

分形、分维、混沌与全息

Fractal, Fractal Dimension, Chaos and Holography

王兆强

(中国科学技术协会学会管理服务中心, 博士、副研究员)

一、分形与分维问题的提出

在当今科学发展的前沿, 新概念和新理论层出不穷, 常常令人眼花缭乱, 目不暇接。科学界也不得不经受这一个接一个的“冲击波”。在一片“混沌”的声浪中, 又出现了奇异的“分形”和“分维”。每一次冲击波到来, 热情的鼓吹者总把它们抬到惊人的地步。曾几何时, 耗散结构理论被说成可解释宇宙之深邃、粒子之幽微、生命之奥奇、社会经济之复杂, 几无所不能。现在, 继被称之为“本世纪物理科学第三次大革命”的“混沌”理论之后, 又有人称, “可以相信, 明天谁不熟悉分形, 谁就不能被认为是科学上的文化人。”(J. A. Wheeler) 在“探索复杂性”的进军中, “分维”又被认为是寻找到的复杂性的度量。

然而, 究竟什么是“分形”? “分维”是复杂性的度量吗? “分形”与“混沌”的关系是什么? 这需要我們认真地进行分析。

二、分形与分维的产生

分形(Fractal)是美国曼德布罗特(Benoit B. Mandelbrot)于1975年所创造的一个新名词。此词来源于拉丁文fractus, 其意包含fractured(断裂)和fractional(碎片、分数的)双重含义。

早在1967年, 曼德布罗特就在美国《科学》杂志发表了《英国的海岸线有多长》的文章。海岸线是这样一种曲线, 曲折蜿蜒, 极不规则, 而且似乎是支离破碎的。曼德布罗特还发现, 云彩不是球体, 山岭不是锥体, 树皮不是光滑的柱面。此外, 河流水系、人的血管系统、地表面等都显示出不规则特征。曼德布罗特看到自然界在实际上并不同于传统几何的形状。在传统的几何学中, 认为这些皆属于无规则可言的形状, 因而被搁置在一边。曼德

布罗特认为这恰恰是自然界的真实形态。然而, 在科学或艺术中都找不到合适的词语来加以描述, 于是就创造了“分形”(Fractal)一词。

之所以构造“分形”一词, 还因为曼德布罗特找到了“分数维”(fractal dimension, 简称“分维”)的特征量来定量地描述分形。所构造“分形”(Fractal)一词就内含分数之意。

什么是“分维”?

一般来讲, 点是0维, 直线是1维, 平面是2维, 立体为3维。这是一般的几何维数概念, 它由“坐标”概念所表达: 物体或几何图形的维数, 就是描述其任意一点位置所需要的独立坐标数。

在数学上, 一个独立的坐标对应着一个独立变量, 因此, 独立变量的数目又被视为维数。在数学上, 维数突破了“3”的极限, 甚至可以有无穷维。

在物理学中, 一质点组所需的最少独立坐标数目称之为自由度。因此, 物理学中的维数概念也等同于自由度概念。

然而, 以前所有关于“维数”的概念, 基本上都是“整数维”概念, 它们都不是“分维”, 即“分数维。”其实, “分维”也是从整数维推演而来。简单讲, 若有:

$$b = a^D;$$

当a为一线段, $D=1$ 时, b就是与a等长的线段;

当 $D=2$ 时, b就是以a为边的正方形;

当 $D=3$ 时, b就是以a为边的立方体。

由此, $D = \log b / \log a$, 它具有维数意义。

但这样定义的维数却并没有必要一定是整数, 它也可能是分数, 这样就产生了分数维, 即分维。

实际上, 以上分维的观点产生于距今一个世纪前Hausdorff维数。然而, 应用这种分维来描述自然界的种种分形, 则可说是曼德布罗特的一大功绩。因为传统的方法对于象分形这种不规则、支离破碎的片断的集合, 是难以定量地描述的。古埃

及产生的几何学,其工具是圆规和直尺,它所描述的图形实际上都是规整化了的图形,都是线段和圆弧的组合。牛顿和莱布尼兹发明的微积分成为现代数学和物理的最重要的基础,但是它要求处处连续,处处光滑。对于不具备处处连续和处处光滑的自然分形,微积分也就无能为力了。分数维方法似乎起到了解析学中最大武器即微积分所起不到的作用。从这一点讲,有人评价其意义“恐怕也是划时代的”(高安秀树:《分数维》,地震出版社,1989年)。

现在的研究算出了许多自然分形和人工分形的分维数:

海岸线的维数有 $1 < D < 1.3$;
山地表面维数有 $2.1 < D < 2.9$;
河流水系维数有 $1.1 < D < 1.85$;
云的维数 $D = 1.35$;
金属断裂纹的维数 $D = 1.27 \pm 0.02$;
人肺的维数 $D \approx 2.17$;
血管直径分布维数 $D \approx 2.3$;
人脑表面维数 $2.73 < D < 2.79$;
人的脑电图维数 $1.9 < D < 2.4$;
.....

