周期的变迁情况，以及协同的思想和机制，然后在巴斯扩散模型的基础上建立了协同

收稿日期：2025-07-14

作者简介：刘倩(2001—)，女，湖南郴州人，硕士研究生，研究方向为企业管理；左博兮(2000—)，男，广东广州人，博士研究生，研究方向为供应链管理；赵宇健(1985—)，男，云南昆明人，博士研究生，研究方向为企业管理；向晓敏(2001—)，女，湖南衡阳人，硕士研究生，研究方向为企业管理；左小德(1968—)，男，湖北应城人，博士，教授，研究方向为企业管理。

的基本数学模型，对协同机制和协同效应展开相应的研究，建立起协同综合溢出效应模型。本文对协同机制效应理论研究的结果可以为政府的相关部门、企业以及区域的合作、区域内的协同提供管理决策的依据及决策建议。

1 协同联盟的动力机制模型

1.1 协同联盟的生命周期

随着世界经济的日益一体化以及市场环境的日益复杂，企业的竞争意识也在发生巨大的变化。从以往的单向竞争，到如今的多元合作，协同创新都是企业实现长期稳健增长的关键因素。三大推动协同的因素主要包括：比较优势（comparative advantage，CA），主要是地区之间、企业之间或产业之间的比较优势；经济联系（economic relation，ER），主要是依靠供应链的产供销关系将企业串联起来的经济联系；产业分工（industrial division，ID），是指在基于经济联系的基础上，各自发挥彼此的比较优势，形成产业分工，发挥更好的效益，产生价值的溢出[21]。这三个方面共同作用于协同过程，而且通常由某一方面或某几个方面占主导作用。

通过加强协同，联盟成员可以迅速传播技术、获取知识，并进行协作创新，从而增强企业的领先地位，并且提高其整体竞争力。在协同的框架下，不同的经济主体可以利用自身的资源及其彼此的相似性、共享性，以及在分工基础上的合作，来实现价值的最大化。协同的过程中也会形成一定的组织结构来保持协同的正常运作。企业协同是从战略层面上与其他企业建立的一种优势互补、风险共担、要素双向或多向流动关系的紧密型或松散型关系网络组织形式，也可以是一种有契约或无契约组织形式的协同（cooperation alliances，CAs）。协同既包括从事类似活动公司之间的横向联盟，也包括从事互补性活动企业间的纵向联盟。

和所有的组织形态或产品有其发生期（投入期）、发展期（成长期）、贡献期（成熟期）和退出期（衰退期）一样，协同联盟也有自己的生命周期，对应生命周期的四个阶段分别为协同联盟的伙伴选择阶段、实验和探索阶段、关系投入阶段以及变更终止阶段。随着时间的推移，协同意愿的不断提升，协同不断走向生命周期的下一阶段，直至进行深入的关系投入，随着协同溢出价值的减少，协同的意愿也会降低，最后协同终止。

（1）CAs伙伴选择阶段。参与主体与比较优势（CA）、经济联系（ER）或产业分工（ID）相似的伙伴进行协同，而协同形成的第一步是选择合适的合作伙伴或要素。该阶段是根据其发展目标和战略意图选择与企业或产业有着相似的价值、信仰、策略或功能，能够弥补自身资源的不足，一起有效地工作的合作伙伴，以利用共同的合作成果增加联盟的竞争优势。

（2）CAs实验和探索阶段。协同联盟的结成和组建需要一个磨合的过程，在这个过程中彼此不断调适。组建一个CAs有两种方式：一是参与主体根据与其他参与主体的已有关系，寻求合作伙伴，结成协同联盟，如泛珠江三角洲地区。二是参与主体委托中介机构去寻求可能的合作伙伴，建立临时企业协同CAs，如上海合作组织（Shanghai Cooperation Organization，SCO）。在协同联盟组建和结成的过程中，由于市场和社会的发展，CAs协同和运作的组织结构可能发生两种变化：一是联盟内部调整。原有区域个体退出或者更具竞争力的企业或要素加入，如新的粤港澳大湾区就是在“泛珠三角”协同运作若干年后，重新调整形成的新的协同联盟。二是任务调整。执行的任务内容和方式发生变化，参与主体协同资源需要进行相应的调整，如上海合作组织从参与主体的数量到协同联盟的工作内容也在不断变化。

（3）CAs关系投入阶段。这是联盟成员相互依赖性增长和利益增加的阶段，也是协同综合优势形成的阶段，以合作伙伴之间高度的相互依赖、投资和技术共享为特征。随着联盟效益的显现，联盟解散的成本增加，双向学习的重要性日益突出，各成员有针对性地学习合作伙伴的互补性知识和技能使联盟过程中矛盾的解决和战略的调整更容易，有利于增强联盟的战略柔性。

（4）CAs变更终止阶段。随着联盟效益的显现，形成CAs成本不断增加，CAs进入变更终止阶段。CAs变更终止存在两种可能：一是成功终止，任务完成，目标实现，利益分配，CAs趋于终止；二是失败终止，如果上述变更失败，则CAs提前终止。

