

分形的计算机图象及应用

胡瑞安

(华中理工大学, 教授)

胡纪阳

(湖北广播电视大学, 助理工程师)

在国家自然科学基金项目的资助下, 近年来我们开展了“分形计算机模拟”的研究。本文所附彩色图片是研究成果的一部分, 是在中国科学院计算技术研究所CAD开放研究实验室的SGI4D/25, 20图形工作站上生成, 用C语言编程实现的。

1. 复解析动力系统的分形集合

分形中最著名的是曼德布罗特(Mandelbrot)集(简称M), 这是分形理论的创始者曼德布罗特在非线性分形领域中的杰出贡献。

曼德布罗特集是用计算机研究二次复动力系统所得的分形集合, 它是通过在复域中 $G(Z) = Z^2 + C$ 的反复迭代而得到的点序列, 其中C和Z都是复数。若Z的初值为零, 改变C值, 即可生成M。

图1为曼德布罗特集的计算机图象, 在生成该图案的算法中, 为了表征敛散速度而采取了一些专门的处理, 因而使M吸引子部分呈现红黑相间的纹线。图2所示的曼德布罗特集, 包含了极为丰富的细节, 图3为其中某一部分的细部, 显示出相似而丰富多采的结构形态。图4所示的海马谷分形图案, 是通过在算法中加入特殊处理而得到的, 图中系将M吸引子外部边界保留, 而将其余部分滤去。图5为海马谷。这些图案都是分形图, 显示出混沌与分形之美。

为了构造重复出现的分形图, 在生成图6的处理中采用了三角迭代算法。图7(封面)为其细部结构, 其形状有如蕨类植物丛的叶芽。

从以上不同形态的分形图可以看出, 在分形的研究中, 是强调计算机的, 图形算法在分形以及所有抽象概念和数据的科学可视化中起着非常重要的作用。

在计算机出现之前, 本世纪20年代, 法国数学家朱莉娅(Julia)和法图(Fatou)曾经研究过一种复多项式和有理函数的迭代, 即现在称为朱莉娅集的著名分形集合(简称J), 只是由于当时缺乏构造这类图形的工具, 因而使研究中断, 计算机图形学的发展使这种探索重获生机, 并使人们从中领略到上述研究的全部意义。

朱莉娅集不同于M之处在于, 在 $G(Z) = Z^2 + C$ 的迭代中是固定某一C值, Z作为原始点。这样, 任一选定的C值, 都有一个朱莉娅集与之对应。图8为朱莉娅集的计算机图象。很难想象这样美的图案是由一种简单的迭代产生的。朱莉娅集所显示的图案极大地丰富了分形图象的内涵。

复解析动力系统朱莉娅集和曼德布罗特集之间具有十分密切的关系: 前者是后者的边界, 而后者又是前者的一个总纲。图9是一幅重要的分形图, 它较好地

体现了J与M之间的这种关系。此图在SGI工作站上生成大约需要30多分钟时间。它不是通常的M图象, 此图揭示了M内各部分C的有限吸引轨道周期和混沌。图10为周期轨道2, 图11为周期轨道4的分形图案。

2. 迭函数系统

计算机图形学、仿射几何学与分形理论结合, 产生了迭函数系统(IFS)的整套图象生成算法。这是大范围分形图的构造方法, 其复盖域非常宽, 能产生任意图案, 因而应用面极广。它是欧氏空间中的有限多个压缩映射 $\{W_n, n=1, 2, \dots, n\}$, 其中 W_n 可采用仿射变换。通过 $\{W_n\}$ 的交错迭代, 有可能生成类似朱莉娅集的不变集。这种集一般来说是一种分形图形。用此法可模拟大自然中的各种对象, 如各种不同形态的植物叶芽、森林等, 关键在于构造一个合适的迭函数。图12所示为用IFS构造的树木, 其生成算法非常快速。

由于IFS方法可以把图象简化为一系列仿射变换的一般过程, 这类非线性映射尽管从成象的过程看是简单的过程, 但其所得结果都很复杂, 从而使人们感到, 也许大自然中的复杂事物不外乎是由一些简单的动力系统产生的。

