

# 基于应变分布响应的模态分析理论与应用

吴智深<sup>1,2</sup>, 李素贞<sup>3</sup>, ADEWUYI A. P.<sup>2</sup>

1. 东南大学城市工程科学研究院, 南京 210096
2. 茨城大学都市系统工程系, 日本日立 316-8511
3. 同济大学建筑工程系, 上海 200092

**摘要** 模态分析技术经过近 70 年的发展已形成较为完整的独特理论和方法, 这与模态测试手段的进步息息相关。由于传感技术的限制, 既有的模态分析方法主要是基于加速度或速度测量开展的, 重点关注位移、速度及加速度频响函数。过去 5 年间, 本课题组研究和开发了用于重大工程结构的分布式应变传感技术, 并以分布式动态应变测量为核心开展了包括模态分析理论、模态测试及工程应用在内的研究工作。本文简要介绍分布式动态应变传感技术的基本特点和系统构成, 重点阐述基于应变分布响应的模态分析理论、应变频响函数的测试技术及相应的模态参数识别方法。应变模态分析表明, 从时频域上看, 应变频响是更类似于位移频响而不同于速度或加速度频响的物理量, 因此对低频响应更为敏感; 基于位移频响函数和基于应变频响函数提取结构固有频率和阻尼比等价有效; 基于位移频响函数和基于应变频响函数提取的特征向量之间的相互关系与位移和应变测量之间的映射关系完全相同, 即基于应变频响获得的特征向量是直接的应变模态测量。探讨了应变模态在大柔度结构低频测试、动力模型重构、结构损伤识别 3 方面工程应用中的优势。

**关键词** 应变分布; 振动测试; 模态分析

**中图分类号** TP212.9

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-7857(2010)08-0094-10

## Modal Analysis Based on Distributed Strain Measurements: Theory and Application

WU Zhishen<sup>1,2</sup>, LI Suzhen<sup>3</sup>, ADEWUYI A. P.<sup>2</sup>

1. International Institute for Urban Systems Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China
2. Department of Urban and Civil Engineering, Ibaraki University, Hitachi 316-8511, Japan
3. Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

**Abstract** With the past five years' study by the authors, an advanced distributed strain sensing technique has been developed for the health monitoring of infrastructures. A series of research work including theoretical and experimental modal analyses were conducted based on the dynamic measurements of strain distribution. This paper systematically reviews the work. With a brief introduction of the basic features of the developed dynamic distributed strain sensing techniques in the first place, the strain-response-based modal analysis theory is further presented. Modal testing techniques are then discussed to obtain the macro-strain Frequency Response Function (FRF) and identify the modal parameters, including resonant frequencies, damping ratio, and Modal Macro-Strain Vector (MMSV). In time and frequency domains, the macro-strain FRF is close to a displacement FRF rather than a velocity or acceleration one, so the relation between macro-strain FRF and frequency can provide a more sensitive indicator at low modes, especially, when the resonant frequencies are small. The identified resonant frequency and damping ratio from dynamic strain measurements have the same precision as those from the conventional transducers such as accelerometers and strain gauges. The curves of MMSV versus mode shape share the same mapping relation with the time-series and frequency responses of the measured macro-strain versus displacement responses, which means that

收稿日期: 2010-01-11

作者简介: 吴智深, 教授, 研究方向为复合材料、工程力学、智能工程等, 电子信箱: zswu@mx.ibaraki.ac.jp

MMSV essentially is a direct modal strain measurement. Based on the above findings, the advantages of modal strain over modal displacement in the engineering applications of low-frequency measurements, dynamic model reconstruction and structural damage identification are discussed as well.

**Keywords** strain distribution; dynamic measurement; modal analysis

## 0 引言

从 20 世纪 40 年代至今,模态分析技术的研究取得了一定进展。模态分析最初用于航天器动态特性研究,主要是在机械阻抗的概念上提出。由于当时模态测试技术依赖于昂贵笨重的窄带模拟谱分析仪,严重限制了模态分析技术的发展,以致此后的 40 年基本处于沉寂状态。20 世纪 70 年代早期,快速傅里叶(FFT)谱分析仪的商业化、离散数据采集器及便携高效且相对低成本的电子计算机的出现,为模态测试手段提供了便利条件,模态分析的发展和应用从此产生飞跃,形成了今天这样一套较为完整的独特理论和方法。可以说,模态分析技术的进步与模态测试手段的发展息息相关<sup>[1-2]</sup>。

