

新型高分辨率格式及其在 CFD 的应用

吴俊宏, 王保国

北京理工大学宇航学院, 北京 100081

摘要 利用小波奇异分析构造了一种新型的高分辨率高效计算格式, 借助小波奇异分析所找到的流场中奇异点区域和光滑区域, 合理选择高分辨率、高精度 WENO 格式和高精度中心差分格式进行流场的离散求解; 利用该格式对超声速二维前台阶流动问题、跨声速 RAE 2822 典型翼型的二维外流场、跨声速 VKI-LS59 涡轮叶栅的二维流场以及 NASA Rotor 37 跨声速压气机转子和 NASA Rotor 67 跨声速风扇转子的三维流场进行数值模拟, 计算结果表明, 采用这种新型格式可以用于内外流复杂流场计算。数值计算还发现, 在采用相同网格的情况下, 本文格式不仅具有通常 WENO 格式高分辨率的特点, 而且计算效率较 WENO 格式高出 3~5 倍。

关键词 新型高分辨率格式; 复杂流场计算; 计算效率

中图分类号 V19

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)13-0040-07

A New High Resolution Scheme and Its Application in CFD

WU Junhong, WANG Baoguo

School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract In this paper, a new high resolution scheme based on wavelet singularity analysis is proposed. Wavelet transform is used to analyze the flow fields and the wavelet coefficients are used to control the numerical method. In order to verify the effectiveness of the new method, five typical examples are calculated: 2D supersonic flow over a forward-facing step; 2D transonic flow over the RAE 2822 airfoil; 2D transonic flow through the VKI-LS59 turbine cascade; 3D transonic flow in axial compressor rotor, NASA Rotor 37 and 3D transonic flow in axial fan rotor, NASA Rotor 67. The numerical results show that this new high resolution scheme can be used in complex internal and external flow fields, and the new method can better capture the discontinuity (such as rarefaction wave, contact discontinuity and shock wave) in the flow fields. Compared with TVD schemes (Total Variations Diminishing schemes), ENO schemes (Essentially Non-Oscillatory shock capturing schemes), the new method is more efficient because TVD and ENO are only used for the grids with singularity. It is also shown that with the new method, the same resolution for the shock wave can be achieved under the same computational grids but with much reduced computation time, about one fifth of that by TVD/ENO schemes.

Keywords new high resolution scheme; complex flow fields computing; computational efficiency

0 引言

近年来, 小波分析的应用得到了很大的发展, 已在很多领域扮演着重要角色。例如, 将小波分析应用于地震测试数据处理^[1-2]、提取图像的压缩和去噪^[3-4], 以及纹理分析和分类^[5]等。

在可压缩气体动力学方程的数值计算中, 存在的主要困难是如何处理各种间断(例如稀疏波、接触间断和激波等)^[6]。目前人们发展了一系列性能良好的计算格式, 如 TVD 格式

(Total Variations Diminishing schemes)、ENO 格式 (Essentially Non-Oscillatory schemes)、WENO 格式 (Weighted Essentially Non-Oscillatory schemes) 等^[7], 但这些格式的主要缺点是格式构造复杂且计算量大。为了更好地协调计算效率和计算精度, 本文将小波奇异分析应用于数值计算, 构造一种效率高而且能够保证计算精度的混合算法。相关数值实验表明, 这种数值方法很容易在原有的程序上实现, 既能保证计算的精度和间断处的分辨率, 又能大大提高计算效率。

收稿日期: 2010-04-14

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50376004); 高等学校博士学科点专项科研基金项目 (20030007028)

作者简介: 吴俊宏, 博士研究生, 研究方向为计算流体力学, 电子信箱: 2008@bit.edu.cn; 王保国 (通信作者, 中国科协所属全国学会个人会员登记号: E120170046S), 教授, 研究方向为计算流体力学、高超声速气动热力学, 电子信箱: bguowang@bit.edu.cn

1 新型高分辨率数值新方法

本文的新型高分辨率数值新方法是先利用小波分析技术对计算结果(指计算过程中每一次迭代的中间结果)进行分析,得到整个计算域中当前解的奇异性,下一步迭代时利用上一步小波分析结果自适应选择数值方法,构造一种效率高而且能够保证计算精度的混合算法。新方法中,根据小波奇异分析结果 SW 自适应选择数值通量计算方法,过程如图 1。图中 $SW=1$ 时是奇异区域网格, $SW=0$ 时是光滑区域网格; \hat{f}^{TVD} 为高分辨率激波捕捉格式; \hat{f}^{CTR} 为中心差分格式。小波奇异分析详细过程参考文献[8],基于小波奇异分析高分辨率数值新方法的构造参考文献[9]。从格式在计算机的实现角度看,小波奇异分析高分辨率数值新方法很容易实现,并不需改变程序大框架,只需在数值通量计算中加入相应的小波分析子程序。

