

非牛顿幂律流体试井模型的有效半径解及其曲线特征

梁光跃¹, 廖新维¹, 万光芬², 廖红梅³

1. 中国石油大学(北京)石油工程学院, 北京 102249
2. 中国石油大学(北京)机电工程学院, 北京 102249
3. 中国石油天然气股份有限公司长庆油田分公司苏里格气田研究中心, 西安 710003

摘要 在实际油藏的三元复合驱条件下, 三元复合体系多表现出非牛顿幂律流体的渗流特征。将三元复合体系假定为非牛顿幂律流体, 建立了考虑井筒储集与表皮效应的无限大、圆形定压、封闭 3 种外边界条件下的非牛顿幂律流体均质试井模型; 通过引入有效半径等的无量纲定义, 利用组合参数的方法, 求得了 Laplace 空间中的有效半径解, 进一步对井筒储集早期段和径向流晚期段进行了简化, 求得了相应的解析式, 绘制了理论图版, 对曲线形态进行了进一步分析。分析结果表明, 均质模型试井曲线早期阶段受井筒储集系数、表皮系数组合参数的影响, 径向流段受幂律指数的影响。该模型可以为三元复合驱试井测试资料分析提供理论基础。

关键词 非牛顿流; 均质油藏; 试井; 有效半径解; 典型曲线

中图分类号 TE355

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)13-0058-04

Effective Wellbore Radius and Typical Curve Characteristics of Well Test Analysis: Non-Newtonian Power-law Fluids

LIANG Guangyao¹, LIAO Xinwei¹, WAN Guangfen², LIAO Hongmei³

1. Faculty of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Beijing 102249, China
2. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Petroleum, Beijing 102249, China
3. Research Center of Sulige Oilfield, Changqing Oilfield Company, PetroChina Company Limited, Xi'an 710003, China

Abstract Among numerous tertiary recovery technologies, Alkaline-Surfactant-Polymer (ASP) flooding is one of the most important Enhanced Oil Recovery (EOR) methods. In this method, the ASP solution system exhibits the characteristics of non-Newtonian power-law fluid. A well test model with consideration of storage and skin effects is established in this paper based on non-Newtonian power-law fluid in infinite, constant pressure and no-flow circular boundary homogeneous reservoirs. The effective wellbore radius was obtained by introducing the dimensionless definitions of the effective wellbore radius and integrating parameters. Theoretical curves were obtained and further analyzed. In addition, the expressions of the early-time storage stage and the late-time radial flow phase were simplified, with two analytic solutions being derived by Laplace transformation. The results show that the early-time response stage is influenced by the combined parameter of storage and skin and the radial flow stage is affected by the power-law index for the homogeneous well test curve. The proposed model can provide a theoretical foundation for well test data analysis of ASP flooding.

Keywords non-Newtonian flow; homogeneous reservoir; well test; effective wellbore radius solution; typical curve

碱-表面活性剂-聚合物(ASP)三元复合驱提高采收率技术在中国各油田特别是大庆油田进行了较大规模的现场试

验。ASP体系可以有效改善流度比,其中碱和表面活性剂还可以降低界面张力,使得三元复合驱与单独水驱或聚合物驱相

收稿日期: 2009-11-05

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2005CB221304); 教育部 2008 年度新世纪优秀人才支持计划

作者简介: 梁光跃, 硕士研究生, 研究方向为复合驱非线性渗流规律和试井分析, 电子信箱: guangyao1248292@sina.com; 廖新维(通信作者), 教授, 研究方向为油气田开发, 电子信箱: xinwei@cup.edu.cn



研究论文 (Articles)