同样,由于模态测试手段主要受传感技术的限制,以往的模态分析多数都是基于加速度或速度测量开展的,重点关注位移、速度及加速度频响函数。模态分析的工程应用,如模态参数估计、结构模型修正、结构损伤识别及状态评价、振动现象的分析和评估等,基本上都是基于加速度计或速度计发展并推广的。尽管近 20 年来,沿承这一思路的模态分析理论得到了一定的发展,但在具体的实际应用中仍存在许多问题。例如,实测模态信息特别是转角信息总是不完备,这种不完备必然导致动力模型重构困难;加速度计或速度计得到的是结构某个点平移自由度的响应,这些响应与结构的局部损伤没有直接清晰的关系,但某位置的损伤会不同程度地影响该位置附近一定区域内布置的传感器的测量值,而不同位置

的多处损伤又会不同程度地反映到一个传感器的测量值中,这种耦合关系使得基于传感器测量的结构损伤识别面临挑战。虽然相应传感技术(如分布型无线加速度计、激光多普勒测速计)的发展日新月异,其测量的基本物理量依然是加速度和速度,以上现状及面临的问题无法从根本上得到改善。

过去 5 年间,本课题组研究和开发了用于重大工程结构的分布式应变传感技术<sup>[3-4]</sup>,并以分布式动态应变测量为核心,开展了包括理论、实测、应用在内的研究工作。本文简要介绍分布式动态应变传感技术,重点阐述基于分布式应变响应的模态分析理论及其工程应用。

## 1 分布式动态应变传感技术

一个典型的分布式动态应变传感系统如图 1 所示,单个应变传感器彼此串接,同时向二维平面或三维空间拓扑,形成应变传感网络,覆盖整个结构或结构的某些重要区段,通过连接到应变动态采集系统,实现分布式动态应变测量。基于这一传感方式获得的结构信息包括 3 个方面:① 可以直接测得局部应变;② 分布式应变,与“点式”传感器(如图 1 中加速度计或速度计)相比涵盖了更宽广的结构空间,可得到相对完整的结构信息;③ 通过动态应变测试测得应变的时程曲线,从而获知具有整体意义的结构模态信息。简言之,该传感技术实现了结构整体与局部、动态与静态信息的融合。

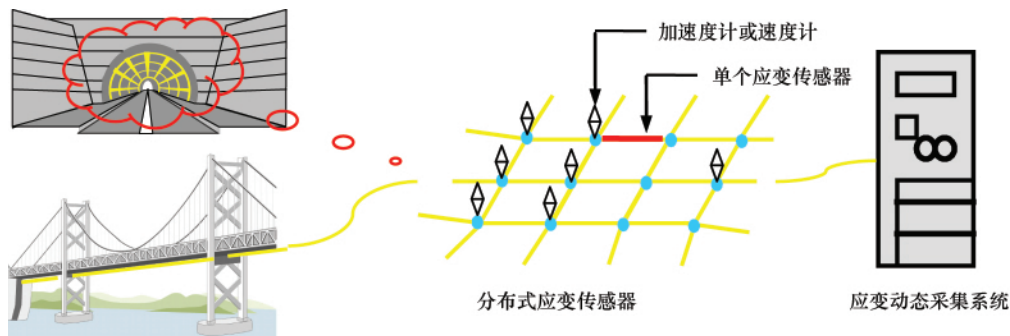


图 1 分布式应变传感系统示意  
Fig. 1 Distributed strain sensing system

一般说来,只要符合上述 3 个条件的系统都可称为分布式动态应变传感系统,例如假定传统的应变片在结构一定范围内分布布置技术上可行,该应变片与动态采集设备连接后形成的系统。当然,要实现电阻应变片的分布测量几乎是不可能的。基于布里渊散射的应变分布测试还不能实现动态测

量,目前较为成熟的是分布式长标距光纤光栅传感系统<sup>[5]</sup>,通过对短标距的光纤布拉格光栅(FBG)进行长标距封装,依次串接形成分布式布置,从而实现高精度的动态应变测试。随着传感技术的不断革新和进步,相信会有更多性能稳定的分布式动态应变传感系统涌现。

## 2 应变模态分析理论<sup>[5]</sup>

### 2.1 应变频响函数分析

实际上,任何应变传感器都有一定的测量标距,得到的应变也不是严格意义上的“点”应变,为便于说明,这里假定应变都是在一定长度范围的平均应变(又称长标距应变),注意长短标距总是一个相对概念。以图2所示的梁单元为例,每个节点包括2个自由度(1个平移和1个转角)。