2 新型高分辨率数值新方法在 CFD 中的应用

将前述新型高分辨率数值新方法应用于具体 CFD 计算中。选取典型的前台阶问题,RAE 2822 跨声速翼型外流场、VKI-SL59 跨声速涡轮叶栅和 Rotor 37 跨声速压气机内流场进行计算,以验证新格式的有效性。

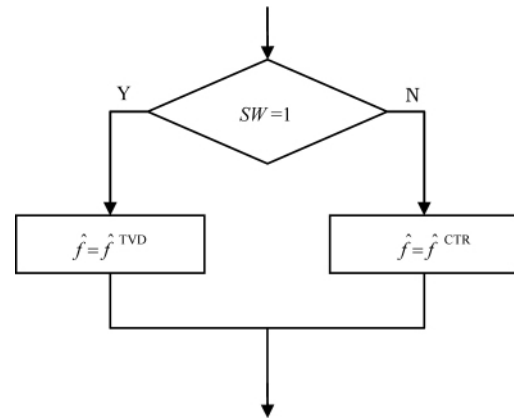


图 1 小波奇异分析自适应选择数值通量计算方法示意图
Fig. 1 Schematic diagram for the adaptive method based on wavelet singularity analysis

2.1 超声速二维前台阶流动算例

超声速二维前台阶流动算例是一个非常著名的考查差分格式的超声速内流算例,算例的详细描述见文献[10]。图 2 是本文新型数值方法的密度分布,计算网格为 480×160 ,图中可以清晰地看到反射波和马赫杆的形成过程,在时间 $t=12$ 以

