

# 基于分形理论的北京城市形态结构遥感分析

肖汉, 李志鹏

中国地质大学(北京)信息工程学院, 北京 100083

**摘要** 城市形态结构分析对北京市的长远规划具有重要意义, 运用分形思想规划城市对人居环境的改良和人地关系的协调也有着重要意义。本研究基于分形理论, 运用 GIS 空间分析等方法, 对北京城市形态结构和变化进行了定量的分析与评价, 预测了北京市未来城市发展范围。利用 TM 遥感影像监督分类, 提取 1992、1999 和 2006 年北京市建筑用地面积, 以城市中心为圆心, 取几十个半径递增的同心圆进行剪裁, 得出各个同心圆内的城市建筑用地面积。通过反复试验确定双标度区并得到城市建筑用地面积折线图, 并对面积进行基于乘幂关系的函数拟合, 拟合优度  $R^2 \geq 0.995$ 。并得到分维数  $D$  以及北京市范围及其变化。在得到这些数据后, 进行了深入的分析以解释这些现象, 同时对北京市与其他大城市的城市形态进行对比。最后, 对北京市的城市建筑用地的未来发展以及可能出现的情况做出预测。

**关键词** 分形理论; 分维; 北京市; 城市形态; 监督分类; 双标度区; 拟合优度

**中图分类号** TP79, TU984.2

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-7857(2010)16-0057-06

## Remote Sensing Analyses of the Urban Morphology of Beijing Based on Fractal Theory

XIAO Han, LI Zhipeng

Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Beijing 100083, China

**Abstract** Analyses of the urban morphology are important for Beijing's long-term planning. Based on fractal theory, this paper qualitatively analyzes the morphology and changes of Beijing from 1992 to 2006, and then predicts the future evolution of the city. Firstly, the city construction area data were extracted from Beijing TM images in 1992, 1999 and 2006 by using supervised classifications, then with the city center as the center of circles, dozens of concentric circles with increasing radius were used to delimit the construction area. Secondly, the critical points of two scale zones were determined through repeated computations, together with the area of construction. Thirdly, on different scales, the power relationships between the construction area and the scale zone number were fitted with the goodness of fit  $R^2 > 0.995$  to obtain the fractal dimension and the change scope of Beijing. Based on these experimental data, with further analyses and comparison of the form of Beijing with that of other major cities, the future development of Beijing urban construction land and other possible circumstances are predicted. Fractal theory was first proposed by American mathematician Mandelbrot in 1967. Self-similar principle and iterative generative principle are the main principle of it, which means that fractal has the characteristics of invariance under the usual geometric transformation, namely, scaling invariance. Its basic parameter is the fractal dimension. Batty studied the fractal city morphology in 1985, and also the city boundaries and urban land-use with Longley. Based on the data of TM image, this paper obtained the fractal dimension through ERDAS IMAGINE and ArcGIS. It is shown that the city of Beijing has clear fractal characteristics. From 1992 to 2006, the radius of the Beijing city boundaries is increased from 7.5km to 10km. It is predicted that the radius will increase to 14km in 2020 and the fractal dimension will be dropped down to 1.9.

**Keywords** fractal theory; fractal dimension; Beijing; urban morphology; supervised classification; two-scale zone; goodness of fit

收稿日期: 2010-04-30; 修回日期: 2010-07-26

作者简介: 肖汉, 研究方向为 3S 技术与应用, 电子信箱: 520043801@qq.com

## 0 引言

北京城市形态结构分析对北京市的长远规划具有重要意义,分形是大自然的优化结构,运用分形思想规划城市对人居环境的改良和人地关系的协调也有着重要意义。对于城市形态的分维,通常有面积-周长关系 (Area-Perimeter Relation)法、盒子计数法 (Box Counting Method)及面积-半径关系 (Area-Radius Relation)法 3 种。目前看来,面积-半径关系有助于从动态的角度刻画城市生长与形态<sup>[1]</sup>。本研究就是采用这一方法,做出同心圆编号-面积折线图并拟合出乘幂函数求出分维数。这种方法在作图时也可以采用面积-半径双对数折线拟合线性函数,斜率即为分维数。这种方法给出的维数一般是从统计自相似的角度定义的,所得到的维数通常称半径维数<sup>[2]</sup>。

