

数学的趋势——选择我们各自的方向

Trends in the Profession of Mathematics, Choosing Our Own Direction

Bdavid Mumford
(美国 Brown 大学, 教授、1994 ~1998 年度 IMU 主席)

在 4 年的任期中, 身为国际数学联盟(IMU) 的主席却没有一个发表“主席演讲”的机会。这实在不是个特殊显要的或具有影响力的职位。我们的主要职能只不过是组织下一届国际大会。因此我很高兴有机会在这里来表达对于当前数学趋向中我强烈感受到的一些信念。在刚刚欢享了我的 60 岁生日之际, 我也抗拒不了普遍的生物学上的冲动, 不禁要对与数学缠绕的一生进行反思, 作出范围广泛的概括, 对于较为年轻的一代, 这是他们乐于搁置一旁的话题。

数学是单一的领域?

在全世界的数学界中, 国际数学家大会(ICM)有什么作用呢? 乘飞机旅行的花费相对于我们的工资变得愈加便宜, 因而可以邀请其他国家的数学家们去参加在世界上任何一个国家召开的专业会议。我甚至于知道一对“特月票”夫妇, 一方住在以色列而另一方则住在纽约附近。在数学的每个领域都有常规性的会议, 对每个热门的新问题也有国际性的研讨会。当你可能会从这类会议上得到更多更直接的讯息时, 为什么还要去参加 ICM 呢? 我相信, 答案就是: 在具有共同的工具和洞察力这个意义上说, 数学仍然是一个单一的学科。如果我们丧失掉这个深刻洞察和理解数学的思想交流机会和能力, 我们的领域远不会取得如此实质性的进步。对数学家们来说, ICM 是少数几个机会之一, 得以对包括所有数学领域的广大听众提出他们专业的发展远景。另外, ICM 的会议记录“Proceedings”一直总是界定我

们领域状态的主要来源, 从中也可选取最好、最深刻的思想使数学界的其他同仁能在自身努力下与其他领域中进行的研究并驾齐驱。

现在的问题在于: 我们能否在数学的所有不同领域间保持我们的交流传统, 并能否抵御住愈变愈烈的专门化趋势?

由于数学的成长壮大, 我们中的任何一个人必定越来越难于处在一个以上领域的最新思想顶峰, 更不用说囊括全部数学了。然而这并不意味着我们不能对此有所作为或者不能使其变得更容易一些。最近当了解到大学一年级的化学课中从一开始就引进了量子力学的思想时, 实在使我为之一振: 化学家们正在重建其教程以使其内容能被接受。

数学 ≠ 物理学或者计算机科学

认识到国际数学家大会是个非常珍贵的传统, 对数学家来说是重要的。譬如在我们的近邻物理学和计算机科学那里就没有这个传统。物理界确有一个国际联盟(Iupap), 但它并不负责组织一个国际大会。实则, 物理界长期以来已经分裂: 实验家与理论家之间, 基本粒子与凝聚态、统计力学的研究者之间, “数学的”物理学家与那些以“真正”的物理学家(不管其含意如何)自居的人们之间, 他们没有一个明确规定的重要事件用来汇集各个领域的报告, 并说一说他们认为的当今关键的新思想。同时, 正在从事工作的物理学家们很少阅读 10 年以前的文章。在我的印象中这是因为他们觉得他们正在驯服西部蛮荒而没有时间顾及这些繁琐小事。

理论取得进展, 也不意味着万事万物的问题就可以迎刃而解了。物质科学现在还是很有生命力的, 它有很多新的发展余地。切不可把它的命运都跟囊括

万事万物的“理论”联系在一起。我们应该强调的是, 物质科学跟技术以及跟生命科学等其他学科的联系, 是极端重要的。
(责任编辑 肖庆山)

重要更正: 本刊今年第 2 期第 3 页第 6 行注明作者单位中的“……重点实验室”, 应改为“……试点实验室”——编者

计算机科学既无国际联盟又无国际大会,国际数学联盟于1995年5月在巴黎曾负责召开过一个计算机科学的领导人的小型会议,讨论关于成立这样一个联盟的事宜,暂定名为国际计算科学与计算机科学联盟,简称IUCSI(其中最后一个字母代表‘Informatics’,这个字在欧洲通常用来表示计算机科学)。目前计算机科学的每个领域都有各自的会议。比如,在理论方面有两个年会,FOCS(计算机科学基金会)与STOC(计算理论研讨会),但是理论工作者却没有机会与在AI(人工智能)、建筑学与程序语言中的人们交流思想。不幸的是,建立新联盟的倡议却流产了,这是由于人们相信了在美国计算机科学家中广为流传的说法,即与会者在一个如此庞大的会议上势将获之甚少,而它的国内组织(CRA, IEEE, ACM)已经是国际性的了(!?)。因为没有美国方面的支持,上述建新联盟的倡议已胎死腹中。由此我们得到了什么教训呢?并非物理学家与计算机科学家们愚蠢无知,而更深层的理由是,把一个庞大的领域捏合在一起使人们有一种整体事业的感觉并不是想当然就能办到的事。专门知识的领域有一种自然的分裂倾向,而一旦分裂则会建立他们自己的机构。这些分领域各自独立发展,相互间交流按各领域的大小而减少。随着交流的减少,思想的传播也放慢了,常常重复发现相关的成果。

