

研学之乐

丘成桐^{1,2,3}

1. 哈佛大学数学系, 马萨诸塞州 02138, 美国
2. 香港中文大学数学科学研究院, 中国香港特别行政区
3. 清华大学数学科学中心, 北京 100084

我年少时,并不喜欢读书,在香港元朗的平原上嬉戏玩耍,也在沙田的山丘和海滨游戏。与同伴在一起,乐也融融,甚至逃学半年之久。真可谓徜徉于山水之间,放浪形骸之外。

1 “感情的培养是做大学问最重要的一部分”

在这期间,唯一的负担是父亲要求我读书练字,背诵古文诗词,读近代的文选,也读西方的作品。

但是,当时我喜爱的不是这些书,而是武侠小说,从梁羽生到金庸的作品都看了一遍。由于这些小说过于昂贵,只能从邻居借来,得之不易。借到手后,惊喜若狂。父亲认为这些作品文字不够雅驯,不许我看,所以我只得躲在洗手间偷偷阅读。

除了武侠小说外,还有《薛仁贵征东》、《七侠五义》和一些禁书,都是偷偷地看,至于名著如《水浒传》、《三国演义》和《红楼梦》等则是公开的阅读,因为这是父亲认为值得看的好书。他要求我看这些书的同时,还要将书中的诗词记熟。这事可不容易,虽然现在还记得其中一些诗词,例如黛玉葬花诗和诸葛亮祭周瑜的文章等,但大部分还是忘记了。

《三国演义》和《水浒传》很快就引起我的兴趣,但是读《红楼梦》时仅看完前几回,就没有办法继续看下去。一直到父亲去世后,才将这本书仔细地读过一遍,也开始背诵其中的诗词。由于父亲的早逝,家庭的衰落,与书中的情节共鸣,开始欣赏而感受到曹雪芹深入细致的文笔,丝丝入扣地将不同的人物、情景,逐步描写出旧社会的一个大悲剧。

40多年来,我有空就看这部伟大的著作,想象作者的胸怀和澎湃丰富的感情,也常常想象在数学中如果能够创作同样的结构,是怎样伟大的事情。

我个人认为:感情的培养是做大学问最重要的一部分。

汪中在《汉上琴台之铭》中有句云:“抚弦动曲,乃移我情。”

《琴苑要录》:“伯牙学琴于成连,三年而成,至于精神寂寞,情之专一,未能得也……伯牙心悲,延颈四望,但闻海水汨没,山林谷冥,群鸟悲号,仰天长叹曰:‘先生将移我情。’”

这一段话,对我深有感触。立志要做大学问,只不过是一刹那间事。往往感情澎湃,不能自己,就能够将学者带进新的境界。

父亲去世以前,我学习了不少知识,也读了不少好文章。但他的去世,却深深地触动了我的感情。我读《红楼梦》,背诵秦汉和六朝的古文,读司马迁的自传、报任安书、李陵答苏武书、陶渊明的归去来辞等等文章,这些文章的内容都深深地印记在我的脑海中。

文天祥说:“风檐展书读,古道照颜色。”足可以描述我当时读书的境况。除了中国文学外,我也读西方的文学,例如歌德的《浮士德》。

这本书描述浮士德的苦痛,与《红楼梦》相比,一是天才的苦痛,一是凡人的苦痛。描写苦痛的极至,竟可以说得上是壮美的境界,足以移动人的性情。

就这样,由于父亲的去世和阅读文学的书籍,这大半年感情的波动,使我做学问的兴趣忽然变得极为浓厚,再无反顾。

凡人都有悲哀失败的时候,有人发愤图强,有人则放弃理想以终其身。

黄仲则诗:“结束铅华归少作,屏除丝竹入中年,茫茫来日愁如海,寄语羲和快着鞭。”

诗虽感人,思想毕竟颓废,使人觉得阴云蔽天。难怪黄仲则一生潦倒,终无所获。

反观太史公司马迁,惨受腐刑,喟然而叹“身毁不用矣”,却完成了传诵千古的《史记》,适可藏诸名山大都。他在自传中说:“自周公卒,五百岁而有孔子,孔子卒后,至于今五百岁,有能绍明世,正易传,继春秋,本诗书礼乐之后,意在斯乎,意在斯乎。小子何敢让焉。”太史公的挫败和郁结,反而使他志气更为宏大。