1.2 协同联盟的动力机制

1.2.1 巴斯扩散模型

巴斯扩散模型（Bass diffusion model）为企业提供了一种有效的市场分析方法，可以帮助企业深入了解创新动力曲线的变化趋势，更好地识别并应对新兴的产品、技术的需求，从而更好地把握投资机会，实现有效的营销策略。许多研究表明，新方法、新过程的发展模式可以用式（1）来表示。

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}(t)}=p[m-N(t)]+q\dfrac{N(t)}{m}[m-N(t)]\\ N(t)=mF(t)\end{cases}\tag{1}$$

式中:m 为采用者总数,表示市场潜力;p 为创新系数(外部影响),表示尚未使用该产品的人,受到大众传媒或其他外部因素的影响,开始使用该产品的可能性,其定义域为 $p\in[0,1]$,即没影响到完全替代的影响范围之内;q 为模仿系数(内部影响),即尚未使用该产品的人,受到使用者的口碑影响,开始使用该产品的可能性,其定义域为 $q\in[0,1]$,即没影响到完全替代的影响范围之内;$N(t)$ 为在时间 t 时的累计使用者;$n(t)$ 为 t 时刻采用者的数量;$F(t)$ 为在 t 时采用者数量占总的潜在采用者数量的概率;$f(t)$ 为在时间 t 时的采用者数量占总的潜在采用者数量的概率密度函数。

令 $y(t)=m-N(t)$,则 $N(t)=m-y(t)$,从差分方程入手分析和求解巴斯模型。据 $N(t)$ 函数对 t 时间的求导结果,可以将式(1)转化为

$$-\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}=py(t)+q\frac{m-y(t)}{m}y(t)\tag{2}$$

根据伯努利方程的求解方法和步骤,可以求出 $y(t)$ 的结果。在求出 $y(t)$ 结果的基础上,然后还原成 $N(t)$ 的表达式为

$$\begin{cases}N(t)=\dfrac{mp[1-\mathrm{e}^{(p+q)t}]}{p+q\mathrm{e}^{-(p+q)t}}\\ n(t)=\dfrac{mp\ (p+q)^2\mathrm{e}^{(p+q)t}}{[p+q\mathrm{e}^{-(p+q)t}]^2}\end{cases}\tag{3}$$

式中:模型的“寻找者”系数 p 与“观望者”系数 q 直接影响联盟系统的状态。如果 $q>p$,即内部影响大于外部影响,则巴斯扩散曲线具有最高点,即 $n(t)$ 有最大值,该结果表明企业联盟具备一定影响力,能够吸引联盟外部企业产生加入意愿,使联盟的参与主体在 t^* 时刻扩张大最大;如果 $q\leqslant p$,即外部影响不小于内部影响,则扩散曲线没有极值点,随着时间的变化,$n(t)$ 呈现指数衰减的状态,说明此区域内联盟对外部公司的吸引力较低,难以获得新的盟友,即 $n(t)$ 没有极值点,也无最大点,反而最终联盟的终止或解散。

1.2.2　协同联盟的资源关系

为了研究协同联盟 CAs 成员主体协同资源关系,首先分析构造这个协同资源关系的过程。为了不失一般性和研究与分析的典型性,以两个参与主体的协同为基础进行数学模型的建模和分析。假设 R_a、R_b 是协同联盟中任意两个参与主体,且两个主体之间存在协同经济增长的溢出需求。

协同后,R_a 的外部协同经济增长协同溢出比例系数为 $p_a(A/B)$,由于内部效应导致的协同经济增长溢出比例系数为 $q_a(A/B)$,则内外部综合协同带来的经济增长溢出效应为

$$Z_a=p_a(A/B)^*q_a(A/B)\tag{4}$$

同理,在协同后,R_b 的外部协同经济增长协同溢出比例系数为 $q_b(B/A)$,由于内部效应导致的协同经济增长溢出比例系数为 $p_b(B/A)$,则内、外部综合协同带来的经济增长溢出效应为

$$Z_b=p_b(B/A)^*q_b(B/A)\tag{5}$$

式中:经济增长溢出效应中的“$*$”为满足巴斯扩展模型而定义的数学算子,可以用网络的内外部效应来定义,下文将就算子的内涵进一步展开分析。由于协同主体在参与协同后,外部溢出价值系数和内部溢出价值系数 $p_a(A/B)$ 和 $q_a(A/B)$、$q_b(B/A)$ 和 $p_b(B/A)$ 相互之间具有一定的相关性,特别是网络的外部效应。

