

# 混沌神经元的非线性延迟反馈自适应控制

颜渝力, 于洪洁

上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院工程力学系, 上海 200240

**摘要** 利用非线性时间延迟自反馈控制方法, 研究单个 Hindmarsh-Rose(H-R) 神经元模型从混沌动力学模式转变为周期模式的自适应控制问题。在单个 H-R 神经元模型运动微分方程中的第一个微分方程的右端加上一个三次方的非线性延迟自反馈项, 并分别将增益因子和时间延迟作为控制参数, 给出混沌神经元动力学模式被控制的分岔图。数值模拟分析发现, 在增益因子和时间延迟两个参数组合的一些范围内, 混沌放电模式的 H-R 神经元可被自动控制到某一周期模式。被控制的周期模式大都集中在 1, 2, 3, 4, 6 峰周期或多倍周期模式。延迟时间的选取无特别要求, 并不像其他混沌系统所要求的必须和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同, 延迟控制可自适应地引导混沌放电模式到相应的放电峰峰间隔意义上的周期模式, 实现信息识别的目的。

**关键词** 神经元; 非线性函数; 延迟自反馈; 混沌控制; 周期模式

**中图分类号** O322

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-7857(2010)13-0029-06

## Adaptive Control of Chaotic Neuron by Nonlinear Time Delay Feedback

YAN Yuli, YU Hongjie

*Department of Engineering Mechanics, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*

**Abstract** In this paper, a nonlinear method is used for the chaotic control of a single H-R neuronal model. The nonlinear time delay feedback function is added to the right hand side of the first differential equation of equations of a single Hindmarsh-Rose (H-R) neuron model. Gain factor and time-delay are taken as control parameters. Through the numerical calculations and analyses, a certain range of the combination of gain factor and time-delay is found, in which, the chaotic burst pattern of inter-spike interval sequences of H-R neuron can be controlled onto a spikes-period pattern or a multi-period of these patterns automatically. The main periodic patterns of H-R neuron are patterns of the spike-period, double spikes-period, 3 spikes-period, 4 spikes-period and 6 spikes-period and their multi-period pattern. The bifurcation diagrams of the chaotic neuron under control are provided. Choice of delay does not depend and rely on the period of unstable periodic orbits embedded within the chaotic attractor. The chaotic burst orbit will be controlled onto the certain type of periodic patterns of inter-spike interval automatically, to achieve the purposes of information identification.

**Keywords** neuron; nonlinear function; self time delay feedback; chaotic control; periodic pattern

### 0 引言

以脑科学为核心的神经科学已成为 21 世纪国家科学技术研究的主要前沿领域之一。在人工神经网络与脑科学的研究中, 人们发现了混沌现象, 并试图通过研究混沌在人脑中的作用, 揭示人工神经网络与脑信息处理的机制。

神经系统由数目众多的神经元组成, 各单元之间通过电突触和化学突触紧密联系, 形成一个具有高维数、多层次、多时间尺度、多功能的复杂信息网络结构。神经动作电位是神

经发送信息的主要方式之一, 而神经放电峰峰间隔(Interspike Interval, ISI)反映了神经元发放动作电位在时间上的排列, 其形式多样, 蕴含着丰富的信息。Hindmarsh-Rose(H-R)神经元模型由电压钳数据构造, 是在软体动物神经中所见到的自兴奋神经系统的簇放电模式活动的一个简单的描述。H-R 神经元模型具有包括周期、混沌的丰富的放电模式, 其动力多尺度, 变量能被分成快变量和慢变量。

1990 年 Ott, Grebogi 和 Yorke(OGY)给出了将一个混沌

收稿日期: 2010-01-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(10572086)

作者简介: 颜渝力, 硕士研究生, 研究方向为神经动力学, 电子信箱: yuli.yan@hotmail.com; 于洪洁(通信作者), 副教授, 研究方向为混沌同步与控制、神经动力学, 电子信箱: yuhongjie@sjtu.edu.cn

运动控制到嵌入在混沌吸引子内一个不稳周期运动轨道上的方法<sup>[1]</sup>。该方法的变体以及延迟自反馈法<sup>[2]</sup>、自适应法<sup>[3]</sup>、系统变量的线性和非线性变换法<sup>[4]</sup>等均可用于混沌控制。其中,Pyragas<sup>[2]</sup>提出的延迟自反馈控制(Delay Feedback Control,DFC)方法简便、灵活,控制代价小且易于实现和操作,克服了外部振子反馈控制中特殊振子设计困难的缺点,可在任意时刻切入扰动。Dhamala等<sup>[5]</sup>利用延迟反馈控制法研究H-R神经网络的混沌同步现象,发现低增益因子和较大的时间延迟可提高H-R神经网络单元间混沌同步的现象,并给出了某一种网络能加强混沌同步的增益因子和时间延迟的范围。