40年来我研究学问,处事为人,屡败屡进,未曾气馁。这种坚持的力量,当可追索到当日感情之突破。我一生从未放弃追寻至真至美的努力,可以用元稹的诗来描述:“曾经沧海难为水,除却巫山不是云。”

当遇到困难时,我会想起韩愈的文章:“苟余行之不迷,虽颠沛其何伤。”

我也喜欢用左传中的两句来勉励自己:“左轮朱殷,岂敢言病。”此句出自左传晋齐鞞之战:“却克伤于矢,流血及屦,未绝鼓音,曰:‘余病矣。’张侯曰:‘自始合,而矢贯余手及肘,左轮朱殷,岂敢言病?吾子忍之……师之耳目,在吾旗鼓,进退从之,此车一人殿之,可以集事,若之何其以败君之大事也。’”

2 简洁有力的定理使人喜悦,就如读《诗经》和《论语》一样,言短而意深

做研究生时,我有一个想法,微分几何毕竟是牵涉及分析(即用微积分为工具)和几何的一门学问,几何学家应该从分析着手研究几何。况且微分方程的研究已经相当成熟,这个研究方向大有可为。虽然一般几何学家视微分方程为畏途,我决定要将这两个重要理论结合,让几何和分析都表现出它们内在的美。

在柏克莱的第一年我跟随 Morrey 教授学习偏微分方程,当时并不知道他是这个学科的创始者之一。从他那里我掌握了椭圆形微分方程的基本技巧。在研究院的第二年我才开始跟随导师陈省身先生学习复几何。

毕业后,在我的学生和朋友 Schoen、Simon、郑绍远、Uhlenbeck、Hamilton、Taubes、Donaldson、Peter Li 等人的合作下,逐渐将几何分析发展成一个重要的学科,也解决了很多重要的问题。

这是一种奇妙的经验,每一个环节都要花上很多细致的推敲,然后才能够将整个画面构造出来,正如曹雪芹写作《红楼梦》一样。

尼采说:“一切文学,余爱以血书者。”

曹雪芹说:“字字看来皆是血,十年辛苦非寻常。”

我们众多朋友创作的几何分析,也差不多花了十年才成功奠基。不敢说是“以血书成”,但每一次的研究都很花费工夫,甚至废寝忘餐,失败再尝试,尝试再失败,经过不断的失败,最后才见到一幅美丽的图画。

简洁有力的定理使人喜悦,就如读《诗经》和《论语》一样,言短而意深。有些定理,孤芳自赏。有些定理却引起一连串的突破,使我们对数学有更深入的认识。每一个数学家都有自己的品味和看法,我本人则比较喜欢后一类数学。

当定理证明后,我们会觉得整个奋斗的过程都是有意思的,正如智者垂钓,往往大鱼上钩后,又将之放生,钓鱼的目的就是享受与鱼比试的乐趣,并不在乎收获。

从数学的历史看,只有有深度的理论才能够保存下来。千百年来,定理层出不穷,但真正名留后世的结果却是凤毛麟角,这是因为有新意的文章实在不多,有时即使有新意,但是深度不够,也很难传世。

当年我看武侠小说,很是兴奋,也很享受,但是很快就忘记了。在阅读有深度的文学作品时,却有不同的感觉。有些武

侠小说虽然很有创意,但结构不够严谨,有很多不合理的元素,与现实相差太远,最终不能沁人心脾。

我们几个朋友在研究和奋斗过程中,始终不搞太抽象的数学,总愿意保留大自然的真和美。

王国维评古诗十九首:“昔为倡家女,今为荡子妇,荡子行不归,空床难独守。”“何不策高足,先据要路津,无为守贫贱,坎坷长苦辛。”以为其言淫鄙,但从美学的观点,却不失其真。

3 好的数学也应当能接触到大自然中各种不同的现象,这样才能够深入,才能够传世

数学创作也如写小说,总不能远离实际。《红楼梦》能够扣人心弦,乃是因为这部悲剧描述出家族的腐败、社会的不平、青春的无奈,是一个普罗众生的问题。好的数学也应当能接触到大自然中各种不同的现象,这样才能够深入,才能够传世。