k 为协同参与主体的所有资源的潜在存量($k>0$);$m(t)$ 为 t 时刻 R_a 参与主体的现有资源存量 $[m(t)>0]$;$n(t)$ 为 t 时刻 R_b 参与主体的现有资源存量 $[n(t)>0]$;$\Delta m(t)$ 为 t 时刻参与主体协同后,R_a 的全部资源价值溢出量,当价值溢出为负时,参与主体会推出协同联盟,故本文考虑协同的正向价值溢出 $\Delta m(t)>0$;$\Delta n(t)$ 为 t 时刻参与主体协同后,R_b 的全部资源价值溢出量,基于协同是互利的出发点,本文考虑协同的正向价值溢出 $\Delta n(t)>0$;p_1 为协同后 R_a 由于外部效应导致的协同经济增长溢出比例系数($0\leqslant p_1\leqslant 1$);$p_2$ 为协同后 R_b 由于外部效应导致的协同经济增长溢出比例系数($0\leqslant p_2\leqslant 1$);$q_1$ 为协同后 R_a 由于内部效应导致的协同经济增长溢出比例系数($0\leqslant q_1\leqslant 1$);$q_2$ 为协同后 R_b 由于内部效应导致的协同经济增长溢出比例系数($0\leqslant q_2\leqslant 1$);$p_1$、$p_1$、$q_1$、$q_2$ 的取值范围如果为负,协同参与主体会主动退出协同联盟,大于 1 则会被对方吸收或兼并,导致被动从联盟消失,故正常协同情况下的取值范围为 $[0,1]$;δ 为协同后,在协同联盟 CAs 内 R_b 的资源存量对于 R_a 的协同溢出价值的影响系数($\delta>0$)。如果 δ 越大,R_b 对 R_a 的影响越大,协同效应越差;反之亦然。β 为协同后,在协同联盟 CAs 内 R_a 的资源存量对于 R_b 的协同溢出价值的影响系数($\beta>0$)。如果 β 越大,R_a 对 R_b 的影响越大,协同效应越差;反之亦然。δ 与 β 的溢出效应主要取决于要素间的协同效果,因

此其值域范围为（－∞，＋∞）。

1.2.3　协同联盟的动力机制模型

参与主体 R_a 对参与主体 R_b 的协同可以产生的溢出价值，其背后是彼此的专业分工、比较优势和学习效应的综合反映。为了揭示 CAs 成员主体协同资源价值溢出关系，建立了 CAs 只有两个参与主体协同资源的溢出价值模型。

设 t 时刻，参与主体 R_a、R_b 进行协同，如果没有正向的溢出价值，协同联盟在伙伴选择阶段就会终止，或者进入实验和探索阶段也会终止。基于协同联盟进入关系投入阶段的假设进行分析，因此，协同后一定是“双赢”的结果，所以参与主体资源协同的溢出价值一定满足：$k \geqslant m(t)+n(t)$。因为协同的溢出价值的存在，参与主体协同后，所有的参与主体的潜在存量资源价值，即现有存量资源价值加上协同后溢出的资源价值不小于参与主体的个体的存量资源价值之和，即 CAs 协同后会产生潜在的溢出价值。

根据巴斯扩散模型，可把 CAs 内协同的溢出价值分为两部分，一部分是外部溢出价值，与“比较优势效应”和“规模经济效应”相关联，即协同后，参与主体可以更好地发挥自身的优势，将自己的比较优势进一步发挥出来，同时将规模优势也发挥出来，形成外部的溢出价值；另一部分是内部溢出价值，即与“学习效应”相关联，参与主体协同后，可以更专注于自己的优势，产生学习效应，不断提升效率。按照溢出价值渠道的不同，构建 CAs 内区域协同的溢出价值模型。

（1）参与主体 R_a。在时间段 Δt 内，设 CAs 内 R_a 参与主体协同后获得的外部溢出价值为 Δm，Δm 由两部分组成。一部分是“外部协同溢出”价值增量，即由于协同，考虑由于外部的“比较优势”和“规模经济效应”的发挥产生的价值增量为

$$p_1[k-m(t)-\delta n(t)]\Delta t \tag{6}$$

式中：参数 δ 是由于两个协同主体价值溢出之间虽然有外部的互补性，但是也存在一个参与主体对另一个参与主体一定程度的负面影响。

另一部分是“内部协同溢出”的价值增量，因为“学习效应”对存量资源利用率的提升而产生的内部价值溢出为

$$q_1[k-m(t)-\delta n(t)]m\Delta t \tag{7}$$

和式（6）相比，内部协同溢出价值增量是多了个系数 m，因为内部协同溢出的价值增量和参与主体自身资源的体量也有关系的缘故。将式（6）和式（7）联合起来得到由 CAs 协同后参与主体 R_a 带来的价值溢出增量为

$$\Delta m = p_1[k-m(t)-\delta n(t)]\Delta t + q_1[k-m(t)-\delta n(t)]m\Delta t \tag{8}$$

合并整理得

$$\Delta m = [k-m(t)-\delta n(t)][p_1+q_1 m(t)]\Delta t \tag{9}$$

令 $\Delta t \to 0$，则式（8）为

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = [k-m(t)-\delta n(t)][p_1+q_1 m(t)] \tag{10}$$

（2）参与主体 R_b。类似地，可得到在 Δt 内参与主体 R_b 由于协同带来的内部价值溢出增量为 $p_2[k-n(t)-\beta m(t)]\Delta t$。同样，外部价值溢出增量为

$$q_2[k-n(t)-\beta n(t)]n\Delta t \tag{11}$$

则有

$$\Delta n = [k-n(t)-\beta m(t)][p_2+q_2 n(t)]\Delta t \tag{12}$$

和外部协同价值溢出相比，内部协同溢出价值增量是多了个系数 n，因为内部协同溢出的价值增量和参与主体自身资源的体量也有关系的缘故。

令 $\Delta t \to 0$，则式（12）为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = [k-m(t)-\delta n(t)][p_1+q_1 m(t)] \\ \dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = [k-n(t)-\beta n(t)][p_2+q_2 n(t)] \end{cases} \tag{13}$$