本次研究应用数理模型——分形理论对 1992、1999、2006 年 3 个相差 7 年的北京市的城市形态的发展进行评估,利用提取不同半径范围内的城市建筑面积拟合函数,首先通过函数方程判定城市分形特征,即确定城市是否存在分形。其次通过函数图像进行评价和预测,对不同年份计算出的分维指数进行分析,并同时城市未来发展的变化及趋势做出判断。

## 1 基于分形理论的城市形态研究方法

### 1.1 城市形态分形理论

分形理论是当今世界十分风靡和活跃的新理论、新学科。分形的概念最早是由 B. B. Mandelbort 在 1967 年首先提出。自相似原则和迭代生成原则是分形理论的重要原则,它表示分形在通常的几何变换下具有不变性,即标度无关性,分形理论以分维作为定量特征和基本参数<sup>[3]</sup>。Batty 在 1985 年开创了分形城市形态研究<sup>[4]</sup>,他和 Longley 研究了城市边界和城市土地利用形态分形<sup>[5-6]</sup>。Frankhauser 测算了世界上许多城市形态的分维<sup>[7-8]</sup>,Batty、White 等在城市形态的分形模拟方面做了很多研究<sup>[9-10]</sup>。

地学中的分形方法就是用某种尺度  $n$  对空间现象或特征进行空间度量,根据尺度变化得到相应的测度  $A(n)$  计算结果(本文中为城市建筑面积)。改变尺度  $n$ (本文中为同心圆编号),测度  $A(n)$  也会随之改变。如果测度、尺度之间服从如下标度不变规律: $A(kn) \propto k^{2\alpha} A(n)$ ,则可认为该空间现象具有分形性质,即其空间结构特征不随尺度改变而变化。从数学上,可以得出乘幂函数  $A(n) \propto n^{2\alpha}$  满足上述泛函方程。其中, $k$  为尺度比, $\alpha$  为标度指数。 $\alpha$  通常是分维的函数或者分维本身,即有  $\alpha=D(D$  为分维)<sup>[11]</sup>。

### 1.2 Smeed 模型推导

通过分形理论的基本表达式可以进行 Smeed 模型的推导。Smeed 模型是 R. J. Smeed 在 1949 年提出的,认为一个几何体的长度  $L$ 、面积  $S$  和体积  $V$  之间存在如下测度关系:

$$L^{1/\alpha} \propto S^{1/2} \propto V^{1/3} \propto M^{1/D} \quad (1)$$

式中, $M$  为广义体积(可代表  $L$ 、 $S$ 、 $V$  的任意一个), $D$  为相应

的维数(对于欧氏几何体, $D=1,2,3$ ),如果某种测度对应于分形,则  $D$  可被推广到分维。

对于城市来说,半径  $r$  相当于长度  $L$ ,即有  $L \propto r$ ,但面积未必是 2 维。假定城市形态为  $D$  维,则由上式可知  $r^{1/\alpha} \propto S(r)^{1/D}$ ,从而  $S(r)=kr^D$  式中  $k$  为系数, $D$  为城市用地形态的维数。又设从城市中心向外半径为  $r$  的圆域面积为  $A(r)$ ,则显然有  $A(r)=\pi r^2$ ,对上式求导,则有  $dA(r)/dr=2\pi r$ ,再对式  $S(r)=kr^D$  求导,可得  $dS(r)/dr=Dkr^{D-1}$ 。用式  $dA(r)/dr=2\pi r$  两边除式  $dS(r)/dr=Dkr^{D-1}$  两边,可得  $\rho(r)=dS(r)/dA(r) \propto r^{D-2}$ 。

当  $D < 2$  时, $\rho(r) \propto 1/r^{2-D}$ , $r$  变大则  $\rho(r)$  变小,城市利用密度从中心向外递减。

当  $D = 2$  时, $\rho(r) = Dk/2\pi$ ,城市利用密度从中心到外围没有差异。

当  $D > 2$  时, $\rho(r) \propto r^{D-2}$ , $r$  变大则  $\rho(r)$  变大,城市利用密度从中心向外围递增<sup>[12]</sup>。

