

让数学成为每个人生活的组成部分

To Make Mathematics Become a Component in Everyone's Life

严士健

(北京师范大学数学系, 教授 北京 100875)

90年代以来, 对于数学教育改革进行了较多的讨论。如果我们能认真转变观念, 积极地进行调查、研究和讨论, 客观正确地总结历史经验、认识数学及其应用的现在和将来, 从中得出一些基本看法, 并且逐步地加以实践, 那将是一件对数学发展、对提高全民族科学文化素养的大事, 对我国的现代化事业有重要意义。本文以一种积极参加讨论的姿态, 谈一些个人看法和大家切磋。

一、我们的数学教育有很大的成绩

主要是学生获得了较好的数学基本训练, 特别是计算的熟练和逻辑的严密性比较好。这可以从国际的 IEAP 调查得到肯定, 也可以从中国留学生在国外的考试成绩间接印证。这一点受到美国教育界的重视, 最近美国卡内基教学促进基金会派了以该基金会现任主席李 # 舒尔曼 (L. S. Shulman) 为首, 包括美国数学协会 (MAA) 现任主席托马斯 # 班乔夫 (T. F. Banchoff) 和美国教育研究协会 (AERA) 主席艾伦 # 熊菲尔德 (A. Schoenfeld) 的高级代表团来我国进行数学教育经验的交流活动。在他们举行的答谢宴会上, 舒尔曼明确地表达了他们来学习中国数学教学经验的目的。因此我们在这方面应该有恰当的自信。

这种成绩的获得主要由于我国数学教学有注意数学的严格性、逻辑推理以及注意解题技巧的传统。在这个传统的影响下, 广大的优秀教师让学生做一定数量的习题, 并且引导学生总结自己的思考过程, 让学生更好地理解和掌握了数学。此外, 还有一些教师让学习较好的学生或者对数学有兴趣的学生, 除了做一般的适量习题外, 再做一些需要费力思索和发挥想象力的难题, 因为这样有利于培养学生的创新能力、毅力和习惯。我们知道习题只给了条件和结论, 甚至只给了条件和问题, 要求学生在解决较难的问题的过程中予以再创造, 这经常需要学生经过一段时间的反复思索。这种再创造过程自然可以培养创新能力; 而经历一段时间的反复思

索则可以锻炼学生的坚持性, 也就是培养了创造毅力。经常做一些这样的题目就养成了这种好习惯。这一点在一些有所成就的数学家, 甚至科学家中是得到印证的。这些做法是我国数学教育中的长处, 应该在教学改革的过程中认真加以研究。一方面, 使宝贵的经验在新的历史条件下发扬光大, 发挥更大的作用; 另一方面, 要克服一些不足之处, 不能固步自封, 固步自封会走向反面, 如应试教育可以说就是这种传统在一定条件下的必然的发展。

二、正确对待传统方法

首先, 我认为上述传统可以得到加强, 即是在培养学生的创新能力的同时, 能够而且应该通过数学教育帮助学生树立创新意识。这种意识的形成可以说是一种重要的素质教育。

其次, 我认为我国传统方法中的重大弱点之一, 就是只注意数学本身的习题的解决, 不注意数学与自然科学、技术科学、社会科学以及人文科学的关系。这当然还有其它历史的原因。其结果使得数学教师的工作内容处于和社会生活隔绝的状态, 社会上对数学的作用也不大了解, 有一种神秘感, 采取敬而远之的态度; 而那些对数学有兴趣的人们则乐此不疲, 多数不大注意数学在社会中的作用, 更谈不上向社会宣传数学对社会进步的作用。

近年来由于社会上对升学的普遍重视, 特别是升大学的激烈竞争, 社会和学校都十分重视升学率, 教师的工资待遇也经常和他们所教学生的升学率相联系。于是老师们在社会的压力下, 驾轻就熟地采取应付考试措施: 让学生大量做题, 甚至将题目归纳成各种各样的题型, 让学生进行十分大量的模仿和重复。这种灌输式的办法 (现在通常称为 / 应试教育) 虽然使学生在计算和推理方面提高了熟练的程度, 但是却带来副作用: 学生负担加重, 学习优秀的学生对数学感到厌倦, 学习吃力的学生对数学产生了恐惧的心理。以致学生在课程学完以后大都远离数学, 社会对数学也越来越不理解, 数学

的作用似乎只剩下为学生们升学和取得学分。

这些说明,我们在数学教育中的长处的另一面,则是有严重的不足,需要进行数学教育的改革。

三、数学在 20 世纪的发展和作用

现代数学在20世纪有了空前的发展,她对社会的进步也起着空前的推动作用^{[1][2][3]}。例如:刻画和表达各种现象的数学方法空前地得到发展,数学的各个分支之间的综合与相互渗透以及向各门自然科学、技术科学和社会科学的渗透都达到前所未有的程度。