三、分维,复杂性的量度?

当看到如此多的分维成果,也许会令人感叹其壮举。然而,它也给人留下了一些疑问:分维究竟意味着什么?

根据一些研究者的观点,分维似乎应该是复杂性的量度。其理由之一,好象分数维所表现的对象总比整数维复杂。其理由之二,在一些例证中似乎分数维数越大,图象就愈显得复杂。日本高安秀树用计算机描绘非整数阶微积分的图象,就显示出分数维数越高,其图象就愈复杂。

然而并非尽然,问题关键之一就在于维数的测定常决定于粗视化程度。其实,曼德布罗特也意识到这一点。比如,把线揉成一个球,从远处可将其看作一个点,可认其为零维;然而到近处却又可视其为3维的球;再粗视其局部,则又可视其为1维的线;但是再进一步放大,此线又可视其为3维的柱状结构。又比如,一张纸,常视之为2维平面;但是若考虑纸张的厚度、纸面微观结构的平滑度,或纸面宏观的平整度,却又可视其为3维结构了。或者说,物体的维数的测定,常具有不可忽略的主观性。

关键之二在于维数高也不一定就意味着复杂。光滑的球面是3维的,其结构应该比具有2维结构的集成电路线路图要简单得多。

关键之三,维数是一个非常粗视或宏观的标

度,如从一个非常简单的几何图形到一个卫星地面图,或计算机线路图,显然都可视为2维图形,同时,也显然其复杂程度不一。反过来,如果我们仅知道某个客体的维数,能否知道其复杂程度或结构?显然是不行的。所以,日本高安秀树也指出,“仅利用分数维维数这样一个数字去描述所有的复杂形状和现象,无论如何也是不可能的。”分数维只是为用传统方法难以定量描述的某些客体形状找到了一种能以定量描述的量。但是,就维数本身来讲,还不足以说明其为衡量一切复杂性的特征标度或最根本的标度。比如,股票市场价格的波动,因其涨落非常厉害,而且完全是随机的,因此使人感到几无规律可循。然而曼德布罗特发现其属于无穷自相似的分形结构,而且其维数为1.7左右。但是,经验证明,不管曼德布罗特这些法则多么符合实际材料,却不能用来预测明天或更长时间的股票价格。这或许跟统计学中可以找到随机点的平均值或回归线,但却不能预言具体每个点的分布一样。虽然,由此我们尚不能过早地说明分数维是一个无实际意义的参数,但是其实际意义究竟是什么,却值得进一步研究。对于随机性,只能进行宏观描述,不能进行具体或微观地精确测定或预言,这也许是一个铁的规律。

关键之四,迄今,维数或分数维数有许多种描述,但并没有一个统一的定义,即并没有找到对任何事物都适用的定义。是否根本找不到一个统一的定义,也许有这种可能。据一些研究表明,现在定义的一些维数,如Hausdorff维数、容量维数,以及信息量维数等,它们之间只能用不等号将其联系起来。因此,当用不同维数测度不同对象并取得不同维数值时,我们也不能仅根据这种维数差异来确定其复杂性的差异。

关键之五,过去的经验表明,当一个新概念产生之后,常常很快地被泛化到一切领域。熵概念产生之后,就被泛化到几乎所有研究领域。当耗散结构理论产生后,人们又把一切自然现象企图用耗散结构理论来解释。当今分数维产生之后,也出现了企图用分数维说明一切的倾向。其实,自然界是复杂的,有许多研究表明自然界很多现象并非分数维。从根本上讲,也许自然界的复杂性难以仅用一个尺度来度量,这也许恰恰就是其复杂性之所在。

四、分形,混沌和全息

曼德布罗特研究发现,分形常显示出无规则的表征,但是这决不意味着其绝对无规则,分形具有“自相似”的特征,即取分形图形的任一部分进行适当放大,便仍可得到与原来整个图形相似的

图形。

现代“混沌”理论的研究也发现,所谓“混沌”,也是具有无规则的表征而实际上具有无穷自相似的嵌套结构。这样,“分形”和“混沌”的研究便走向了汇合。我们可以看到这样一个事实,在题为“混沌”的书中有“分形”的章节,而在题为“分形”的书又有“混沌”的章节。

“分形”与“混沌”这两个从不同角度发展起来的理论走向的汇合点就是“自相似”。实际上,局部与整体自相似的观点在古老的中国文化中就有了。在国外,海克尔在100多年前发现的生物重演律,就是在时间的进程中生物演化的自相似,即个体发育重演了系统发育。