我的研究工作,深受物理学和工程学的影响,这些科学提供了数学很重要的素材。

广义相对论就是一个重要的例子。1973年在斯坦福大学参加一个国际会议时,我对某个广义相对论的重要问题发生兴趣,它跟几何曲率和广义相对论质量的基本观念有关,我锲而不舍地思考,终于在1978年和学生 Schoen 一同解决了这个重要的问题。这些与相对论有关的几何问题始终使我喜悦。也许这是受到王国维评词的影响,我认为数学家的工作不应该远离大自然的真和美。直到现在我还在考虑质量的问题,它有极为深入的几何意义。没有物理上的看法,很难想象单靠几何的架构,就能够获得深入的结果。广义相对论中的品质与黑洞理论都有很美的几何意义。

其实西方文艺复兴的一个重要反思就是复古,重新接受希腊文化真与美不可割裂的观点。中国古代文学的美和感情是极为充沛的,先秦两汉的思想和科技与西方差可比拟。清代以来,美术文学不发达,科学亦无从发展。读书则以考证为主,少谈书中内容,不逮先秦两汉唐宋作者的热情澎湃。若今人能够回复古人的境界,在科学上创新当非难事。

除了看《红楼梦》外,我也喜欢看《史记》、《汉书》。这些历史书不单发人深省,文笔通畅,甚至启发我做学问的方向。

由于史家写实,气势磅礴,荡气回肠,使人感动。历史的事实教导我们在重要的时刻如何做决断。做学问的道路往往是五花八门的,走什么方向却影响了学者的一生。复杂而现实的历史和做学问有很多类似的地方,历史人物做的正确决断,往往能够提供学者选择问题一个良好的指南针。

王国维说学问第一境界“昨夜西风凋碧树,独上高楼,望尽天涯路。”做好的工作,总要放弃一些次要的工作,如何登高望远,做出这些决断,大致上建基于学者的经验和师友的交流上。然而对我而言,历史的教训却是很有帮助的。

我刚毕业时,蒙几何学家西门斯邀请到纽约石溪做助理教授。当时石溪聚集了一群年青而极负声望的几何学家,在

度量几何这个领域上可说是世界级重镇。我在那里学了不少东西。

一年后又蒙奥沙文教授邀请我到斯坦福大学访问,接着斯坦福大学聘请我留下来。但是当时斯坦福大学基本上没有做几何学的教授,我需要做一个决定。

这时记起《史记》叙述汉高祖的事迹。刘邦去蜀,与项羽争霸,屡败屡战。犹驻军中原,无意返蜀,竟然成就了汉家 400 多年的天下。对我来说,度量几何的局面太小,而斯坦福大学能够提供的数学前景宏大得多,所以决定还是留在斯坦福做教授,与 Schoen、Simon 合作。现在想来,这是一个正确的决定。

如上所言,我的想法和一般同学的想法不大一样,也不见得是其他一流数学家的想法。但是有一点是所有学者都有共同点:努力学习,继承前人努力得来的成果,不断地向前摸索。

我年少时受到父亲的鼓励,对求取知识有浓烈的兴趣,对大自然的现象和规律都很好奇,想去了解,也希望能够做一些有价值的工作,传诸后世。

我很喜爱以下两则古文:

孔子:“君子疾没世而不称焉。”

曹丕《典论论文》:“盖文章,经国之大业,不朽之盛事……是以古之作者,寄身于翰墨,见意于篇籍,不假良史之辞,不托飞驰之势,而声名自传于后。”

立志当然是一个好的开始,但是如何做好学问却是一个重要的问题,我有幸得到好的数学老师指导。当我学习平面几何时,我才知道数学的美,也诧异于公理逻辑的威力。

因为对几何的兴趣,我做习题时都很成功,也从解题的过程中产生了浓厚的好奇心。我开始寻找新的题目,去探讨自己能够想象的平面几何现象。每天早上坐火车上学时我也花时间去想,这种练习对我以后的研究有很大的帮助。

