

自然科学学科发展战略研究报告之七:数学

Strategic Research on Natural Science Disciplines: Mathematics

国家自然科学基金委员会

数学发展的特点和趋势

数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的一门科学。随着科学技术的发展,“形”与“数”这两个概念已不限于原来比较直观和狭隘的理解,而有了更普遍、更深刻的含义。可以说数学是关于模式和秩序的科学。数学不断从客观世界中,从数学以外的各个领域抽取事物间相互依存的形式和量的关系加以概括,抽象成为各种数学问题,运用已有的知识积累,找出其中的规律性。同时,数学作为一门科学,在长期发展的过程中形成了自己的理论体系。为使它更完整、更严密地向前推进,往往需要从数学理论本身提出一些问题。这些问题从提出到解决往往十分抽象,似乎看不出和现实世界有什么联系。由于数学研究来源于对现实世界中事物的抽象,由数学自身矛盾所引起的发展又时常在现实世界中得到应用。例如,对于素数的研究长期以来就是数论的中心,这是一个追求其自身完美的研究领域,传统上认为它几乎没有什么实用价值。然而密码学方面的新进展完全改变了这种看法。重要的密码体制的安全性极大地依赖于这样的信念,即对上千位或更多位的随机数的素因子分解在几十年内、在计算上是一个不可能实现的问题。然而由于近年来在素性检验和分解方面的一些事先没有预料到的进展,这种信念正在受到冲击。一位荷兰数学家得到了一个当前最好的因子分解算法,它用到了代数几何中椭圆曲线的理论。当然目前还不清楚这是否会导致能损害这些密码体制安全性的更为有效的方法。

数学科学包括基础数学、应用数学、计算数学、概率论与数理统计、运筹学与控制论、数理逻辑与理论计算机科学等领域。基础数学也称为核心数学,是数学最纯粹、最抽象的部分。核心数学

大体上可划分为分析、代数和几何/拓扑三个部分,而其中每部分又包含了大量的应用数学分支。当然,由于分析、代数与几何/拓扑之间的相互影响愈来愈复杂,它们与某些应用数学之间的区分也是不容易的。由于计算机的迅速发展,科学计算,各种层次上的应用数学,特别是数学建模蓬勃发展,提出了大量“纯”数学的问题,从而使近些年来基础数学进入了一个蓬勃发展的阶段,表现出空前的活力。与此同时,数学的疆界也不断地扩展,与其他学科交叉的边缘学科不断产生。在这些令人眼花缭乱、错综复杂的发展过程中,数学学科有以下几个显著特点。

1. 数学各主要分支学科间的相互渗透及融合进一步揭示出数学学科内在的统一性

近些年来,数学各主要分支学科间的渗透有一个显著的特征,即这些渗透不仅促成一些交叉分支学科的产生(如随机微分几何),而且结出了许多意想不到的丰硕果实。例如:泛函分析中的无穷维Von Neumann代数解决了拓扑学中三维空间中打结理论的一些经典难题;描写自然界中孤立波现象的KdV方程最近被用到代数几何中,解决了Ricmann提出的一个重要问题;物理学家杨振宁等引进的Yang-Mills作用量的概念被英国一个拓扑学家借用过去,立刻在四维流形的微分结构的研究上取得了令人惊异的重大突破;描写随机现象的Malliavin演算不但给出了著名的Atiyah-Singer指数定理的一个新证明(这一定理揭示出分析与代数拓扑的极其深刻的联系),并且还进一步推广了这一定理。这些事实使人们进一步认识到数学学科内在的统一性。

数学学科的内在统一性还表现在当用数学作为主要工具去解决某些应用问题时,并不仅是应用单个的数学分支,而往往是各个分支(只要用得上)协同作战的结果。

2. 数学对其它科学的渗透更加广泛与深入,

传统的应用数学分支十分兴旺,并正在不断发展。

由于数学理论与方法空前广泛地深入到各个领域,用数字的描述、分析和计算手段定量地研究各种自然现象乃至社会现象,形成了许多与数学交叉的边缘学科,如数理生物学、数理经济学等。随着人类越来越认识到协调各种生产活动、社会活动,以形成大范围良性循环的必要性,系统科学应运而生。各种系统的分析模拟、优化、控制,都是数学工作。历史经验表明,这种交叉边缘学科有很强的生命力,甚至产生出新的产业。如根据数学家N.Wiener和A.H. Колмогоров建立的信号滤波与检测理论设计制造了过滤噪声和译识地震信号的设备,才产生了当今规模宏大的石油地震勘探工业。