### 1.3 研究方案

本研究总体方案如图 1 所示,以 TM 影像为基本数据,利用 ERDAS IMAGINE 和 ArcGIS 环境得到分维数,并进行预测与分析。

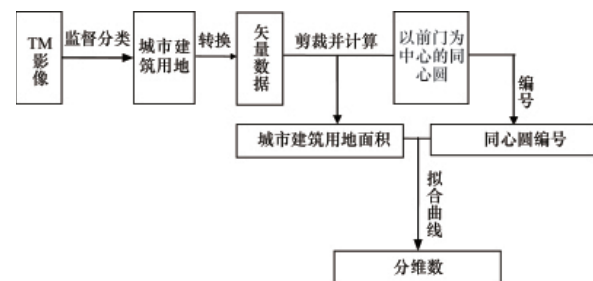


图 1 流程图

Fig. 1 Flow chart of this study

## 2 数据源和预处理

### 2.1 数据源

本研究采用的数据为 1992 年 9 月 17 日、1999 年 7 月 1 日和 2006 年 9 月 6 日的北京市 TM 卫片(图 2),由于成图时段均为夏季,减少了植被对于城区建筑用地的混分情况。经多次试验,RGB 分别采用 5、4、3 波段假彩色合成输出为 .img 格式文件,以便最大限度地减小波段间的相关性,提取最多的遥感信息。范围边界大致到北京市五环路地区。

### 2.2 影像预处理

取 10 个 control 点和 5 个 check 点,利用 SPOT 影像对 TM 影像进行几何校正,误差为 0.6303。所用影像投影系统 (Projected Coordinate System) 是 WGS\_1984\_UTM\_Zone\_50N,输出图像单位为  $m^{[13]}$ 。

### 2.3 空间分析参数

原本朝阳区的 CBD 与西城区的金融街地区都是传统意义上研究城市分形问题的中心点,但是为确保研究结果的正

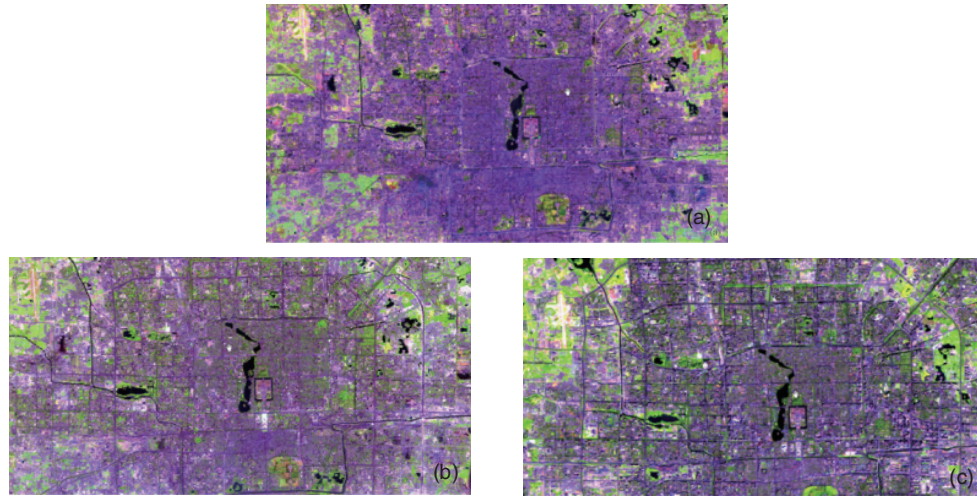


图2 北京市 1992(a)、1999(b)和 2006 年(c)TM 影像图  
Fig. 2 TM image of Beijing in 1992 (a), 1999 (b) and 2006 (c)

确性,综合考虑北京市发展的政治、文化因素,以及前门地区是北京市最早的商业发祥地和朝阳区 CBD 地区并未完全成熟等客观条件因素,本研究还是确定以前门作为同心圆的圆心,坐标为(448015,4416677)。以 0.5km 为半径公差做 25 环带,环带边界大致为北京市五环路地区,完全满足研究需要。