用IFS方法, 可以有效缩减存储及所传送的图象的数据量, 再通过拼贴原理再现所处理的图象, 因此, 可以实现图象数据的大比率压缩, 以及艺术图象的再创造。

3. DLA模型

有限扩散凝聚(DLA)模型是一种可用来描述自然界随机分形生长过程的模型, 能模拟自然现象以及实验室观察到的许多现象。它是通过布朗运动粒子不可逆地、不断地凝聚到一个核上而使图形生长的。图13为在SGI 4D/25图形工作站上用计算机模拟凝聚体生长过程的一例。这种图形具有一系列向四周伸展的分枝结构, 分枝有长有短。计算机模拟结果表明DLA图形具有自相似性的特征, 它是分形的一种重要形态。

DLA是扩散场中粒子凝聚的生长过程模型。自然界及实验室中的许多过程, 尽管其生成机理不尽相同, 但所得图形不仅结构形态上, 而且分形维数上和DLA的结果都是一致的。在理论上, 与扩散场等价的静电场中的介质的破坏问题也都以DLA模型为机理, 这种场满足拉普拉斯方程。

DLA能模拟金属沉积树、玻璃裂纹、闪电、草坪的雷纹焦痕、渗流等现象与过程。在物理学中, 对凝聚体的研究也是一个受重视的领域。

对自相似图形的研究, 对图形的物理学的研究, 以
(下转第45页)

——不能容忍任何形式的浪费,不放过一点一滴的节约;

——不能以“过去一直是这样干的”为理由拒绝改进或改革;

——工业工程活动成果一定要制定成标准;

——无条件地按所规定的标准干好自己的工作。

以上十二条可简化为四个意识:问题意识、效率意识、改革意识、标准化意识。我们把这些统称为工业工程思想或工业工程意识。在企业里开展工业工程,最重要的就是要自始至终向职工宣传和灌输工业工程意识。企业一旦拥有这项精神财富,并使之成为企业文化的组成部分,就能转化为物质力量,推动着工业工程活动的循环,带动企业一步步攀登更高的台阶。

工业工程的奥妙还在于,它依靠全体职工的主人翁责任感,调动所有人的聪明才智,解决企业的合理化问题;它主张尽量实现以较少的投入获得较大的产出,尽量寻求用力最省,最不容易疲劳,又能达到较高效率的途径和方法,并将其标准化,用以规范所有人的行为;它使企业每个人、每个岗位、每个环节都围绕系统总目标高效而协调动作;它使企业内部环境由无序走向有序,形成均衡发展的素质;它通过若干次的工业工程循环,不论当初如何落伍的企业,都有希望赶上同行业,达到一般水平。这可看做企业通过开展工业工程迈出了第一步。

然后,以此为新起点,提高工业工程活动的目标,制定或修订新的标准。随着企业面貌的变化,职工的工业工程意识和标准化意识开始增强,企业的组织能力、发展能力、应变能力随之增强,经营管理和生产系统的有序化程度进一步提高,企业开始具备与同行业进行竞争的经营素质。这是迈出了第二步。

到了这时,人们不仅不再把标准视为强加的约束,反而会感到工业工程和标准化使一切井井有序,才得以高效率地处理各项事物,才有可能使包括领导者在内的各类人员把节约的时间按个人的专长和志趣,用在自主开发的行动中。人的潜能、企业潜力、劳动者的个性和创造才能都得到了充分的发挥。企业各方面都充满朝气,这就会产生质的飞跃,产生强大的凝聚力和不可抗拒的企业生命力,使企业具备同国际强手较量的素质和力量。这是第三步。

我们把这叫做企业发展的三境界。第一步打好基础,达到同行业的一般水平;第二步进入国内先进行列;第三步走向世界。这是世界上许多成功的企业都走过的一条路。

工业工程这门技术虽然在我国推广较晚,但

一经与企业的实际相结合,就产生了显著的效益。许多企业的实践证明,它是适合我国国情的先进技术,有利于引导企业走内涵式扩大再生产的道路,在企业内部形成一种机制,从根本上消除“效率低、效益差、投入多、产出少、损失浪费严重”这一顽症。“质量、品种、效益年”为这项技术的传播和应用提供了极好的社会环境。但从全国看,目前了解工业工程的人仍旧很少,推广应用困难很多,迫切需要加强宣传,更需要有关部门和领导的关心和支持。我国当前的经济形势迫切需要工业工程,工业工程也一定能帮助企业走出困境,为中国的经济发展做出贡献。

(责任编辑 蔡德诚)

(上接第34页)