比驱油效率更高。实验研究表明^[1-3],三元复合体系表现出类似于聚合物溶液的流变特性,在中等剪切速率范围内,呈现剪切变稀的流变特征,符合非牛顿幂律流体的规律。

1979年, Ikoku等^[4]研究了多孔介质中非牛顿幂律流体不稳定渗流特征; Vongvuthipomchai^[5]在此基础上进一步考虑了井筒储集和表皮系数的影响,求得了均质无限大地层拉氏空间的解,并绘制了相应的图版。1996年,刘泽俊等^[6]研究了圆形有界地层均质油藏非牛顿幂律流体试井模型,宋考平等^[7]进一步研究了3种外边界条件下非牛顿-牛顿流体复合试井模型。以上模型得到的都是一般解,形式不够简洁直观。鉴于此,本文通过引入有效半径等无量纲量定义,求得形式更为简洁的3种外边界条件下均质试井模型的有效半径解,并得到了一系列简化式;绘制了相应的典型曲线,并进行了特征分析。

1 试井模型的建立

1.1 有量纲试井模型的建立

假设均质等厚、各向同性的油层中心有一口井,流体为单相微可压缩的非牛顿幂律流体,流体流动满足广义达西定律;不考虑ASP溶液在地层中的稀释与吸附,忽略重力和毛管力的影响,考虑井筒储集效应和表皮效应的影响。

基于上述分析假设,由渗流理论建立如下非牛顿幂律流体均质油藏试井模型。

渗流方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{n\phi C_t \mu_{eff}}{K} \left(\frac{qB}{2\pi hr_w} \right)^{n-1} \left(\frac{r}{r_w} \right)^{n-1} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

初始条件为

$$p(r, 0) = p_0 \quad (2)$$

外边界条件为

$$\begin{cases} p(\infty, t) = p_0 \\ p(r_e, t) = p_0 \\ \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_e} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, p 为地层压力, 10^{-1} MPa; r 为地层中一点的井距, cm; n 为幂律指数, 无量纲; K 为渗透率, μm^2 ; ϕ 为孔隙度, %; C_t 为综合压缩系数, 10MPa^{-1} ; μ_{eff} 为有效黏度, $\text{mPa}\cdot\text{s}$; q 为地面产量, cm^3/s ; B 为体积系数, 无量纲; h 为地层厚度, cm; r_w 为井半径, cm; t 为流动时间, s; r_e 为外边界距离, cm; p_0 为原始地层压力, 10^{-1} MPa。

1) 考虑井筒储集效应。根据文献[4],井筒储集关系式为

$$qB = C \frac{dp_{wf}}{dt} - \left(\frac{2\pi rhK}{\mu_{eff}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (4)$$

其中, C 为井筒储集系数, $10\text{cm}^3/\text{MPa}$; p_{wf} 为井底压力, MPa。

2) 考虑表皮效应。井筒周围地层性质改变时,在井筒周围形成附加压力降,将其无因次化,得到无因次附加压力降^[4]。

$$\Delta p_s = S \cdot \left(\frac{qB}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{K} = S \cdot \frac{qB\mu^*}{2\pi Kh} \quad (5)$$

在井筒压力 p_{wf} 和井底油层表面压力 $p(r_w, t)$ 间产生 1 个

压差,即

$$p_{wf} = p(r_w, t) - \Delta p_s \quad (6)$$

考虑表皮效应,地层压力和井底压力满足以下关系式

$$p_{wf} = p(r_w, t) - S \cdot \frac{qB\mu^*}{2\pi Kh} \quad (7)$$

其中, S 为表皮系数, 无因次; μ^* 为特征黏度, $\text{mPa}\cdot\text{s}$ 。

1.2 无量纲有效半径试井模型的转化

为了求取无因次试井模型的有效半径解,引入以下无量纲量的定义

$$\begin{cases} p_D = \frac{2\pi Kh}{qB\mu^*} \frac{(p_0 - p)}{C_D^{(1-n)/2}} \\ t_D = \frac{Kt}{n\phi\mu^* C_t r_w^2} \cdot \frac{1}{C_D^{(3-n)/2}} \\ C_D = \frac{C}{n2\pi h\phi C_t r_w^2} \\ r_D = \frac{r}{r_w} \cdot |1 - S(1-n)|^{1/(n-1)} \end{cases} \quad (8)$$