我们欣喜地发现,数学的抽象部分(如数论、代数几何等)也越来越多地参与了这种渗透。特别值得注意的是数学与理论物理的发展相辅相成,互相促进,导致了二者的重新统一。20年代量子场论出现后,数学与物理曾分道扬镳,而今这二者又重新携手合作了。这方面的例子不胜枚举。物理学中的规范场就是数学中纤维丛上的联络。量子物理中的反常(anomaly)是数学中K理论的一个内容。前面提到的Atiyah-Singer指数定理已成为量子场论中必不可少的工具,而且物理学家用超对称及Feynman道路积分给出了这个定理的一个新证明。更令人鼓舞的是近三年来超弦(Super String)理论中的一系列进展。这个理论的目的在于追求宇宙中四大作用力(电磁、弱相互作用、强相互作用及引力)的统一。虽然尚有不同看法,亦有待实验证实,但许多理论物理学家对此寄予很大希望。超弦理论用到了近代数学中一系列最深刻的成果,其中有些还是墨迹未干的。这些成果涉及到群论、无穷维李代数、代数几何学、复分析、微分几何学、模形式、拓扑学等。

3. 电子计算机对数学发展产生了巨大影响

电子计算机的出现对人类社会和科技进步的重大意义是众所周知的,它对数学本身的影响也是巨大和深远的。首先,它极大地扩充了数学的应用范围,如大规模科学计算、计算机模拟、仿真试验等;其次,它开辟了不少崭新的应用数学分支,如计算数学、计算物理、计算力学、计算化学等;最后,电子计算机的使用还改变着数学理论研究的面貌,例如,欧氏空间中无自相交的有限型极小曲面的一大批例子就是借助计算机绘图找到的。研究混沌理论的有理函数映射的迭代问题更离不开计算机。非线性现象中特有的奇异吸引子、孤立波,也首先是在计算机上用数值模拟发现的。

展望数学今后的发展,将有以下的趋势:

1. 非线性问题的研究将有大的发展

在力学、物理学、化学、生物学和工程技术中,存在大量的非线性现象。这些非线性现象的研究对科学技术的发展有重要的意义,也是对当代数学的一个挑战。最近,物理学家、化学家、生物学家、力学家们共同对孤立子、混沌和分叉理论的强烈兴趣就是一个例证。基础数学的大部分领域(群和代数的理论、代数几何、微分几何、拓扑学、实分析、复分析、泛函分析、微分方程等)都将卷入这一挑战中。

解决非线性问题,数值计算往往很重要。然而数值计算的基础是数学,例如收敛性、稳定性、误差估计等都要用到很深刻的理论数学;另一方面,往往一些简化的问题可以用纯数学的方法去获得极其深刻的界限性的结果,这些结果无论在理论上或应用上都是本质的。

2. 离散数学的研究将有大的发展

离散数学的研究对象通常是各种有限结构,其中元素之间存在某种关系,但一般不是代数运算关系。如极为复杂的超大规模集成电路(VLSI),成千上万个元件置于一小块硅片上组成一个电路。这个领域内存在着大量急需解决而又极端困难的问题,其中包括如何对各个部件进行分隔、布线和布局的问题。离散数学涉及传统的数论、抽象代数、数理逻辑、组合论、图论、博弈论、规划论等领域,并与理论计算机科学密切相关。诸如寻找某个问题的“多项式时间”的有效算法,确定某个问题是否可在多项式时间内完成计算等。