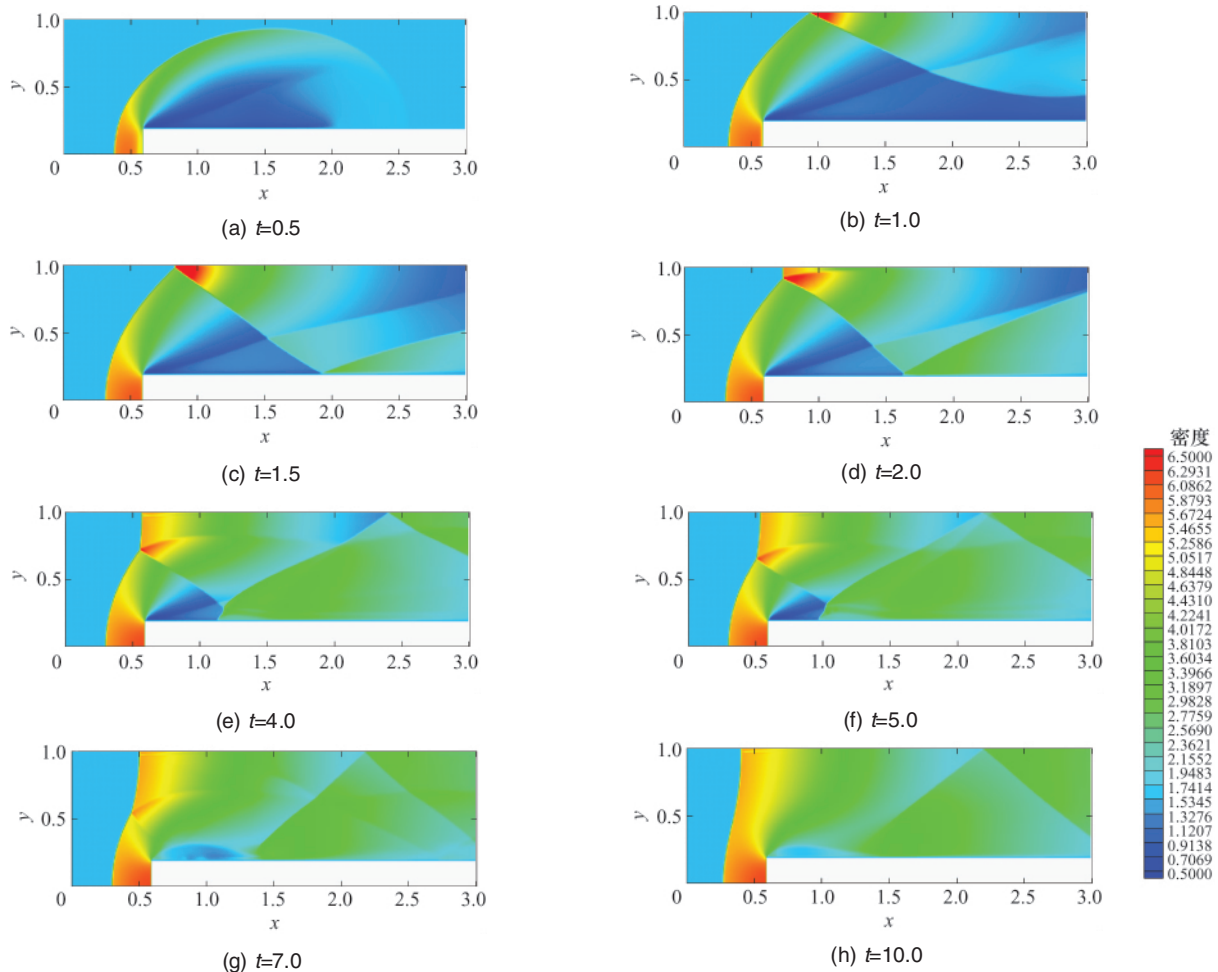


图 2 不同时刻密度分布

Fig. 2 Results of 2D supersonic flow over a forward-facing step at different instants

后形成了一个稳定流场。图 3 是不同时刻对密度进行奇异分析得到的奇异点所在的网格分布,只有在这些点上,格式采用 TVD 或 ENO 等激波捕捉方法,使格式的计算效率得到很

大提高。

从本算例计算结果看,新方法的计算时间仅为 ENO 方法的 1/4。

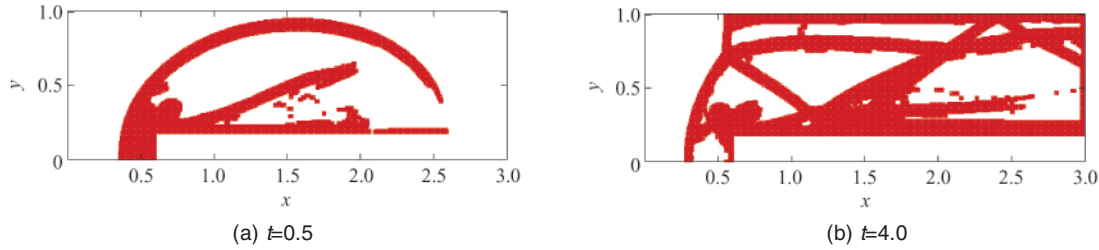


图 3 密度小波分析得到的奇异点所在网格分布

Fig. 3 Singularity analysis results of 2D supersonic flow over a forward-facing step at different instants

2.2 跨声速 RAE 2822 翼型的二维绕流问题

RAE 2822 是一个典型的二维跨声速绕流流动的经典算例。RAE 2822 翼型的尺寸和实验结果可以参考文献[11]。本文在计算中采用 N-S 方程并利用数值新方法进行计算,其结果如图 4 所示,其中,图 4(a)为压力分布;图 4(b)为马赫数等值线分布;图 4(c)为机翼表面压力系数分布,图中 C

为弦长;图 4(d)为对马赫数小波奇异分析得到的奇异点网格分布。

由图 4 可以看出,新方法能够很好地捕捉到上表面的激波,表面压力系数分布与实验值也吻合得较好;从小波奇异分析图可以看出,只有很少一部分网格是采用计算量大的激波捕捉格式,这对提高计算效率非常有利。

