

细胞自动机及其在经济与管理中的应用

Cellular Automata and Its Application in Economy and Management

张永安

(西安交通大学管理学院博士生,西北轻工业学院副教授 西安 710049)

迄今为止,复杂现象的研究中较常用的方法有实验数学方法、重正化群方法、散射反演方法、役使原理及细胞自动机(cellular automata 简称 ca)方法。而细胞自动机方法是唯一一个根据复杂系统特点而设计出来的可在计算机上模拟的一种特殊方法。细胞自动机中空间是离散的,时间是离散的,系统的状态也是离散的,可以说是布尔(Boolean)化的。实际上细胞自动机是一种布尔化的离散的动力系统。目前,细胞自动机已广泛用于复杂系统的研究中,现已成为以离散性为特点描述复杂行为的一种具有广阔发展前景的方法。

一、细胞自动机及其特点

细胞自动机是本世纪 50 年代由冯·诺依曼(von neumann)提出的。为了模拟生物学中的自复制行为,并且能在计算机上得以实现,冯·诺依曼提出了一个简单的模式,即把一个长方形平面分成若干个网格,每一个格点表示一个细胞或一个基本单元,其状态赋值为 0 或 1,对应于网格中的空格和实格,在事先设定的一定规则下,网格中的空格和实格就按一定的规则演化,这就是细胞自动机。这一开创性研究在停滞了约 10 余年后,1970 年 J. H. conway 编制了一个名为“生命”的游戏程序,通过设定简单的法则,细胞或基元在网格中就能产生无规和有规、稳定和非稳定等无法预测的演化行为。这种结果使许多计算机科学家产生了兴趣,并最终在这种程序与图林(A. Turing)机的等价性上实现了突破,这两者的等价性的证明表明了“生命”模型能模拟任何一种计算机,进入 80 年代,细胞自动机的研究有了新的进展。科学家利用这类模型十分简洁地复制出复杂现象演化中出现的吸引子、分岔、自相似性等现象。这一研究使细胞自动机成为把握复杂现象的一个重要方法。

近 10 年来,细胞自动机模型已应用于各个领域。首先,用细胞自动机模拟神经系统功能结构取得了大的进展。此模型系按生物组织形式发生过程

中同类相聚行为而建立的;而细胞状态的更新规则由相邻细胞的状态的多数来决定。也就是说,一个细胞在 t 时刻的状态与四周相邻元胞在前一个时刻的多数状态一致。若两种状态数相等,则可以通过涨落作用来随机地选择该元胞的更新状态。细胞自动机模型的另一个重要进展是流体力学中的格子模型,这一模型 1976 年由 Hardy, de pazzis 和 Pomeau 提出,被称为 HPP 模型,它选择正方形网格,每一格点上最多有四个分子,质量相同,速度大小不等,可以在格点上下左右方向取一种指向,禁止有完全相同的两个以上分子同时占据同一格点。这一模型中,时间与空间及速度都取离散值,且不考虑真实分子复杂的相互作用,其规则只根据质量守恒、动量守恒确定;而速度的方向及大小可以不同,碰撞之后可沿直角方向分开,由于格子模型所给出的局域平衡现象与 Navier-Stokes 方程有较大差别,1985 年,Frish, Hass-lacher 和 Pomeau 提出了新的格子模型即 FHP 模型,该模型采用六角形网格,从而解决了 HPP 模型中的非旋转对称问题,及伽利略不变性的困难,而且也使得演化结果与 Navier-Stokes 方程一致,通过这一模型,也模拟了 Benard 对流等许多复杂的现象。