### 3 分形基础数据提取和分形判定

#### 3.1 监督分类

本研究采用监督分类,在分类过程中只取两类,分别为

城市建筑与其他。在分类过程中,首先,调整模版编辑器显示字段并使用 AOI 绘图工具获取分类模板信息。AOI 的建立尽量精确并包括一个类别所有可能的光谱值,然后将同一个专题类型采集的多个 AOI 所生成的模板合并,接着生成一个综合的新模板。每个专题类型赋予一种颜色。随后采用可能性矩阵评价分类模板,分类决策的规则选择最大似然法,两种类别的误差矩阵值均在 89% 以上(表 1)。对监督分类结果进行精度评价,总体分类精度均在 92% 以上,协方差系数(Kappa)均在 0.9 以上(表 2),说明分类结果较为精确。

表 1 可能性矩阵  
Table 1 Probability matrix

数据	1992 年			数据	1999 年			数据	2006 年		
	城市	其他	总计		城市	其他	总计		城市	其他	总计
城市	96.88	0.28	1369	城市	92.14	10.95	2479	城市	100.0	3.70	873
其他	3.13	99.72	1846	其他	7.86	89.05	3462	其他	0.00	96.3	1719
总计	1408	1807	3215	总计	2252	3689	5941	总计	807	1785	2592

表 2 分类精度评价  
Table 2 Accuracy assessment

1992 年		1999 年		2006 年	
总体分类精度	协方差系数	总体分类精度	协方差系数	总体分类精度	协方差系数
92.04%	0.9046	95.45%	0.9275	93.68%	0.9098

监督分类结果常常有细碎图斑,需要对获得的分类结果进行一些后处理工作,本研究使用聚类统计(Clump)、过滤分析(Sieve)、去除分析(Eliminate)功能突出这些图斑并进行了小图斑的合并,得到相对理想的分类结果<sup>[14]</sup>(图 3)。

#### 3.2 矢量数据处理

在分类结束后,需将分类结果转为矢量图,并在 ArcMap

中将城市建筑用地单独选中保存。采用 ArcToolbox 中的 Dissolve 工具将所有城市建筑用地合并为一个区域 A,这时需要在属性表中添加 Area 字段(图 4)。

在 ArcCatalog 中建立一个 Point 图层并在前门处画一个点,坐标(448015,4416677)。然后利用 Buffer Wizard 画 25 个半径公差为 0.5km 的缓冲区。再通过 ArcToolbox 中的 Clip 工



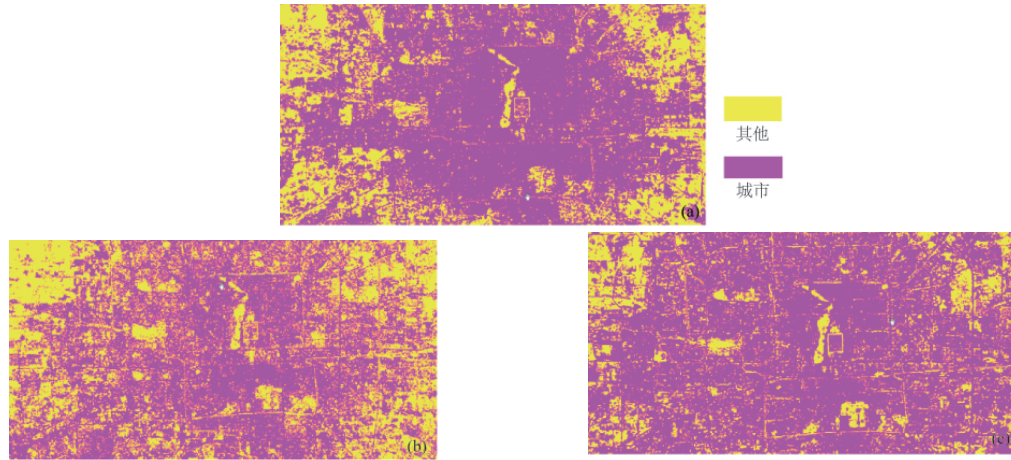


图3 1992(a)、1999(b)和2006年(c)TM影像监督分类图

Fig. 3 Supervised classification of TM image in 1992(a), 1999(b) and 2006(c)