线性规划、非线性规划、组合数学等都将得到很大的发展,特别是将有更多的应用。

计算复杂性的问题也日益成为一个重大的研究课题。

3. 概率论与数理统计的作用将不断扩大

第二次世界大战后,统计学已发展为一门独立的学科,70年代的发展又加强了其理论基础。目前,数理统计学正在酝酿着新的进展。由于现代处理数据的能力有了极大的提高,脱离高斯假设的更加有力的非线性方法正在发展起来,这对理论与实际工作者都是一个挑战。另一方面,概率论也日益渗透到“确定性”数学的许多领域。前面提到的Malliain演算就是一个典型的例子。在物理学中,函数空间上的新的概率测度类已经建立起来,可用于刻划统计力学中的相变。用概率论方法求解量子物理问题,也向概率论本身提出了新课题。在计算方法上,概率论的应用可追溯到40年代的Mente-Cario方法。近年来出现了一些随机算法,更充分显示出概率论方法的威力。这种方法的基本想法是以冒极其微小的出错风险或损失极小的计算精度为代价,换取机器计算时间的巨大节省。例如它可以在1~2秒内告诉你,一个给定的很大

的数是否是质数,而发生错误的概率只有 10^{-30} 。

4. 计算数学将有更大的发展

科学计算已成为继实验与理论分析之后的第三种科学研究手段。用计算机近似求解阶数很高的代数方程组(或很复杂的微分方程)的高精度、低费用的计算能力,对许多科技领域的进展是至关重要的。人类的计算能力是计算工具的性能和计算方法效率的总和。历史证明,计算方法对提高计算效率所起的作用是重要的。目前,工程技术中存在大量三维问题,它们的解决不仅要求新的计算机硬件和操作系统,而且要求相应的新算法和数值分析方法。同时我们还须进行必要的数学理论研究,以指导未来新型计算机的研究。数学在本质上也是计算的灵魂。此外,计算机证明、计算机辅助证明、符号运算,也将得到发展。

5. 数学对生物学、经济学、语言学、管理学等的渗透必将进一步发展

这些方面所反映出的问题,有的是非常复杂的系统,呈现出在不同层次上无序和有序相互转化的复杂行为。如何准确地描述它们的结构及运转机制是对数学的又一挑战。

以上五个方向实际上也就是我们发展数学学科应有的近、中期战略方向。这些方向的研究几乎涉及所有的核心数学。因而核心数学也必须有一个相应的发展。可以肯定,无论是纯粹数学还是应用数学今后十年都将创造出更精彩的学科。主要问题在于将产生在何处,由谁创造出来。中国数学界在这种竞争中是可以有所作为的。

我国数学研究的现状及应优先发展的前沿课题

中国古代数学曾经有过辉煌的成就,但近几百年大大落后了。解放前虽然在一些抽象数学学科,有少数人的工作(有些是在国外作出的)达到了国际水平,但是数学的大多数领域,尤其是应用数学各分支,几乎全是空白。新中国诞生后,我国的数学事业有了较大的发展。在1956年科学发展规划的指导下,我国建立和发展了微分方程、概率统计、计算数学、泛函分析、多复变函数论、运筹学、控制论等分支学科,为我国科学技术和国民经济的发展作出了重要贡献。但是由于“左”的错误的干扰,数学基础研究多次受到冲击。不过直到1965年,我国数学的基础研究仍有相当规模,并且有自己的特色,在国际上有一定地位。

十年动乱中,我国数学研究受到的破坏达到了极点。改革开放以来,国际交流的大门打开,使国内数学界看到了与国际水平的巨大差距。在这种形势下,大批中、青年以访问、进修或留学的方

式被派往国外,同时国内的研究队伍和方向也进行了重新组合和调整。令人欣喜的是,一批优秀的青年博士学成回国,开始填补若干重要的空白领域(如代数几何学),国内也开始有了自己培养的博士。虽然这些人的数量目前还很少,但他们代表了新生力量,是我国数学研究的希望。原先有较强实力的各领域,如数理逻辑、数论、代数、函数论、拓扑学、微分几何、微分方程、泛函分析、概率统计、控制论、运筹学、计算数学等,近年都涌现出一批达到或接近国际先进水平的成果。起步较晚的一些学科,如代数数论、代数几何、非线性泛函分析、动力系统、整体微分几何、随机分析、机器证明和模糊数学,也都在短短几年中做出了达到或接近国际先进水平的工作。