从复杂系统的研究我们不难看出,应用细胞自动机方法对复杂系统的描述,其特点和优势是明显的。首先,细胞自动机方法是立足于复杂系统的特征去模拟和描述复杂性,因而更具有针对性、典型性及准确性,一般认为,复杂系统都是由许多基本单元组成,而且每个基本单元的状态仅有有限的几种,每一基本单元的状态随时间的演化只取决于相邻单元的状态,这三个方面正是细胞自动机方法的基本出发点。其次在于将复杂连续系统作离散化处理。细胞自动机中空间和时间都是离散的,是一个完全离散的动力学系统。这一离散的形式使许多复杂的问题得以简化。其统计测度也很容易计算,同时也可以对它进行一系列数学分析。现在已可以用细胞自动机解复杂的偏微分方程。另外,细胞自动机方法是用细胞作为基本单元来描述复杂系统整

体行为的,演化的规则可以预设,许多过程可以通过计算机来完成,所以具有直观性及可控性。第四,这一方法使得复杂系统宏观演化行为的微观机制更为明晰和易于把握,即体现均匀性的细胞的规则排列与体现同步性的细胞的局部相互作用均可以给予界定。第五,细胞自动机方法以新的设定表征了复杂系统“确定性中的内在随机性”,即应用细胞的设定和确定的规则使系统最终产生随机的结果;而在加进一定的随机项之后又使系统产生确定性的结果。所以,细胞自动机能体现出随机性与确定性两者结合的非线性系统的基本特征。

二、细胞自动机的几种类型及其统计测度

细胞自动机按照其格点即细胞的分布范围不同可划分为不同的种类。常见的是一维细胞自动机和二维细胞自动机。一维细胞自动机限定在一条直线上,称为初等细胞自动机。二维细胞自动机限定在平面上。对于初等细胞自动机的研究已经有了相当的进展,根据 S. Wolfram 用熵原理对细胞自动机的初步研究,初等细胞自动机的类型和基本规律被进一步揭示。初等细胞自动机虽然初始条件各异,但最终的演化结果趋向于四种类型,即类型 1,细胞自动机达到均匀的、不随时间演化的定态;类型 2,形成一组取值不同但不随时间改变的稳定结构或周期结构;类型 3,初等细胞自动机的演化导致混沌行为的出现;类型 4,初等细胞自动机演化成为更为复杂的结构。不难看出,这四种演化模式与耗散结构的演化模式是对应的,因而用一个简单的初等细胞自动机模型就能够成功地模拟许多千差万别的耗散结构。

细胞自动机的演化是一个动态的过程,要想在数学上描述不同的细胞自动机,如刻画不同规划的动态差异、区分不同规则所构成的动态系统的不同演化结果等,通常引入各种统计测度用以描述这种动态复杂性。这种统计测度指李亚普诺夫指数、测度熵、拓扑熵等。

非线性系统具有对初值的敏感依赖性,两个非常接近的初始状态随着时间的推移其演化过程会逐渐偏离。李亚普诺夫指数(L-指数,一般用 λ 表示)即描述这种偏离关于时间的平均速度,动态复杂性另一测度即是熵,按照 1986 年 Grassberger 和 Milnor 所作的研究,测度信息容量定义为:

$H_\mu(X, T) = -\sum \mu(\sigma^{x,t}) \log_k \mu(\sigma^{x,t})$ (μ 表示在一个特定的时期 T, 某 X 个相邻格点的一个特定状态序列最终出现的可能性。)

给定信息测度容量,则相应的测度熵、空间测度熵、时间测度熵可由下式给出:

$$h_\mu = \lim_{X \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} [H_\mu(X+1, T+1) - H_\mu(X, T)]$$

$$h_\mu^x = \lim_{X \rightarrow \infty} [H_\mu(X+1, T) - H_\mu(X, T)]$$

$$h_\mu^t = \lim_{T \rightarrow \infty} [H_\mu(X, T+1) - H_\mu(X, T)]$$

由上述统计测度可以方便而精确地描述细胞自动机的四种类型,即:

第一种类型: $h_\mu^x = h_\mu^t = \lambda = 0$;

第二种类型: $h_\mu^x > 0, h_\mu^t = 0, \lambda = 0$;

第三种类型: $h_\mu^x > 0, h_\mu^t > 0, \lambda > 0$;