令表皮系数组合参数 $C_{De} = \frac{C_D}{|1 - S(1-n)|^{2/(1-n)}}$, 将非牛顿幂律流体均质油藏试井模型无量纲化。渗流控制方程为

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = [C_{De}]^{(n-3)/2} r_D^{1-n} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (9)$$

内边界条件为

$$\begin{cases} \left. \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D^n \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) \right|_{r_D=1} = 1 \\ p_{wD} = p_D \Big|_{r_D=1} \end{cases} \quad (10)$$

初始条件为

$$p_D(r_D, 0) = 0 \quad (11)$$

外边界条件为

$$\begin{cases} p_D(\infty, t_D) = 0 \\ p_D(r_{eD}, t_D) = 0 \\ \left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_D=r_{eD}} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

2 试井模型的有效半径解及其简化式

2.1 无量纲有效半径试井模型的求解

引入 Laplace 变换 $\bar{p}_D(Z) = \int_0^\infty p_D e^{-Zt_D} dt_D$, 式(9)~(12)变为

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} = Z [C_{De}]^{(n-3)/2} r_D^{1-n} \bar{p}_D \quad (13)$$

$$\begin{cases} Z \bar{p}_{wD} - [C_{De}]^{(1-n)/2} \left(r_D^n \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} \right) \Big|_{r_D=1} = \frac{1}{Z} \\ \bar{p}_{wD} = \bar{p}_D \Big|_{r_D=1} \end{cases} \quad (14)$$

$$\bar{p}_D(r_D, \infty) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{cases} \bar{p}_D(\infty, Z) = 0 \\ \bar{p}_D(r_{eD}, Z) = 0 \\ \left. \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} \right|_{r_D=r_{eD}} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

将式(13)化为贝塞尔方程求解,通解为

$$\bar{p}_D = r_D^{(1-n)/2} \left[A_1 \cdot I_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_D^{(3-n)/2} \right) + A_2 \cdot K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_D^{(3-n)/2} \right) \right] \quad (17)$$

其中, $u = Z \cdot [C_D e^{2S}]^{(n-3)/2}$, $\nu = \frac{1-n}{3-n}$ 。

由无限大外边界条件得 $A=0$, 则式(19)变为

$$\bar{p}_D = A_2 \cdot r_D^{(1-n)/2} \cdot K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_D^{(3-n)/2} \right) \quad (18)$$

根据虚宗量贝塞尔函数的性质^[8],

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} (x^\nu I_\nu(x)) = x^\nu I_{\nu-1}(x) \\ \frac{d}{dx} (x^\nu K_\nu(x)) = -x^\nu K_{\nu-1}(x) \end{cases} \quad (19)$$

对式(18)求导,得

$$\frac{d\bar{p}_D}{dr_D} = -A_2 \cdot \sqrt{u} \cdot r_D^{1-n} \cdot K_{\nu-1} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_D^{(3-n)/2} \right) \quad (20)$$

联立式(16)、(20),得

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{Z} \frac{K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right)}{Z \cdot K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) + \sqrt{u} \cdot [C_{De}]^{(1-n)/2} \cdot K_{\nu-1} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right)} \quad (21)$$

式(21)即为非牛顿幂律流体均质试井模型的有效半径解。

对于牛顿流, $n \rightarrow 1$, $\nu = \frac{1-n}{3-n} \rightarrow 0$, $u = Z \cdot [C_{De}]^{(n-3)/2} \rightarrow \frac{Z}{C_D e^{2S}}$, 式

(21)可简化为

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{Z} \frac{K_0 \sqrt{\frac{Z}{C_D e^{2S}}}}{Z \cdot K_0 \sqrt{\frac{Z}{C_D e^{2S}}} + \sqrt{\frac{Z}{C_D e^{2S}}} \cdot K_1 \sqrt{\frac{Z}{C_D e^{2S}}}} \quad (22)$$