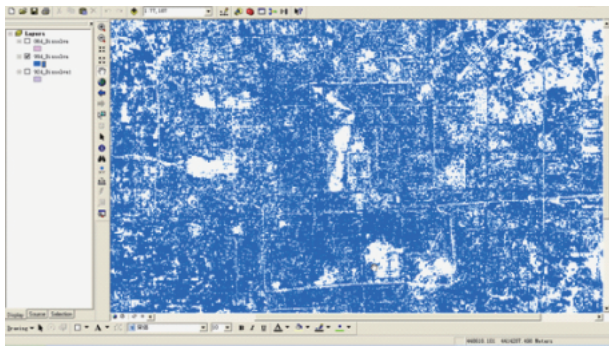


图4 北京市城市建筑用地矢量图(1999年 Dissolve 处理后)

Fig. 4 Vector graph of city construction area in Beijing

具用每一个缓冲区裁剪区域  $A$ , 每个年份的数据可以裁剪出 25 个小区域, 共 75 个区域。在裁剪过程中, 要由内到外对每个裁剪结果进行编号(图 5)。

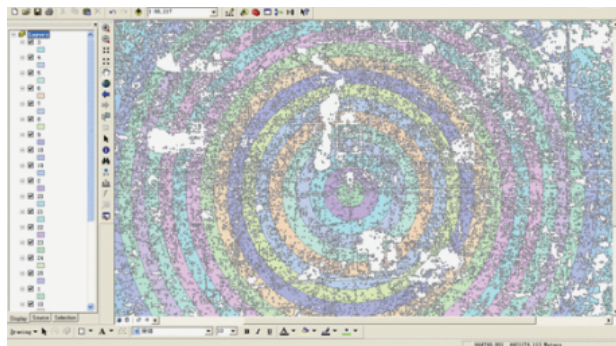


图5 环带示意图

Fig. 5 Concentric circles

### 3.3 面积计算

为了计算这 75 个区域的面积, 在属性表中选取 Field Calculator 工具, 计算出每一个区域的面积, 单位为  $m^2$ 。

### 3.4 拟合方程并判定分形

将所有的面积(共 75 个)统计在 Microsoft Excel 中, 将相

同年份的数据进行累加。用累加后的数据做折线图, 取其渐近线并得到拟合方程式及拟合优度  $R^2$ 。最后得到分维数  $D$ , 从而形成双标度区, 第一标度区存在分形, 是已经城市化区域, 剩余区域作为第二标度区, 是未来城市发展区域。

在拟合过程中, 如果拟合方程式是乘幂关系, 即以同心圆编号为自变量, 以城市建筑用地面积为变量的拟合方程式是存在乘幂函数关系  $A(n) \propto n^{2D}$ , 即可证明城市具备分形特征。在拟合优度  $R^2 \geq 0.995$  的情况下, 认为拟合方程式是正确的。本研究在保证  $D$  及  $R^2$  取值符合标准的前提下, 采用一定半径范围的数据进行渐近线拟合, 得到有效的  $D$  值, 形成第一标度区, 同时也可以得到北京城市的相对范围。经过反复试验, 确定 1992 年北京市范围为第 15 环带, 即半径为 7.5km 的范围内; 1999 年为第 19 环带, 即半径为 9.5km 的范围内; 2006 年为第 20 环带, 即半径为 10km 的范围内。

在反复试验过程中, 首先取所有点进行拟合, 发现  $R^2 < 0.995$  即去除当前最后一组值重新进行拟合, 直到  $R^2$  在要求范围之内为止。

在第 1 标度区以外的地区即为第 2 标度区, 通常第 2 标度区对于分形研究是没有意义的, 但是第 2 标度区对于城市发展趋势的研究至关重要, 因为第 2 标度区是未来最有可能成为城市的一部分地区。图 6 即为北京市双标度区的拟合曲线图, 以及计算公式和相应的  $R^2$ 。表 3 记录了本研究得出的双标度区的半径维数变化和  $R^2$  变化。