将式（11）和式（13）综合起来，可以得到 CAs 内 R_a、R_b 协同后资源的溢出价值的微分方程组为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = [k-m(t)-\delta n(t)][p_1+q_1 m(t)] \\ \dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = [k-n(t)-\beta n(t)][p_2+q_2 n(t)] \end{cases} \tag{14}$$

式中：方程组诸系数 p_1、q_1、p_2、q_2、δ、β 均大于零。

在式（14）中，平衡点要满足 $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}=0$。分析第二个因子，则可以得到：$\begin{cases} p_1+q_1 m=0 \\ p_2+q_2 n=0 \end{cases}$，即 $m=-\frac{p_1}{q_1}$，$n=-\frac{p_2}{q_2}$，求解结果位于第三象限，因为 p_1、q_1、p_2、q_2、m、n 均大于零，这个平衡点是没有意义的。

2　协同联盟的动力机制分析

2.1　协同影响的极限分析

对式（14）进行变形可得

$$\begin{cases}\dfrac{1}{q_1}\dfrac{\mathrm{d}[p_1+q_1m(t)]}{\mathrm{d}t}=k-m(t)-\delta n(t)\\ \dfrac{1}{q_2}\dfrac{\mathrm{d}[p_2+q_2n(t)]}{\mathrm{d}t}=k-n(t)-\beta m(t)\end{cases}\tag{15}$$

做消除 $n(t)$ 的变形,式(15)中的两式乘以 δ 后,再将两式相减,即可得到

$$\frac{1}{q_1}\frac{\mathrm{d}[p_1+q_1m(t)]}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{q_2}\frac{\mathrm{d}[p_2+q_2n(t)]}{\mathrm{d}t}=(1-\delta)k-(1-\delta\beta)m(t)\tag{16}$$

如果 $\delta\beta=1$,即两个参数形成反曲线函数,这种情况常见于横向协同或协同联盟,协同的参与主体彼此势均力敌,影响程度相当,价值溢出的影响此消彼长,则式(16)的右边可以进一步简化为 $(1-\delta)k$,通过积分得到

$$\frac{(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}}{(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}}=\frac{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}\tag{17}$$

则有

$$(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}=\frac{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}\tag{18}$$

2.2　协同的平衡点分析

(1)当 $\delta>1$ 时。因为 $\delta\beta=1$,则 $\beta<1$,若 $t\to\infty$,$\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}\to 0$,是无穷小量。因为 $\frac{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}$ 有界,所以 $\frac{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}=0$。即式(14)的左边为 $(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}=0$。因为 (p_1+q_1m) 代表参与协同 R_a 的外部、内部资源价值溢出的程度,所以该结果表明随着时间 t 的不断推移,CAs 的不断演化,R_a 的协同价值溢出相对于整个 CAs 来说所起到的作用将会越来越小。

因为 $p_1,q_1,m>0$,如果 $p_1+q_1m\geqslant 1$,不管 $\frac{1}{q_1}$ 为何值,$(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}$ 都不可能等于零。所以,只有当 $p_1+q_1m<1$,且 $\frac{1}{q_1}\gg 1$ 时才成立,也即 $q_1\ll 1$,其经济意义表示 R_a 内部溢出价值量的系数很小,或者协同联盟的价值溢出主要来自外部价值的溢出,显然,这种单纯只能依靠外部价值溢出的情况的协同联盟不会长久。正如某些落后地区存在资源优势的价值洼地,当资源优势耗尽后,协同联盟也就解散了。

综合以上考虑,则 $q_1\ll 1$,且 $p_1<1$;或者 $q_1\ll 1$,且 $p_1\ll 1$,才能达到这种效果,也即协同的内部溢出效应很小或者内、外部溢出效应全部都很小,随着时间的推移,理所当然协同的作用会越来越小,直到协同联盟的解散。

(2)当 $\delta<1$ 时。式(13)变换形式为

$$(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}=\frac{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}\tag{19}$$

因为 $\delta\beta=1$,则 $\beta>1$,若 $t\to\infty$,$\mathrm{e}^{(\delta-1)kt}\to 0$,是无穷小量,因为 $\frac{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}{(p_1+q_1m_0)\frac{1}{q_1}}(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}$ 有界,所以 $\frac{(p_2+q_2n_0)^{\frac{\delta}{q_2}}}{(p_1+q_1m_0)^{\frac{1}{q_1}}}(p_1+q_1m)^{\frac{1}{q_1}}\mathrm{e}^{(1-\delta)kt}=0$。即式(15)的左边为 $(p_2+q_2n)^{\frac{\delta}{q_2}}$,因为 (p_2+q_2n) 代表参与协同 R_b 的外部、内部资源价值溢出的程度,所以该结果表明随着时间 t 的不断推移,CAs 的不断演化,R_b 的协同价值溢出相对于整个 CAs 来说所起到的作用将会越来越小。同时也表明随着时间 t 的不断推移,CAs 的不断演化,R_b 的协同外部价值溢出将会越来越小,直至协同终止。