我国学者张颖清通过大量的观察,发现生物体在结构方面也具有自相似特征。他表述为,生物体的任一部分都好像是整体的缩影,他将这一规律称之为生物全息律。

1983年,笔者也发现自然界广泛地存在类似规律,并称之为“广义全息”。而且,还进一步提出了“过程全息”和“结构全息”的概念。所谓“过程全息”,也就是“时间全息”,它是指发展的某一阶段显示为整个过程的缩影。所谓“结构全息”,它包括“空间全息”,它是指在局部结构上显示为整体结构的缩影。

因此,从“自相似”意义上讲,“分形”、“混沌”和“广义全息”反映的实质是相同的。

在分形理论中,所谓分形元或生成元,其实就是广义全息理论中的全息元。张颖清先生提出的“全息胚”也就是一种全息元。

然而,这又产生一个问题,“分形”、“混沌”和“全息”在概念上有什么区别?其间的关系又如何?

从曼德布罗特研究的对象特征来进行分析,“分形”一词的中文翻译似乎比原来曼德布罗特所构造的fractal还要好。在中国古代神话中常有分身术之说,在所塑神像中有三头六臂,也有千手千面,这就是“分形”。这种中文“分形”之词就内涵着“自相似”的含义,然而这却是原来英文词fractal所没有的。而且,中文的“分形”和其测度“分维”在名词概念上也显示出联系,保持了原来英文词的含义。英文词fractal有“支离破碎”之意,但是我们看到,“分形”并不一定就是“支离破碎”。如洛伦兹曲线,其处处连续而且光滑,呈蝴蝶状,它从其本身特征看,就应属于一种分形。

“混沌”,英文原文为Chaos,无论是中文还是英文,其本意都是“混乱无序”的意思,但是其描述的对象却具有无穷自相似结构。从概念上讲,“混沌”概念与其描述的对象本质特征是不相符的。如上面提到的洛伦兹曲线,“混沌”概念就不能用

来描述其基本特征。此外,如具有非常严格规则的人工图形,如Koch曲线、Sierpinski垫片、Sierpinski“地毯”、Menger“海绵”,等等,都只能称之为“分形”,而不能称之为“混沌”。

“混沌”理论中还有一个“分岔”概念,这应该也是中文意义上的“分形”。由此,梅(May)的logistic曲线也是一种分形,而“混沌”现象则只是一种表征,“混沌”概念并不能反映该曲线的实质或根本特征。

在“混沌”研究中,往往把“湍流”当作“混沌”的同义词,然而,湍流是涡旋套涡旋,因此,“湍流”称之为“分形”似乎更为合适。

由此分析,从概念上讲,“分形”并不能与“混沌”等同,这是两个不同的概念。

从“分形”和“混沌”所研究的对象的“自相似”的基本特征看,它们应都属于“全息”结构。“全息”是在“信息”方面的相似性,“信息”内涵很丰富,不仅局限于“形”。因此,从概念上讲,“全息”概念更具有广泛性或一般性,因而也更为本质。

从概念层次关系或包涵关系分析,似乎是“全息”包涵“分形”,“分形”又包涵“混沌”。然而反过来却似乎不可能,因“分形”可以不显示“混沌”的特征,而“全息”可以不局限在“形”上。

有必要指出的是,“分形”和“混沌”并不是任何大小的“碎片”都是绝对“全息”的,“全息不全”,在不同层次范围或界限外会产生新的结构,即有着新的规则或序。所谓“全息”或“自相似”,并非绝对的“一一对应”,它只是“大致相似”或“统计意义上的自相似”。

还有必要指出,“分形”和“分维”在概念上是不同的。“分维”只不过是“分形”的一种定量描述参数。然而高安秀树所著《分数维》中似乎是将二者混同起来了。

从机制方面分析,也可以看出“全息”、“分形”和“混沌”在概念上的不同。然而曼德布罗特却没有指出“分形”产生的机制。用他自己的话讲,他只是描述世界,而不是解释世界。

自然界形成这种“自相似”的机制,就在于同一规则在不同层次间的连续实现或重演。实际上,现代“分形”理论和“混沌”理论中的许多人工图形,正是某一规则在不同层次间连续“迭代”而形成的。这种“迭代”也就是不同尺度的连续“重演”。只不过许多构造这种人工图形的人没有自觉意识到罢了。前述Koch曲线、Sierpinski垫片、Menger海绵都是这样构造的。梅的虫口模型曲线(即logistic曲线)也是计算机迭代而形成的。

“混沌”理论提出了许多通向混沌的道路,甚至提出“条条道路通向混沌”。然而,究竟什么是“混沌”?“混沌”理论本身也陷入了“混沌”状态,

因为“混沌”理论认为“只要有足够精密的观察手段,就可以发现‘混沌’具有无穷的内部结构”。这样,实际上“混沌”理论连“混沌”的定义或“混沌”的标准都没搞清楚,因此,它没有而且也不可能阐明产生“混沌”的机制。

