

非对称两态叠加多模叠加态光场的一种最小测不准态

张国前¹, 薛红², 李望²

1. 宁夏师范学院物理与信息技术学院, 宁夏固原 756000

2. 渭南师范学院物理与电子工程系, 陕西渭南 714000

摘要 根据量子力学的线性叠加原理, 构造了由多模复共轭相干态的相反态 $|-Z_j^{(a)*}\rangle_q$ 与多模虚共轭相干态的相反态 $|-iZ_j^{(b)*}\rangle_q$, 两者线性叠加组成强度不等的非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 。利用多模压缩态理论, 对态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 的广义非线性高次压缩性质进行了详细分析。结果发现, 若构成态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 的两个截然不同的量子光场态 $|-Z_j^{(a)*}\rangle_q$ 和态 $|-iZ_j^{(b)*}\rangle_q$ 中, 各对应模的强度 (或平均

光子数) 满足 $\sum_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^q R_j^{(b)N}$ 或 $\prod_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \prod_{j=1}^q R_j^{(b)N}$, 并满足一定条件时, 无论腔膜总数 q 、态间初始相位差 $(\theta_{nq}^{(aR)} - \theta_{nq}^{(bI)})$, 以及两态叠加的

概幅 $r_{nq}^{(aR)}$ 和 $r_{nq}^{(bI)}$ 等如何变化, 态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 总可以恒处于等幂次 $N-Y$ 最小测不准态或等幂次 $N-H$ 最小测不准态, 成为一种新的相干态。

关键词 多模叠加态光场; 等幂次; $N-Y$ 最小测不准态; $N-H$ 最小测不准态

中图分类号 O432.1

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)15-0074-03

Minimum Uncertainty State of a Kind of Multi-mode Light Field State of Superimposition State

ZHANG Guoqian¹, XUE Hong², LI Wang²

1. School of Physics and Information Technology, Ningxia Teachers University, Guyuan 756000, Ningxia Hui Autonomous Region, China

2. Department of Physics and Electronic Engineering, Weinan Teachers University, Weinan 714000, Shaanxi Province, China

Abstract In this paper, according to the linear superposition principle in quantum mechanics, non-symmetry state superimposition state light fields $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ of different intensities are constructed with both the multi-mode complex conjugation coherent state of contrary state $|-Z_j^{(a)*}\rangle_q$ and the multi-mode imaginary conjugation coherent state of contrary state $|-iZ_j^{(b)*}\rangle_q$, by utilizing the theory of multi-mode squeezed states, and the properties of the multi-mode superimposition state of differ-intensities of nonsymmetrical superimpositions state with distinguishable two quantum states are studied. It is found that when $\sum_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^q R_j^{(b)N}$ or $\prod_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \prod_{j=1}^q R_j^{(b)N}$, while the quantization conditions are satisfied by the constructed state $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ with distinguishable two quantum states $|-Z_j^{(a)*}\rangle_q$ and $|-iZ_j^{(b)*}\rangle_q$ of the intensity of the corresponding mode (that is so-called average photon number), no matter how to change the cavity mode and the initial phases of the whole mode, the difference of the initial phases of states $(\theta_{nq}^{(aR)} - \theta_{nq}^{(bI)})$ and the probability amplitude superposition of two states $r_{nq}^{(aR)}$ (or $r_{nq}^{(bI)}$), the light field state of the superimposition state $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ is always in the equal-order $N-Y$ minimum uncertainty state and the equal-order $N-H$ minimum uncertainty state.

Keywords multi-mode light field state of superimpositions state; Equal-order; $N-Y$ minimum uncertainty state; $N-H$ minimum uncertainty state

收稿日期: 2009-12-28; 修回日期: 2010-07-01

基金项目: 陕西省教育厅专项科研基金(09JK431); 渭南师范学院科研基金项目(09YKS006, 09YKZ021)

作者简介: 张国前, 副教授, 研究方向为理论物理学, 电子信箱: zhangguoqian@163.com

随着多模压缩态理论^[1-3]的建立、发展与完善,多模压缩态领域的理论研究工作不断深入,有关多模辐射光场的广义非线性等幂次与不等幂次高次压缩特性的研究日益成为当前量子光学领域的前沿性研究课题。文献[4]~[8]研究了一种两态叠加多模叠加态光场的广义非线性等幂次 N 次方 Y 压缩和等幂次 N 次方 H 压缩特性。本文在此基础上,根据压缩态的一般理论,对强度不等的非对称两态叠加多模叠加态光场的广义非线性等幂次 $N-Y$ 最小测不准态与等幂次 $N-H$ 最小测不准态存在的条件及其性质进行详细研究。