因为 $p_2,q_2,n>0$,如果 $p_2+q_2n\geqslant 1$,不管 $\frac{\delta}{q_2}$ 为何值,$(p_2+q_2m)^{\frac{\delta}{q_2}}$ 都不可能等于零。所以,只有当 $p_2+q_2n<1$,且 $\frac{\delta}{q_2}\gg 1$ 时才成立,δ 的影响有限,也即 $q_2\ll 1$,其经济意义表示 R_b 内部溢出价值量的系数很小,或者协同联盟的价值溢出主要来自外部价值的溢出,显然,这种单纯只能依靠外部价值溢出的情况的协同联盟不会长久。

综合以上考虑,则 $q_2\ll 1$ 且 $p_2<1$,或者 $q_2\ll 1$ 且 $p_2\ll 1$,才能达到这种效果,也即协同的内外部溢出效应都很小,随着时间的推移,理所当然协同的作用会越来越小。

$\delta\beta=1$ 是两个参与协同主体的一种竞争性情况,因为一方协同的全部溢出价值增加,另一参与主体的全部溢出价值就会减少,呈现一种竞争性的关系。这样导致的结果要么是竞争性强的区域随着时间的推移,相对于协同联盟 CAs 的溢出价值不断减少,最后退出协同联盟;要么是竞争性弱的参与主体随着时间的推移,获得的全部溢出价值越来越小,也退出协同的联盟。总之,这种协同只是一种暂时的、不稳定的状态。

(3)当 $\delta=1$ 且 $\beta=1$ 时,则 $\frac{k}{\delta}=k$,$\frac{k}{\beta}=k$。

此时，式(11)代表的两条直线重合，即协同的两个主体无差异。在这种情况下，协同主体的初始状态决定了它们的平衡点的规模和大小，由于没有协同价值溢出的相对优势。价值溢出依靠当初协同前的状况，谁早期占据协同价值溢出的优势，谁就能获得更多的溢出价值，因为整个协同的结果是在这条直线代表的这个平面上形成不同的平衡格局的。

2.3　协同资源量的变化

在协同的过程中，由于有溢出价值的存在，随着协同进程时间的变化，协同后的潜在的资源量会有一定的变化，所以对就两个协同参与主体 t 时刻的现有资源存量进行分析。

(1)对于 $m(t)$ 的分析。如果在 $t=0$ 时刻，$m(0)\leqslant k$，则在任何时刻 t，都有 $m(t)\leqslant k$；如果在 $t=0$ 时刻，$m(0)>k$，则 $k-m(t)-\delta n(t)<0$。此时，式(5)代表的情况：$\frac{dm}{dt}=[k-m(t)-\delta n(t)][p_1+q_1 m(t)]<0$，也即 $m(t)$ 为时间 t 的减函数，所以在任何时刻 t，$m(0)$ 为最大值，即 $m(t)\leqslant m(0)$。综合以上情况，对于任何情况都有

$$t\geqslant 0, m(t)\leqslant \max\{k, m(0)\} \tag{20}$$

(2)对于 $n(t)$的分析。如果在 $t=0$ 时刻，$n(0)\leqslant k$，则在任何时刻 t，都有 $n(t)\leqslant k$；如果在 $t=0$ 时刻，$n(0)>k$，则 $k-n(t)-\beta n(t)<0$。此时，式(6) $\frac{dm}{dt}=[k-n(t)-\beta n(t)][p_2+q_2 n(t)]<0$，也即 $n(t)$ 为时间 t 的减函数，所以在任何时刻 t，$n(t)\leqslant n(0)$。综合以上情况，对于任何情况都有

$$t\geqslant 0, n(t)\leqslant \max\{k, n(0)\} \tag{21}$$

式(20)和式(21)表明，系统协同的溢出价值不会超过开始时刻本系统资源存量和协同后全部系统资源量的最大值。

2.4　协同的经济溢出效应

上文已经定义了两个参与主体的协同效应的经济溢出效应 Z_a 和 Z_b，现在进一步定义算子“$*$”。在协同后，R_a 的外部协同经济增长协同溢出比例系数为 $p_a(A/B)$，由于内部效应导致的协同经济增长溢出比例系数为 $q_a(A/B)$，则内外部综合协同给 R_a 带来的经济增溢出效应为：$Z_a=q_a(A/B)+\delta\times q_a(A/B)$。同样地，则内外部综合协同给 R_b 带来的经济增溢出效应为：$Z_b=p_b(B/A)+\beta q_b(B/A)$。

Z_a 和 Z_b 中的系数 δ、β 的意义同前的定义一样。其含义是在计量协同的溢出价值时，除了需要考虑外部溢出效应，还要考虑受其他协同参与者影响后的内部溢出效应，即对内部的溢出效应的计量时，乘以一个影响系数进行修正。

2.5　平衡点的参数范围和管理学意义

对于企业来说，都希望协同能够带来持续的优势，产生规模效应，并且能够实现长期的战略联盟，因此协同能否长期稳定主要取决于写同的平衡点是否存在且稳定。

平衡点类别通过二阶齐次线性微分方程组判定。

$$\begin{cases}\frac{dx}{dt}=a_{11}x+a_{12}y\\ \frac{dy}{dt}=a_{21}x+a_{22}y\end{cases} \tag{22}$$

式中：$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\in R$。定义 $p=-(a_{11}+a_{22})$，$q=\Delta A_{ij}$。系数均为实数，其平衡点的性质由系数矩阵 $\boldsymbol{A}$，当 p、q 为不同值的情况下，平衡点具有不同性质，具体划分如表 1 所示。