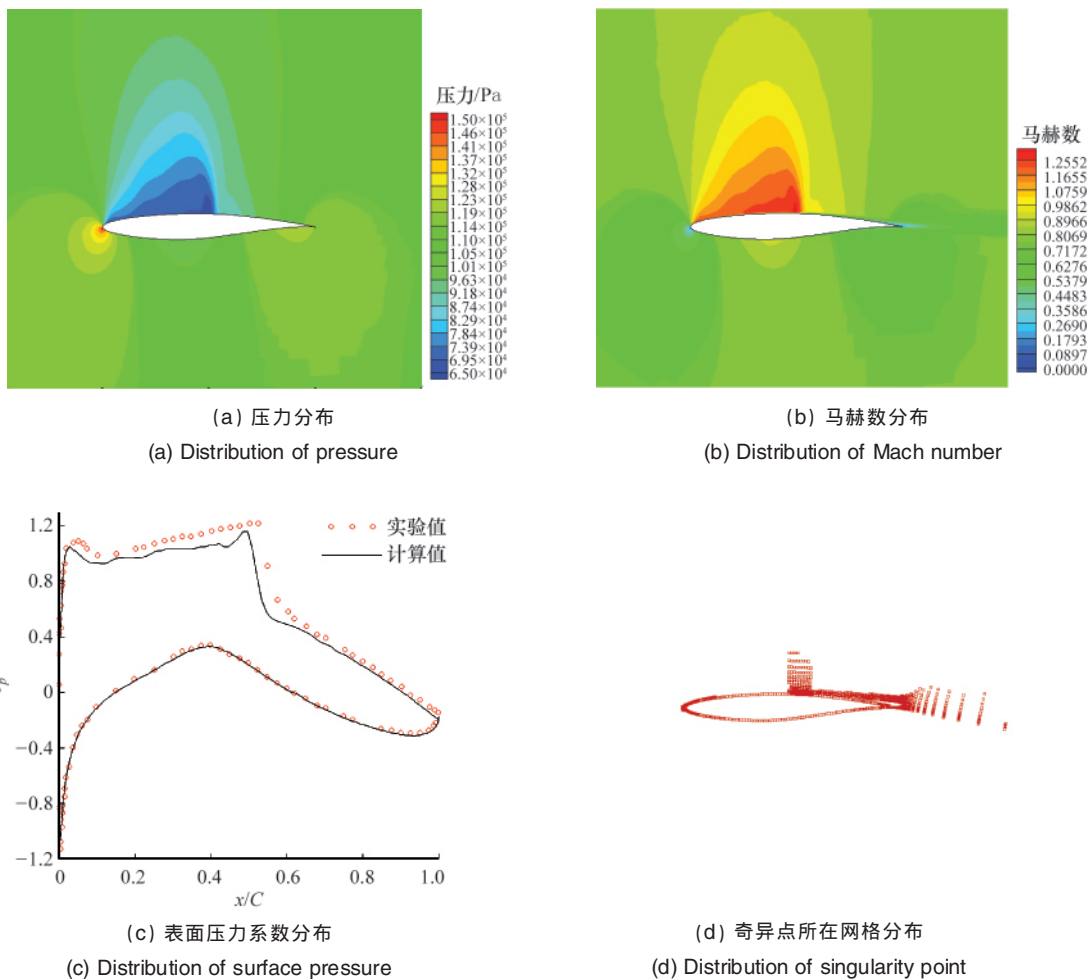


图 4 跨声速 RAE 2822 翼型的二维绕流问题计算结果

Fig. 4 Results of 2D transonic flow over the RAE 2822 airfoil

2.3 二维跨声速 VKI-LS59 涡轮叶栅的绕流问题

VKI-LS59 叶栅是个大头、大弯曲、有攻角的平面叶栅,叶型参数和相关实验取自文献[12]。本文在计算中采用 N-S 方程并利用数值新方法进行计算,结果见图 5。其中,图 5(a)为叶栅通道内的等马赫线分布图,进口马赫数为 0.27,出口马

赫数为 0.99,图 5(b)为对马赫数小波奇异分析的奇异点网格分布图,图 5(c)为叶栅通道内的等熵线分布图,图 5(d)为叶栅通道内的等压力线分布图。可以看出,新格式能很好地捕捉到斜切口(叶栅喉部以后的通道区域)处的激波,小波奇异分析也能很好地捕捉到该激波的位置。