第四种类型: $\lambda \geq 0$ 所有的熵均无定义。

上述分类虽然是对无限细胞自动机而言,但对于有限细胞自动机仍然是十分重要的,这些表述为细胞自动机的精确描述奠定了基础。

随着初等细胞自动机研究的深入,复杂细胞自动机的研究更引人注目。复杂细胞自动机不仅具有初等细胞自动机的一般特点,而且具有许多新的性质,其演化行为更接近于复杂系统的特征。比如,由初等细胞自动机推广形成的三值一维细胞自动机中产生了一种保护膜的结构,它能够保护细胞自动机中一定的区域不受外部噪声的干扰。若对于经济系统,可能对应系统中某些基本单元的自我保护机制,从这个意义上讲,细胞自动机的结构越复杂,其实用性会更强。

三、细胞自动机在经济学中的应用

对经济系统的复杂性特征,人们早已形成共识,而复杂系统的宏观现象大都有其形成的微观机制,所以从微观角度入手确立新的建构方法从而揭示系统的规律性一直是复杂系统研究中十分活跃的领域。复杂系统一般所具有的组成要素的系统性、组成要素状态的确定性,组成要素状态随时间演化的相互依赖性等基本特征与经济学的复杂行为极为相似,因而,这种描述复杂性的细胞自动机方法,理所当然地被应用于经济学的研究之中,形成非线性经济学的有机组成部分。

1996 年 Von Neumann 在自组织行为的开创性研究中引入细胞自动机方法之后,立即引起一些经济学家注意,他们开始从新的视角研究复杂经济系统自组织行为的规律性。进入 70 年代,随着计量经济学的发展,引入更为复杂的经济学模型用于描述经济系统的复杂行为愈加受到人们的重视。1970 年,在古诺(Cournot's, 1838)、贝特兰(Bertrand, 1883)、埃奇沃思(Edgeworth, 1897)关于寡头垄断经济模型研究的基础上, Cyert 和 Degroot 提出了适合于寡头垄断行为研究的新的经济模型。这一模型把有固定数目的公司看作是沿一环形分布。顾客对称地分布在城市周围,而且顾客根据两个公司公布的价格,从它们的邻居公司购买商品,假定顾客有同样的偏好,由于顾客是对称分布的,所以,每个

公司面临相同的竞争环境。

在完全短期行为的公司中,每个公司要使它的利润最大化,其价格决策最终只依赖于它的邻居公司所提出的价格,他们和邻居公司一起分享各自市场,为了很好地确定邻居公司定价的作用,可认为邻居公司轮换他们的每个定价周期,因此,人们可以认为奇数个公司在奇数个周期里变化,偶数个公司在偶数个周期里变化。由于这一模型中时间及公司的定价都是离散的,所以 Wolfram (1986) 认为,假设 P_i^t 是在时刻 t 第 i 个公司的价格,公司下一时刻的价格 P_{i+1}^{t+1} 依赖于该时刻相邻公司的定价,即:

$$P_{i+1}^{t+1} = f(P_i^{t-1}, P_i^{t+1})$$

那么对奇数个公司、奇数时间,其作用函数为:

$$P_{i+2}^{t+1} = f[f(P_i^{t-2}, P_i^t), f(P_i^t, P_i^{t+2})]$$

上式即典型的细胞自动机模型。这也是细胞自动机模型在寡头垄断研究中的成功运用。

1986 年 Wolfram、1990 年 Hurley 根据细胞自动机的作用函数的动力学行为,以寡头垄断的研究为基础提出了这一模型细胞自动机的四种类型。类型 1 是指从初始价格结构很快进入各公司价格不随时间变化的稳态。从而使初始价格结构中的局部扰动效应随时间完全消失。类型 2 是指初始价格结构呈现价格周期波动。周期性是由在不同状态下,每个有各自的子周期的许多邻近公司组成的,因此,初始价格中局部扰动的作用随时间限于价格变化的邻近公司内,而这些公司的初始价格是变化的。类型 3 与类型 1、2 不同,其动力行为显示对初始条件的敏感依赖性。也就是说,接近相同的价格结构随时间将演化成差别递增的价格结构。类型 3 的这种不可逆动态行为呈现收缩性性质,随着连续收缩,吸引子就会出现,这种吸引子可以用于描述属于吸引子域隐含在任一初始无序价格结构中的有限行为。类型 4 在基本细胞自动机中常常不发生,在这种类型的初始结构中,局部扰动的影响可能随时间变化,但是,其变化与否以及变化的程度都是不可预期的,所以,一般都采用模拟方法解决这类问题。