但是,必须清醒的看到,从整体上看,我国数学研究的水平与世界先进国家相比,差距还很大,在若干重要的领域中甚至还落后于印度和巴西。据中国数学会的资料,我国数学会会员2万人,数学研究的队伍有数千人,但遗憾的是,从整体上看,这支队伍的水平却不高。据数学会1985年的统计,我国数学界被国际《数学文摘》杂志摘评论文两篇以上的只有400人左右,而美国在14 000名会员中,却有4 000多人。

特别要指出的是我国的数学研究与工农业发展的结合仍相当不够,这个问题不仅仅是动员数学工作者深入工矿企业去从事应用研究,为工农业生产直接服务的问题,而是科研队伍(梯队)的组织问题,是处理好和组织协调基础数学研究、应用数学研究的关系问题,是一个战略性的问题。

另一个值得严重注意的情况是,到2000年我国的高校数学师资队伍将面临严重的短缺,据粗略预测,仅以高校理科而言,现有数学教师约24 000人,到2000年若有55%退休,将退休13 200人,即使把全部研究生用于高校数学教师队伍,仍有约2 000人的缺失。至于中学数学教师的情况就更为严重。为了解决这个问题并补充高质量的数学教师,必须更好地开展高水平的数学研究,深入开展数学教育改革,吸引更多的青年人学习数学。

根据前面论述的发展趋势,以及我国的需要和实力,近3~5年内拟优先资助以下前沿课题的研究工作:数理逻辑与数学基础、数论(含代数数论)、代数学(含代数几何)、拓扑学、微分几何、复分析、实分析与泛函分析、常微分方程及动力系统、偏微分方程、概率论、数理统计、运筹学、控制论、离散数学、计算数学与计算机数学、数学物理,以及应用数学基础研究,包括数学的其它边缘性学科(如经济数学、生物数学、信息科学等)。

“八·五”期内将从以下几个方面组织数学的

重大项目研究;非线性数学、计算数学与计算机数学、离散数学的某些方面、数学物理、数学的其它边缘性学科、概率统计。

我国应采取的战略措施

1. 人才的使用和培养

我国的数学研究能否适应并促进四个现代化、赶上世界先进水平的关键是人才,特别是青年人才的使用和培养。

(1) 通过基金的重点资助把有坚强研究实力,研究工作确在前沿,又能结合我国工农业发展的研究集体组织起来,真正发挥现有人才的攻坚作用。在条件成熟时可以考虑由基金委(或和教委一起)建设新的数学研究中心。

(2) 组织人数不多的由学术水平高,又了解研究发展方向的专家组成评估组,定期评估国内外数学发展的最新成果及发展趋势,从而更有效地指导我国的数学研究。同时要充分发挥数学学术团体,如中国数学会的作用,进行调研,组织学术活动等。

(3) 博士的培养,随着我国数学基础研究的发展,博士的培养也要逐步过渡到以国内为主。为吸引更多的优秀青年人在国内攻读博士,国家要采取措施提高其地位。首先,对于博士,不论是国内培养的,还是留学归国的,在生活待遇,职称评定等方面都要视其实际能力的大小而定,不应厚此薄彼。其次,要为国内培养的博士争取出国做博士后的机会;争取不到的,国家要用专项基金送他们出国进修。目前,还有少数与国外联合培养的博士生,即在国外学一段时间(由国外资助),然后回国授予学位,这种做法值得提倡。

(4) 吸引优秀青年人学成后回国工作。在数学科学方面有大批青年人在国外攻读博士学位,其中少部分已经完成学业。他们中有不少是优秀的人才。为吸引他们回国,在加强爱国主义教育,激发他们为祖国现代化事业做贡献的热情的同时,必须努力使国内的工作岗位更具吸引力。这包括:加大科研投入,扎扎实实地改善国内科研工作条件,建设起有竞争力的研究中心;充分发挥国内知识分子的作用,提高他们的工资待遇,改善他们的居住条件;扶植确有才能的青年人,破格提拔,委以研究工作重任;继续实行开明政策,“出”、“入”自由,简化与加快出入境审批手续。