1 态 $|\psi_{\parallel}^{(ab)}\rangle_q$ 的基本结构

$$|\psi_{\parallel}^{(ab)}\rangle_q = C_{nq}^{(a)} | \{-Z_j^{(a)*}\} \rangle_q + C_{nq}^{(b)} | \{-iZ_j^{(b)*}\} \rangle_q \quad (1)$$

式中,

$$\begin{cases} Z_j^{(a)} = R_j^{(a)} \exp(i\varphi_j^{(a)}) \\ Z_j^{(b)} = R_j^{(b)} \exp(i\varphi_j^{(b)}) \\ C_{nq}^{(a)} = r_{nq}^{(a)} \exp(i\theta_{nq}^{(a)}) \\ C_{nq}^{(b)} = r_{nq}^{(b)} \exp(i\theta_{nq}^{(b)}) \end{cases} \quad j=1, 2, \dots, q \quad (2)$$

态 $|\psi_{\parallel}^{(ab)}\rangle_q$ 的正交归一条件为

$$\begin{aligned} {}_q\langle \psi_{\parallel}^{(ab)} | \psi_{\parallel}^{(ab)} \rangle_q &= r_{nq}^{(a)2} + r_{nq}^{(b)2} + 2r_{nq}^{(a)} r_{nq}^{(b)} \cos[(\theta_{nq}^{(a)} - \theta_{nq}^{(b)}) - \\ &\sum_{j=1}^q R_j^{(a)} R_j^{(b)} \cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})] \exp\left\{ \sum_j \left[-\frac{1}{2} (R_j^{(a)2} + \right. \right. \\ &\left. \left. R_j^{(b)2}) - R_j^{(a)} R_j^{(b)} \sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}) \right] \right\} = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

2 等幂次 $N-Y$ 最小测不准态

2.1 偶数次广义非线性等幂次 $N-Y$ 最小测不准态

对压缩次数 $N=2p$ ($p=1, 2, \dots$) 的情形,如果各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ ($j=1, 2, \dots, q$) 分别满足条件

$$\begin{cases} N\varphi_j^{(a)} = \pm k_{\varphi}^{(a)} \pi + \frac{\pi}{2} & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ N\varphi_j^{(b)} = \pm k_{\varphi}^{(b)} \pi + \frac{\pi}{2} & j=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (4)$$

或

$$\begin{cases} N\varphi_j^{(a)} = \pm k_{\varphi}^{(a)} \pi & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ N\varphi_j^{(b)} = \pm k_{\varphi}^{(b)} \pi & j=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (5)$$

当 $k_{\varphi}^{(a)}$ 与 $k_{\varphi}^{(b)}$ 两者同时取偶数或取奇数时,如果

$$\sum_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^q R_j^{(b)N}$$

有

$$Y_1 = Y_2 = 0$$

2.2 奇数次广义非线性等幂次 $N-Y$ 最小测不准态

在 $N=2p+1$ ($p=0, 1, 2, \dots$) 的条件下,如果各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ ($j=1, 2, \dots, q$) 分别满足

$$\begin{cases} N\varphi_j^{(a)} = \pm k_{\varphi}^{(a)} \pi & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ N\varphi_j^{(b)} = \pm k_{\varphi}^{(b)} \pi + \frac{\pi}{2} & j=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (6)$$

或

$$\begin{cases} N\varphi_j^{(a)} = \pm k_{\varphi}^{(a)} \pi + \frac{\pi}{2} & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ N\varphi_j^{(b)} = \pm k_{\varphi}^{(b)} \pi & j=0, 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (7)$$

当 $k_{\varphi}^{(a)}$ 与 $k_{\varphi}^{(b)}$ 两者中一个取偶数而另一个取奇数时,若

$$\sum_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^q R_j^{(b)N}$$

可得

$$Y_1 = Y_2 = 0$$

可见,在上述情况下,无论腔模总数 q 、态间初始相位差 $(\theta_{nq}^{(a)} - \theta_{nq}^{(b)})$ 、两态叠加的概率幅 $r_{nq}^{(a)}$ 与 $r_{nq}^{(b)}$ 等如何变化,态 $|\psi_{\parallel}^{(ab)}\rangle_q$ 总可恒处于等幂次 $N-Y$ 最小测不准态。

