

·科技纵横·

## 平方根号诞生探源

数学符号的科学意义就是选用恰当的对号方式,把复杂事物用简便形式表示出来,故数学符号是数学思维的结晶。数学符号能节省人类思维劳动,巧妙运用符号技巧是数学研究成功的关键之一。正是数学概念和运算的深入符号化,极大促进了数学发展。现代数学符号可谓经过了千锤百炼,逐步演进而成。如平方根号,从古埃及人、罗马人、印度数学家婆罗摩笈多(Brahmagupta),直到法国数学家笛卡儿(R.Descartes)创建现代符号,历经了4000余年的演进历程。

有史记载,最古老根号出现在古埃及及纸草书。约公元前2500年起,古埃及人就用一种僧侣文来作日常书写。这套文字最初只是象形字的缩写,尽管其有限数学符号尚不成体系,却有了加法、减法和平方根的符号。

古埃及人应用符号“ $\sqrt{\quad}$ ”表示平方根号。公元2世纪,罗马数学家尼普萨斯应用拉丁文单词Latus(正方形之边)表示平方根,其后“L”就逐渐成为欧洲的平方根符号。直到16世纪,法国数学家拉米斯(R.P.Ramus)仍用“L27adL12等于L75”表示 $\sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{75}$ 。1624年,英国数学家布里格斯(H.Briggs)仍沿用罗马人符号,分别用L、L3、LL表示平方根号、立方根号和四次根号。

无理数的发现在西方引发了第一次数学危机。对无理数引发的研究恐惧感,致使古希腊先贤未能创造出根号符号,然而平方根与无理数始终有着千丝万缕的联系。在古印度语中,无理数的“无理”为“carani”,7世纪印度数学家婆罗摩笈多就选用其第一个字母C来表示平方根号。如他应用ru3C45表示 $3 + \sqrt{45}$ 。了不起的是,婆罗摩笈多提出了负数概念,并用小点或小圈记在数字上面表示负数。其负数概念及其加、减法则虽然晚于中国,但其负数乘、除法法则领先。在中世纪的印度相关数学文献中,平方根则改用“kapaha”术语的“ka”来表示,但其不表示负数。

在阿拉伯早期文献中,发现其曾用 $\sqrt{\quad}$ 表示 $\sqrt{8}$ 。15世纪阿拉伯数学家阿尔·卡拉萨迪(Al-Qalasadi)应用阿拉伯文根号术语“jidr”首写字母“j”表示根号,其用法是将该符号放在所求平方根的数字之上,有时会在符号和文字之间用一水平线加以分隔。他注重应用数学符号,诸



如用“wa”表示加号,“illa”表示减号等。

拉丁文平方根单词“radix”源于阿拉伯语,一度曾用radix表示平方根。如radix de 5 et radix de 13表示 $\sqrt{5} + \sqrt{13}$ 。选取其首写字母,将“radix”简化为“R”成为必然,其首次出现在阿拉伯文版《原本》第10卷之中。

斐波那契(L.Fibonacci)是欧洲黑暗时期过后第一位有影响的意大利数学家。其随父到印度、埃及、阿拉伯和古希腊等地旅行,师从阿拉伯人学习算学知识,回意大利后写成《算经》,其中把“R”用作平方根和未知数。因《算经》在欧洲影响较大,致使符号“R”应用了好几百年。卡尔达诺(G.Cardano)在其《大法》中,亦用“R”表示平方根,且用“cu”表示立方根。这个“科学史上的怪杰”还把 $\sqrt{7 + \sqrt{14}}$ 表示为R.V.7.P:R.14,其中P表示加,V表示其后一切皆在根号之下。

欧洲其他地区也创建了一些符号表示根号。约1480年前后,德国人曾用“·”表示平方根,如 $\cdot 3$ 表示 $\sqrt{3}$ 。至16世纪初,小点带上了一条小尾巴,后逐渐演变成了“ $\sqrt{\quad}$ ”。如1525年,鲁道夫(C.Rudolf)在《求根式》中,应用 $\sqrt{8}$ 表示 $\sqrt{8}$ 。

类似地,荷兰数学家斯蒂文(S.Stevin)亦用“ $\sqrt{\quad}$ ”表示平方根号。不过他又创用了一些符号,如应用“ $\sqrt{\textcircled{3}}$ ”表示立方根,“ $\sqrt{\textcircled{4}}$ ”表示四次方根。

1629年埃尔伯特(G. Albert)将指数放在“ $\sqrt{\quad}$ ”左上方,用以表示开几次方根,如三次方根,但对于开四次方根,他却使用了符号“ $\sqrt{\sqrt{\quad}}$ ”。

学界认为,现在通用平方根号为笛卡儿所创建。在其1637年出版的《方法论》第299页,笛卡儿写道:若求 $a^2 + b^2$ 的平方根,则写作 $\sqrt{a^2 + b^2}$ ;若求 $a^2 - b^2 + abb$ 的平方根,则写成 $\sqrt{c \cdot a^2 - b^2 + abb}$ 。

观察其符号,笛卡儿是在符号“ $\sqrt{\quad}$ ”基础上,加上一条横线,可能考虑到被开

方数是多项式情形。

笛卡儿创造出如此别致的平方根号,他未给出任何解释。这就自然引起一些猜测,如欧拉(L.Euler)认为,笛卡儿设计的平方根号是由“root”首写字母变形而来,其演化进程为: $r \rightarrow \sqrt{\quad} \rightarrow \sqrt{\quad}$ 。肯定的是,笛卡儿是在前人基础上创造了平方根号。

另外笛卡儿还创造了指数符号。首次应用 $a^3$ 代表aaa, $a^4$ 代表aaaa等,不过他仍将 $b^2$ 记为bb。直到1801年,德国数学家高斯(C.F.Gauss)用 $b^2$ 替换了bb,成为现代标准记法。至于根号用分数指数表示,早在1676年牛顿(Isaac Newton)写给皇家学会秘书的信中,就介绍了其发现的二项式定理,并把 $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{a^2}$ 表示为 $a^{1/2}$ 、 $a^{3/2}$ 。

反观国内,我国古代数学可谓领先世界,可惜未能创造出系列的数学符号。现在使用的平方根号源于李善兰(1811—1882)所翻译的西方数学著作,然而受当时封建传统文化影响,他不敢“全盘西化”,直接引进英文符号,而是将英文的26个字母分别对应“天干”和“地支”,剩下的4个字母则对应于“天、地、人、物”。即“甲”对应于“a”,而“天”对应的则是“x”。这样简单数学式子也会变得怪异繁杂,如图1表示 $\sqrt{16a^2x}$ 。



图1 中国清代对平方根号的表达形式

“产生于过去的现在,孕育着伟大的未来。”任何数学符号的孕育、演化、生成,均经历了数学家无数次的观察、分析、猜测、实验、判断、辨析、调整、优化等思维活动。从平方根符号的演进历程足以窥见数学家的辛勤努力,感悟数学王国的博大精深,感受数学带来的极大乐趣。

文/徐传胜

作者简介 临沂大学理学院,教授。图片为本文作者。

(责任编辑 王丽娜)