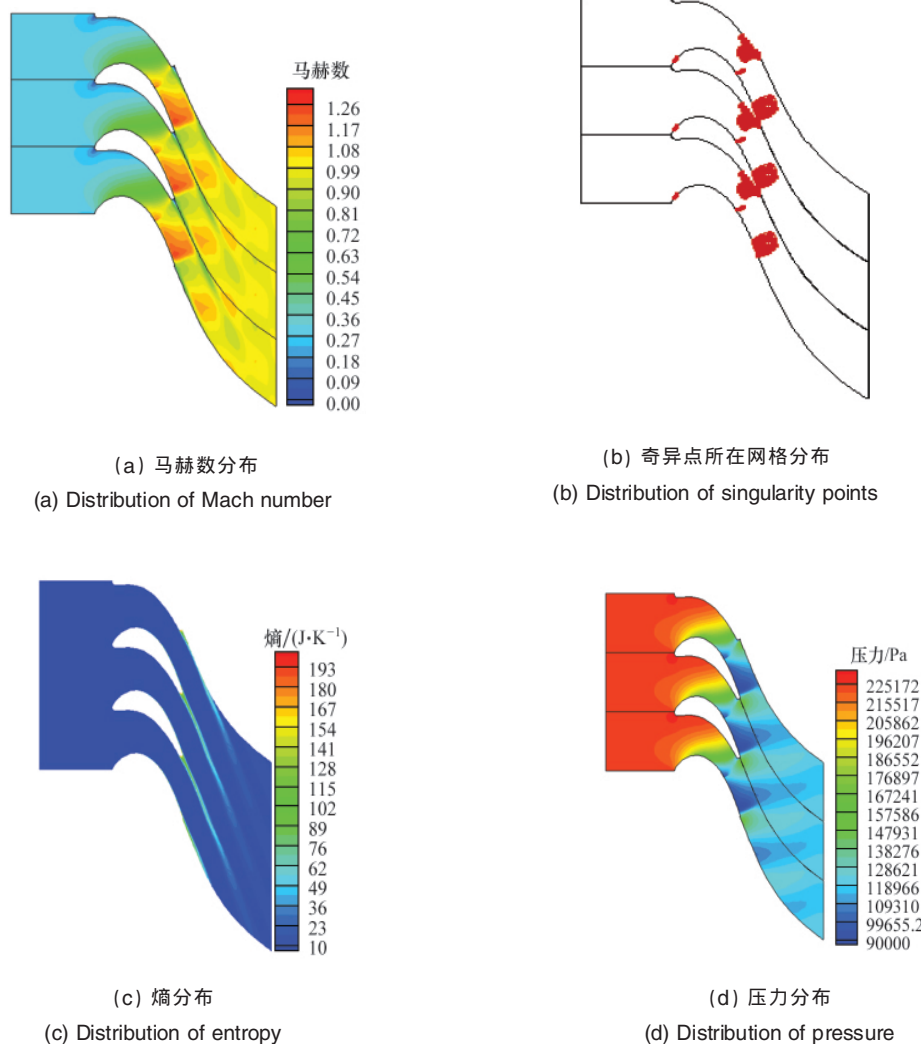


图 5 二维跨声速 VKI-LS59 涡轮叶栅的绕流问题场计算结果

Fig. 5 Results of 2D transonic flow through the VKI-LS59 turbine cascade

2.4 跨声速轴流压气机三维 Rotor 37 算例的黏性计算

NASA Rotor 37 是著名的跨声速轴流压气机算例,本文利用新方法对 Rotor 37 跨声速压气机转子内流场进行计算, NASA Rotor 37 的叶型参数和相关实验参考文献 [13]。计算中,采用 N-S 方程并利用数值新方法进行计算,结果见图 6。其中,图 6(a)为 30%叶高处相对马赫数分布,图 6(b)为 30%叶高 S_1 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图,图 6(c)为 70%叶高处相对马赫数分布图,图 6(d)为 70%叶高 S_1 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图,图 6(e)为中心 S_2 流面上相对马赫数

分布,图 6(f)为中心 S_2 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图。图中可以看出,叶片通道进口处出现激波,数值新方法在激波处有比较高的分辨率。

2.5 NASA Rotor 67 跨声速风扇转子算例的黏性计算

NASA Rotor 67 是著名的跨声速算例,本文利用新方法对 Rotor 67 跨声速风扇转子内流场进行计算, NASA Rotor 67 的叶型参数及相关实验参考文献[14]。在计算中采用 N-S 方程并利用数值新方法进行计算,结果见图 7。其中,图 7(a)为 30%叶高处相对马赫数分布,图 7(b)为 30%叶高 S_1 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图,图