3 等幂次 $N-H$ 最小测不准态

如果 $\prod_{j=1}^q R_j^{(a)2pq} = \prod_{j=1}^q R_j^{(b)2pq}$,则在一定条件下,态 $|\psi_{\parallel}^{(ab)}\rangle_q$ 可

恒处于等幂次 $N-H$ 最小测不准态。

3.1 偶数次广义非线性等幂次 $N-H$ 最小测不准态

对压缩次数 $N=2p$ ($p=1, 2, \dots$) 的情形,如果各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ ($j=1, 2, \dots, q$) 分别满足条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{(2k_{\varphi}^{(a)} + 1)\pi}{2N} & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{(2k_{\varphi}^{(b)} + 1)\pi}{2N} & j=0, 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (8)$$

或

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{k_{\varphi}^{(a)} \pi}{N} & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{k_{\varphi}^{(b)} \pi}{N} & j=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (9)$$

1) 若腔模总数和压缩次数两者之积取偶数,即 $qN=2p$ 且 $p=2m$ ($m=1, 2, \dots$),且 $k_{\varphi}^{(a)}$ 和 $k_{\varphi}^{(b)}$ 同时取偶数或同时取奇数;

2) 若腔模总数和压缩次数两者之积取奇数,即 $qN=2p$ 且 $p=2m+1$ ($m=0, 1, 2, \dots$),且 $k_{\varphi}^{(a)}$ 和 $k_{\varphi}^{(b)}$ 两者中一个取偶数而另一个取奇数。

上述两种情况均可得到

$$H_1 = H_2 = 0$$

3.2 奇数次广义非线性等幂次 $N-H$ 最小测不准态

3.2.1 $qN=2p+1$ 且 $p=2m$ ($m=0, 1, 2, \dots$) 情形

1) 如果各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 与 $\varphi_j^{(b)}$ 分别满足条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{(2k_{\varphi}^{(a)} + 1)\pi}{2N} & k_{\varphi}^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{k_{\varphi}^{(b)} \pi}{N} & j=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (10)$$

当 $k_{\varphi}^{(a)}$ 和 $k_{\varphi}^{(b)}$ 两者中一个取偶数而另一个取奇数时,可得

$$H_1 = H_2 = 0$$

2) 若各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ 分别满足条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{k_\varphi^{(a)} \pi}{N} & k_\varphi^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_\varphi^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{(2k_\varphi^{(b)} + 1) \pi}{2N} & j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (11)$$

当 $k_\varphi^{(a)}$ 和 $k_\varphi^{(b)}$ 同时取偶数或取奇数时, 可得

$$H_1 = H_2 = 0$$

3.2.2 $qN=2p+1$ 且 $p=2m+1 (m=0, 1, 2, \dots)$ 情形

1) 如果各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ 分别满足条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{(2k_\varphi^{(a)} + 1) \pi}{2N} & k_\varphi^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_\varphi^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{k_\varphi^{(b)} \pi}{N} & j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (12)$$

当 $k_\varphi^{(a)}$ 和 $k_\varphi^{(b)}$ 同时取偶数或取奇数时, 可得

$$H_1 = H_2 = 0$$

2) 若各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 和 $\varphi_j^{(b)}$ 分别满足条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(a)} = \pm \frac{k_\varphi^{(a)} \pi}{N} & k_\varphi^{(a)} = 0, 1, 2, \dots; k_\varphi^{(b)} = 0, 1, 2, \dots; \\ \sum_{j=1}^q \varphi_j^{(b)} = \pm \frac{(2k_\varphi^{(b)} + 1) \pi}{2N} & j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (13)$$

当 $k_\varphi^{(a)}$ 和 $k_\varphi^{(b)}$ 两者中一个取偶数而另一个取奇数时, 可得

$$H_1 = H_2 = 0$$

表明在上述情况下, 态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 也恒处于等幂次 $N-H$ 最小测不准态。