及对生长图形的研究,目前还仅仅是开始,多数是用计算机描绘出来的结果,其解析理论还是空白,而实验研究也只是刚刚起步。可以预期这类研究将对医学、生物学、流体力学、结晶生长、化学沉淀、肺气管道,以及珊瑚礁的随机分叉形态的研究起促进作用。

4. 非线性振动与分形

丹麦电气工程师范德波尔(Van der Pol)在30年代研究非线性电子振荡过程,提出了用以描述电子自激振荡过程的范德波尔振动方程。

用差分近似的方法可将非线性常微分方程转换为M的变换式,用计算机模拟可以生成如图14(封底)所示的范德波尔振动图型。通过对计算机输出的一组图象进行分析,可以看出它们具有自相似的特征。

用类似的方法,对Duffing振动系统进行模拟,可得另一组相应的图片。

Duffing和范德波尔非线性振动过程的模拟及其自相似性的探讨,为机械、电气、结构力学中的振动分析提供了科学可视化(Visc)的工具。

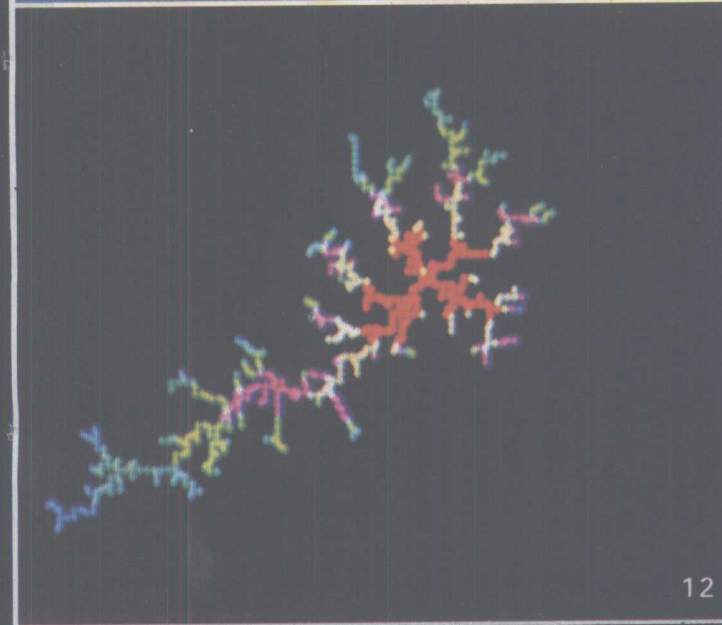
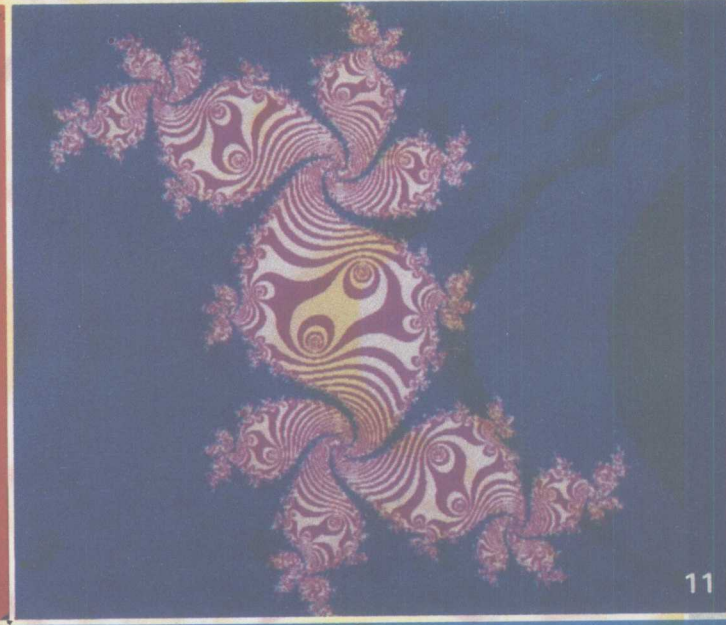
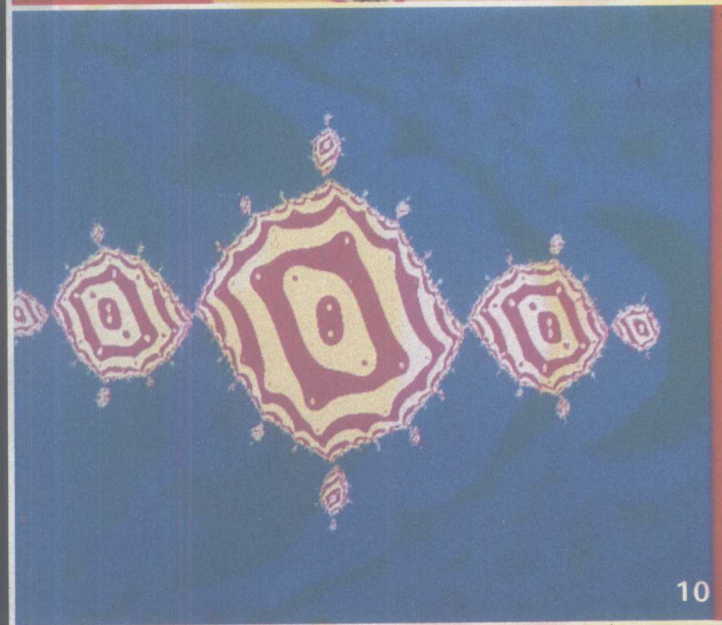
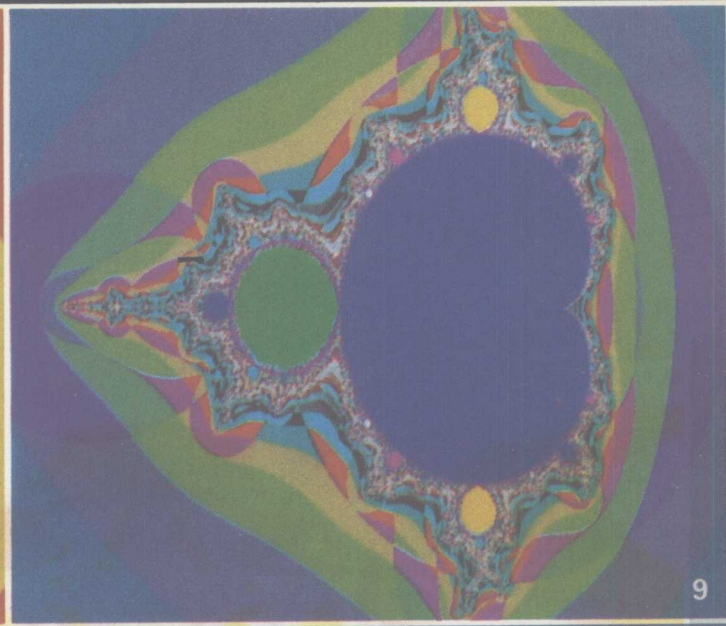
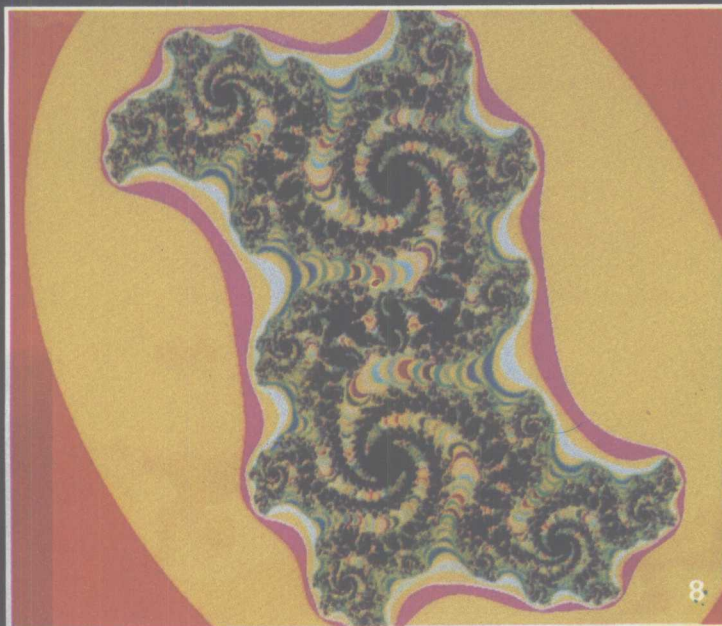
在微型计算机上生成如图14(封底)所示的范德波尔图,大约需要5~6小时的时间,因而有必要在工作站上开展有关的研究工作。