近几年,许多学者利用H-R神经模型进行广泛的神经非线性动力学探索研究,如神经系统放电的动力学行为、相同步、混沌控制、通过时间延迟使神经同步活动增强等。王青云等<sup>[6]</sup>研究了对称结构的耦合神经网络的同步行为。文献[7]研究了延迟反馈-完全连接H-R神经网络的同步情况。文献[8]应用稳定性准则的混沌控制方法对单个H-R神经元模型的混沌簇放电(chaos bursting fire,或称混沌爆发放电)行为进行控制,通过对膜电压的非线性连续时间反馈干扰的输入,将混沌爆发运动控制到嵌入在混沌吸引子内5峰/爆发(5 spikes/burst)周期轨道上。文献[9]利用线性时间延迟反馈方法,研究单个H-R神经元模型混沌动力学模式的控制问题。

以往的时间延迟反馈控制混沌研究中,多是以Pyragas提出的状态变量和延迟后该变量差(线性函数)为控制项,且要求时间延迟和嵌入在混沌吸引子内某不稳周期轨道的周期相同。该方法控制目标轨道的周期已知,大多只能控制几个低周期轨道,若时间延迟和周期不同或时间延迟采用高周期轨道的周期则无法实现对该不稳周期轨道的控制。

神经网络神经元之间耦合函数和自反馈形式复杂,目前的神经元同步化研究,更多是考虑电位通过线性函数耦合的情况。Dhamala等<sup>[5]</sup>对神经元间按某一种连接形式构成的H-R神经网络进行研究,耦合函数也是关于膜电位与延迟膜电位的线性函数之差的函数。以膜电位时间延迟的非线性函数为自反馈项进行神经元的自控制研究的文献很少。

受到文献[8]和文献[9]的启发,本文以H-R神经元膜电位状态变量与其时间延迟变量的非线性函数之差为自反馈

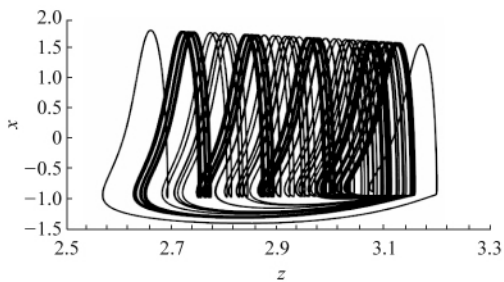
控制项,对单个H-R神经元的混沌簇放电动力学行为变化进行数值模拟,发现非线性延迟自反馈控制能使单个H-R神经元的混沌簇放电模式转换为放电峰峰时间间隔(ISI)意义上的周期模式,而在放电峰值(振幅)上并不是周期的。该方法对延迟时间的选取无特别要求,每一个时间延迟,在某个增益下,神经元的放电行为都对应着某个动力学模式,或者仍旧是混沌模式,或者被自动控制到放电峰峰间隔意义上(代表某一信息)的周期模式上。时间延迟无需和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同,控制的结果是神经元通过延迟反馈自适应实现的,事先并不知道神经元会被控制在哪一周期的模式上,与以往的混沌系统内不稳周期轨道的控制过程和结果有很大区别,这也许是神经元独有的信息识别特性。数值模拟发现,在时间延迟和增益因子两个参数组合的一些较宽的范围内,混沌爆发放电模式下的单个H-R神经元是可以被自动地控制到单峰,2峰,3峰,4峰,6峰等周期模式,或这些峰的倍周期及多倍周期模式;最后总结讨论了时间延迟和增益因子对单个神经元混沌控制的影响范围,并给出了其动力学特性在非线性的延迟自反馈项的作用下被控制成的周期模式随着增益因子 $\varepsilon$ 和时间延迟 $\tau$ 变化的二维范围图。

### 1 Hindmarsh-Rose 神经元模型

H-R神经元具有几种可兴奋细胞生物物理模型的特性且具有简单的方程形式,单个H-R神经元模型的运动微分方程如下:

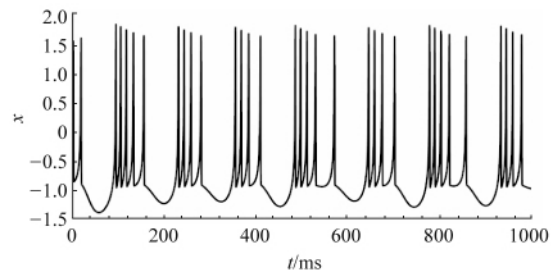
$$\begin{cases} \dot{x} = y - ax^3 + bx^2 + I_{ext} - z \\ \dot{y} = c - dx^2 - y \\ \dot{z} = r(S(x - \bar{x}) - z) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x$ 为膜电压; $y$ 为一个恢复变量,快电流; $z$ 为一个慢变适应电流; $a, b, c, d, r, S$ 和 $\bar{x}$ 为常数; $I_{ext}$ 为突触输入刺激。系统在 $2.94 < I_{ext} < 3.4$ 间存在一个多尺度爆发-峰混沌行为。当 $a = 1.0, b = 3.0, c = 1.0, d = 5.0, r = 0.006, S = 4.0, \bar{x} = -1.56, I_{ext} = 3.0$ 时,单个神经元模型的动力特性是混沌簇放电行为,其在 $xz$ 平面上的轨迹见图1(a),膜电位 $x$ 的时间历程见图1(b)。



(a)  $xz$ 平面上的混沌轨迹

(a) Chaotic attractor of the single H-R neuron in  $xz$  projection



(b) 膜电位  $x$  的时间历程

(b) Chaotic attractor of the H-R neuron and chaotic time series of membrane potential  $x$

图1 单个H-R神经元混沌轨迹及膜电位 $x$ 混沌的时间历程

Fig. 1 Chaotic attractor of the H-R neuron and chaotic time series of membrane potential  $x$



## 2 单个神经元的非线性自延迟反馈控制

本节对于单个 H-R 神经元模型的非线性延迟自反馈进行详细的分析与数值模拟,给出将混沌状态下单个 H-R 神经元控制成周期状态的时间延迟和增益因子的范围。

对方程(1)表示的单个 H-R 神经元系统施加膜电位输出信号的非线性延迟反馈:

$$\begin{cases} \dot{x} = \gamma - ax^3 + bx^2 + I_{ext} - z + \varepsilon[x^3 - x(t-\tau)^3] \\ \dot{y} = c - dx^2 - y \\ \dot{z} = r(s(x-\bar{x}) - z) \end{cases} \quad (2)$$

该神经元膜电位项收到来自自身的时间延迟  $\tau$  之后的信号。取初值  $x(0)=0.3, y(0)=0.3, z(0)=3.0$ 。

首先考虑增益因子为定值时,时间延迟对 H-R 神经元动力学行为的影响。取  $\varepsilon=0.05, \tau \in [0.5, 20.1], \varepsilon=0.1, \tau \in [0.6, 45.4], \varepsilon=0.5, \tau \in [0.1, 19.6]$ ,通过计算峰峰时间间隔,数值模拟分析在非线性延迟反馈作用下,随着时间延迟  $\tau$  的变化,H-R 神经元能否被控制成周期状态。

当  $\varepsilon$  为 0.05, 0.1 时,神经元的膜电位峰峰间隔随时间延迟变化的分岔图如图 2 所示。由图 2(a)可知,当  $\varepsilon=0.05, \tau \in [0.6, 12.9]$ 时,神经元的混沌动力学行为被控制成 2 峰周期模式,即周期为 2 个连续放电的峰峰间隔之和。图 3(a)为  $\varepsilon=0.05, \tau=5.2$  时神经元的膜电位峰峰间隔图,由图可知,神经元的混沌动力学行为被控制成了 2 峰周期模式,2 个连续峰峰时间间隔为 (34.67, 38.11),其周期为两连续峰峰时间间隔之和,即  $T_1=72.78$ 。图 3(b)为  $\varepsilon=0.05, \tau=15.7$  时神经元的膜电位峰峰间隔图,由图可知,膜电位以簇放电模式神经放电循环,其放电周期以 2 峰为 1 簇,4 簇为 1 个周期的 2 峰-4 周期模式,周期为 8 个连续的峰峰间隔 (22.06, 42.31, 29.22, 48.8, 22.51, 43.50, 27.70, 49.23)之和,即为  $T_2=285.33$ 。图 3(c)为  $\varepsilon=0.05, \tau=19.8$  时神经元的膜电位的时间历程。从图中可看出,神经元的混沌动力学行为已经被控制成 6 峰倍周期模式。