### 3.5 预测

根据实验数据, 现对于北京市未来城市形态发展变化进行初步预测。北京市 1999—2006 年期间为举办奥运会进行了重新规划, 所以拟合优度变小了, 与 1992—1999 年变化趋势相反, 但这一时期北京的发展仍然提供了很重要的参考依据。在 2008 年北京奥运会之后, 15 年内城市规划不会出现重大变化, 这与 1992 年之后的北京城市发展变化有着较高的相似性。因此, 本研究根据上表给出的数据, 预测到 2020 年北京城市半径预计可以达到 14km。

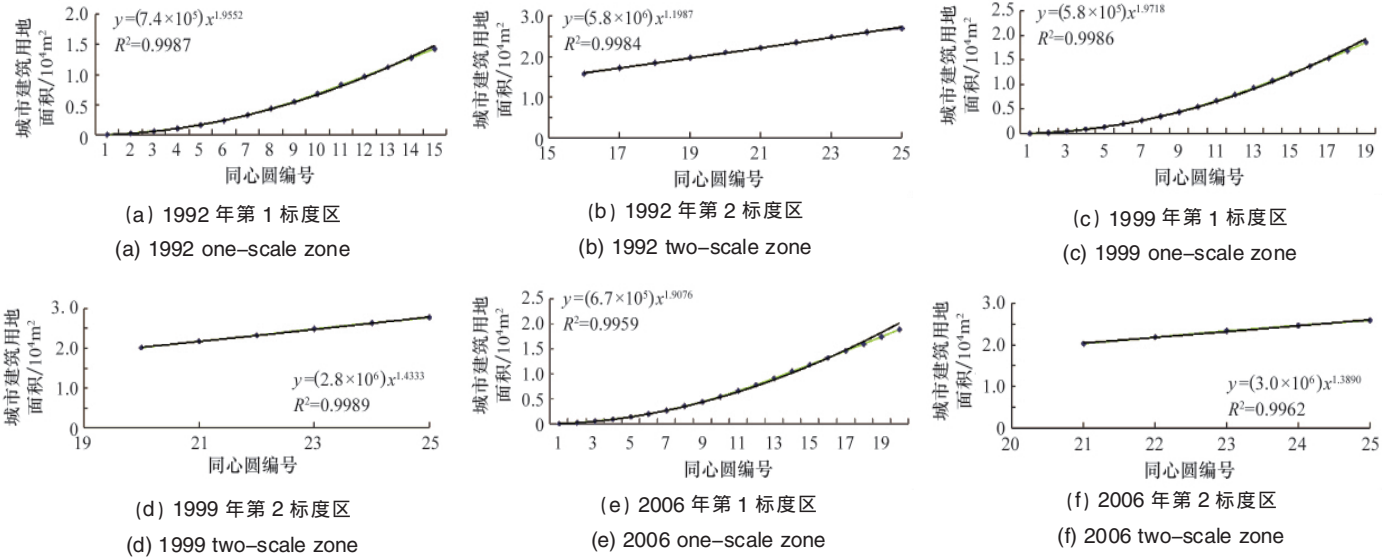


图 6 北京市维数拟合曲线图  
Fig. 6 Fitted curve

表 3 北京市半径维数变化  
Table 3 Changes of Beijing fractal dimension

第 1 标度区					第 2 标度区				
年份	环带	城市范围/km	维数	R <sup>2</sup>	年份	环带	城市范围/km	维数	R <sup>2</sup>
1992	1~15	0~7.5	1.9552	0.9987	1992	16~25	7.5~12.5	1.1987	0.9984
1999	1~19	0~9.5	1.9718	0.9986	1999	20~25	9.5~12.5	1.4333	0.9989
2006	1~20	0~10	1.9076	0.9959	2006	21~25	10~12.5	1.3890	0.9962