(5) 发现、保护拔尖人才。国家要在提职、评奖、参加国内外学术会议等方面给30岁左右的青年人以更多的机会,并在研究工作时间上给予保证,以促进拔尖人才脱颖而出。

(6) 举办全国性大学生数学竞赛,积极参加各

种类型的国际大学生数学竞赛。这些活动对于提高我国大学数学教育水平,发掘优秀人才,提高数学学科的地位,吸引优秀人才报考数学专业,都会起积极的推动作用。大学生数学竞赛不限于数学系的学生。可以考虑组织非数学系大学生的数学竞赛,提高学生对数学的兴趣,使他们希望学习更多的数学,从而在将来能应用数学去解决各种实际问题,实际上也就是扩大了应用数学的队伍。

在有条件的情况下应尽量鼓励学生参加国际性(通讯)数学竞赛,培养学生国际竞赛的意识,提高进一步学好数学的兴趣。

(7) 人才流动,由于国内各种制度的限制、人员流动很困难,聘任制流于形式,职称定编后,由于不同单位水平高低差别较大,一些单位出现了滥竽充数的现象。建议做出规定,一定比例的高级职称要在全中国范围用公开招聘的办法聘请。

2. 经费资助及有关措施

这里谈的是除国家拨款以外的经费资助。概括地说,一个是开源的问题,另一个是如何使资金发挥最大效益的问题。

(1) 国家自然科学基金总额应有大的增加;国防科工委、各技术密集型工业部都应设专项基金,资助有关的基础研究与应用基础研究。数学研究接受来自国防及工业部门的资助,有利于理论与实际的更紧密的结合。

(2) 国家自然科学基金对数学科学资助的份额应有大的提高,如与对物理科学的资助相比以1:3为宜。

(3) 国家自然科学基金中应拨出专款,用于有计划地邀请外国专家来华做一个月以上的、系统的、起点较高的讲学,并组织国内有关人员听讲和进行学术交流,以促进我国比较薄弱方面的发展。

(4) 设立专款,以学术水平为准,在公平原则下资助国内学者出国参加重要国际学术会议。一些国家(如德国、法国)都有全年性或季节性的学术交流中心。可以考虑在北京建一个这样的中心(北京的交通方便,科技人员集中),既可供外国专家讲学用,也可供国内学术会议,办讲习班用。

(5) 自然科学基础研究的评奖不必太频繁。3~5年一次即可。对于重大的请奖项目,评奖委员会应征询国际上有关专家的意见。

3. 学科政策

(1) 加强应用数学的研究。这里所说的应用数学研究,是指以解决某一类实际问题为目的或背景的数学研究,并不限定使用哪个特定数学分支为工具。

我国近代数学的发展是从几个抽象学科开始

(下转第64页)

汇集各方面意见,筹建:“中国工程技术科学院”大体有以下几种方案:

第一种方案(“中国工程与技术科学院”方案)根据“理工不宜分割”的原则,建议以中科院技术科学部为基础成立“中国工程与技术科学院”。现任技术科学部学部委员作为“中国工程与技术科学院”的基本成员,他们仍不脱离中科院学部,即仍为中科院学部委员。同时增选一部分来自企业界、工业界的工程技术专家共同组成“中国工程与技术科学院”的第一批学部委员。初期该院暂不设专门的职能机构,而由中科院现有职能部门办理有关业务,相应增加必要的编制。“中国工程与技术科学院”应有自己的院长、副院长。院长为中科院当然的院长级成员。“中国工程与技术科学院”在国际上是一个独立的民间组织,在国内则与中国科学院紧密联系。

第二种方案(“中国工程科学院”方案)建议由各个工业部门选出有创业经验、有水平的工程师共计800~1000人为院士,组建“中国工程科学院”,作为国务院权威性的工程技术咨询机构,并建议由国务院分管生产的副总理兼任院长,任命3~5位院士为副院长,分管能源、交通、工业、军工等部类的工作。院士不脱离原工作岗位。另外,附设一个20人左右的办事机构。