表 1　平衡点情况

序号	$p=-(a_{11}+a_{22}), q=\Delta A_{ij}$	平衡点类型	稳定性
1	$p>0, q>0, p^2>4q$	稳定节点	稳定
2	$p>0, q>0, p^2=4q$	稳定退化节点	稳定
3	$p<0, q>0, p^2>4q$	不稳定节点	不稳定
4	$p<0, q>0, p^2=4q$	不稳定退化节点	不稳定
5	$q\leqslant 0$	鞍点	不稳定

在式(20)中因为每个变量均为非负，因此这个平衡点没有现实意义，因此考虑对另一组因子进行分析，令其等于零有

$$\begin{cases}k-m(t)-\delta n(t)=0\\ k-n(t)-\beta n(t)=0\end{cases} \tag{23}$$

将式(23)看作两条直线的方程，并分别求解得

$$\begin{cases}m(t)=\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}\\ n(t)=\frac{(1-\beta)k}{1-\delta\beta}\end{cases} \tag{24}$$

(1)当 $\delta>1$，$\beta<1$ 时，式(23)代表的直线方程如图 1 所示。

由图 1 可以发现，对于 $k-n(t)-\beta n(t)=0$，在竖线所表达的范围内有 $k-n(t)-\beta n(t)>0$，对于参与主体 R_b 其协同的内部价值溢出是不断增加的；对于 $k-m(t)-\delta n(t)=0$，在横线所表达的范围内有 $k-m(t)-\delta n(t)>0$，参与主体 R_a 其协同的内部价值溢出也是不断增加的。

综合分析，协同的结果是参与主体 R_a 比 R_b 协同的价值溢出增长快，因为式(24)中第 2 条直线位于第 1 条直线外，即在两条直线的中间区域(非公共

区间) $\frac{dm(t)}{dt}>0$,这就意味着参与主体 R_b 会抑制参与主体 R_a 的价值溢出的增长,协同的结果是参与主体 R_a 比参与主体 R_b 协同的价值溢出增长快,这种结果最终会导致参与主体 R_a 的作用完全被参与主体 R_b 淹没。如果是两个企业进行协同,R_a 则会被 R_b 兼并;如果是两个区域进行协同,R_a 则会被 R_b 同城一体化。

(2)当 $\delta>1,\beta>1$ 时,式(23)代表的直线方程如图 2 所示。

由图 2 可以发现,两条直线存在一个交点。在 t_M 时刻,横线区域内,式(23)中的第一条直线的斜率大,因为 $m(t)>\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$,且 $\frac{dm(t)}{dt}>0$,故 $m(t)$ 逐渐增大而远离平衡点 $\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$。同时,在此区域内,式(23)中的第二条直线的斜率小,故 $n(t)\to 0$。在 t_M 时刻,竖线区域内,因为 $m(t)\to 0$。同时,在此区域内,因为 $n(t)>\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$ 且 $\frac{dn(t)}{dt}>0$,故 $n(t)$ 逐渐增大而远离平衡点 $\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$。根据平衡点判断准则,可得此时平衡点 $\begin{cases}m(t)=\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}\\ n(t)=\frac{(1-\beta)k}{1-\delta\beta}\end{cases}$ 是不稳定平衡点。

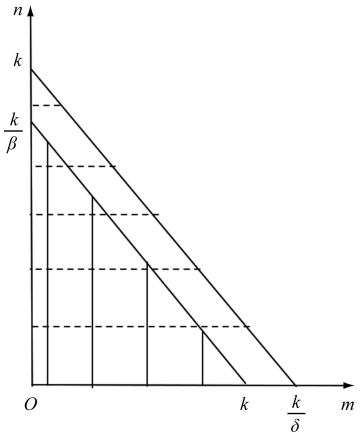


图 1　δ>1,β<1 时两条直线

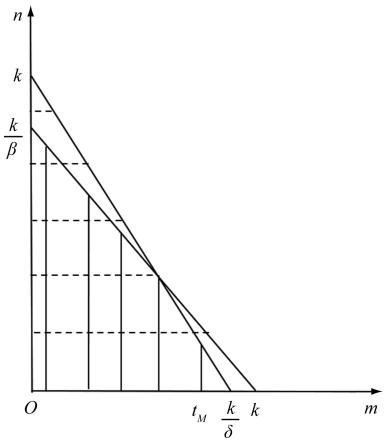


图 2　δ>1,β>1 时两条直线

(3)当 $\delta<1,\beta>1$ 时,式(23)代表的直线方程如图 3 所示。

若 $\delta\beta>1$,则在式(24)中 $m(t)<0,n(t)>0$,即该平衡点位于第二象限;同理,若 $\delta\beta<1$,则在式(24)中 $m(t)>0,n(t)<0$,即该平衡点位于第四象限。综上分析,只有平衡点都不在第一象限内,在现实协同中也没有义,与前面讨论的 $\delta\beta=1$ 的情形一样。

从图 3 中可以看出,针对外面的一条直线的方程 $k-m(t)-\delta n(t)=0$,在横线所表达的范围内有 $k-m(t)-\delta n(t)>0$,有 $\frac{dm(t)}{dt}>0$,因此,对于协同参与主体 R_a 而言,其协同的内部价值溢出是不断增加的。

