

定理机器证明思想的产生与发展

Formation and Development of Ideas about Proving Theorems by Computers

傅海伦

(山东师范大学数学系,副教授 济南 250014)

一、定理机器证明思想的产生与发展

所谓定理的机器证明,是指使用计算机证明定理的成立,即把人证明定理的过程,通过一套符号体系加以形式化,变成一系列在计算机上自动实现的符号计算过程。其实质是把具有智能特点的推理演绎过程机械化。定理的机器证明是涉及人类智能问题的主要研究课题之一。从传统的手工证明到定理的机器证明,是现代数学思想方法的一次重大突破。

机器证明大体上经历了这样一个过程:公理化—代数化—坐标化—机械化。

近代的机器证明思想由莱布尼兹首先提出,并直接导源于他的定理证明机械化设想。到19世纪末,希尔伯特等创立并发展了数理逻辑,为定理证明机械化提供了一个强有力的工具,使这一设想有了明确的数学形式,本世纪初,数理逻辑学家对定理证明的机械化进行了大量的理论探索,但是他们大都否定了机械化证明的可能性,其中最具有代表性的就是哥德尔等人的一条著名定理:初等数论定理证明的机械化是不可能的。

电子计算机产生以后,人们开始真正设想,能不能使得数学研究这样的脑力劳动机械化呢?自本世纪20、30年代,数理逻辑学家们就已开始关注利用计算机进行数学证明的问题。在此之前,尽管几代数学家都为定理证明机械化作出过不懈的努力,然而,由于数学家们只使用简单的计算工具,实际上都未能取得良好的结果。直到电子计算机的问世,才给这一领域的研究带来了新的生机。特别是20世纪40年代电子计算机的发展,为机器证明定理提供了物质条件,使这一设想的实现有了现实可能性,因此推动证明机械化的研究蓬勃发展起来。

到了50年代,机器证明开始兴起,成为一个数学领域。波兰著名的数学家、逻辑学家塔斯基(A. Tarski)为此作出了贡献。他在1948年的一本经

典著作《初等代数和几何的判定法》中,证明了一切初等几何及初等代数范围内的定理证明是可以用计算机判断的,并且给出了具体的机械化证明的方法,这为人们开始这方面的可行性研究树立了信心。50年代中期,美国开始了利用计算机证明数学定理的尝试。

机器证明史上第一项奠基性的突破,是由美国的卡基大学—兰德公司协作组作出的。1956年,此协作组的纽厄尔(A. Newell)、西蒙(H. Simon)和肖乌等人通过研究证明定理的心理过程,建立了机器证明的启发式搜索法,编制了一个“逻辑理论机”程序(LT),成功证明了罗素和怀特海所著的《数学原理》第二章52条定理中的38条,这一年可作为历史上计算机证明以至于人工智能研究的开端。1963年,他们又在计算机上证明了全部52条定理。50年代末,著名美籍华人、数理逻辑学家、美国洛克菲勒大学的王浩教授发明了王浩算法,把机器证明规则化。1959年他只用9分钟的机器时间,用计算机证明了《数学原理》中的一阶逻辑部分的全部350多条定理,在当时数学与数理逻辑界引起轰动。

70年代,机器证明获得新的重大进展。1976年美国伊利诺斯大学的阿佩尔(K. Appel)、哈肯(W. Haken)和科奇(J. Koch)完成了构造可约构形的不可避免集的工作,在电子计算机上解决了100多年来传统人脑支配手工操作所长期未能解决的著名难题——“四色猜想”问题。

随着研究的进一步深入,今天人们已经能根据机械化方法编制程序,在计算机上给出证明。可以机械化证明的几何包括:欧氏几何、有序投影几何、无序投影几何、鲍利亚—罗巴切夫斯基非欧几何、黎曼非欧几何、墨比乌斯圆几何等等。在短短几年内,人们便在初等几何中的一些主要定理的证明上实现了机械化,不仅如此,人们还证明了微分几何中的一些主要定理可以通过机械化论证。近来又对三角函数、双曲函数等一类超越函数公式实现了机械化的证明。此外,在分析拓扑学、集合论以及递归

函数等方面都使机器证明获得了成功的应用。因此,可以预料,随着计算机愈来愈小型化而内存又愈来愈大,以及机器证明理论研究的不断深入,将会开辟机器证明的新时代。

二、吴文俊对数学机械化的重大贡献

我国以吴文俊院士为首的数学家在机器证明研究上取得了令世人瞩目的重大成果,为数学机械化的发展作出了突出贡献。

吴文俊院士认为:如果考察一下数千年的数学发展史,可以发现,数学多次重大突破都与数学的机械化有关,算术中有许多四则难题,每题求解都要煞费苦心;但代数出现以后,许多问题一列方程,其过程就成为机械性的了,变得轻而易举;欧氏几何富丽的证明,需要添加各种辅助线及其它一些很高超的技巧,但解析几何却使得有些定理的证明成为机械过程了;微积分使得求面积、体积、曲面切线、极值等问题已成为机械的求导数、求积分了。