以“充分一般性”的方式陈述结果

我认为数学家在对其同行传播新思想的时候有一个特殊的问题——一个难于解决,但只要坦诚对待又是不难解决的问题。这就是我们顽固追求的要以最一般的形式来表达每一个新成果的念头。这样做要求每个主题都建立起一个有关定义和抽象概念的完整的天地。因此原始的例子不见了,而在这个新天地中抱有认真的学徒式的态度是很关键的,而且要一直弄到每个定理中的思想都清楚了为止。以我的亲身经历我知道这样做是非常好的,因为我属于与Grothendieck一起生活过的那一代代数几何学家。Grothendieck是个令人震惊的奇才,在代数几何领域中他引进了美丽而深刻的思想以及一个全新的天地:概型。然而许多人,包括这个领域中的一些领头人,干脆拒绝采用甚至拒绝承认他的新天地。但是他的成功,例如平展上调理论,使得这类拒绝行为显得愚蠢。我对于概型理论的小小的贡献是在我的书《簇与概型的红皮书》中发表了一系列的“涂鸦”,我个人的“圣像图”,则是对最新类型的概型给出一个拟几何的感受。我内心隐含的想法是,我是否能够让我的老师Zariski也相信概型的威力?

以最最一般形式来陈述结果,这种愿望的产生

并不久远,大约可追溯到30年代。在那个年代,通过对代数的公理化方法的进展,使得Hilbert关于对每个学科进行公理化处理的愿望变得具体了。经E. Artin和E. Noether之手,代数的定理被分解成了相应的逻辑原子和分子。在具有Banach空间的泛函分析中相似的趋向也扎下了根。这个趋向也迅速扩散到代数拓扑、调和分析及偏分方程。50年代当我还是个大学生的時候,我在George Mackey那里听课、读讲义,他教会我了解这种观点的美妙之处。Weil和他在Bourbaki的同事们则把这种观点搞成了当时的最新时尚。而今,由Hilbert经Bourbaki之后,仍然有一种思想,即存在着一个定义的万有集合,一旦学会了它,就打好了一切更特殊东西的基础。这意味着数学家只要在一个自然抽象的概念的充分集合中经过一段学徒生涯就可以干他们自己的事了。然而我们真要住在Bourbaki建造的房屋里吗?我想表达一种完全不同的意见,这是我从Michael Atiyah爵士那里学来的。他的观点是:一个新思想的最有意义的方面常常并不被包含在由它导出的最深刻与最一般的定理中,倒常常寓于最简单的例子、最简单的定义以及它们最先得到的结果之中。人们常常企望专家们耗时多年证明的“基本定理”,也能证实如此之说。当然,这对分析某类思想是否正确,在框架方面是极重要的。然而最重要的信息却往往包含在容易的部分,即几个简单却深刻的观察上,而这些简单、容易部份才构成了理论的其他部分的基础。特别是,这些思想本是可以,也应该在国际大会上得到交流的。

定理还是模型?

当我们“搞”数学时,把什么看作我们的主要目标呢?习惯上会说我们在力求证明定理,至少对纯数学家是如此的。定理,也只有定理,才是这个领域的流通货币。它们可为你买到学位论文,买到发表讲活的邀请,特别是买到一份工作。我们对在数学中了不起的证明长期怀有神秘感。Erdős曾谈到过在每个定理的最漂亮最深刻的证明中蕴含了上帝的书。具有惊人篇幅长度的证明,比如有有限单群的分类定理的证明,引起人们的敬畏。人们对于特殊的证明的长期追求总是充满着传奇色彩,而Fermat大定理便是一个原型例证。Wiles的绝妙成果不仅对数论帮了大忙而且对我们整个领域的公众影响方面也是如此,因此到处传播着他在阁楼上为研究这个证明而长期奋斗的传奇故事。我们领域的确切特征之一是孤军奋斗,力图把一种密似丛林的思想和论断整理清晰并使其组合表达得有意义;仅凭这一点就足以引起我们所有人的同情与怜悯。与定理情形相反的则是关于模型的想法。在应用数学里,