细胞自动机在交通管理的研究中也取得了一些进展,1992 年, O. Biham, A. A. Middleton 和 D. Levine 在一个二维点阵上模拟城市交通。其作法是模拟行使的车辆在一定的车辆密度的规定下二维点阵上的运行随时间变化的规律性。这一模拟的重要结论在于系统终态相变点上下的特征,在相变点以上,系统终态为车辆均畅通,而在相变点以下,系统终态为车辆均被堵塞的阻塞相。O. Biham 等人具有开创意义的研究颇受重视,许多学者在这方面进行了探讨,取得了许多具有启发意义的结论。

经济学系统的非加和性以及细胞自动机在动态复杂系统描述中的基本特征为非线性经济系统

中应用细胞自动机方法奠定了基础。特别是为模拟复杂的经济系统提供了行之有效的方法。由于经济系统有时会呈现出某种混沌态,系统在演化中也会出现某种分形结构的时空模式。也就是说,即使系统没有受到任何外来冲击,系统也可以呈现较大规模的波动,用细胞自动机来模拟宏观经济系统,可以得到产生宏观经济各类动态模式的微观机制。对细胞自动机的研究,可以使我们了解自相似行为的一般特性,从而有可能归纳出更为实用的一般原理,促使经济学的研究更加精确化、科学化。

非线性经济学研究中应用细胞自动机方法,首先要建立模拟该经济系统运作的细胞自动机。然后,用计算机模拟出它的演化过程,画出其演化时空图。随之分析细胞自动机的行为,分析可分两方面进行,一是研究在各种初始模式下,各个格点的一系列取值的统计特性,二是研究整个集合的统计特性。前者得到的是细胞自动机的局部特性,而后者得到的是其全局特性。两种方法的着眼点不同,但却是相辅相成的。通过对二者的深入研究,就能完备地了解一个细胞自动机的整个行为特征。从而洞悉它所表征的经济现象的奥秘。

目前,细胞自动机在经济学研究中只限于理论探讨,与实际的应用尚有距离。这主要是由于:(1)细胞自动机在应用中,目前只限于一维和二维的形式,对于更高维的形式数学解决方法现在还不具备,而许多经济系统的复杂行为更适合于在高维下得到解决;(2)在非线性经济学研究中,适合于细胞自动机研究的现有模型还很少;(3)细胞自动机研究中不仅涉及很深的数学而且更多地应用到计算机模拟等知识,所以增加了研究的难度;(4)在非线性经济学领域,从事细胞自动机研究的学者还为数不多,因而这方面的交流和研究还很困难,但应该看到,复杂经济系统的基本特征及细胞自动机的时间空间及状态的离散性特点都决定了细胞自动机在非线性经济学领域大有用武之地。目前,细胞自动机的理论与方法研究在我国正处于介绍国外研究成果、进行初步研究的时期,国内的许多学者正在各自的不同领域推进细胞自动机的研究。在经济学的研究中,一方面需要对已有的模型用细胞自动机的假设进行研究;另一方面,需要以细胞自动机的基本思想为基础建立新的模型,另外也要注意吸收国外的最新研究成果,借鉴其它学科细胞自动机研究的主要成果。总之,我们很有必要在这方面投入一定的研究力量,结合国内的实际,建立有一定应用价值的经济动力学系统。

参考文献

[1]刘式达、刘式适,非线性动力学,气象出版社,1989 年(编者注:删去 9 篇外文参考文献,需者请与作者联系)

(责任编辑 王宏章)