基于对中国古代数学机械化的深刻理解和认识,吴文俊自觉地继承和发展了中国古代数学机械化的思想和方法。吴文俊先生在对中国古算深入研究的基础上,分析了笛卡儿的思想,深入探讨希尔伯特《几何基础》一书中隐藏的构造性思想,开拓了机械化数学的崭新领域,创立了数学机械化方法:从几何公理体系出发,引进坐标,将任意几何问题代数化——将证明题的假设与结论分别表示成多元多项式方程——后在电子计算机上运算,以判定定理是否成立。吴文俊提出了平面几何及微分几何的判定法,在机器上证明了人一直难以证明的问题。他自1976年冬开始研究,1977年取得了初步结果,证明了初等几何主要一类定理的证明可以机械化。其证明方法分为3个主要步骤。

第一步,从几何的公理系统出发,引进数系统与坐标系统,使任意几何定理的证明问题成为纯代数问题。

第二步,将几何定理假设部分的代数关系式进行整理,然后依据确定步骤验证定理终结部分的代数关系是否可以从假设部分已整理成序的代数关系式中推出。

第三步,依据第二步中的确定步骤编成程序,并在计算机上实施,以得出定理是否成立的最后结论。

实际上,吴文俊给出了实现机器证明的一个行之有效的一般方法,其方法被称为“吴文俊消法”或“吴方法”。可以说,这是吴文俊遵循中国传统数学的构造性和机械化的思想以及几何代数化方法应用的结果。首先,遵循机械化思想引进数系、建立坐标系,把几何构图中的各种关系利用代数方程来描

述,将数学定理的假设条件表示为一组代数方程:

$$(H) \quad \begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases}$$

而数学定理的结论由代数方程(C)所刻画。

$$(C) \quad g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

这里 $f_1, f_2, \dots, f_n$ 和 g 都是变元 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的多项式,那么定理的机械化证明就可归结为如下的机械化问题,即构造并提供一种确定的、机械的算法,使得此算法进行有限步之后即可判定:在若干附加条件下,结论C是否可由假设H推出,即是否可由 $f_1 = 0, f_2 = 0, \dots, f_n = 0$ 推出 $g = 0$ 。

数学定理机械化证明的吴氏定理圆满地解答了这一机械化问题。这给2000多年的公理化演绎体系带来了强烈的冲击,终于实现了千百年来几何定理机械化证明的梦想。

“吴方法”是以宋元时期传统数学“天元术”、“四元术”为基础创造发展起来的。吴文俊运用自己的方法,在电子计算机上完成了西姆森线、费尔巴哈定理、毛莱定理等一系列初等几何的证明,许多定理的证明只需几秒甚至零点几秒就可以在电子计算机上完成,而一些定理的证明相当繁杂,即使交给杰出的数学家来证,也是相当困难的。自1976年以来,周咸青用“吴方法”已成功地证明了600多条定理。以吴氏定理为基础,机器证明定理的范围又被推广到非欧几何、仿射几何、圆几何、线几何、球几何等等领域;1978年,又证明初等微分几何中的一些主要定理可以机械化,这样就走出了一条完全是中国人自己开拓的新道路。到80年代,吴文俊不仅建立起数学机械化证明的基础,而且扩张成广泛的数学机械化纲领,“吴方法”已在数理科学、理论物理和计算机科学等基础科学领域成功地解决了一系列理论和实际问题。

近年来,对于中国数学史的研究以及定理机器证明的数学机械化纲领正在急剧地扩大影响,真正成为一个独具中国特色的结构性的、可机械化的数学运动。1990年8月8日,以吴文俊为首的“数学机械化中心”正式成立。吴文俊在数学机械化方面的各项独创性工作使他在国际、国内产生了广泛的影响,享有很高的声誉,单是定理机器证明就已获得许多热情的赞扬。美国《自动推理》杂志编委J. S. 穆尔(Moore)认为,在吴文俊的工作之前,机械化的几何定理证明处于黑暗时期,而吴文俊的工作给整个领域带来光明。美国定理自动证明的权威人士L. 渥斯(Wos)认为吴文俊的证明路线是处理几何问题的最强有力的方法。吴文俊在自动推理领域的杰出贡献是不可磨灭的。1992年,以吴文俊为首席科学

(下转第30页)