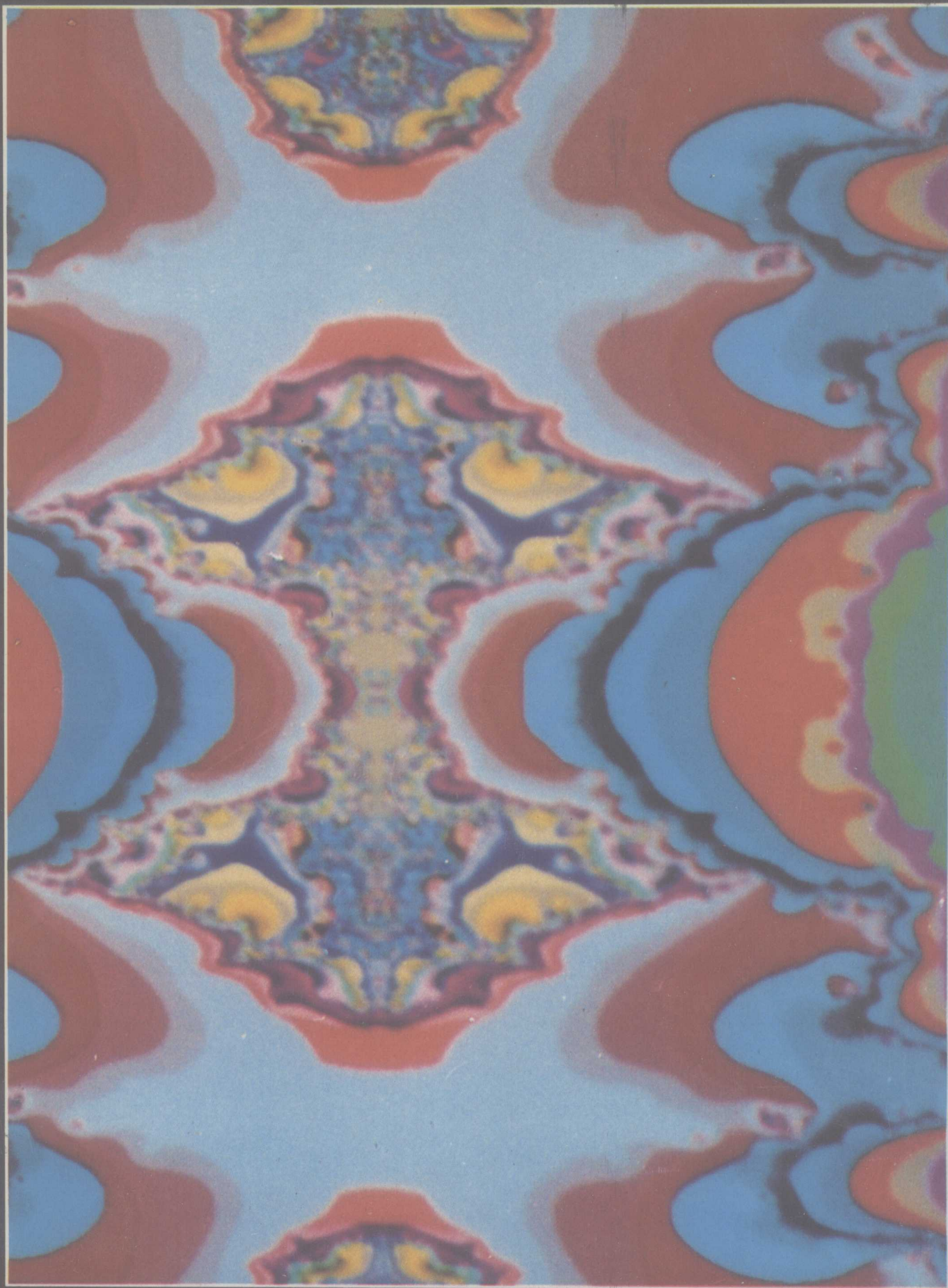
对分形理论与应用的研究,在80年代已有长足的进展。分形在揭示客观世界的许多复杂结构方面已取得成效。人们把分形看成是大自然的几何学,因为它能有效地描述自然界和科研中涉及的大量不光滑、非规则的集和函数,诸如:树木、云烟、地形、闪电、断裂、渗流、肺膜等不规则形状和对象。

分形理论将空间维数视为分数,这在科学史上有类于本世纪初四维时空学说的提出,爱因斯坦据此发展了相对论,从而把牛顿力学发展到现代物理的范畴。由于时空观念是一切自然科学的基点,分数维的引入将会如何呢?这一点也是人们尤为关注的。

(责任编辑 肖庆山)

分形的计算机图像 (图7见封面)





分形的计算机图像

