

时滞 Hopfield 神经网络的分岔控制

毛自森, 崔周进, 杨素娟, 徐 为

中国人民解放军理工大学理学院, 南京 211101

摘要 研究了一类带 3 个时滞的 Hopfield 神经网络的分岔控制问题。考虑系数扰动影响, 通过对比一般的时滞状态反馈控制, 根据 Hopf 分岔定理, 选取时滞为分岔参数, 提出了一类新的混合控制策略——带参数扰动和时滞状态反馈的控制方法, 得到了一些新的分岔控制结果。进而通过已有结果检验分岔控制的效果, 得到新的分岔控制对于改变分岔发生的位置有较好的调节和延迟的作用。这一结果对控制周期分岔和混沌行为具有重要的指导意义。最后, 结合示例和数值模拟进一步验证了此混合控制策略的有效性。

关键词 Hopfield 神经网络; 时滞; 分岔; 混合控制

中图分类号 O175.13, O317

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)19-0050-05

Bifurcation Control for Delayed Hopfield Neural Networks

MAO Zisen, CUI Zhoujin, YANG Sujuan, XU Wei

College of Science, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China

Abstract In recent years, bifurcation control has attracted many researchers from various disciplines. The aim of bifurcation control is to design a controller to modify the bifurcation properties of a given nonlinear system, and achieve desirable dynamical behaviors. The bifurcation control of a class of Hopfield neural network with three delays is investigated. In contrast to the general time-delayed state feedback control, based on the Hopf bifurcation theory and the choice of time delay as the bifurcation parameter, a new hybrid control strategy is proposed, in which the time-delayed state feedback and parameter perturbation are used to control the Hopf bifurcation of the model, and some new conclusions are obtained. In addition, we examine the effects of coefficient perturbation. Furthermore, known results are used to check the conclusions, and the new conclusions are shown to be helpful in changing and delaying the evolution of bifurcation, which has applications in a variety of areas such as controlling period bifurcation and chaos. Finally, we use examples and numerical-simulation results to confirm that the hybrid controller using time delay is an efficient means to control Hopf bifurcation.

Keywords Hopfield neural networks; time delay; bifurcation; hybrid control

0 引言

通常, 分岔现象对应于系统的某个参数临界值, 当系统参数穿过这个临界值时, 系统的某些性态将发生突变, 而这种现象的发生可能对工程应用等造成难以估计的有害影响。例如 2003 年 8 月 14 日, 因为两根高压线负载过高导致超温脱落, 引起了输电网络失常, 造成美加地区大面积停电^[1]; 又如 20 世纪 30—40 年代, 航空中有一种可怕的空难, 称为颤振^[2], 当飞机飞到某一个临界速度时, 机翼就会振动, 数秒钟内就可能将机翼振掉, 造成机毁人亡。因此, 如何更好地改变或控制这种分岔现象的发生是一项非常有意义的工作。

分岔控制是通过在系统中加入适当的控制器, 使原有分岔临界值改变。由于倍周期分岔可导致混沌发生, 研究分岔控制不仅可以更好地掌握和改变分岔性态 (如改变分岔系统

的稳定域等), 还可以实现对混沌的有效控制。自 Ott 等^[3]首次提出控制策略以来, 许多有效控制策略纷纷呈现^[4-9]。但归结起来, 控制方法只有两类: 一是状态变量的反馈控制; 二是非反馈控制。最近, Luo 等^[10]提出了一种新的控制策略——混合控制, 并将其成功应用到离散系统; Liu 等^[11]进一步给出了无时滞连续系统的混合控制策略。在此基础上, Cheng^[12]将此混合控制方法成功应用到一类病毒传播模型。值得一提的是, 时滞现象普遍存在于网络神经元之间的信息传递, 并且控制行为发生效用有一定的时间滞后, 因此时滞分岔和时滞控制更具有实际应用价值。而目前神经网络的分岔控制方面的研究还为之甚少^[13]。

为此, 本文就如下带有 3 个时滞的 Hopfield 神经网络的分岔控制问题展开讨论:

收稿日期: 2010-05-15; 修回日期: 2010-09-18

基金项目: 解放军理工大学理学院青年科研基金项目 (QN-SX-2009-07)