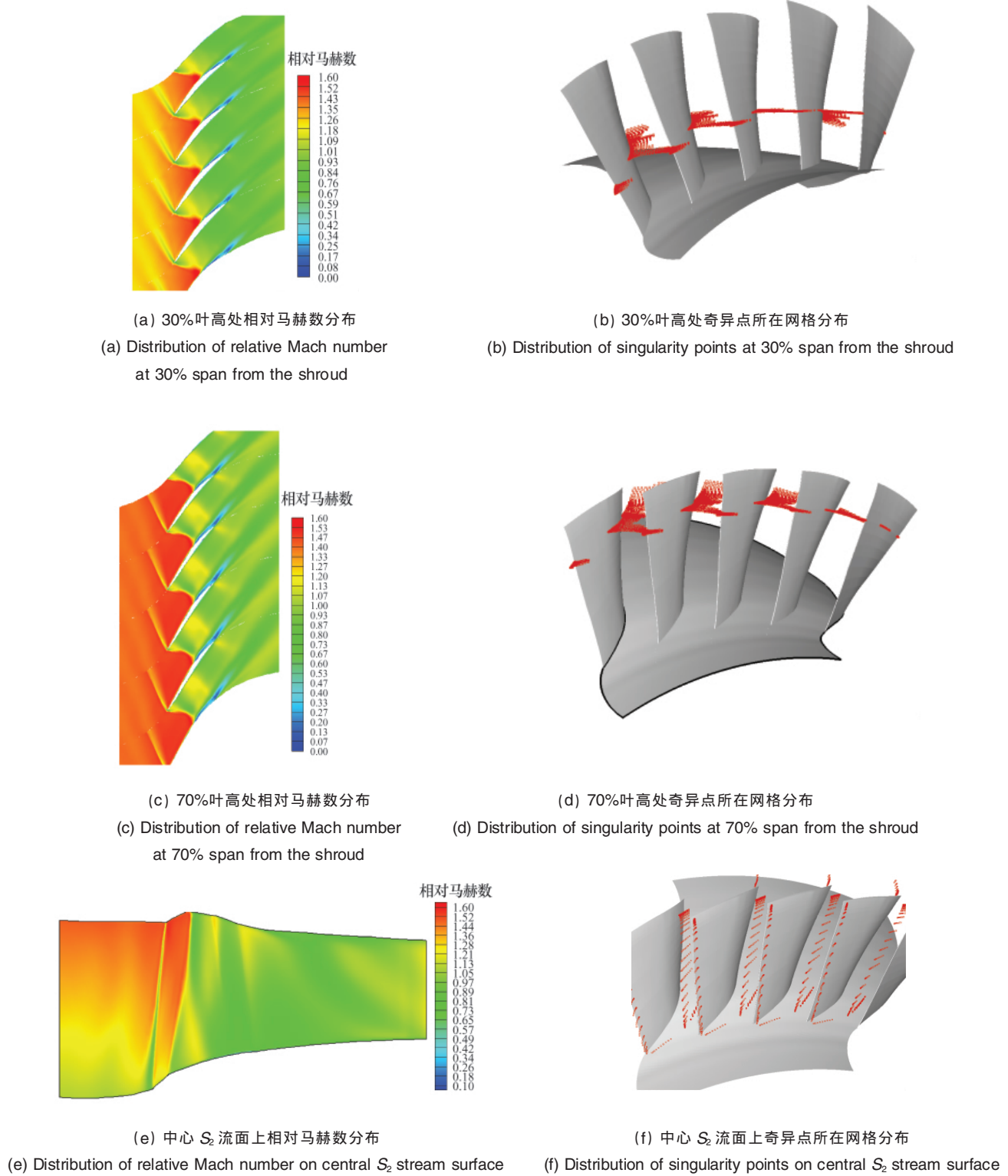
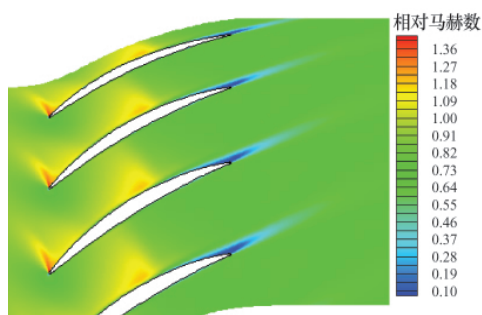