由图 2(b)为  $\varepsilon=0.1$  时神经元的膜电位峰峰间隔随时间延迟变化的分岔图可以看出,当  $\tau \in [0.6, 14.9]$ 与  $\tau \in [36.7, 42]$ 时

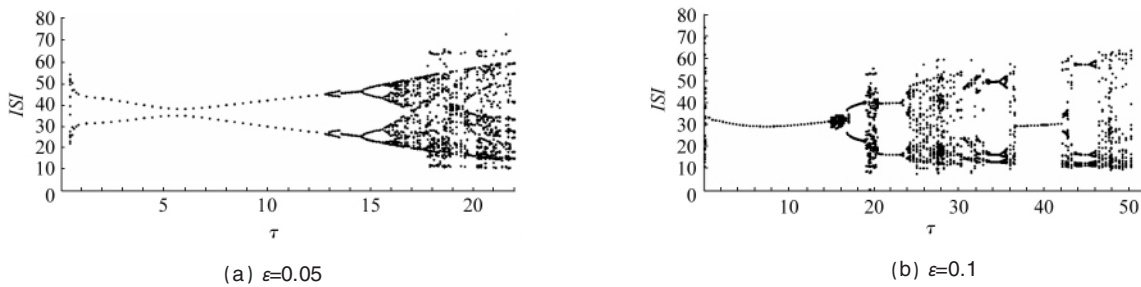


图 2 神经元的膜电位的峰峰间隔随时间延迟变化的分岔图

Fig. 2 Membrane potential Inter-spike interval sequences of H-R neuron

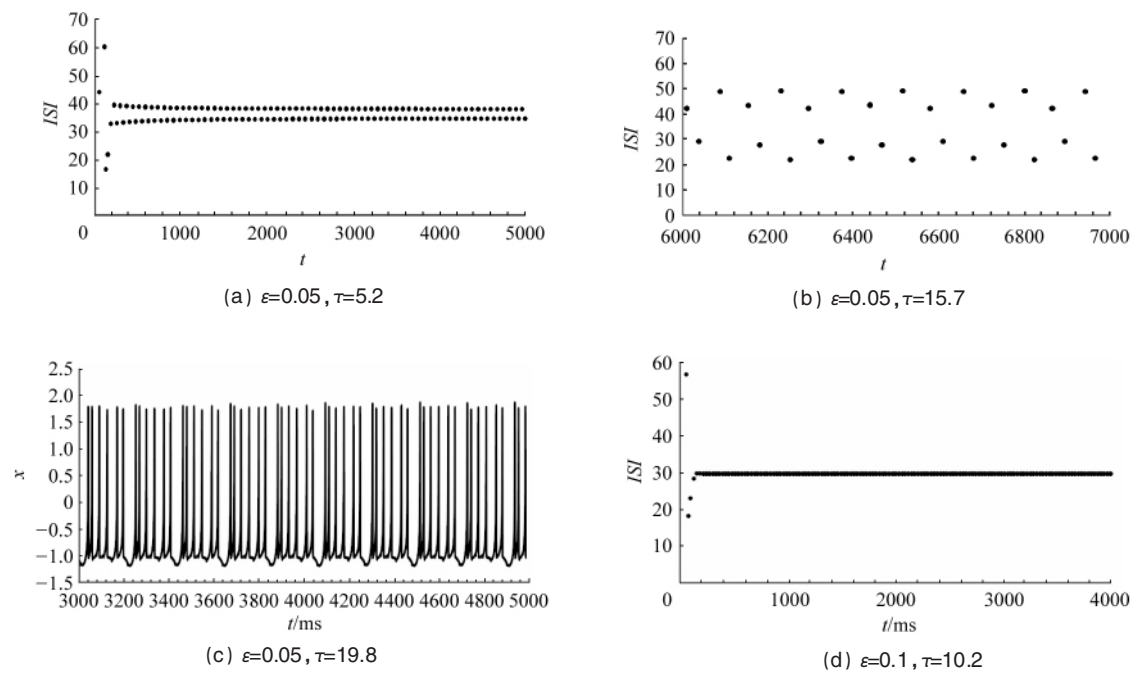


图 3 膜电位的峰峰间隔图和时间历程图

Fig. 3 Inter-spike interval sequences of membrane potential and time series of membrane potential