作者简介: 毛自森, 助教, 研究方向为动力系统和复杂网络理论及其应用, 电子邮箱: maozisen@126.com

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + b_{11}f_1(x_1(t-\tau_1)) + b_{12}f_2(x_2(t-\tau_3)) \\ \dot{x}_2(t) = -a_2x_2(t) + b_{21}f_1(x_1(t-\tau_2)) + b_{22}f_2(x_2(t-\tau_1)) \end{cases} \quad (1)$$

其中, a_i 为第 i 个神经元恢复静息状态的速率; b_{ij} 为连接矩阵; τ_i 为延迟时间参数; f_j 为激活函数, $i, j=1, 2$ 。利用参数扰动和时滞状态反馈的方法, 给出一种新的混合控制策略。受控系统描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha(-a_1x_1(t) + b_{11}f_1(x_1(t-\tau_1)) + b_{12}f_2(x_2(t-\tau_3))) + \beta x_1(t-\tau_1) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha(-a_2x_2(t) + b_{21}f_1(x_1(t-\tau_2)) + b_{22}f_2(x_2(t-\tau_1))) + \beta x_2(t-\tau_1) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $2\tau_1 = \tau_2 + \tau_3 = 2\tau$, $\alpha > 0, \beta \in R$ 分别为混合控制的两个参数, 且 $f_i(0) = 0, i=1, 2$ 。记 $c_{11} = b_{11}f'_1(0), c_{12} = b_{12}f'_2(0), c_{21} = b_{21}f'_1(0), c_{22} = b_{22}f'_2(0), a_1 = a_2 = b$ 。

1 受控系统的稳定性和分岔分析

系统(2)在(0,0)处的线性化系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha b x_1(t) + (c_{11}\alpha + \beta)x_1(t-\tau_1) + c_{12}\alpha x_2(t-\tau_3) \\ \dot{x}_2(t) = -\alpha b x_2(t) + c_{21}\alpha x_1(t-\tau_2) + (c_{22}\alpha + \beta)x_2(t-\tau_1) \end{cases} \quad (3)$$

由此可以求出此线性化系统的特征方程:

$$(\lambda + \alpha b)^2 e^{2\lambda\tau} - [\alpha(c_{11} + c_{22}) + 2\beta](\lambda + \alpha b)e^{\lambda\tau} + [\alpha c_{11} + \beta](\alpha c_{22} + \beta) - \beta\alpha^2 c_{12} c_{21} = 0 \quad (4)$$

上式可以看成是 $(\lambda + \alpha b)e^{\lambda\tau}$ 的二次方程, 其根为

$$(\lambda + \alpha b)e^{\lambda\tau} = T' \pm \sqrt{T'^2 - D'} \quad (5)$$

其中, $T = (c_{11} + c_{22})/2, D = c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}; D' = \alpha^2 D + 2\alpha\beta T + \beta^2, T' = \alpha T + \beta$ 。可以看出, $T'^2 - D' = \alpha^2(D - T^2)$ 。因此, $T'^2 \geq D'$ (或 $T'^2 < D'$) 当且仅当 $T^2 \geq D$ (或 $T^2 < D$)。

下面分两种情况考虑方程(5)。

1.1 $T^2 \geq D$

首先给出文献[14]中的一个结论作为本节的一个引理, 具体表述如下。

引理 1^[14] 对于指数多项式

$$P(\lambda, e^{-\lambda\sigma_1}, e^{-\lambda\sigma_2}, \dots, e^{-\lambda\sigma_m}) = \lambda^n + p_1^{(0)}\lambda^{n-1} + p_2^{(0)}\lambda^{n-2} + \dots + p_n^{(0)}\lambda + p_n^{(0)} + [p_1^{(1)}\lambda^{n-1} + p_2^{(1)}\lambda^{n-2} + \dots + p_n^{(1)}\lambda + p_n^{(1)}]e^{-\lambda\sigma_1} + \dots + [p_1^{(m)}\lambda^{n-1} + p_2^{(m)}\lambda^{n-2} + \dots + p_n^{(m)}\lambda + p_n^{(m)}]e^{-\lambda\sigma_m}$$

其中, $\sigma_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, m)$ 和 $p_j^{(i)} (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ 均为常数。当 $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$ 取值变动时, 只有零点在虚轴上或者穿过虚轴时, $P(\lambda, e^{-\lambda\sigma_1}, e^{-\lambda\sigma_2}, \dots, e^{-\lambda\sigma_m})$ 具有正实部零点的重数才会改变。