模型在表达问题的本质方面,即在把实验的无序态转换成明确的数学问题方面具有最突出的作用。然而,纯数学也充满了模型。譬如在一个领域中已揭示出一堆复杂的例子,但在对它们一一求解时却受阻。此时最好的办法常常是分离出部分结构来予以有效地定义,并得出一个较容易攻克的模型。代数拓扑在 50 年代就是如此起步的:先定义了空间的同伦型范畴,然后这一类的拓扑空间的“模型”便明晰地构造出来了,接着这个领域就爆炸性地发展了。这一类模型的形成基础,是抛开了部分结构以便集中于一些特殊方面,而这一部分的运转既是与整体和谐的,又是具代表性的。另一类模型则是这样产生的:从那些表面上难以接近而实际上却包含了领域的深刻的本质部分中,分离出一个或一组特例,Ising 模型的建立即是其中一例。当时知道了位相传递现象的存在却又不能建立它们间的相应数学理论,这使得统计力学的发展受阻。正是 Ising 模型给出了第一个例子,而自此之后这一模型便成了概率论中一大堆问题的中心例证。Korte Weg de Vries 方程是另一个例子。由这一个方程引发的思想已经渗透进代数几何、李群等等领域中。

创建好的模型正如证明深刻的定理一样是有意义的。我想,承认这一点,数学会从中受益。

当然,一个模型要能称得上好,就必须证明此模型能引向某些实用需要。这一点可由数学“实验”即计算来做到,也可由对它的初步分析来做到。学位论文、讲座和数学工作都应该因找到一个好模型而受到与证明一个难定理一样的褒奖。

联想到关于定理与模型的争议,我认为在国际数学家大会上需要提出纯粹数学与应用专题之间的平衡问题。对我来说,在理想状态下数学科学的这两个部分似乎不会有什么明显区别。首先,无论怎样联想,应用数学都不是一个主体。它有一个传统的部分,即研究由力学产生的微分方程。当然还有许多非传统领域,那里出现了怪异的方程,如在数学生物学、经济学等领域。从广一点的定义来说,它包括了数值分析、运筹学及控制论。有确切的理由说,数学物理及理论计算机科学也是数学科学,甚至在某些情形下它们比应用数学更接近纯粹数学。另外,还有一种纯粹数学与应用数学构想不断混合的情形。如像 Korte Weg de Vries 方程这一个课题,开始时完全是应用的,之后它激发了一类又一类的数学分析。这些发展可以是完全纯数学的(例如常微分算子交换环的分析)。然后这种纯粹的分析又为观察实验情形下的数据分析提供了新方法,类此等等。可见课题可能在纯粹与应用领域之间蹦来蹦去。

最近的几次数学家大会上有一种要容纳更多应用并力图由此吸引更多参与者的强劲趋向。这次

大会就为此增加了一天时间作为补偿。这引起传统老先生们的一些不满!我个人的观点是,我们需要继续把数学科学的所有领域都摆平,使得来自所有方向的进展及重要思想都能提交到每届大会上。比如,若一方面提交了一份关于某个纯粹数学的模型分析,而另一方面却又不去指出它的应用来源,这是不妥的。特别是,若人们了解应用来源后,问题该如何简化、可能会如何变化均将一目了然时,却故弄玄虚,有意回避应用来源,这显然是虚伪的。

选择我们各自的研究方向

这里,我还要触及一个完全不同的论题,它涉及到国际数学家大会的职能。我想,它今天已受到了威胁。ICM 的职能本应是精确解释我们的领域当前所处的位置,然后再指明今后要向哪里前进。已经把取得的成果编纂成册,以使会议的全体演讲者在主要挑战面前能描绘出他们所看见的东西。我们大家都把选择我们研究对象的自由以及作为学术原则的独立性视为理所当然。教授职位的主要吸引力之一是你只有一个唯一的名义上的老板,在研究上作出你干什么的关键选择就是你自己。还会有别的吗?我们大家已知道,出于公众利益的考虑,在政府科学基金中一直有一股总想要指挥科学的趋势。

这里,我想再次追溯往事,回忆一下我们是怎样达到现在的地步的。我当研究生的时候正是政府基金开始成为搞研究的数学家生活中的一种因素。在制造成原子弹之后的兴奋日子里,美国政府甚愿把钱投到科学上去,而数学就搭上了这趟车。数学研究花费不多,但每个人都认为这些研究有用。我清楚地记得 George Mackey 拒绝了这类资助并说它会转过来纠缠我们。他很清楚,政府早晚会利用它来指挥研究工作。