针对图 3 一条直线的方程 $k-n(t)-\beta n(t)=0$,在竖线所表达的范围内有 $k-n(t)-\beta n(t)>0$,有 $\frac{dn(t)}{dt}>0$,此时,对于协同参与主体 R_b 而言,其协同的内部价值溢出是不断增加的。

综合分析,协同的结果是参与主体 R_a 比参与主体 R_b 协同的价值溢出增长快,因为式(24)中第 1 条直线位于第 2 条直线外,即在两条直线的中间区域(非公共区间) $\frac{dn(t)}{dt}<0$,这就意味着参与主体 R_a 会抑制参与主体 R_b 的价值溢出增长,这种抑制的最终结果会导致参与主体 R_b 的作用完全被参与主

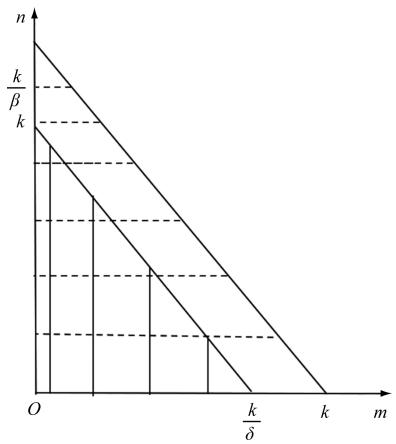


图 3　δ<1,β>1 时两条直线

体 R_a 淹没。如果是两个企业进行协同，R_b 则会被 R_a 兼并；如果是两个区域进行协同，R_b 则会被 R_a 同城一体化；如果是两个要素进行协同，R_b 则会被 R_a 完全替代。

(4)当 $\delta<1$，$\beta<1$ 时，式(23)代表的直线方程如图 4 所示。

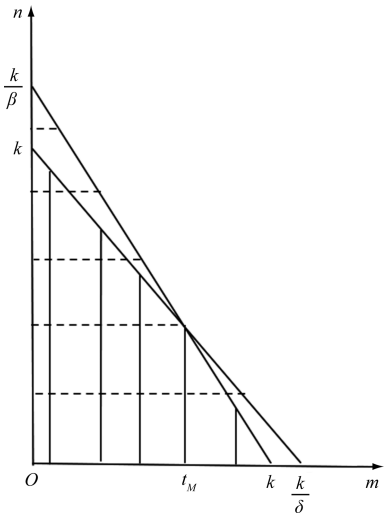


图 4　$\delta<1$，$\beta<1$ 时两条直线

由图 4 可以看出，两条直线存在一个交点。在 t_M 时刻的横线区域内，式(23)中第 1 条直线的斜率小，因为 $m(t)<\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$，且 $\frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}>0$，故 $m(t)$ 逐渐增大而趋于平衡点。同时，在此区域内，因为 $n(t)>\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$，式(23)中第 2 条直线的斜率大，因此 $\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t}<0$，故 $n(t)$ 逐渐减小而趋于平衡点。

在 t_M 时刻，在竖线区域内，因为 $m(t)>\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$ 且 $\frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}<0$。故 $m(t)$ 逐渐减小而趋于平衡点 $\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$。同时，在此区域内，因为 $n(t)<\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$ 且 $\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t}>0$，故 $n(t)$ 逐渐增大而趋于平衡点 $\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}$。根据平衡点判断准则，可得此时平衡点 $\begin{cases}m(t)=\frac{(1-\delta)k}{1-\delta\beta}\\ n(t)=\frac{(1-\beta)k}{1-\delta\beta}\end{cases}$ 是稳定平衡点。

3　结论

本文对协同联盟的原动力、协同联盟的生命周期的变迁进行定性的分析。从协同的比较优势发挥、规模经济的效应以及学习效应的角度，分析了协同价值溢出的内在和外在机制。在此基础上，以两个协同主体为研究对象，以巴斯扩散模型为基础，建立了协同联盟分析的数学模型，对模型进行了解析分析，计算了协同的平衡点，重点分析了两个协同主体呈现相互竞争的反函数变化的情况。极限分析的情况表明，这种协同模式是一种不稳定的协同。随着时间的推移，一方协同的全部溢出价值增加，另一参与主体的全部溢出价值减少，易导致参与者退出协同联盟，自动终止协同。同时，本文进一步分析了这种协同随着协同时间变化过程中资源存量的情况并定义了协同参与主体效益溢出效应的计算公式，从而搭建协同综合溢出效应模型，运用二阶齐次线性微分方程判定协同平衡点性质，衡量企业的协同能否长期稳定的存在。本文对协同机制效应的理论研究的结果可以为政府的相关部门、企业以及区域的合作、区域内的协同提供管理决策的依据及决策建议。

政府部门可以通过政策引导，提升协同联盟中知识溢出和学习效应，即提升 q，避免过度依赖外部资源投入导致的协同脆弱性。企业优先选择与自身资源结构互补、文化相容的伙伴，同时在协同过程中注重内外部溢出效应的动态监测，尤其要关注 p，q 的变化，及时调整合作策略以维持联盟稳定。企业面对协同过程中可能出现的竞争性资源侵蚀(如 $\delta>1$，$\beta>1$)，联盟可以设立资源再分配与利益补偿机制，避免资源失衡导致合作破裂。

本文以巴斯扩散模型为基础展开协同的理论研究，主要分析了两个协同主体呈现相互竞争的反函数变化的情况。由于协同的应用范围广泛，所以日后的研究可以针对协同的不同应用领域或者协同主体之间的关系进行更加细致的探讨，以便更好地指导不同区域协同、企业协同、产业协同，甚至是某些企业集团内部的资源要素的协同。

参考文献

[1] COOKE P. The new wave of regional innovation networks: analysis, characteristics and strategy[J]. Small Business Economics, 1996, 8(2): 159-171.