简便起见, 本节做如下假设:

$$b > T \pm \sqrt{T^2 - D} + \frac{\beta}{\alpha} \quad (H1)$$

$$b^2 > \left(T \pm \sqrt{T^2 - D} + \frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \quad (H2)$$

$$\left(T + \sqrt{T^2 - D} + \frac{\beta}{\alpha}\right)^2 < b^2 < \left(T - \sqrt{T^2 - D} + \frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \quad (H3)$$

$$b^2 < \left(T \pm \sqrt{T^2 - D} + \frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \quad (H4)$$

引理 2 如果(H1)和(H2)成立, 则对所有 $\tau \in [0, +\infty)$, 方程(4)的所有根都有负实部。

证明 当方程(4)中 $\tau=0$ 时, 它的根可表示为 $\lambda_{1,2} = -\alpha b + T' \pm \sqrt{T'^2 - D'}$ 。显然, 此时当(H1)成立时, 方程(4)的所有根都有负实部。再考虑当 $\tau \neq 0$ 时, 方程(4)的根是否递增到零或是穿过虚轴。可以发现, λ 是方程(4)的一个根当且仅当其为方程(5)的一个根。

记 $\lambda = \rho + i\omega$ 为方程(5)的一个根并将其代入方程(5)中, 分离实部和虚部可得

$$\begin{cases} e^{\rho\tau}[(\rho + \alpha b)\cos\omega\tau - \omega\sin\omega\tau] = T' \pm \sqrt{T'^2 - D'} \\ e^{\rho\tau}[(\rho + \alpha b)\sin\omega\tau + \omega\cos\omega\tau] = 0 \end{cases} \quad (6)$$

事实上, 稳定性的变化只可能发生在 $\rho=0$ 时。此时,

$$\begin{cases} \alpha b \cos\omega\tau - \omega \sin\omega\tau = T' \pm \sqrt{T'^2 - D'} \\ \alpha b \sin\omega\tau + \omega \cos\omega\tau = 0 \end{cases} \quad (7)$$

由此可知,

$$\omega^2 = (T' \pm \sqrt{T'^2 - D'})^2 - b^2 \quad (8)$$

由式(8)可知, 如果(H2)成立, 则方程(5)不存在任何纯虚根; 应用引理 1 的结论可知, 方程(4)的所有根都具有负实部。证毕。

引理 3 对于方程(5), 有

1) 如果(H1)和(H3)成立, 则方程(5)在 $\tau = \tau_{-j}$ 存在一对纯虚根 $\pm i\omega_{\pm}$;

2) 如果(H1)和(H4)成立, 则方程(5)在 $\tau = \tau_{-j}$ 和 $\tau = \tau_{+j}$ 分别存在一对纯虚根 $\pm i\omega_{\pm}$ 和 $\pm i\omega_{\pm}$ 。

这里,

$$\omega_{\pm}^2 = \left(T' \pm \sqrt{T'^2 - D'} + \frac{\beta}{\alpha}\right)^2 - \alpha^2 b^2 \quad (9)$$

且

$$\tau_{\pm j} = \frac{1}{\omega_{\pm}} \arctan \frac{\omega_{\pm} + j\pi}{b} \quad (j=0, 1, 2, \dots; \tau_{\pm} = \min\{\tau_{\pm 0}, \tau_{\pm 1}\}) \quad (10)$$

特别地, 记 $\pm i\omega_0$ 为方程(5)在 $\tau = \tau_0$ 处的一对纯虚根。为了判断 τ_0 和 τ_{-0} 就是系统(2)的分岔值, 下面将验证其横截性条件。

引理 4 横截性条件 $\text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\Big|_{\tau_{\pm j}} \neq 0$ 成立。

证明 根据方程(5)可知,

$$\frac{d\lambda}{d\tau} e^{\lambda\tau} + (\lambda + \alpha b) \left(\tau e^{\lambda\tau} \frac{d\lambda}{d\tau} + \lambda e^{\lambda\tau} \right) = 0 \quad (11)$$

化简可得

$$\frac{d\lambda}{d\tau} [1 + (\lambda + \alpha b)\tau] = \lambda(\lambda + \alpha b) \quad (12)$$