图 6 跨声速轴流压气机三维 Rotor 37 算例计算结果

Fig. 6 Results of 3D transonic flow in axial compressor rotor, NASA Rotor 37

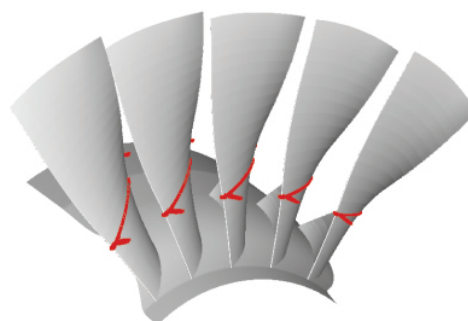
7(c)为70%叶高处相对马赫数分布,图7(d)为70%叶高 S_1 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图,图7(e)为中心 S_2 流面上相对马赫数分布,图7(f)为

中心 S_2 流面上相对马赫数奇异分析得到的奇异点网格分布的三维轴测图。从图7可以看出,叶片通道进口处出现激波,数值新方法在激波处有比较高的分辨率。



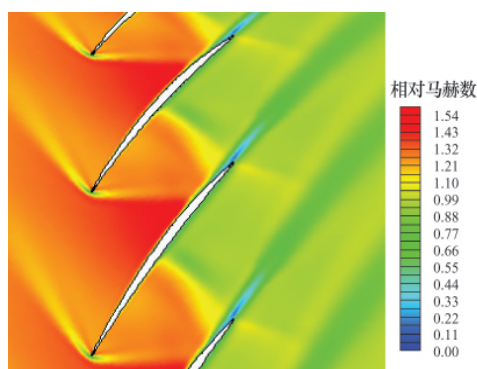
(a) 30%叶高处相对马赫数分布

(a) Distribution of relative Mach number at 30% span from the shroud



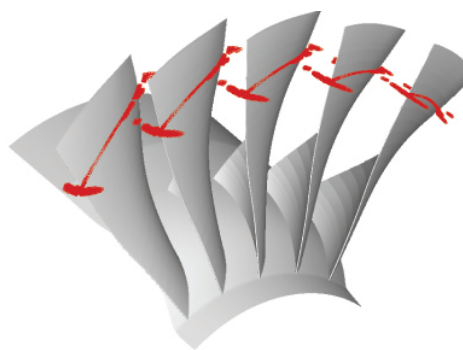
(b) 30%叶高处奇异点所在网格分布

(b) Distribution of singularity points at 30% span from the shroud



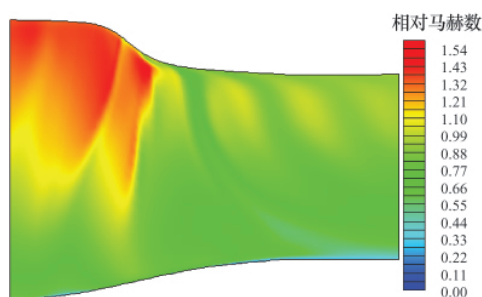
(c) 70%叶高处相对马赫数分布

(c) Distribution of relative Mach number at 70% span from the shroud



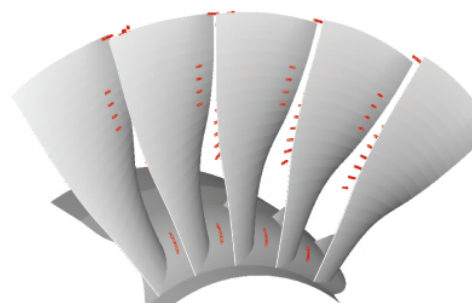
(d) 70%叶高处奇异点所在网格分布

(d) Distribution of singularity points at 70% span from the shroud



(e) 中心 S_2 流面上相对马赫数分布

(e) Distribution of relative Mach number on central S_2 stream surface



(f) 中心 S_2 流面上奇异点所在网格分布

(f) Distribution of singularity points on central S_2 stream surface

图 7 NASA Rotor 67 跨声速风扇转子算例计算结果

Fig. 7 Results of 3D transonic flow in axial fan rotor, NASA Rotor 67

3 结论

本文利用小波奇异分析构造了一种新型的高分辨率高效计算格式, 利用该格式对超声速二维前台阶流动问题、跨声速 RAE 2822 典型翼型的二维外流场、跨声速 VKI-LS59 涡轮叶栅的二维流场以及 NASA Rotor 37 跨声速压气机转子和 NASA Rotor 67 跨声速风扇转子的三维流场进行了数值计算, 从数值实验结果得到如下结论:

1) 小波奇异分析可以准确地得到流场中的奇异区域, 这不仅可以用设计新的混合算法, 同时也可以用来分析流场的

结构。

2) 典型算例计算结果是令人满意的, 小波奇异分析高分辨率数值新方法既保持了很好的激波捕捉能力, 其计算效率又比传统的 TVD 格式、ENO 格式提高 3~5 倍。