纯粹数学本身也发展了各种深刻的理论和方法,像历时300多年的 Fermat 大定理那样的难题也获得解决^[4]。

/ 二战0 以来,发展了针对技术、管理、工业、农业、经济等部门的实际问题的应用数学,如运筹科学、计算科学、信息科学、控制科学、金融数学等。

近年来随着计算机的飞速发展、数学与计算机技术的结合,形成了所谓的/ 数学技术0。它们对高技术的发展起着关键的作用,以至有人说:/ 高技术本质上是数学技术0。

总之数学已经对社会进步起着巨大的推进作用,而且随着数学的进一步的发展和计算机技术的普及,数学的作用显然会向包括普通技术在内的更多方面普遍地拓展。

但是我们的数学教育如何迎接这一新形势,直到不久以前并没有多少反映;就是现在,除了加授数学模型、计算机等有关课程以外,在多数教师的认识中,也未必认为是他们的任务。这从另一方面说明数学教育更加需要改革。

四、数学教育改革的出发点和着眼点

从上面的分析可以看出:我们要进行的数学教育改革,根本的着眼点是如何从数学对现代社会发展的作用和数学的现代发展出发,来进行数学教育的改革,克服数学教育不注意与其他学科和社会联系的状况。这是我国学习西方的近代数学与科学技术以来,现代化进程所需要的一次飞跃。如果不进行这一场改革,不但对社会发展非常不利,而且对新一代人的成长也是有害的。甚至可以说会严重影响我们的国家和民族的复兴。因此这场改革是极其深刻的,改革的关键首先在于数学界和教师都要转变观念。这一点虽然几年来有不少的论述,但是今后还需要反复论证。其次是教师的数学水平和修养需要随着改革的深入而不断提高,而且这与观念的转变是相辅相成的。教师的提高是一个长期的过程,需要专门的研究和讨论。所以这场改革注定是长期的,步子太急可能是欲速则不达。有些问题,例

如数学的应用问题,1958年从一个侧面提出过,由于准备不足,要求太急,结果转了一圈,几乎又回到原处,却在思想上留下不少的后遗症,至今仍有影响。因此在改革中,探讨和讨论应该敞开思想而且深入细致;步子应该稳妥,长期坚持。这样下去,一定可以达到目的。

五、对数学教育改革具体内容的一些看法^{[5][6]}

人们常说:数学具有高度的抽象性和应用的广泛性。正因为抽象,所以在表达和论证上(同样在数学教育工作中),需要注意逻辑的严密性和计算的准确性。但是数学的抽象有另一特性:即从具体情景上升为一般的概念和结论,又从一般返回到具体情形来加以印证和应用。因此在数学教育工作中,同样重要的是:需要让学生理解问题是怎样提出的,概念是如何形成的,结论是怎样探索和猜测到的以及证明的思路和计算的想法是怎样形成的;而且在有了结论以后,还应该理解结论的作用和意义。也就是说,要让学生理解/ 来龙去脉0,学会分析想法。只有既会熟练的计算和逻辑推理,又能理解/ 来龙去脉0 和思考的脉络,才真正理解了数学,也才能使学生在需要应用所学的数学时能够比较自如地应用它。当然,这里所说的/ 学会0 和理解,是与学生的学习阶段和智力水平相适应的。

不论是基础教育还是大学非数学专业的数学教育,学生学习数学的重要目的之一,应该是应用数学解决他们在将来遇到的实际问题;即使数学专业的学生,学一点数学应用终归也是会有益处的。因此培养学生分析和解决实际问题的能力,或者使他们受到这方面的初步训练,这在几乎所有的数学教育工作中似乎都比以往更加重要和迫切。应用数学解决实际问题的第一步就是从实际问题的具体情景出发,经过分析归纳,提出恰当的数学问题,这就是通常所说的数学建模。可以看出如果能够更好地理解数学的/ 来龙0,对建模也就会更自觉地学习。其实建模的问题在数学中历来处于重要的地位,不过在当代数学中,其地位更加突出。因为当代数学的应用,相当多的情形是和计算机技术结合的。例如,有了正确的模型以后,可以结合计算机技术给出所需要的数值解达到应用的目的。另一方面,由于数学的应用比起以往广泛得多,数学所研究的问题往往更多地来自实际,因此建模对数学本身也将起着更本质的作用。这一点从/ 数学是模式的科学0^[7]、/ 整理出宇宙的秩序0)) 数学的作用0^[8]和/ 创建好的数学模型正如证明深刻的定理一样有意义,我想,承认这一点,数学会从中受益0^[9]等提法都能得到证实。所以让学生受到数学实际应用的初步训练是数学教育改革中应该解决的重要课题。

这里常常会出现以下的问题,即有人认为在数学教学中,学生实际上是不可能学会运用数学解决实际问题的,因此教会学生应用数学解决实际问题的任务不应该由数学教学来完成。我的看法是:这个任务的确是不能单独由数学教学完成,但是在这样的数学教学时数中应该能够打下一个基础,而且数学教师还可以通过数学实际应用的初步训练帮助学生树立应用意识。这就可以使学生在以后的学习和工作中,主动地想到将实际问题与数学联系起来,而且设法运用所学的数学去解决实际问题。