由上式可知,

$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^{-1} = \frac{[1 + (\lambda + \alpha b)\tau]}{-\lambda(\lambda + \alpha b)} = -\frac{1}{\lambda(\lambda + \alpha b)} - \frac{\tau}{\lambda} \quad (13)$$

故而

$$\begin{aligned} \text{sign}\left\{\text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\Big|_{\tau_{\pm j}}\right\} &= \text{sign}\left\{\text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^{-1}\Big|_{\tau_{\pm j}}\right\} = \\ &= \text{sign}\left\{\text{Re}\left[\frac{-1}{i\omega(i\omega + \alpha b)}\right]\right\} = \text{sign}\left\{\text{Re}\left(\frac{-1}{-\omega^2 + \alpha b\omega}\right)\right\} = \end{aligned}$$

$$\text{sign}\left\{\frac{\omega^2}{\omega^4 + \alpha^2 b^2 \omega^2}\right\} > 0$$

证毕。

结合引理 2~引理 4 的推导结果,可得出如下结果。

定理 1 按照式(10)定义 τ_0 和 τ_{-0} ,有

1) 如果(H1)和(H2)成立,则对任意 $\tau \geq 0$,特征方程(4)的所有根均有负实部。

2) 如果(H1)和(H3)(或(H4))成立,那么当 $\tau < \tau_{-0}$ (或 $\tau < \tau_0$)时,特征方程(4)的所有根均有负实部;当 $\tau = \tau_{-0}$ (或 $\tau = \tau_0$)时,特征方程(4)有一对纯虚根;当 $\tau > \tau_{-0}$ (或 $\tau > \tau_0$)时,特征方程(4)至少有一个根有正实部。

根据定理 1,可导出系统(2)的局部稳定性和分岔定理。

定理 2 就系统(2)而言,按照式(7)定义 τ_0 和 τ_{-0} ,且(H1)成立,有:

1) 如果(H2)成立,则对任意的 $\tau \geq 0$,系统(2)的平衡点(0,0)是渐近稳定的。

2) 如果(H3)(或(H4))成立,那么系统(2)存在一个临界值 $\tau = \tau_{-0}$ (或 $\tau = \tau_0$),使得当 $\tau < \tau_{-0}$ (或 $\tau < \tau_0$)时,系统(2)的平衡点(0,0)是渐近稳定的;当 $\tau > \tau_{-0}$ (或 $\tau > \tau_0$)时,平衡点(0,0)是不稳定的,并且在 $\tau = \tau_{-0}$ (或 $\tau = \tau_0$)处发生 Hopf 分岔。

1.2 $T^2 < D$

本节做如下假设:

$$b > T + \frac{\beta}{\alpha} \quad (H5)$$

$$b^2 > D + \frac{2\beta}{\alpha} T + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \quad (H6)$$

$$b^2 < D + \frac{2\beta}{\alpha} T + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \quad (H7)$$

类似于引理 3 的结论可以得出下面引理。

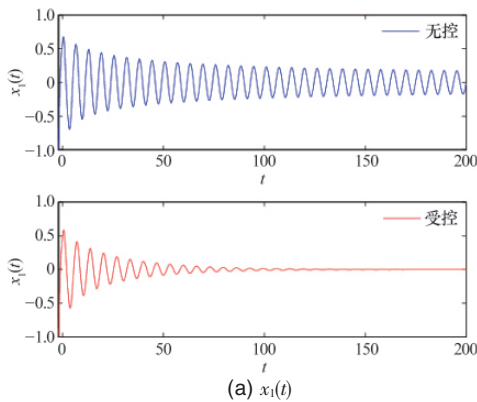
引理 5 如果(H5)和(H6)成立,则对所有 $\tau \in [0, +\infty)$,方程(5)的所有根都有负实部。