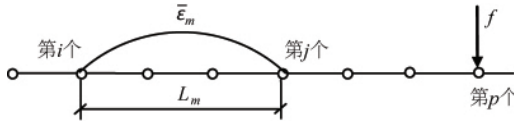


图2 梁单元  
Fig. 2 Beam element

假设一标距为 $L_m$ 的应变传感器安装在梁的底部,其连接的起点和终点的转角位移对应结构第 $i$ 和 $j$ 个自由度,则在 $t$ 时刻或 $\omega$ 频率测量的长标距应变为

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_m(t) &= \frac{h_m}{L_m} \cdot [v_i(t) - v_j(t)] = \eta_m \cdot [v_i(t) - v_j(t)] \\ \bar{\varepsilon}_m(\omega) &= \frac{h_m}{L_m} \cdot [v_i(\omega) - v_j(\omega)] = \eta_m \cdot [v_i(\omega) - v_j(\omega)]\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $h_m$ 为传感器到中性轴的距离, $\eta_m$ 为 $h_m$ 与 $L_m$ 的比值, $v$ 为各自由度上的位移。

该长标距应变和作用在第 $p$ 个自由度上的激励之间的频响函数(Frequency Response Function, FRF),可写成

$$\begin{aligned}H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) &= \frac{\bar{\varepsilon}_m(\omega)}{P_p(\omega)} = \eta_m \cdot \frac{[v_i(\omega) - v_j(\omega)]}{P_p(\omega)} = \\ &= \eta_m \cdot (H_{ip}^d(\omega) - H_{jp}^d(\omega))\end{aligned}\quad (2)$$

其中, $H_{ip}^d(\omega)$ 、 $H_{jp}^d(\omega)$ 为对应于第 $i$ 、 $j$ 个自由度的位移频响函数。从传统模态分析理论可知,一个 $ND$ 自由度线性时不变结构体系,对应第 $l$ 个自由度的位移FRF为

$$H_{lp}^d(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\varphi_{lr}\varphi_{pr}}{M_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega)} = \sum_{r=1}^N \frac{A_{lp}^d}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega} \quad (3)$$

其中, $\varphi_{lr}$ 为第 $r$ 阶模态、第 $l$ 个自由度的振型系数, $\omega_r$ 为第 $r$ 阶模态频率; $M_r$ 、 $\xi_r$ 为第 $r$ 阶模态质量和模态阻尼比;位移模态常数定义为

$$A_{lp}^d = \frac{\varphi_{lr}\varphi_{pr}}{M_r} \quad (4)$$

将式(3)代入式(2)可得

$$\begin{aligned}H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) &= \sum_{r=1}^{ND} \frac{\eta_m(\varphi_{ir} - \varphi_{jr})\varphi_{pr}}{M_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega)} = \sum_{r=1}^{ND} \frac{\eta_m(A_{ip}^d - A_{jp}^d)}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega} = \\ &= \sum_{r=1}^{ND} \frac{A_{mp}^{\bar{\varepsilon}}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega}\end{aligned}\quad (5)$$

长标距应变模态常数可写为

$$A_{mp}^{\bar{\varepsilon}} = \eta_m(A_{ip}^d - A_{jp}^d) = \frac{\eta_m(\varphi_{ir} - \varphi_{jr})\varphi_{pr}}{M_r} = \frac{\varphi_{pr}}{M_r} \delta_{mr} \quad (6)$$

定义第 $r$ 阶模态长标距应变(Modal Macro-Strain, MMS)为

$$\delta_{mr} = \eta_m(\varphi_{ir} - \varphi_{jr}) \quad (7)$$

比较式(3)和式(5),有

$$\frac{H_{lp}^d(\omega)}{H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)} = \frac{A_{lp}^d}{A_{mp}^{\bar{\varepsilon}}} = \frac{\varphi_{lr}}{\delta_{mr}} = \frac{\varphi_{lr}}{\eta_m(\varphi_{ir} - \varphi_{jr})} \quad (8)$$

可以看出,位移FRF和长标距应变FRF的比值与荷载和时频都无关,仅与自由度的空间位置有关。这一结论提供了3个重要信息:①从时频域看,长标距应变FRF是一个更类似位移FRF而不同于速度或加速度FRF的物理量,因此对低频响应更为敏感;②基于位移FRF和基于长标距应变FRF提取结构固有频率和阻尼比等价有效;③基于位移FRF和基于长标距应变FRF提取的特征向量有所不同,但比较式(1)和式(7)可知,其相互关系和位移与长标距应变测量间的映射关系完全相同。换言之,MMS是一个直接应变模态测量,这对不需要数学模型的结构损伤识别是非常有意义的。