其实,混沌即混乱无序是由于支配作用的减弱或消失,以致在一定层次内显示出自由度增大而各向异性的结果。正所谓,“杂乱”是因“无章”,“有条”才能“不紊”。

有必要指出,“混沌”理论中的一个经典例子即梅的logistic差分方程解,也确实会产生某种真正的混沌即混乱无序。这原因可能在于“分岔”在一定层次的交错参差的无规性。这就如一棵树,当其各种分枝交错在一起,便显示出无序了,然而在其每一局部的枝叶分布都显示出有序性。在梅的差分方程解的计算机图上确实显示出了这种交错特征,一个简单规则的延续或重复,可能会产生交错覆盖。这种交错覆盖之特殊层次中的无规则性会导致混乱,即混沌。其中既存在有序也存在无序,无序就是混沌,只不过这种有序和无序是显示在其不同层次之中。然而“混沌”理论并没有抓住其中真正的混沌,相反,却抓住了其中的有序,因此而陷入困惑和“概念的混沌”。在这种有序和无序的交错中,“混沌”理论的研究也许就如《混沌开创新科学》中的一个小标题所写的:“我们完全没有抓住要点”。

从理论上,绝对的随机性就是绝对的混沌,这种随机性在不同尺度也都显示随机性,因此,这也是一种“分形”,它具有在不同尺度上的自相似特征。但是,实际上,这种随机性总在一定尺度层次内显示的,超过了一定的限度,这种自相似便不存在了。这里,我们可以再回到曼德布罗特的海岸线上,在一定尺度内,它具有随机特征,因此它可以称之为“混沌”曲线。它在统计意义上显示为“自相似”,但决不会是“一一对应”。它这种分形超过一定尺度便不再具备自相似的特征,或自相似性减弱。如在宏观上,甚至于可以用较为光滑的曲线将其表示出来。

五、结 语

由上分析,我们可以看到,分形理论象许多其他新理论一样,有其新颖之处,但是也如其他新理论一样有其不完善的一方面。

分形是较复杂的一种形体,分数维是分形的一种量度,但并不能由此就推论分数维是一切复杂性的量度。仅用分数维去量度一切复杂性是不可能的,对某些复杂性也可能完全不适用。

分形的本质是自相似,但是并非自然界的所

有一切形体都属分形。“分形”和“混沌”并非同一概念。分形理论和混沌理论研究的对象共同实质也是自相似。这是一种全息现象。“全息”概念比“分形”和“混沌”概念对于其表述的对象来说更本质。然而,全息不全,在不同层次还会出现新结构,并非绝对全息。

(责任编辑 冷远猷)

(上接第43页)

家土地管理局与国家计委国土局,会同与耕地利用密切相关的具体职能单位和部分农业、土地、水利等方面的经济技术专家,共同组建实体性的耕地保护区管理工作委员会,由其作为国家级权威机构全面负责耕地保护区的规划与实施、以及区内耕地的开发、利用、整治和培育等方面的管理协调工作。在各耕地保护区则可考虑组建与目前各自然保护区管理局相仿的具体工作机构,从事耕地保护区的日常管理事务。

3. 设立耕地保护区专项基金

耕地保护和耕地保护区建设是极其复杂的系统工程,必须具有一定数额的专项基金作保证,为此应设立耕地保护专项基金,使耕地保护区有稳固的资金来源。这项基金可考虑由以下方面组成:国家财政拨款,象自然保护区建设和农业资源调查与区划工作一样,由国家财政年度拨款;国土整治费、国家和各级地方政府每年拨出的国土整治开发费全部或大半作为耕地保护基金;耕地占用损失补偿费和使用费上交的部分,企事业单位占地所付的垦复还耕费用等。专项基金作为耕地保护必不可少的资金基础,由保护区管理工作委员会统一支配,专用于与耕地保护区建设相关的土地开发、整治、培肥和基础设施建设,以及必要的行政支出。

4. 提高全民族的耕地危机意识和保护观念,建立健全耕地保护法规

必须指出,耕地问题的严重性,不仅在于面积锐减、人口骤增带来日益加剧的人地矛盾;更在于一些党政领导和人民大众没有充分认识到非农占地、人口与耕地逆向发展导致耕地危机的巨大惯性,缺乏耕地危机感和保护意识。因此,必须大力加强土地观念的宣传、教育,进一步增强全民珍惜和保护耕地的意识,建立健全耕地保护法规,把耕地保护和保护区建设纳入法制化轨道,形成一个十分有利于耕地保护的社会化环境。必须长期坚持“控制人口、节省资源、适度消费”的指导方针,认真贯彻“十分珍惜和合理利用每寸土地,切实保护耕地”的基本国策,以期子孙后代保留尽可能多一点的赖以生存和发展的宝贵资源——耕地。

(责任编辑 蔡今)