引理 6 如果(H5)和(H7)成立,则特征方程(4)在 $\tau = \tau_{\pm j}$ 时存在一对纯虚根 $\pm i\omega_{\pm}$,其中

$$\omega_{\pm}^2 = D' - \alpha^2 b^2$$

且

$$\tau_{\pm j} = \frac{1}{\omega} \arccos\left(-\frac{\alpha b T' \pm \omega \sqrt{T'^2 - D'}}{\alpha^2 b^2 + \omega^2}\right) + \frac{2j\pi}{\omega}$$



$$(j=0, 1, 2, \dots; \tau_0 = \min\{\tau_{+,0}, \tau_{-,0}\}) \quad (14)$$

由引理 4 可知, τ_0 是系统(2)的分岔值。

结合引理 5~引理 6 的推导结果,可以得到结果如下。

定理 3 按照式(14)定义 τ_0 ,有

1) 如果(H5)和(H6)成立,则对任意 $\tau \geq 0$,特征方程(5)的所有根均有负实部。

2) 如果(H5)和(H7)成立,那么当 $\tau < \tau_0$ 时,特征方程(5)的所有根均有负实部;当 $\tau = \tau_0$ 时,特征方程(5)有一对纯虚根;当 $\tau > \tau_0$ 时,特征方程(5)至少有一个根有正实部。

根据定理 3,可以得到系统(2)的局部稳定性和分岔定理。

定理 4 按照式(14)定义 τ_0 ,且(H5)成立,有

1) 如果(H6)成立,则对任意 $\tau \geq 0$,系统(2)的平衡点(0,0)是渐近稳定的。

2) 如果(H7)成立,那么系统(2)存在一个临界值 $\tau = \tau_0$,使得当 $\tau < \tau_0$ 时,系统(2)的平衡点(0,0)是渐近稳定的;当 $\tau > \tau_0$ 时,平衡点(0,0)是不稳定的,且在 $\tau = \tau_0$ 处发生 Hopf 分岔。

备注 1 在系统(2)中,如果令 $\alpha = 1 - \gamma, \beta = \gamma$,则本节给出的控制系统退化为文献[15]的情况。因为控制行为发生效用总有一定的时间滞后,相对于文献[15],本节给出的时滞状态反馈更具有实际意义。

备注 2 在系统(2)中,如果令 $\alpha = 1$,则本节给出的控制系统退化为一般的单反馈控制。事实上,由于在实际计算和测量中不可避免地有误差出现,考虑系统参数的变化能使对系统的研究更加全面,因此本节给出带参数扰动的混合控制策略比单反馈控制更具有普遍性和适用性。

备注 3 在文献[16]中,Huang 等讨论了在 $\alpha = 1, \beta = 0$ 时的 Hopfield 神经网络分岔问题,模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha(-x_1(t) - [\sqrt{2} - 1]f_1(x_1(t - \tau_1)) + b_{12}f_2(x_2(t - \tau_2))) + \beta x_1(t - \tau_1) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha[-x_2(t) + b_{21}f_1(x_1(t - \tau_2)) - (\sqrt{2} - 1)f_2(x_2(t - \tau_1))] + \beta x_2(t - \tau_1) \end{cases} \quad (15)$$

当选取 $\tau_1 = 3\pi/4, \tau_2 = \pi/8, \tau_3 = 11\pi/8$ 时,系统(15)在 $b_{12}b_{21} = 1$ 时发生 Hopf 分岔^[6]。事实上,如果在系统(15)中选取 $\alpha = 0.8, \beta = 0$,根据本节给出的混合控制策略,可以很容易地使系统的分岔消失,详见图 1。

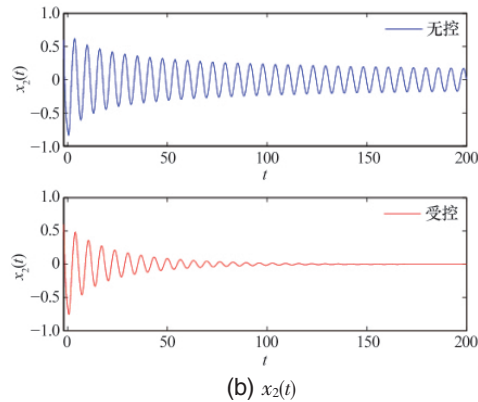


图 1 无控和受控系统的状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的轨迹

Fig. 1 Trajectory of $x_1(t)$ and $x_2(t)$ without control and with control

2 实例和数值模拟仿真

下面通过两个示例说明混合控制策略的有效性。

例 1 考虑带混合控制的 Hopfield 神经网络模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha[-a_1x_1(t) + b_{11}f_1(x_1(t-\tau_1)) + b_{12}f_2(x_2(t-\tau_3))] + \beta x_1(t-\tau_1) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha[-a_2x_2(t) + b_{21}f_1(x_1(t-\tau_2)) + b_{22}f_2(x_2(t-\tau_1))] + \beta x_2(t-\tau_1) \end{cases} \quad (16)$$