天然气是生产氢气的最佳原料,世界上约有 80 %的氢气是通过天然气蒸汽转化法生产的,因此天然气制氢具有一定的竞争力。天然气蒸汽转化可得 3 倍体积的氢,外加等体积的一氧化碳。一氧化碳拿来作羰基合成和含氧化合物 (OXO) 产品,其价值比变换后得到的氢要高,经济效益好。积极发展天然气精细化工,使天然气多走几步深加工,显然是可再增效益的。当然亦有一些产品本已具备比较优势,例如天然气制氢氰酸,然后再与丁二烯合成己二腈,再加氢为己二胺,成为尼龙 66 的单体之一。在有条件的地方可按上述目标扩建,但需要解决相应的技术问题。

3. 关于天然气制乙炔

自 60 年代后期石油化工迅速发展以来,用天然气制乙炔及其衍生物作为工业化学品已明显衰落,乙炔作为有机化学品之母的美称已不复存在,乙炔的工业需用价值也大大下降。目前世界各国尚存的天然气制乙炔,比重已甚小,其衍生物亦仅存于某些领域。天然气制乙炔属高能耗工业,其能否继续存在、发展,首先取决于原料价格,亦取决于其后加工产品的附加值。现在有个别企业初步规划出以适价的天然气从天然气制乙炔,再进行多步深加工,以求得高附加值的方案,似乎颇有前景。但此方案在新技术来源和技术经济评价上仍有待深入。

三、积极跟踪世界天然气新技术的发展

当前各国正在加强天然气化工利用的战略研究,其目标是为 21 世纪全球能源和石油化工原料的转变做技术准备,研究重点是天然气直接或间接转化生产液体燃料、烯烃、芳烃和含氧有机化学品的四大领域。总体看研究工作比较活跃,大多处于开发阶段,有的则已进入产业化的试验程序。许多新一代的天然气化工产品正处于工业化的进程,如天然气制乙烯技术 (MTO)、天然气合成油技术 (GTL)、天然气制二甲醚等。虽然不同工艺技术路线的技术经济价值尚待实践肯定,但我们应积极跟踪世界技

(上接第 15 页)

术的国家攀登计划项目“机器证明及其应用”正式立项。该项目执行 5 年来在大范围内取得突出成绩,超出了预期目标。1995 年 8 月,吴文俊在北京主持了第一届亚洲计算机数学研讨会,交流数学机械化研究的经验,使有别于西方而具有中国特色也就是东方特色的机械化数学研究在更大的范围内开展。正是由于数学机械化方面的杰出成就,不久前,吴文俊院士与我国著名水稻育种专家袁隆平院士一起获得了国家颁发的最高科学奖。

术的进展、及时作出决策,则是不应迟疑的。

四、认真搞好消化吸收基础上的创新

长期以来,由于历史环境和体制条件所限,我国实行粗放型经济增长战略,科技进步在经济增长中一直没有处于重要地位,对经济增长的贡献较小。除少数产品外,我国主要行业的技术与世界先进水平的差距约为 10~20 年。多数行业的主体技术仍以引进为主,且相当部分的引进不注重消化、吸收和创新,造成多年来“引进—落后—再引进”的不良循环。由于我国科技水平与西方发达国家还有相当距离,为了发展现代天然气化工,今后引进先进技术仍然是必要的。但引进不是目的,而是手段,目的是为了自己创新,是为了以后不再重新引进。缩小与国外差距的办法之一就是要把引进与创新密切结合。引进和创新相结合进而实现自主创新,形成自有知识产权的新技术,这才是我们的目的。我国天然气化工的生产、科研、设计单位的科技工作有一定基础,应根据“有所为,有所不为”的原则,产学研相结合,突出重点,加大力度,力求有所突破,形成自有知识产权的新技术。企业要加大研究和开发的投入,国家亦应对重点项目给以支持。

五、及早制定天然气化工发展规划及政策

天然气化工的发展是庞大的系统工程,需要开发和应用并举,上、中、下游一体化;需要统筹规划,协调发展。目前我国尚缺乏一个包括产业发展及与科技开发创新密切相结合的发展天然气化工的全面专业规划。建议国家有关部门根据中央关于“十五”计划的建议及有关方针政策,积极组织力量编制我国天然气化工的发展规划,及早研究制定相应的政策(如引进外资、技术的合资合作政策,鼓励发展的税收政策,形成合理的天然气市场价格机制的政策,支持科技创新的政策等),以适应和促进其发展。

(责任编辑 蔡德诚)

吴文俊的心愿是:中国传统数学濒于失传并让位于西方现代数学,已有几个世纪之久了,现在已到了复兴中国数学事业的紧要关头,下个世纪,应该让中国先哲创立的机械化算法体系在数学领域再领风骚。然而,数学机械化的道路毕竟是漫长而艰辛的,建立具有中国特色的机械化数学体系依然任重而道远,这有待于致力于此的人们共同努力。

(责任编辑 孙立明)