国外的城市,尤其是一些国际化大都市,如柏林、伦敦、巴黎等的分维数都在 1.71 左右波动。北京、洛杉矶最高,在 1.9 以上,这代表着城市规划的杂乱无序以及人地关系的不协调。台北、东京则较低,在 1.3~1.4 左右。纵观一些城市的形态结构发展历史,它们的分维低于 1.71 时上涨,而高于 1.71 时则下降。长期趋势是波动于 1.71 附近。因此,可以推测在后奥运时代,北京市作为一个新兴的国际化大都市,一个崭新的、强大的国家首都,其内部形态结构将会进一步自主调整,城市用地功能区规划将更加合理,分形维数预计会下降到 1.9 以下,拟合优度也会逐渐趋近于 1,真正成为一个宜居的、有活力的城市。

#### 4 讨论与结论

分形理论提供了对城市形态结构及变化进行定量分析和评价的方法。还可以通过分维数预测城市未来发展情况。

分维值与城市形态结构息息相关,通过对一些大城市的形态结构发展历史的分析比较,分维值长期趋势波动于 1.71 附近。今后北京市的内部形态结构会进一步自主调整,城市用地功能区规划更加合理,分形维数预计会下降到 1.9 以下,北京市将告别建筑群的臃肿与混乱,城市用地不合理的情况也将逐步得到改善。

北京市 3 年(相差 7 年 TM 卫星)的城市形态均存在分

形,第 1 标度区的分维数分别为 1.9552、1.9718 和 1.9076。北京城区在向外辐射扩展过程中存在标度区转折,即存在双标度区。

北京市从 20 世纪 90 年代初到 21 世纪,城市分维数居高不下,均近似为 2,这在全球城市中是不多见的,甚至可以说是最高的。根据 Smeed 模型,城市分维值一般是不会超过 2,因为这代表着城市利用密度从中心向外围递增,这在实际中是几乎不存在的。所以分维数越接近 2,说明城市利用密度从中心向外递减速度越慢。北京市第一标度区的分维数体现了北京城区建筑的高密度特点,直到接近四环路城市建筑面积的增长才有所放缓。

2006 年北京市分维数低于 1999 年,且 R<sup>2</sup> 值减小,但第一标度区范围却只比 1999 年大 0.5km,而 1992 年至 1999 年则增大了 2km,是其 4 倍。这说明在 1999—2006 年这段时间里,北京的城市发展有一个重大改变,城市内部结构大规模调整,老城区改造也接近尾声,这与实际情况是吻合的。可以看到,为面向 2008 年奥运会,从 2001 年申奥成功开始,北京迎来了一个城市发展的转折点,制定了新的发展规划,市内进行了大规模的城市用地改造和城市功能区重分。在未来一段时间里,北京市的发展模式仍将会沿着新规划的方案稳定发展下去。所以本研究得出如下预测:根据现有数据估算,北京市市区范围会逐渐扩大,扩大速度也会逐渐增快,到 2020

年城市半径预计可以达到 15km。

通过对北京市第 2 标度区数据的研究可以看到,北京市在加快成长的迹象,北京市城乡结合地区作为北京市下一阶段重点发展的对象,已经从过去卫星城的发展演变成连成一片的开发区。尤其是从 1992 年开始,北京市第 2 标度区分维从 1.1987 激增到 1999 年的 1.4333,说明在这一区域,建设用地密度在变化的同时,分形特征也在加大,符合城市用地自我调整的自组织思想<sup>[17]</sup>。

当然,本研究也存在一些不足。在城市分形研究中,如何选取一个合理的,最优的中心点仍是一个值得继续研究的问题。由于城市用地分布的不均匀性,选取不同的中心点,分维值的计算结果也会有稍许出入。在西方国家,一般以 CBD 作为中心点,但是这在北京市是不现实的,因为北京的 CBD 还没有达到西方发达国家城市 CBD 的水平,加上二环路之内建筑密集,只有北京市的几何中心紫禁城周边区域适合作为分形研究中心点。在以后的研究中,可以考虑取不同中心点进行分析比较,得到更适合北京市分形研究的中心点。