其中, $a_i=0.5, b_{ij}=-0.3, f_i(x)=\tanh x, i, j=1, 2$ 。

显然, $(0,0)$ 为系统(16)的平衡点。当 $\alpha=1, \beta=0$ 时,系统退化为式(1),根据分岔点计算公式,可知此时系统的分岔点是 $\tau=\tau'_0=7.7063$,并且在 $0 \leq \tau < \tau'_0$ 时,平衡点是局部渐近稳定的;在 $\tau > \tau'_0$,平衡点是不稳定的。但由定理 2 可知,当 $(\alpha/10) < \beta < (\alpha/2)$ 时,系统(16)对所有的 $\tau \geq 0$ 都是局部渐近稳定的。如选取 $\alpha=0.75, \beta=0.25$,对比图形可看出,无控系统的分岔已消失,如图 2、图 3 所示。其中,在图 2 中选取时滞 $\tau_1=\tau_2=\tau_3=\tau_0=7.7063$;在图 3 中选取时滞 $\tau_2=67.7063, \tau_3=87.7063, \tau_1=77.7063$ 。

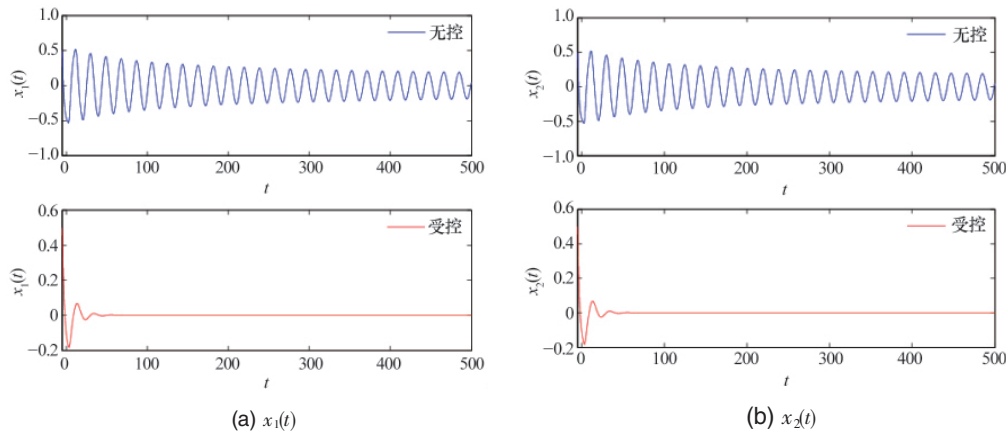


图 2 无控和受控系统的状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 在 $\tau=\tau'_0=7.7063$ 时的轨迹

Fig. 2 Trajectory of $x_1(t)$ and $x_2(t)$ versus time without control and with control ($\tau=\tau'_0=7.7063$)

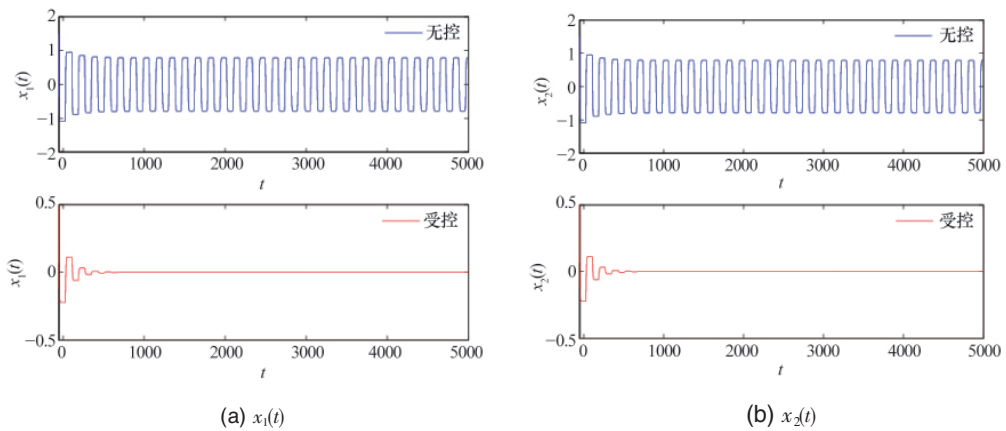


图 3 无控和受控系统的状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 在 $\tau=\tau'_0=77.7063$ 时的轨迹