参考文献 (References)

[1] 樊计昌, 刘明军, 海燕. 小波(包)滤波方法的 GUI 及其在深地震测深数据处理中的应用[J]. 科技导报, 2009, 27(2): 78-82.
Fan Jichang, Liu Mingjun, Hai Yan. *Science & Technology Review*,

- 2009, 27(2): 78–82.
- [2] 樊计昌, 刘明军, 王夫运, 等. 浅析小波最大分解层 [J]. 科技导报, 2008, 26(10): 40–42.
Fan Jichang, Liu Mingjun, Wang Fuyun, *et al.* *Science & Technology Review*, 2008, 26(10): 40–42.
- [3] 蒲亚坤, 丛爽. 基于小波变换的图像压缩改进方法及其应用 [J]. 科技导报, 2009, 27(18): 28–32.
Pu Yakun, Cong Shuang. *Science & Technology Review*, 2009, 27(18): 28–32.
- [4] 艾泽潭, 石庚辰. 小波变换在图像去噪中的应用 [J]. 科技导报, 2010, 28(1): 102–106.
Ai Zetan, Shi Gengchen. *Science & Technology Review*, 2010, 28(1): 102–106.
- [5] Wouwer G, Schenuders P, Livens S, *et al.* Wavelet correlation signatures for color texture characterization[J]. *Pattern Recognition*, 1999, 32: 443–451.
- [6] 王保国, 王虹宾. 叶轮机械跨声速及亚声速流场的计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
Wang Baoguo, Wang Hongbin. Numerical methods of transonic and subsonic flows in turbomachinery[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000.
- [7] 王保国, 刘淑艳, 黄伟光. 气体动力学[M]. 北京: 北京理工大学、北京航空航天大学、西北工业大学、哈尔滨工程大学、哈尔滨工业大学联合出版社, 2005.
Wang Baoguo, Liu Shuyan, Huang Weiguang. Gasdynamics [M]. Beijing: Joint Press of Beijing Institute of Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Harbin Engineering University and Harbin Institute of Technology, 2005.
- [8] Wang B G, Wu Junhong. Construction of daubechies wavelet and its application in shock capturing [C]//Proceeding of the 9th International Symposium on Experimental and computational Aerothermodynamics of Internal Flows (IASIF). Gyeongju, North Gyeongsang, 2009.
- [9] Wu J H, Wang Baoguo. A new numerical method based on wavelet detection and its application [C]//Proceeding of the 9th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows (IASIF). Gyeongju, North Gyeongsang, 2009.
- [10] Woodward P R, Colella P. The Numerical Simulation of Two-Dimensional Fluid Flow with Strong Shocks [J]. *Journal of Computational Physics*, 1984, 54: 115–173.
- [11] Taum K E, Slater J W. The validation archive of the NPARC alliance [R]. AIAA paper 99-0747, 1999.
- [12] Kiock R, Lehthaus F, Baines N C, *et al.* The transonic flow through a plane turbine cascade as measured in four European wind tunnels[J]. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 1986, 108: 277–284.
- [13] Reid L, Moore R D. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 1.82[R]. NASA/TP-1338, 1978.
- [14] Straziser A J, Wood J R, Hathaway M D, *et al.* Laser anemometer measurements in a transonic axial-flow fan rotor [R]. NASA/TP-2879, 1989.

(责任编辑 朱宇)

·学术动态·

“第十一届固体化学和无机合成化学会议”征稿



中国化学学会将于 2010 年 11 月 14—19 日在上海召开。

征文内容包括:

- 1) Electrical, optical and magnetic solids。
- 2) Porous solids and catalysts。
- 3) Hybrid inorganic-organic solids and bio-materials。
- 4) Nano-materials and inorganic films。
- 5) Energy materials: Batteries and photovoltaics。
- 6) Organometallics。
- 7) Inorganic synthesis under extreme conditions。
- 8) New methods of synthesis。
- 9) Defects in solids。
- 10) Modeling and simulation。
- 11) Crystal engineerin。

征文截止日期: 2010 年 8 月 31 日。

联系电话: 021-54743266 (Jiesheng Chen); 传真: 021-54743266; 电子信箱: chemcj@sjtu.edu.cn。

会议网站: <http://www.ccs.ac.cn/news/?hid=204>。