4 结论

若构成态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 的两个截然不同的量子光场态 $|\{-Z_j^{(a)*}\}\rangle_q$ 和 $|\{-iZ_j^{(b)*}\}\rangle_q$ 中, 各对应模的强度 (或者平均光子数) 只要满足 $\sum_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^q R_j^{(b)N}$ 或 $\prod_{j=1}^q R_j^{(a)N} = \prod_{j=1}^q R_j^{(b)N}$, 并在上述特定条件下, 多模叠加光场态 $|\psi_{II}^{(ab)}\rangle_q$ 则可呈现出等幂次 $N-Y$ 最小测不

准态或等幂次 $N-H$ 最小测不准态, 成为一种新的相干态。

参考文献 (References)

- [1] 侯洵, 杨志勇. 第 I 类两态叠加多模叠加态光场的非线性高次压缩特性研究[J]. 光子学报, 1998, 27(10): 865-878.
Hou Xun, Yang Zhiyong. *Acta Photonica Sinica*, 1998, 27(10): 865-878.
- [2] 杨志勇, 侯洵. 多模辐射场的广义非线性不等幂次高次压缩的一般理论[J]. 光子学报, 1999, 28(5): 385-392.
Yang Zhiyong, Hou Xun. *Acta Photonica Sinica*, 1999, 28(5): 385-392.
- [3] 杨志勇, 侯洵. 第 II 类两态叠加多模叠加态光场的非线性高次压缩特性研究[J]. 光子学报, 1998, 27(11): 961-974.
Yong Zhiyong, Hou Xun. *Acta Photonica Sinica*, 1998, 27(11): 961-974.
- [4] 薛红, 杨志勇, 韩小卫, 等. 第 II 种强度不等的非对称两态叠加多模叠加态光场的偶数阶等阶 N 次方 Y 压缩 [J]. 光子学报, 2002, 31(1): 23-29.
Xue Hong, Yang Zhiyong, Han Xiao Wei, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, 31(1): 23-29.
- [5] 薛红, 杨志勇, 侯洵, 等. 第 II 种强度不等的两态叠加多模叠加态光场的等阶 N 次方 H 压缩[J]. 光子学报, 2002, 31(6): 641-645.
Xun Hong, Yang Zhiyong, Hou Xun, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, 31(6): 641-645.
- [6] 薛红. 一种多模叠加态光场的不等幂次 H 压缩特性[J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2005, 142(6): 723-726.
Xue Hong. *Journal of Northwest University: Natural Science Edition*, 2005, 142(6): 723-726.
- [7] 薛红, 杨志勇. 真空场注入三态叠加 MFSS 光场广义电场的等幂偶次 Y 压缩[J]. 光散射学报, 2007, 19(3): 262-267.
Xue Hong, Yang Zhiyong. *The Journal of Light Scattering*, 2007, 19(3): 262-267.
- [8] 薛红, 杨志勇, 李望. 介质的增益和损耗作用对 2MQES 光场 Y 压缩的影响[J]. 陕西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 36(1): 34-37.
Xue Hong, Shi Wei, Li Wang. *Journal of Shaanxi Normal University: Natural Science Edition*, 2008, 36(1): 34-37.

(责任编辑 朱宇)

·学术动态·

“第十二届中国青年土壤科学工作者暨第七届中国青年植物营养与肥料科学工作者学术讨论会”征文



中国土壤学会、中国植物营养与肥料学会将于 2010 年 10 月 23—26 日在武汉市召开“第十二届中国青年土壤科学工作者暨第七届中国青年植物营养与肥料科学工作者学术讨论会”。

会议征文内容: 土壤地理、土壤物理、土壤化学、土壤肥力与生态、土壤生物与生化、土壤侵蚀与水土保持、土壤及环境污染与修复、土壤遥感与信息、植物营养机制与调控、植物营养遗传与分子生物学、作物养分综合管理与技术、施肥与生态、新型肥料与施肥新技术等领域的重要理论与实践研究进展、热点话题与创新性关键技术和方法等。

征文截止时间: 2010 年 9 月 1 日。

联系方式: 武汉市洪山区狮子山街 1 号华中农业大学资源与环境学院 (430070), 徐芳森 (13429876055), 谭文峰 (13871431976), 杜静 (027-87284070), 张丽梅 (027-87280522); 传真: 027-87288618; 电子信箱: klsre@mail.hzau.edu.cn。

会议网址: http://www.csss.org.cn/news_detail.asp?id=621。