六、素质教育与数学教育

近来,提出了加强素质教育的要求,我认为这是正确的主张。应该看到,数学教育也是进行素质教育的一个重要阵地。上面所说的帮助学生树立应用意识和创造意识就是重要的素质教育。不仅如此,而且通过数学教育培养学生的数学思维和帮助学生树立数学意识是两项极端重要的素质教育^[10]。我们的中学数学教学大纲提出了要培养和发展学生的逻辑思维,但是在教学实践中几乎没有得到关注。的确,数学可以培养学生的逻辑思维,但是这种逻辑思维模式有其显著的特点:总是要求从最简单的出发点(不予定义的元素和不予定义的关系)出发,经过逻辑的演绎和证明表达出整个体系。这种体系立论清晰、严密和极具理性,不得不令人信服。另一方面,像我们前面谈到的,数学还具有/从具体情景上升为一般的概念和结论,又从一般返回到具体情形来加以印证和应用0的特性。这些看起来似乎和我们通常所说的分析和归纳方法相同,但是它和我国的一般传统看法有不同之处,因为它与前面所说的逻辑严密性相关联。它在分析的时候,总是要努力寻求最简单、最本质的出发点;而归纳的时候,又需要遵循严密性或者结论可以证明的要求。这种思维模式恰是西方文化传统中思维体系的固有组成。还有一种思维模式是从定性到定量,从柏拉图(Plato)、笛卡尔(Descartes, R.)、莱布尼兹(Leibniz, G. W.)一直到近代的很多思想家常常遵循这些思维模式,以致西方有人认为^[11]:讲授数学不只是一要教涉及量的推理,不只是一要把它作为科学来讲授(虽然这些都很重要),而且还要让人们知道,如果不从数学在西方思想史上所起的作用方面来了解它,就不可能完全理解人文科学、自然科学、人

的所有创造,乃至人类世界。

我国有优秀的文化传统,无疑应该继承和发扬。但是也应该看到:我国古代的社会和文化传统对于数学直至科学技术并不重视,往往只是作为一种计算方法,在文化传统中不占主流地位,甚至到明朝时有的皇帝竟认为机器是奇技淫巧。近代的数学主要是向西方逐步学习来的,但是数学在思维方面的作用并没有对我们产生显著的影响,数学仍然没有融入我国的文化传统。因此我们讲授数学不只是一应该讲授数学本身及其应用,而且还要让人们知道,如果不从数学在思维方面所起的作用来了解它,不学习运用数学思维方法,我们就不可能完全理解人文科学、自然科学、人的所有创造和人类世界,从而也不可能为人类做出更大的贡献!

由此可知,让数学融入我国固有的文化传统,从而弥补其不足,是我国现代化事业中的一个重要任务。数学教育应该责无旁贷地担负起这项任务,这也是数学教育的光荣任务。我们应该努力地帮助学生树立数学意识,让数学意识像环保意识、国防意识等等一样在学生的头脑中牢固地生根发芽。

参考文献

- [1] 中国科学院数学学部(王梓坤执笔). 今日数学及其应用(载于/面向21世纪的中国数学教育))) 数学家谈数学教育0, 严士健主编), 1993
- [2] 美国国家研究委员会. 叶其孝, 刘燕, 章学诚, 蒋定华译. 冷生明校. 振兴美国数学))) 90年代的计划
- [3] J. Glimm, 邓超凡译. 数学科学、技术、经济竞争力. 南开大学出版社, 1992
- [4] 西蒙#辛格著. 薛密译. 费马大定理))) 一个困惑了世间智者358年的谜, 上海译文出版社, 1998
- [5] 严士健. 数学教育应为面向21世纪而努力. 课程#教材#教法, 1994(11)
- [6] 严士健. 中国数学教育改革要面向21世纪. 课程#教材#教法, 1994(10), 14~21
- [7] 美国国家研究委员会. 方企勤, 叶其孝, 丘维声译. 人人关心数学教育的未来
- [8] 周仲良, 郭镜明译. 谷超豪, 俞文#校. 美国数学的现在和未来, 复旦大学出版社, 1986
- [9] David Mumford. 数学的趋势))) 选择我们各自的方向. 中国数学会通讯, 1998(4), 12~16
- [10] 严士健. 数学思维与数学意识、创新意识、应用意识. 教学与教材研究, 1999(3), 16~21
- [11] V. Gliner. 数学在西方思想史上的中心地位. 数学译林, 1995(1), 36~43

(责任编辑 蔡德诚)

(上接第15页)

并宣布为真理的无论什么东西!0

看到这段100多年前声讨/专家政治0的檄文,我们不能不佩服皮尔逊的先见之明。今天看来,专家政治虽有诸多缺陷,且不是一种理想的政治模式(/贤人通才政治0也许是较理想的),但它毕竟还胜

于官僚政治。此外,也不能把今日自然技术所导致的负面社会后果归咎于自然科学,甚至不应归咎于自然技术,而是由于社会技术(social technology)或社会工程(social engineering)不发达)))从而难以有效地约束或遏制误用或恶用自然技术的个人和集团(尤其是决策者)))所致。(责任编辑 孙立明)