我们所拥有的对研究课题的选择自由也仅仅限于数学。当我初次研究应用问题时,认识了一个心理学家,了解到在心理学内的基本规则是完全不同的。一次他申请一项 NSF(国家科学基金)资助,申请中只简短描述了他建议的某些实验。他取回的一个审评说:“X 教授在想干什么?他需要一份狩猎许可证吗?”是的,我猜想这样一份狩猎许可证正是每个数学家所需要的。不幸,政府方面的想法不同。在他们资助,甚至部分资助的每个领域中,政府越来越多地转移到探索微处理的研究方向上。他们感到创建越来越多的委员会是完全正确的。这些委员会开上几天会便可炮制出“白皮书”,宣称这类、那类东西是新的“巨大挑战”。还引述了一个例子:本年度美国国家科学基金设立了一项重要资助,他们称之为 1998 年度“新兴主题”,说这是一种关于“知识与分配智力”(Knowledge and Distributed Intel

卡西米尔效应与提取零点能

Demonstration of the Casimir Force and Tapping the Zero-Point Energy

雷锦志 江兴流
(北京航空航天大学理学院 北京 100083)

最近的实验结果证明,真空中确实存在零点能,问题在于人类能否用科学的方法提取零点能。真的可以从真空中提取能量吗?大自然真的如此慷慨还是一毛不拔呢?目前,尽管大多数物理学家认为不能从真空中提取能量,但在美国得克萨斯州奥斯汀高级研究所的成员们却坚信宇宙中有“免费的午餐”,他们的目标就是要向真空索取能量。奥斯汀高级研究所所长 Harold E. Puthoff 甚至指出:“对于这个领域中的狂热分子(比如我们自己),我们认为 21 世纪可能是零点能的世纪。”^[1,2]

关于零点能的设想来自量子力学的一个著名概念。具体地说,零点能来自海森堡测不准原理。该原理指出:不可能同时以较高的精确度得知一个粒子的位置和动量。因此,当温度降到绝对零度时粒子必定仍然在振动,否则,如果粒子完全停下来,那么它的动量和位置就可以同时精确地测知,而这是违反测不准原理的。这种粒子在绝对零度时的振动

(零点振动)所具有的能量就是零点能。

零点能的效应

有人认为,零点能来自所有各种类型的力场,包括电磁场、引力场和核力场,并通过几种方式表现出来。一种方式是兰姆位移,即受激原子发出的光的频率的轻微改变;另一种形式是电子和光学仪器中可纪录到的一类特殊的不可避免的电平噪声。

然而,最明显的要数卡西米尔(Casimir)效应。1948 年,荷兰物理学家 H. B. G. Casimir 计算出,两块靠得足够近的金属板将会非常轻微地相互吸引。其理由在于,这块金属板中较小的距离只容许真空能量中较小的高频电磁成分(“模式”)存在于其间,而其它那些较大的成分则被金属板挡在外面。作用在两侧的力之差使金属板互相靠拢。

Lamoreaux 在华盛顿大学时,在他的学生 Dev

ligence) 的“雄心勃勃的广为参与的努力”。然而唯一的问题是,似乎没有一个人能说清什么叫“知识与分配智力”!依我个人的观点看来,至今还没有一项重大的成就是出于委员会的推荐而取得的。在美国有一纸令人沮丧的立法,称作“政府行为及后果法案”,它促使所有的基金代理机构对每个计划与合同实行不间断的评估。对于在经过 5 年研究之后却没有发表过一篇文章的 Wiles 来说,能对他们说些什么呢?我们应该老老实实告诉这些机构,我们常常并不知道一些研究思想将会引向何处,但希望它们能够澄清某个问题。当然他们对于从事一系列的探索给以资助是理所应当的,而要与他们订合同去证明这个或那个定理,却是不恰当的,更不用说企望我们迈出什么有益于人类的具体步伐了。

我们应该老实告诉他们,确确实实,我们在“玩”数学,乐在其中,我们也真正觉得数学不但美丽而且有用。

这可能与严格的道德准则不相容,但这“玩”与这爱美之心都是我们探索更深理念的一个不可分

的部分。如果试图把这些也一笔勾销,那么,从长程来看对数学行业的损害将大于好处。我曾与 Dennis Sullivan 闲谈到关于在家庭时间与研究时间之间所发生的矛盾。他提醒,在周末这种场合告诉你配偶说你要去搞数学“工作”绝对不是个好主意;诚实一点,告诉他或她说你要去玩一玩数学。

还有什么?

国际数学家大会的目标必定是要使所有数学家之间的交流变得容易,这表明我们必须时常反复思考,怎样才能最好地把我们的成果向别的领域的专家们作解释。每个发言者必须想一想什么是他或她想要分享的最有意义的新见解。我们必须愿意从别的领域中去努力寻求思想,不管是纯粹的还是应用的,只要对我们是适合的。这些似乎是老生常谈,但我相信这实际上是做起来难、忘起来容易的事。

(胥鸣伟 译 李文林 校 责任编辑 蔡德诚)