神经元的动力学行为被明显地控制成 1 峰周期模式,并随着  $\tau$  的增加,H-R 神经元被控制成从 1 峰周期模式向 2 峰多周期模式、3 峰多周期、4 峰多周期逐渐变化。当  $\tau \in [17.1, 19]$  和  $[20.5, 23.8]$  时,神经元的动力学行为被控制成 2 峰周期或倍周期及多倍周期模式,图 3(d)为  $\varepsilon=0.1, \tau=10.2$  时神经元的膜电位峰峰间隔图,可以看出,在  $\tau=10.2$  时神经元被成功地控制成 1 峰周期模式。

根据数值模拟结果,将  $\varepsilon=0.05, 0.1, 0.5$  时时间延迟对单

个 H-R 神经元动力学特性的影响情况如表 1 所示。

再考虑时间延迟取定值时,增益因子对 H-R 神经元动力学行为的影响。取  $\tau=5.6, 7.6, 10.6, \varepsilon \in [0, 0.1]$ ,通过计算峰峰时间间隔,数值模拟分析在非线性延迟反馈作用下,随着增益因子的变化,H-R 神经元能否被控制成周期状态。

图 4 为  $\tau=5.6, 7.6$  时,神经元的膜电位峰峰间隔随增益因子变化分岔,由图可知,随着增益因子的增加,神经元的动力学行为是一个以逆倍周期分岔形式被控制到周期模式的。

表 1  $\varepsilon=0.05, 0.1, 0.5$  时  $\tau$  的变化与周期模式对应表

Table 1 Period pattern with  $\varepsilon=0.05, 0.1, 0.5$

$\varepsilon=0.05$	$\tau \in [0.6, 12.9]$ 2 峰-周期	$\tau \in [13.1, 13.6]$ 2 峰-倍周期	$\tau \in [13.7, 14.5]$ 2 峰-周期	$\tau \in [14.6, 15.6]$ 2 峰-倍周期	$\tau \in [19.8, 20.1]$ 6 峰-多周期
$\varepsilon=0.1$	$\tau \in [0.6, 14.9]$ 1 峰-周期	$\tau \in [17.1, 19] \cup [20.5, 23.8]$ 2 峰-周期或多周期	$\tau \in [30.6, 31.1] \cup [32, 32.6] \cup [33.3, 35.4]$ 3 峰-周期或多周期	$\tau \in [36.7, 42]$ 1 峰-周期	$\tau \in [42.1, 42.6] \cup [43.6, 45.4]$ 4 峰-周期或多周期
$\varepsilon=0.5$	$\tau \in [0.1, 2.3]$ 1 峰-周期	$\tau \in [3, 3.4]$ 2 峰-周期	$\tau \in [3.5, 3.8]$ 3 峰-周期	$\tau \in [4, 5.8]$ 1 峰-周期	$\tau \in [5.9, 19.6]$ 混沌

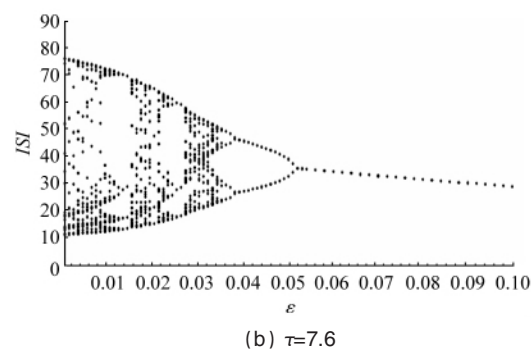
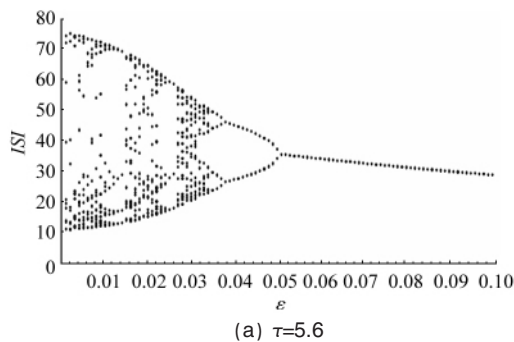