第三种方案(“中国工程及技术科学院”方案)建议以中国科学院技术科学部为基础,从中科院分离出来,成立“中国工程及技术科学院”。筹备工作由技术科学部负责,包括制定章程和确定增选委员办法,经增选若干委员后再举行成立大会。由全体委员选举产生常务委员会,其中院长一人,副院长3~4人。院内在常委会下设若干办公室办理行政、财务、计划项目、咨询事务、人事等工作。事业费由财政部直接拨发。“中国工程及技术科学院”在成立之前应得到全国人大和国务院批准,成立后在国务院领导下工作,并请国家科委和中科院大力支持和协助。

第四种方案(“中国工程技术院”方案)建议首先遴选30位左右有积极性的国家级工程技术专家作为核心,负责筹组和遴选首批成员的工作。第一批成员约200人左右,几年后达到与中科院学部大体相同的规模。办事机构暂设在国家科学技术委员会内,并应给予必要的编制和筹备费用。活动方式参照中科院学部及国外工程院的经验确定。

第五种方案(“中国工程技术科学院”方案)建议“中国工程技术科学院”应当与中国科学院分立,并具有与中科院同等的地位,直属国务院领导。该院下不设实体,社会公开面貌及对外为一独立民间组织。它的成员以称院士为好(符合国际习惯)。“中国工程技术科学院”设院长一人,副院长3~4人,分管几大部类专业领域的工作。“中国工程技术科学院”下设一精干的常设办公机构负责日常的行政、财务、计划项目、活动安排及与各院士的通信联系等工作。“中国工程技术科学院”的活动经费及常设机构的办公费用由国家事业费中专款拨发。“中国

工程技术科学院”的组建工作由国务院牵头,指定专人负责,组成一个由30多位国家级工程技术专家为核心的筹备小组,进行起草章程和遴选首批院士的工作。院士人数在成立初期约200人左右,要兼顾工业企业界,大院大所、中科院、大专院校有水平的和作出重大贡献的专家、学者。以后院士的发展可分为两个阶段达到满额。第一阶段达到与中科院学部委员相当的人数,第二阶段达到800~1000人。“中国工程技术科学院”的院长在该院成立后由院士选举产生,副院长由院长提名,院务委员会通过产生。

“中国工程技术科学院”院士的条件应当是:热爱祖国、热爱社会主义、忠于人民事业;在技术科学和工程技术研究方面有重要贡献;在技术创新及发展新技术方面有突出成就;在国家重大工程建设中成绩卓著;有良好的学风和科技道德。院士原则上不应脱离原部门工作岗位。

“中国工程技术科学院”的建立,应在充分论证的基础上提出报告,由国务院决策和最后批准实施。成立的过程中应得到中科院和国家科委及有关部委的大力支持和协助。

(责任编辑 蔡今)

(上接第38页)

的。应用数学发展则晚得多,也一直比较薄弱,需要重视和支持。为鼓励更多人从事应用数学的研究,一定要在成果评价、职务评定等问题上,按照应用数学本身的特点,贯彻多途径、多标准的方针,而不是只看数学理论上有无“创造性”。

(2) 加强跨学科人才的培养。1985年由于在X射线结晶学方面的工作获诺贝尔化学奖的H. Houtman是美国马里兰大学的数学博士。在我国,这种既懂数学,又懂另一门科学的人才极其缺乏。更严重的是,我国工科及理科非数学专业所用的数学教材几十年没什么变化,因而毕业生数学修养相当差,工作后很难再学更多的数学工具。这对我国科学技术的发展十分不利。

因此非常必要加强理、工、农、医各科的大学数学课程。可以根据不同专业有选择地开设数学课程;鼓励数学系毕业生再修其他学科的学位,或转向其他学科的工作;其他学科也可根据需要,有计划地选派一些青年人再学一些数学;也可以联合招研究生,或对有的专业采取联合办的办法培养双学士学位的大学毕业生;大学里应该允许学生转专业。相信这些措施对各学科的发展都是有利的。

(责任编辑 刘先曙)