[2] KANEVA M, UNTURA G. The impact of R&D and knowledge spillovers on the economic growth of Russian regions[J]. Growth and Change, 2019, 50(1): 301-334.

[3] BAŞAR E. Synergetics of neuronal populations: a survey on experiments[M]. London: Springer, 1983.

[4] HAKEN H. Synergetics: cooperative phenomena in multi-component systems [M]. Stuttgart: Springer, 1973.

[5] HAKEN H. Synergetics: introduction and advanced topics: an introduction: nonequilibrium phase transitions and self-organization in physics, chemistry and biology[M]. Berlin: Springer, 2004.
[6] 倪渊. 核心企业网络能力与集群协同创新:一个具有中介的双调节效应模型[J]. 管理评论, 2019, 31(12): 85-99.
[7] 马朝良. 产业链现代化下的企业协同创新研究[J]. 技术经济. 2019, 38(12): 42-50.
[8] 肖汉杰, 于法稳, 唐洪雷, 等. 低碳环境友好技术政产学研金协同创新演化博弈研究[J]. 运筹与管理, 2021, 30(10): 39-46.
[9] 高怡冰. 珠三角城市群协同创新的驱动因素——基于哈肯模型的动态分析[J]. 科技管理研究, 2020, 40(22): 85-93.
[10] 杨坤, 汪万. 长三角地区协同创新、产业结构与生态效率耦合协调发展的时空演化[J]. 科技管理研究, 2020, 40(21): 80-87.
[11] 陈福时, 李文丹, 万贤贤, 等. 产学研协同创新对产业结构升级与发展影响的实证——以长江中游城市群为例[J]. 统计与决策, 2021, 37(21): 174-178.
[12] 王娟, 张鹏. 服务转型背景下制造业技术溢出突破"锁定效应"研究[J]. 科学学研究, 2019, 37(2): 276-290.
[13] 戚聿东, 杜博, 叶胜然. 知识产权与技术标准协同驱动数字产业创新:机理与路径[J]. 中国工业经济, 2022(8): 5-24.
[14] 夏天添, 张振铎, 万鹏宇. "高校-企业"技术转移对企业创新绩效的影响——来自经验取样法的证据[J]. 科技进步与对策, 2020, 37(19): 105-112.
[15] 李振东, 张冬冬, 朱子钦, 等. 数字化情境下的协同创新:理论框架与研究展望[J]. 科学学与科学技术管理, 2022, 43(8): 47-65.
[16] 高茜滢, 吴慈生, 王琦. 基于合作竞争与协同创新的创新联合体研究[J]. 中国软科学, 2022(11): 155-164.
[17] 吕平, 袁易明. 产业协同集聚、技术创新与经济高质量发展——基于生产性服务业与高技术制造业实证分析[J]. 财经理论与实践, 2020, 41(6): 118-125.
[18] 原毅军, 高康. 产业协同集聚、空间知识溢出与区域创新效率[J]. 科学学研究, 2020, 38(11): 1966-1975.
[19] 吴洁, 车晓静, 盛永祥, 等. 基于三方演化博弈的政产学研协同创新机制研究[J]. 中国管理科学, 2019, 27(1): 162-173.
[20] 解学梅, 陈佳玲. 供应链多维协同创新与企业绩效:一项元分析的检验[J]. 管理工程学报, 2022, 36(2): 20-36.
[21] SAIDI S, SHAHBAZ M, AKHTAR P. The long-run relationships between transport energy consumption, transport infrastructure and economic growth in MENA countries[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2018, 111: 78-95.

Research on Dynamic Mechanism of Cooperation Alliances Based on Bass Diffusion Model

LIU Qian, ZUO Boxi, ZHAO Yujian, XIANG Xiaomin, ZUO Xiaode
(School of Management, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

Abstract: Based on the idea of synergy, the variation of synergy life cycle, the idea and mechanism of synergy were analyzed, and a comprehensive measure of internal and external synergy spillover effect and the corresponding operator were proposed. The synergistic effect of synergistic subjects was further studied, and the basic mathematical model of synergy was established in this way. Then the model launched the relevant theoretical analysis, parameter identification, through the transformation of the synergistic effect model of the correlation coefficient, the establishment of the synergistic integrated spillover effect model. The results of the theoretical research on the effect of synergistic mechanism can provide the basis for management decisions and decision-making suggestions for the relevant government departments, enterprises and regional cooperation and intra-regional synergy.

Keywords: synergy; bass diffusion model; dynamic mechanism; spillover effect