图 4 神经元的膜电位的峰峰间隔随增益因子变化分岔图

Fig. 4 Membrane potential Inter-spike interval sequences of H-R neuron

由图 4(a)可知,当  $\tau=5.6, \varepsilon \in [0.011, 0.012]$  时,神经元动力学行为被控制成 4 峰倍周期模式,并随着增益因子的增加,即  $\varepsilon \in [0.013, 0.014]$  时,神经元动力学特性被控制成 4 峰周期模式。同样地,当  $\varepsilon=0.023$  时,神经元动力学特性被控制成 3 峰 5 周期,增益因子增强后,逐渐由 3 峰 5 周期向  $\varepsilon=0.024$  时的 3 峰倍周期、3 峰周期模式转换,并在  $\varepsilon \in [0.025, 0.026]$  时达到 3 峰周期模式。当  $\varepsilon \in [0.034, 0.05]$  时,神经元动力学特性被控制 2 峰 8 周期或 2 峰周期的周期模式,最后当  $\varepsilon \in [0.051, 0.1]$  时,神经元动力学特性最终被控制成单峰周期模式。

图 5 为  $\tau=5.6, \varepsilon=0.013, 0.025, 0.04, 0.06$  时神经元的膜电位时间历程,分别对应 4 峰、3 峰、2 峰和 1 峰周期模式。

当  $\tau=5.6, 7.6, 10.6$  时,将单个 H-R 神经元动力学特性控制成周期模式的增益因子取值范围列于表 2。

为了更加明显地呈现单个 H-R 神经元在非线性自延迟反馈作用下,其动力学特性随时间延迟量与增益因子变化的情况,分别将增益因子和时间延迟量作为横轴和纵轴,以不同形状和颜色的点来代表神经元在对应  $\tau$  与  $\varepsilon$  下被控制成周期模式的情况,如图 6 所示。

图 6 中,红色  $\diamond$  表示 1 峰周期模式;黄色  $\circ$  表示 2 峰周期和倍周期模式;蓝色  $\circ$  表示 3 峰周期和倍周期模式;绿色  $\square$  表示 4 峰周期和倍周期模式;紫色  $\triangle$  表示 5 峰和 5 峰以上周期及倍周期模式;黑色 \* 表示混沌模式;浅色的符号表示该周期模式为倍周期或多倍周期模式。

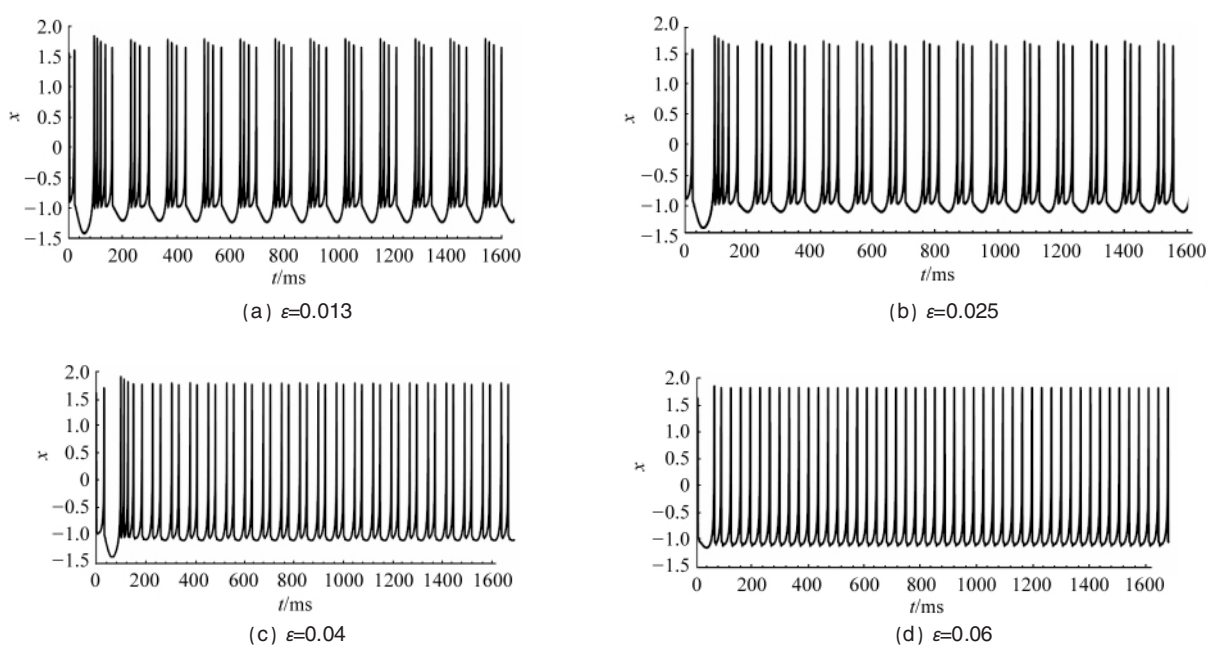


图 5  $\tau=5.6$  时神经元的膜电位的时间历程图  
 Fig. 5 Time series of membrane potential  $x$

表 2  $\tau=5.6, 7.6, 10.6$  时  $\epsilon$  的变化与周期模式对应表  
 Table 2 Period pattern with  $\tau=5.6, 7.6, 10.6$