Fig. 3 Trajectory of $x_1(t)$ and $x_2(t)$ versus time without control and with control ($\tau=\tau'_0=77.7063$)

例 2 考虑如下带混合控制的 Hopfield 神经网络模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha[-a_1x_1(t) + b_{11}f_1(x_1(t-\tau_1)) + b_{12}f_2(x_2(t-\tau_3))] + \beta x_1(t-\tau_1) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha[-a_2x_2(t) + b_{21}f_1(x_1(t-\tau_2)) + b_{22}f_2(x_2(t-\tau_1))] + \beta x_2(t-\tau_1) \end{cases} \quad (17)$$

其中, $a_i=1, b_{ij}=-1, f_i(x)=\tanh x, i, j=1, 2$ 。显然, $(0,0)$ 为系统(17)的平衡点。当选取 $\alpha=1, \beta=0$ 时,系统退化为式(1)。根据分岔点计算公式,可知此时系统的分岔点是 $\tau=\tau'_0=1.2092$,并且在

$0 \leq \tau < \tau'_0$ 时,平衡点是局部渐近稳定的;在 $\tau > \tau'_0$,平衡点是不稳定的。但根据定理 4 可知,当 $-\alpha < \beta < \alpha$ 时,无控系统的分岔点将延迟出现。如选取 $\alpha=0.6, \beta=0.4$,可求出受控系统的分岔点为 $\tau=\tau_0=2.2143$ 。从图形上可以看出,相对于无控系统的分岔点,受控系统的分岔点被延迟,如图 4、图 5 所示。其中,图 4 选取时滞 $\tau_1=\tau_2=\tau_3=\tau_0=2.2143$;图 5 选取时滞 $\tau_2=1.0092, \tau_3=1.4092, \tau_1=\tau_0$ 。

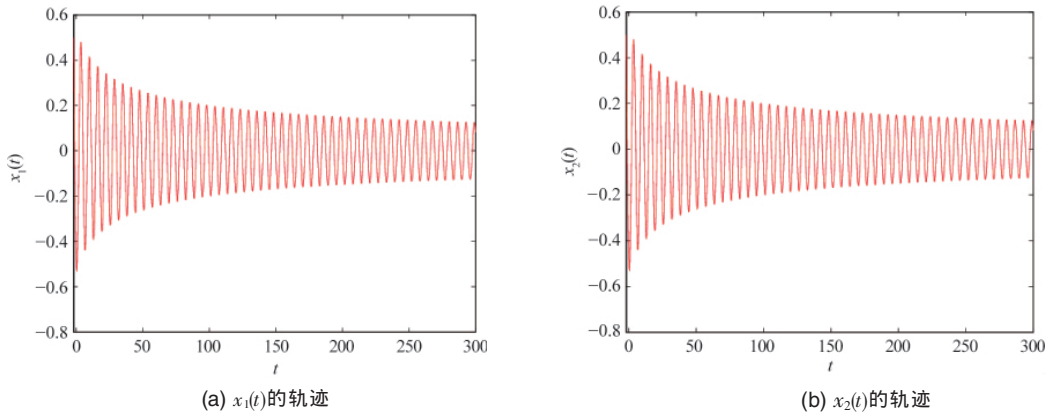


图 4 受控系统在取 $\tau=\tau_0=2.2143$ 时分岔出周期解 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的轨迹

Fig. 4 Trajectory of $x_1(t)$ and $x_2(t)$ versus time with control ($\tau=\tau_0=2.2143$)