**致谢:**感谢中国地质大学(北京)明冬萍老师和北京大学陈秀万教授对本文的指正。

#### 参考文献 (References)

- [1] 陈彦光, 罗静. 城市形态的分维变化特征及其对城市规划的启示[J]. 城市发展研究, 2006, 13(5): 35-40.  
Chen Yanguang, Luo Jing. *Urban Studies*, 2006, 13(5): 35-40.
- [2] White R, Engelen G. Cellular automata and fractal urban form: A cellular modeling approach to the evolution of urban land-use patterns [J]. *Environment and Planning A*, 1993, 25: 1175-1199.
- [3] 陈彦光, 刘继生. 城市形态分维测算和分析的若干问题 [J]. 人文地理, 2007, 3: 98-103.  
Chen Yanguang, Liu Jisheng. *Human Geography*, 2007, 3: 98-103.
- [4] Batty M. Fractals-geometry between dimensions [J]. *NewScientist*, 1985,

- 106: 31-35.
- [5] Batty M, Longley P A. Urban shapes as fractals[J]. *Area*, 1987, 19: 215-221.
- [6] Batty M, Longley P A. The morphology of urban land use[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1988, 15: 461-488.
- [7] Frankhauser P. Aspects fractals des structures urbaines [J]. *L'Espace Geographique*, 1990, 19: 45-69.
- [8] Frankhauser P. La Fractalité des structures urbaines[M]. Paris: Economica, 1994.
- [9] Batty M, Longley P A, Fotheringham A S. Urban growth and form: Scaling, fractal geometry and diffusion-limited aggregation [J]. *Environment and Planning A*, 1989, 21: 1447-1472.
- [10] White R, Engelen G, Uljee I. The use of const rained cellular automata for high-resolution modeling of urban-land dynamics [J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1997, 24: 323-343.
- [11] 姜世国, 周一星. 北京城市形态的分形集聚特征及其实践意义[J]. 地理研究, 2006, 25(2): 204-212.  
Jiang Shiguo, Zhou Yixing. *Geographical Research*, 2006, 25 (2): 204-212.
- [12] Batty M, Longley P A. Fractal cities: A Geometry of form and function [M]. London: Academic Press, Harcourt brace & company publishers, 1994.
- [13] 杨昕, 汤国安, 邓凤东, 等. ERDAS 遥感数字图像处理实验教程[M]. 科学出版社, 2009: 25-53.  
Yang Xin, Tang Guoan, Deng Fengdong. ERDAS Remote sensing digital image processing experiment tutorial[M]. Beijing: Science Press, 2009: 25-53.
- [14] 肖汉. 基于 TM 和 SPOT5 影像融合的土地利用分类及精度比较[J]. 城市地质, 2010, 5(1): 19-23.  
Xiao Han. *Urban Geology*, 2010, 5(1): 19-23.
- [15] 蔡爱民, 查良松. 合肥市城市形态特征及其演化[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2008, 31(10): 1651-1655.  
Cai Aimin, Zha Liangsong. *Journal of Hefei University of Technology: Natural Science Edition*, 2008, 31(10): 1651-1655.

(责任编辑 岳臣)

#### ·学术动态·

## “2010年亚太数字内容安全与数字 版权管理会议”征文



中国人工智能学会将于 2010 年 11 月 20—21 日在北京市召开“2010 年亚太数字内容安全与数字版权管理会议”。

会议征文内容: 数字版权管理技术, 大规模内容处理及评测技术, 数字图书馆, 基于内容的过滤技术, 主题检测和跟踪, 数字取证, 信息内容安全技术, 软件保护, 条件接受, 信息内容处理系统及应用, 多媒体加密技术, 移动数字版权保护技术, 数字水印与数字版权管理, 多媒体内容版权管理, 多媒体数据检索及认证, 信息隐藏理论与模型, 隐密术与隐密分析, 非常规载体信息隐藏, DRM 数字版权管理, IPTV 内容分发数字版权管理技术, CMMB, Media DRM, B2B 内容分发数字版权管理技术, DRM-X 数字版权平台, 物联网隐私保护。

征文截止时间: 2010 年 9 月 10 日。

联系人: 宋平, 电话: 010-62286409, 电子信箱: song@leaderstudio.net。

会议网址: <http://leaderstudio.net/dcsdrm/index.html>。