$\tau=5.6$	$\epsilon \in [0.011, 0.012]$ 4 峰周期	$\epsilon \in [0.023, 0.026]$ 3 峰周期	$\epsilon \in [0.034, 0.05]$ 2 峰周期	$\epsilon \in [0.051, 0.1]$ 1 峰周期
$\tau=7.6$	$\epsilon \in [0.011, 0.014] \cup [0.035, 0.038]$ 4 峰周期	$\epsilon \in [0.024, 0.026]$ 3 峰周期	$\epsilon \in [0.039, 0.051]$ 2 峰周期	$\epsilon \in [0.052, 0.1]$ 1 峰周期
$\tau=10.6$	$\epsilon \in [0.011, 0.015] \cup [0.038, 0.041]$ 4 峰周期	$\epsilon \in [0.025, 0.029]$ 3 峰周期	$\epsilon \in [0.042, 0.057]$ 2 峰周期	$\epsilon \in [0.058, 0.1]$ 1 峰周期

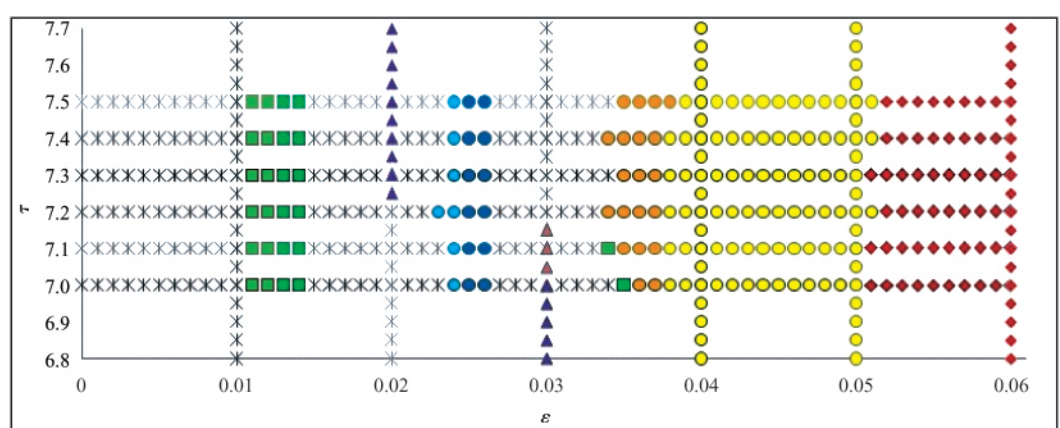


图 6 在延迟和增益因子参数组合某一区间内, H-R 神经元的周期放电模式图  
 Fig. 6 Periodic pattern of H-R neuron in the combination of gain factor and time-delay

### 3 结论

本文利用 H-R 神经的膜电位状态变量的非线性函数与其延迟后的状态变量的非线性函数之差作为自反馈控制项,对单个 H-R 神经元模型混沌动力学特性进行控制。数值模拟发现,非线性时间延迟可使混沌 H-R 神经元动力学模式转变为时间间隔意义上的周期模式;探讨了增益因子和时间延迟对混沌放电模式控制的影响程度和效果,并给出了神经元膜电位变量随增益因子和时间延迟变化的分岔图。在增益因子和时间延迟两个参数组合的一些范围内,原本是混沌动力学模式的 H-R 神经元放电模式被控制成 1 峰、2 峰、3 峰、4 峰、6 峰的周期或多倍周期模式。对于某一相同的时间延迟,随着增益因子的增大,混沌动力学模式以逆倍周期分岔形式被控制到 4 峰周期模式,并逐渐转为 3 峰、2 峰、1 峰周期模式。其中控制到 2 峰和 1 峰周期模式的增益因子区间范围较大,尤其是 1 峰周期模式。研究还发现,相对于线性时间延迟反馈函数,单个 H-R 神经元在非线性时间延迟函数作为控制项的情况下,其混沌动力学特性能被控制成周期模式的时间延迟和增益因子参数的范围有所增大,相应的增益因子也比线性时间延迟情况小,混沌控制变得相对容易,且控制成功的区间也有所扩大。本文延迟时间的选取不必像其他混沌系统所要求的那样,和嵌入在混沌吸引子内的某不稳周期轨道的周期相同。给定一个时间延迟值,控制过程可自适应地将混沌放电行为控制到放电峰峰间隔的某一周期模式上。这些周期模式代表不同的信息,且每个周期模式都对应着时间延迟的一个较宽范围,神经元可针对不同时间延迟传递过来的信号,自动引导到对应的周期轨道上,从而灵活快捷地实现混沌控制过程,达到信息传递与识别的目的,这也许是神经元