即为 Laplace 空间牛顿流均质油藏试井模型解^[9]。

对于圆形定压与封闭边界,考虑到 $K_\nu(x) = K_{-\nu}(x)$ 。同理,可得 Laplace 空间的解为

$$\bar{p}_{wD} = A_1 \cdot I_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) + A_2 \cdot K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) \quad (23)$$

式中, $A_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $A_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ 。 $\Delta_1 = \frac{1}{Z} A_{22}$, $\Delta_2 = -\frac{1}{Z} A_{21}$, $\Delta = A_{11} A_{22} - A_{21} A_{12}$ 。

其中,

$$\begin{cases} A_{11} = Z \cdot I_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) - [C_{De}]^{(1-n)/2} \cdot \sqrt{Z} \cdot I_{\nu-1} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) \\ A_{21} = Z \cdot K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) - [C_{De}]^{(1-n)/2} \cdot \sqrt{Z} \cdot K_{1-\nu} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} \right) \end{cases}$$

圆形封闭边界:

$$\begin{cases} A_{21} = I_{\nu-1} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_{eD}^{(3-n)/2} \right) \\ A_{22} = -K_{1-\nu} \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_{eD}^{(3-n)/2} \right) \end{cases}$$

圆形定压边界:

$$\begin{cases} A_{21} = I_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_{eD}^{(3-n)/2} \right) \\ A_{22} = K_\nu \left(\frac{2\sqrt{u}}{3-n} r_{eD}^{(3-n)/2} \right) \end{cases}$$

求得 A_1, A_2 的值后,代入式(23)即可得到 \bar{p}_{wD} 的值。

2.2 无量纲有效半径解的简化式

对式(21)在井筒储集早期和径向流段晚期进行简化,并对其进行拉氏反演,可得到相应的近似解析解。

1) 早期, $t_D \rightarrow 0, Z \rightarrow \infty, u \rightarrow \infty$, 反演出井筒控制阶段的近似解析式为

$$p_{wD} = t_D + O(t_D^2) \quad (24)$$

2) 晚期, $t_D \rightarrow \infty, Z \rightarrow 0, u \rightarrow 0$, 反演出径向流控制阶段的近似解析式为

$$p_{wD} = \frac{(3-n)^{2\nu}}{(1-n)\Gamma(1-\nu)} \cdot t_D^\nu \pm \frac{1}{(1-n)^2 \cdot C_{De}^{(1-n)/2}} \quad (25)$$

式中,当 $S < \frac{1}{1-n}$ 时,取负号, C_{De} 增大, p_{wD} 增大;当 $S > \frac{1}{1-n}$ 时,取正号, C_{De} 增大, p_{wD} 减小。

3 典型曲线特征分析

利用 Stehfest 数值反演方法^[10-11]对式(21)、(23)进行反演,得到3种外边界条件下无因次压力与压力导数曲线如图1所示,该曲线可以用4个阶段描述。

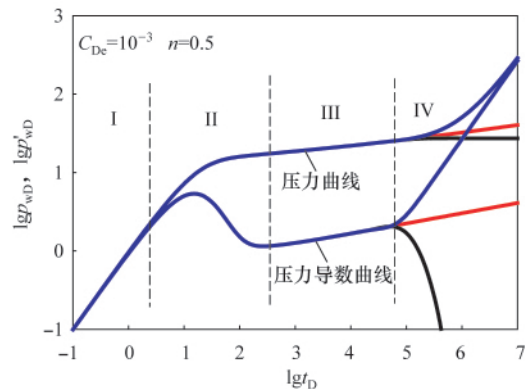


图1 幂律流体均质油藏试井模型压力及其导数曲线
Fig. 1 Pressure and derivative curve of homogeneous well test model: Non-Newtonian power-law fluid