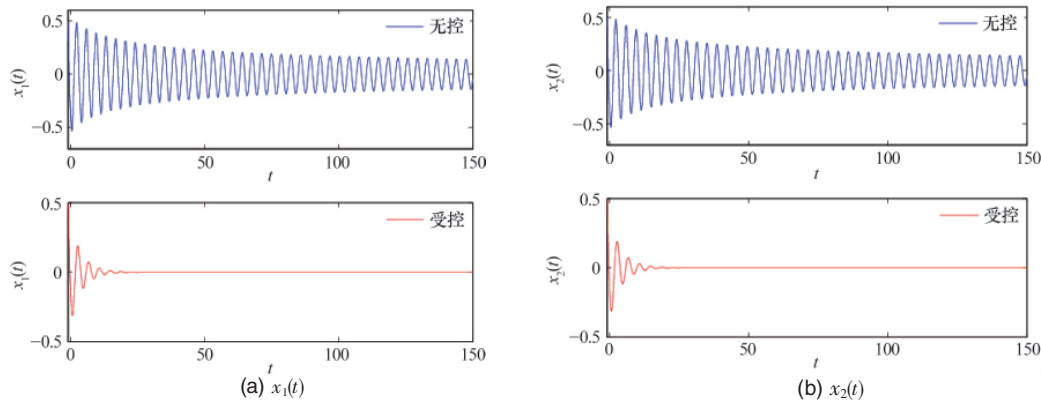


图 5 无控和受控系统的状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 在 $\tau=\tau'_0=1.2092$ 时的轨迹

Fig. 5 Trajectory of $x_1(t)$ and $x_2(t)$ versus time without control and with control ($\tau=\tau'_0=1.2092$)

3 结论

本文针对分岔问题,设计了一种新的混合控制方法——参数扰动和时滞状态反馈控制器,这种控制策略较一般的单反馈控制可以更加有效地考虑到系数扰动的影响,通过数值模拟可以发现该控制器可以很好地改变分岔点的位置,甚至使之消失,为分岔控制提供了一种很实用的策略。相信这些结果对分岔控制或是混沌控制必将提供有益的参考价值。

参考文献 (References)

[1] 鲁宗相. 电网复杂性及大停电事故的可靠性研究[J]. 电力系统自动化, 2005, 9(12): 93-97.
Lu Zongxiang. *Automation of Electric Power Systems*, 2005, 9(12): 93-97.

[2] 丁千, 王冬立. 结构和气动非线性机翼颤振分析 [J]. 动力学与控制学报, 2004, 2(3): 18-23.
Ding Qian, Wang Dongli. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(3): 18-23.

[3] Ott E, Grebogi C, York J A. Controlling chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196-1199.

[4] Lima R, Pettini M. Suppression of chaos by resonant parametric perturbations[J]. *Physical Review A*, 1990, 41(2): 726-733.

[5] Braiman Y, Goldhirsch I. Taming dynamics with weak periodic perturbations[J]. *Physical Review Letters*, 1991, 66(20): 2545-2548.

[6] Chen G R, Dong X. On feedback control of chaotic continuous-time systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits System-I: Fundamental Theory and Applications*, 1993, 40(9): 591-601.

[7] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback[J]. *Physical Letters A*, 1992, 170(6): 421-428.

[8] Abed F H, Wang H O, Chen G R. Stabilization of period doubling bifurcations and implications for control of chaos[J]. *Physica D*, 1994, 74 (1-2): 154-164.

[9] Yang L, Liu Z R, Mao J M. Controlling hyperchaos [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(1): 67-70.

[10] Luo X S, Chen G R, Wang B H, et al. Hybrid control of period-doubling bifurcation and chaos in discrete nonlinear dynamical systems [J]. *Chaos Solit Fract*, 2003, 18(4): 775-783.

[11] Liu Z R, Chung K W. Hybrid control of bifurcation in continuous nonlinear dynamical systems[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, 15: 3895-3903.

[12] 程尊水. 时滞复杂网络的分支及控制 [D]. 南京: 东南大学数学系, 2006.
Cheng Zuenshui. The bifurcation and control of delayed complex networks[D]. Nanjing: Department of Mathematics, Southeast University, 2006.

[13] Zhou S B, Liao X F, Yu J B, et al. On control of Hopf bifurcation in time-delayed neural network system [J]. *Physical Letters A*, 2005, 338 (3-5): 261-271.

[14] Ruan S G, Wei J J. On the zeros of transcendental functions with applications to stability of delay differential equations with two delays [J]. *Dynamics Continuous, Discrete Impulsive Systems Ser A: Mathematical Analysis*, 2003, 10(6): 863-874.

[15] Lu H T, Chung F L, He Z Y. Some sufficient conditions for global exponential stability of delayed Hopfield neural networks [J]. *Neural Networks*, 2004, 17(4): 537-544.

[16] Huang C X, He Y G, Huang L H, et al. Hopf bifurcation analysis of two neurons with three delays [J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2007, 8(3): 903-921.

(责任编辑 朱宇)