模型与其他混沌动力学系统的重要区别。

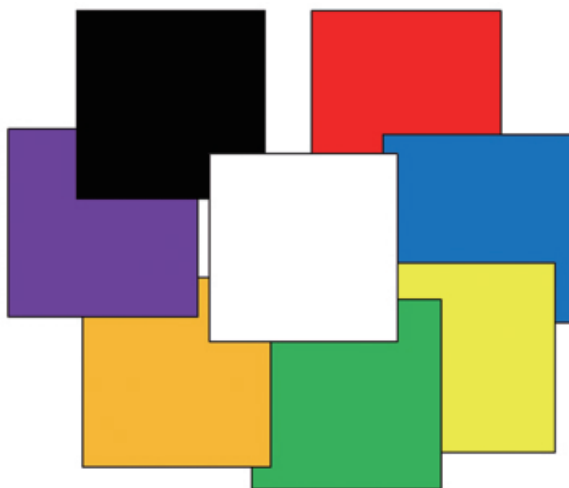
### 参考文献 (References)

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos [J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [2] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback[J]. *Phys Lett A*, 1992, 170(6): 421-428.
- [3] 贺明锋, 穆云明, 赵立忠. 基于参数自适应控制的混沌同步[J]. *物理学报*, 2000, 49(8): 1423-1427.  
He Mingfeng, Mu Yunming, Zhao Lizhong. *Acta Physica Sinica*, 2000, 49(8): 1423-1427.
- [4] 罗晓曙, 刘慕仁, 方锦清, 等. 一种基于系统变量的线性和非线性变换实现混沌控制的方法[J]. *物理学报*, 2000, 49(5): 849-853.  
Luo Xiaoshu, Liu Muren, Fang Jinqing, et al. *Acta Physica Sinica*, 2000, 49(5): 849-853.
- [5] Dhamala M, Jirsa V K, Ding M. Enhancement of neural synchrony by time delay[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92(7): 74-104.
- [6] Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R, et al. Chaos synchronization of coupled hindmarsh-rose neurons with gap junctions [J]. *Physics Letters A*, 2006, 356(1): 17-25.
- [7] 林晨, 于洪洁. 延迟-完全连接 H-R 神经网络的同步 [J]. *上海交通大学学报*, 2008, 42(6): 1017-1021.  
Lin Chen, Yu Hongjie. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2008, 42(6): 1017-1021.
- [8] 于洪洁, 彭建华. Hindmarsh-Rose 神经元模型的混沌控制 [J]. *生物物理学报*, 2005, 21(4): 295-300.  
Yu Hongjie, Peng Jianhua. *Acta Biophysica Sinica*, 2005, 21(4): 295-300.
- [9] 于洪洁, 董伟君. 延迟自反馈控制 Hindmarsh-Rose 神经元的混沌运动 [J]. *物理学报*, 2009, 58(5): 2977-2982.  
Yu Hongjie, Tong Weijun. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(5): 2977-2982.

(责任编辑 代丽)

#### 本期眼力挑战答案

红、蓝、黄、绿、橙、紫、黑、白。



#### 本期九宫填数答案

九宫 难度系数 ◆◆◆◆◇

9	7	3	2	4	6	5	1	8
8	5	4	7	3	1	9	6	2
1	2	6	9	5	8	7	4	3
2	1	7	3	8	9	4	5	6
3	6	5	4	1	7	8	2	9
4	8	6	6	2	5	3	7	1
5	4	8	1	6	3	2	9	7
6	9	2	8	7	4	1	3	5
7	3	1	5	9	2	6	8	4
						7	1	3
						5	4	8
						9	6	2
						3	2	1
						8	5	6
						4	7	9