### 2.2 应变频响函数的特性描述

与位移、速度及加速度FRF类似,应变FRF也是频率的函数。作为复数,它有实部和虚部,又有幅值和相位。考虑第 $r$ 阶模态,式(5)可写为

$$H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) = {}^R H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) + j \cdot {}^I H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) \quad (9)$$

其中,实部和虚部分别为

$${}^R H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) = A_{mp}^{\bar{\varepsilon}} \left[ \frac{\omega_r^2 - \omega^2}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_r\omega_r\omega)^2} \right] \quad (10a)$$

$${}^I H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) = A_{mp}^{\bar{\varepsilon}} \left[ \frac{-2\xi_r\omega_r\omega}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_r\omega_r\omega)^2} \right] \quad (10b)$$

频响函数的幅值和相位为

$$\begin{aligned}|H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)| &= \sqrt{[{}^R H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)]^2 + [{}^I H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)]^2} = \\ &= \frac{A_{mp}^{\bar{\varepsilon}}}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_r\omega_r\omega)^2}}\end{aligned}\quad (10c)$$

$$\varphi_H = \arctan \frac{{}^I H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)}{{}^R H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega)} = \arctan \left[ \frac{-2\xi_r\omega_r\omega}{\omega_r^2 - \omega^2} \right] \quad (10d)$$

与位移FRF比较可以看出,长标距应变FRF的实频谱、虚频谱和幅值谱具有不同的模态常数 $A^r$ ,而相位谱与位移FRF的相位谱完全相同。

## 3 分布式应变模态测试技术

鉴于模态分析理论基本相同,基于最常见的加速度测量发展起来的模态测试技术对分布式动态应变测量理论上全部适用,包括模态测试系统的设计、有条件时最佳激励的选择、频响函数的测试、模态参数识别的各种频域或时域方法、环境激励下的模态测试等<sup>[6]</sup>。

### 3.1 应变频响函数测试

以冲击锤冲击荷载为例,同一模态测试下的长标距应变FRF和加速度FRF幅值谱如图3所示。显然,长标距应变FRF在低频呈现了更加显著的峰值,但随着频率增大,峰值迅速减小。这一现象可从式(11)长标距应变FRF和加速度FRF的相互关系解释。

$$H_{mp}^{\bar{\varepsilon}}(\omega) = \eta_m \cdot (H_{ip}^d(\omega) - H_{jp}^d(\omega)) = -\frac{\eta_m}{\omega^2} \cdot (H_{ip}^a(\omega) - H_{jp}^a(\omega)) \quad (11)$$

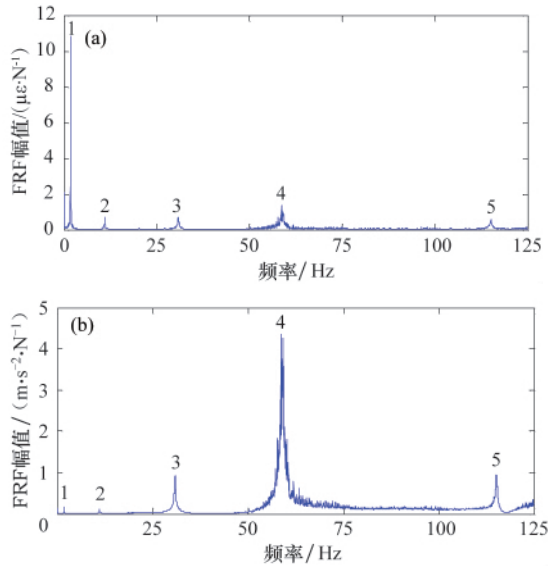


图3 实测长标距应变 FRF(a)与加速度 FRF(b)的比较

Fig. 3 Comparison of the measured FRF from macro-strains and accelerations

当  $\omega$  很小,特别是  $\omega \leq 1$  时,长标距应变频谱在共振频率处具有更敏感的峰值显示。这是一个重要特征,表明长标距应变测量在柔度大的结构监测中潜力很大,例如长大跨桥,其固