1) I段压力和压力导数曲线合二为一,呈45°直线,是纯井筒储集效应的影响段。

2) II段为过渡段,压力导数出现峰值后向下倾斜,峰值的大小 p_{wD} 取决于 C_{De} 和 n 的大小。当 C_D, S 取不同的值时,只要 C_{De} 值一定,即得到唯一的无因次压力和导数曲线。

从图2可以看出, $C_{De} \rightarrow \infty$ 即 $S = \frac{1}{1-n}$, 把曲线分为上下两部分, $S > \frac{1}{1-n}$ 位于 $C_{De} \rightarrow \infty$ 的曲线的上部, $S < \frac{1}{1-n}$ 位于 $C_{De} \rightarrow \infty$ 的曲线的下部;且当 $S > \frac{1}{1-n}$ 时,随 C_{De} 增加,压力导数曲线的峰值减小;当 $S < \frac{1}{1-n}$ 时,随 C_{De} 增加,压力导数曲线的峰值增加,该峰值无限趋近于 $S = \frac{1}{1-n}$ 时压力导数曲线的峰值。

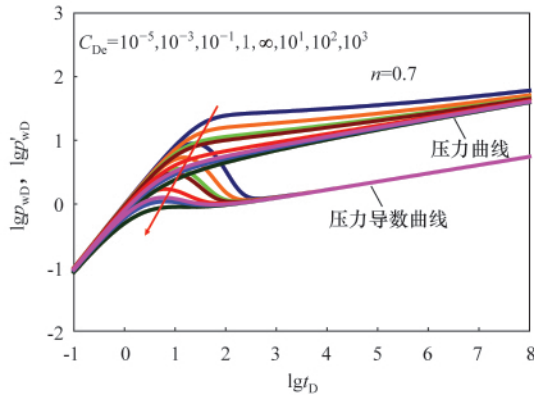


图 2 组合参数 C_{De} 对压力及其导数影响曲线
Fig. 2 Pressure and derivative curve of homogeneous well test model under different values of the combined parameter of C_{De}

3) III 段为径向流段, 压力和压力导数曲线为向右上倾斜的直线, 而不像牛顿流体出现水平段。这是因为非牛顿流体在流动过程中, 流速和压力梯度呈指数关系变化, 在流量和流速相同的情况下, 造成的压力降及压力变化速度要高于牛顿流体。从图 3 可以看出, 径向流直线段主要受幂律指数 n 的影响, 其斜率为 $\frac{1-n}{3-n}$, 随着幂律指数 n 的增大, 趋向于水平。

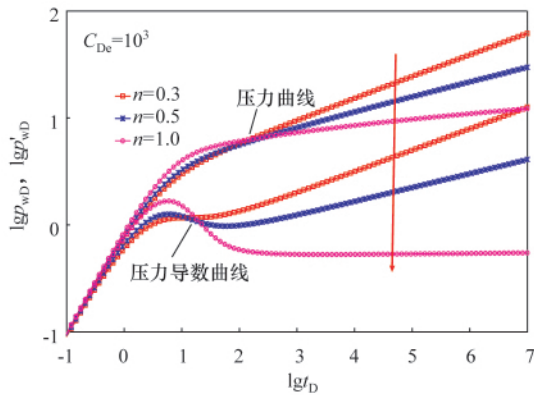


图 3 幂律指数 n 对压力及其导数影响曲线
Fig. 3 Pressure and derivative curve of homogeneous well test model with different values of n

4) IV 段为边界影响段, 圆形封闭边界模型的压力导数曲线表现为向上翘起与压力曲线重合, 且为一条斜率为 1.0 的直线。圆形定压边界模型的压力导数曲线骤减趋于零。

4 结论

1) 本文推导的非牛顿幂律流体均质模型的有效半径解, 与 Ikoku、Ramey 及刘泽俊等的一般解具有很好的一致性。当 $n \rightarrow 1$ 时, 得到牛顿流均质油藏试井模型 Laplace 空间的有效半径解, 可以作为本文有效半径解推导正确性的一种验证。