有了理想的方向,还需要寻找好的问题。

中学时的训练对同学们都有很大的帮助,但修能却需要浸淫于书本,从听课和师友交流中,可以发现哪些研究方向最为合适。找到理想的方向后,就需要勇往直前。好在,培正中学出了不少数学名家。我们中学的老师在代数和数论方面的涉猎比较少,培正同学们在这方面的成就也相对地比较弱,由此可以看到中学教育的重要性。

屈原说:“纷吾既有此内美兮,又重之以修能。”文章的格调和对学术的影响力与“内美”有关,可以从诗词、礼、乐、古文、大自然的环境中培养吸收。

有了理想的方向,还需要寻找好的问题。西方哲人亚里士多德(Aristotle)在名著《形而上学》一书中说:“人类开始思考直接触目不可思议的东西而或惊异……而抱着疑惑,所以由惊异进于疑惑,始发现问题。”惊异有点像惊艳,但这种惊异一方面需要多阅历,一方面需要感情充沛,才能够产生。

空间曲率的概念对我具有极大的吸引力,我从广义相对

论中知道所谓 Ricci 曲率的重要性。通过爱因斯坦方程,它描述物质的分布,这个方程的简洁和美丽使我诧异。

我认为了解 Ricci 曲率是了解宏观几何的最重要一环,但几何茫茫,无从着手。有一天很高兴地发现 Calabi 先生在 1954 年时有一篇文章,叙述在复几何的领域中,Ricci 曲率有一个漂亮的命题,但他却没有办法证明这个命题。当时我很兴奋,但也觉得它不大可能是真实的,因为这个命题实在太美妙了。所有年轻的朋友都这么说,甚至我的导师也这么说。陈先生甚至认为这个研究方向的意义不大,我却固执地认为对 Calabi 猜测总要找出一个水落石出的答案。直到有一天,经过大量的尝试后,我才发觉从前走的方向完全是错误的,于是反过来企图证明这个猜想。但要证明它,却需要有基本的分析能力,我和我的朋友郑绍远花了不少工夫去建立跟这个问题有关的工作,终于我在 1976 年完成了这个重要猜想的证明。

这个猜想在 1976 年全部完成,我同时应用它解决了代数几何里好几个基本问题。毫无疑问,这是一个漂亮的定理,也打开了几何分析的一个大门。

当时我刚结婚,正在享受人生美好的时刻,也独自欣赏这个刚完成的定理的真实和美丽,有如自身的个体融入大自然里面。当时的心境可以用下面两句来描述:“落花人独立,微雨燕双飞。”

由这个定理引起的学问,除了几何分析上的 Monge-Ampere 方程外,在代数几何上独树一帜,以后在弦学理论成为一个重要的宇宙模型。

在解决 Calabi 猜想的同时,有一天我碰见从前在柏克莱的同学 Meeks 先生。他是一个嬉皮士,两手各搂抱着一个少女,在系里的走廊上高高兴兴地走来。但我觉得此人极有才华,建议与他合作去解决一个极小流形的古老问题。

我们用拓扑学的办法解决了这个问题,反过来又用得到的结果,解决了拓扑学上一些重要的问题,再加上我的同学 Thurston 的重要工作,竟然解决了拓扑学上著名的 Smith 猜想。1976 年可说是我收获极为丰富的一年,我那年刚结婚,刚搬到洛杉矶,生活未算安定。由此可知,做学问没有最安定的环境也可以成功的。

在代数几何得到一定成功后,我接触到很多代数几何学家,也开始了解这个学科的走向。Calabi 猜想是关于度量的猜测,我开始比较度量几何和复纤维丛上的度量问题,我猜想纤维丛也有类似于 Calabi 猜想中的度量,同时和纤维束的稳定性有关,Uhlenbeck 和我花了很长一段时间才将这个问题全部解决(在这期间英国的 Simon Donaldson 用不同的方法解决了二维的情形,并且很快就完成了高维空间中这个定理的重要情形)。

在解决这个问题后,我建议我的朋友 Witten 考虑这个定理的物理意义,他当时认为这个定理的物理意义不大,但一年后他改变了想法,写了一篇文章解释它们在弦论上的作

用。直到如今,这个结构在弦论上仍占据着很重要的位置。

这篇文章花了 Uhlenbeck 和我很长的时间,可说是极为艰苦的奋斗才完成的。Uhlenbeck 来普林斯顿访问我时,为了寻找这个问题的解法,竟然关在房间里 3 天之久。

我和 Uhlenbeck 的工作以后被推广,尤其是加上我的朋友 Hitchin 引进的 HiggsField 以后,成为代数几何和算术几何中强有力的工具。

Calabi 猜想的一个重要结论是,代数空间有很强的拓扑限制,包括 Miyaoka-Yau 不等式的成立,从而有代数流型的刚性结果。这个结果被我应用而解决了古老的 Severi 猜想。在这个基础上,我猜测某些代数空间有更一般的刚性结果。我并提出用调和映射的方法来解决这个猜想。

其实在更早的时候,我和 Schoen 已经在调和映射做了不少工作。

在 1984 年弦理论成为理论物理的重要一门学科以后,我以前做的好几项工作都受到理论物理学家的欢迎。我也深受物理学家对数学洞察力的影响,我有十多位跟随我的博士后,他们都是物理学博士。我从他们那里学习物理。

最令我惊讶的一次是,我的博士后 Brian Greene 跑到我的办公室,向我解释他最新的发现,就是在 Calabi-Yau 空间中,存在所谓镜对称的观点,这个发现对代数几何有极大的冲击,影响至今。它的结论至为漂亮,从不同角度解释了代数几何里百年来不解的现象,但物理学家没有办法给出一个证明,6 年后在众多数学家努力的基础上,刘克峰、连文豪和我终于找到一个满意的证明。

但是我觉得我们对镜对称这个现象还是没有得到深入的了解,两年后 Strominger、Zaslow 和我终于找到这个对称的几何解释,引起了一连串重要的突破,可是,镜对称在数学上到现在还没有严格的证明。Zaslow 是跟随我的博士后,他以后成为西北大学的大教授。

当时我和他还做了一个重要的工作。从弦学上膜的观点,我们找到一个公式(Yau-Zaslow 公式)。这个公式可以用来计算 K3 曲面上的有理曲线的个数,公式由数论中的某些著名的函数给出,这是数论函数出现在计算曲线数目的第一次,以后很多代数几何学家继续这个研究,将这个公式推广到更一般的情形。

与物理学家合作是愉快的经验,可以有跳跃性的进展,而又不停地去反思,希望能够从数学上解释这些现象,在这个过程中往往推进了数学的前沿。

过去 20 多年,我也花了一些工夫去做应用数学的工作,一方面和金芳蓉在图论上合作,一方面和我弟弟共同研究控制理论。近年来更和顾险峰等合作做图像处理的研究。

这些工作都和我从前研究的几何分析有关,尤其是我和 Peter Li 研究的特征函数的问题。起源于当年我在斯坦福研究调和函数的梯度估计。我还记得我傍晚时躲在办公室里,试验用不同的函数来算这些估值,舍不得去看斯坦福校园落日的景色。

斯坦福的校园确是漂亮,黄昏时在大教堂的广场,在长长的回廊上散步,看着落日鎏金,青草连天的景色,心情特别舒畅。我早年的工作都在这里孕育而成。

除了 Calabi 猜想外,还有正质量猜想的证明。1979 年的夏天,我和 Schoen 住在他女朋友 Los Altos 的家里,白天我们将这个猜想的证明逐步写出来,到了晚上 10 时多才回家去游泳池游泳。在这一段日子里,我们也将正数值曲率空间的理论完成。

做科研确实需要付出代价,但它的快乐无穷。

先父的心愿是:“寻孔颜乐处,拓万古心胸。”

我只知自得其乐,找寻我心目中宇宙的奥秘。

“衣沾不足惜,但使愿无违。”

·学术动态·



“2011 年全国十字花科蔬菜学术研讨会”征文

中国园艺学会将于 2011 年 11 月在南京举办“第九届十字花科蔬菜学术研讨会暨新品种展示会”。

会议议题:中国十字花科研发面临的机遇与挑战;十字花科新品种选育及应用;十字花科蔬菜产品市场运行规律及发展趋势;十字花科种质资源、遗传与生物技术;十字花科蔬菜栽培及贮藏加工等。

征文截止日期:2011 年 7 月 30 日。

联系电话:010-82109528;电子信箱:cshe@mail.caas.net.cn。