2) 有效半径解的形式简洁, 将井筒储集系数 C_D 、表皮系

数 S 有效地组合起来, 用 $C_{De} = \frac{C_D}{|1-S(1-n)|^{2/(1-n)}}$ 统一表示, 反映过渡段峰值的高低。

3) 曲线特征分析表明, 幂律流体试井模型早期段受组合参数 C_{De} 的影响, 径向流段受幂律指数 n 的影响。该模型可以为三元复合驱试井测试资料分析提供理论基础。

参考文献 (References)

- [1] 陈铁龙, 董范, 尤冬青, 等. ASP 三元复合体系宏观流变特征研究[J]. 西南石油学院学报, 1998, 20(1): 53-55.
Chen Tielong, Dong Fan, You Dongqing, et al. Journal of Southwest Petroleum Institute, 1998, 20(1): 53-55.
- [2] 赵庆辉, 陈超, 岳湘安, 等. ASP 体系的参数在多孔介质中的流变特性[J]. 油气采收率技术, 2000, 7(2): 9-11.
Zhao Qinghui, Chen Chao, Yue Xiang'an, et al. Oil & Gas Recovery Technology, 2000, 7(2): 9-11.
- [3] 祝仰文, 张以根, 刘坤, 等. HPAM 溶液驱油过程中弹性作用的探讨[J]. 西南石油学院学报, 2002, 24(6): 64-67.
Zhu Yangwen, Zhang Yigen, Liu Kun, et al. Journal of Southwest Petroleum Institute, 2002, 24(6): 64-67.
- [4] Ikoku C U, Ramey H J Jr. Wellbore storage and skin effects during the transient flow of non-Newtonian power-law fluids in porous media [J]. SPE Journal, 1980, 20(1): 25-38.
- [5] Vongvuthipornchai S, Raghavan R. Well test analysis of data dominated by storage and skin: Non-Newtonian power-law fluids [J]. SPE Formation Evaluation, 1987, 2(4): 618-628.
- [6] 刘泽俊, 孙智, 宋考平. 有界地层非牛顿渗流试井解释模型[J]. 大庆石油地质与开发, 1996, 15(3): 63-66.
Liu Zejun, Sun Zhi, Song Kaoping. Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing, 1996, 15(3): 63-66.
- [7] 宋考平, 王雷, 计秉玉. 非牛顿-牛顿符合油藏渗流试井解释方法[J]. 石油学报, 1996, 17(1): 82-85.
Song Kaoping, Wang Lei, Ji Bingyu. Acta Petroleum Sinica, 1996, 17(1): 82-85.
- [8] 王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000.
Wang Zhuxi, Guo Dunren. An introduction to special functions [M]. Beijing: Peking University Press, 2000.
- [9] 廖新维, 沈 Ping. 现代试井分析[M]. 北京: 石油工业出版社, 2002.
Liao Xinwei, Shen Pingping. Modern well test analysis [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2002.
- [10] Stehfest H. Numerical inversion of Laplace transform[J]. Communication of the ACM, 1970, 13(1): 47-49.
- [11] Stehfest H. Remark on numerical inversion of Laplace transforms [J]. Communication of the ACM, 1970, 13(10): 624-625.

(责任编辑 刘志远)

勘 误

《科技导报》2010 年第 11 期卷首语文章“生物领域是数理和计算科学的广阔用武之地”, 在英文目录中错将作者的姓名拼为了 HAO Bolin, 正确的应是 HAO Bailin。特此更正, 并在此谨向文章作者和读者致以真诚的歉意。

《科技导报》2010 年 12 期第 39 页表 2, 作者数据有误, “液基薄层细胞学(TCT)检查”中的 4/36(11.1%)应为 7/36(19.5%), 特此勘误。