有频率通常数值小且密集,导致利用加速度测量在准确识别模态特征时面临较大困难,而动态位移测量因相应测试手段不够成熟或实际应用条件的限制仍然无法有效使用。

### 3.2 频率和阻尼识别

比较式(3)和式(5)可以发现,位移和长标距应变 2 个 FRF 表达式的分母相同,说明两者在识别结构固有频率和阻尼比时等价有效,也就是说,传统的基于位移或加速度测量识别结构频率和阻尼比的方法都适用于利用长标距应变测量情况。在同一模态测试下,利用长标距应变传感器、加速度计及应变片测量识别结构固有频率和阻尼比的比较结果见表 1。可以看到,基于不同传感器识别的参数结果基本一致,尤其是频率识别结果几乎完全相同,都具有较高的精度。

### 3.3 应变模态向量识别

至于特征向量,考虑长标距应变 FRF(式(5))的幅值

$$\left| H_{mp}^{\varepsilon}(\omega=\omega_r) \right| = \frac{\varphi_{pr}}{2M_r \xi_r \omega_r^2} \cdot \delta mr \quad (12)$$

对某阶模态而言,  $\frac{\varphi_{pr}}{2M_r \xi_r \omega_r^2}$  为常数,与外部激励无关。假设共安装了  $N$  个应变传感器,组合对应于所有传感器的应变频响函数的幅值,且只考虑它们之间的相互关系而忽略绝对数值的大小,可以构建特征向量

表 1 基于不同传感器识别的固有频率和阻尼比<sup>[6]</sup>

Table 1 Identified frequency and damping ratios by using different sensors

| 传感器  | 长标距 FBG 传感器 |        | 加速度计    |        | 应变片     |        |
|------|-------------|--------|---------|--------|---------|--------|
|      | 频率/Hz       | 阻尼比    | 频率/Hz   | 阻尼比    | 频率/Hz   | 阻尼比    |
| 工况 1 | 0.732       | 0.0307 | 0.732   | 0.0385 | 0.732   | 0.0260 |
| 工况 2 | 6.256       | 0.0090 | 6.256   | 0.0078 | 6.256   | 0.0079 |
| 工况 3 | 11.017      | 0.0047 | 11.017  | 0.0050 | 11.017  | 0.0048 |
| 工况 4 | 25.085      | 0.0031 | 25.085  | 0.0033 | 25.085  | 0.0036 |
| 工况 5 | 30.914      | 0.0044 | 30.914  | 0.0047 | 30.914  | 0.0049 |
| 工况 6 | 115.112     | 0.0016 | 115.112 | 0.0016 | 115.112 | 0.0017 |

$$\{\delta_{1r}, \delta_{2r}, \dots, \delta_{mr}, \dots, \delta_{Nr}\}^T \quad (13)$$

这里将其定义为长标距应变模态向量 (Modal Macro-Strain Vector, MMSV)。

### 3.4 模态结点

以一简支梁的模态测试为例。如图 4 所示,梁长 2m,4 个不同标距的应变传感器安装在梁的底部。根据无限自由度体

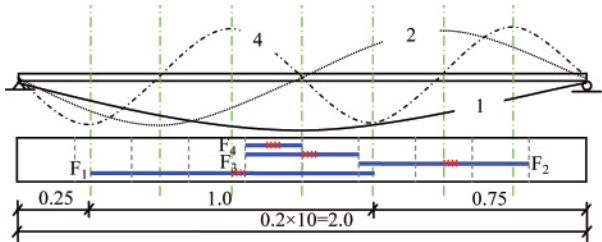


图 4 简支梁及其前四阶振型(单位:m)

Fig. 4 A simple beam and the first four mode shapes (unit: m)

系的动力分析可知,简支梁的位移振型表达式为

$$\varphi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L} \quad n=1, 2, \dots \quad (14)$$

图 5 为梁的前四阶振型,注意式(7)描述的模态长标距应变和位移振型的关系,可以定性判断不同的应变传感器在各阶模态的响应。例如,根据位移振型对称性可知,  $F_3$  在第二、四阶的模态长标距应变为零,即出现模态结点。各传感器的频谱如图 5 所示,由此可见,  $F_3$  的频率十分准确地反映了其定性特征,其他应变传感器也表现了类似特点。

## 4 分布式应变模态的应用

### 4.1 大柔度结构的低频测试

低频测试对于大柔度结构的动力特性研究及结构性能评价具有重要意义,如土建工程中的超高层建筑、烟囱等高耸结构、长跨大桥等。现有技术在低频测试中都有局限

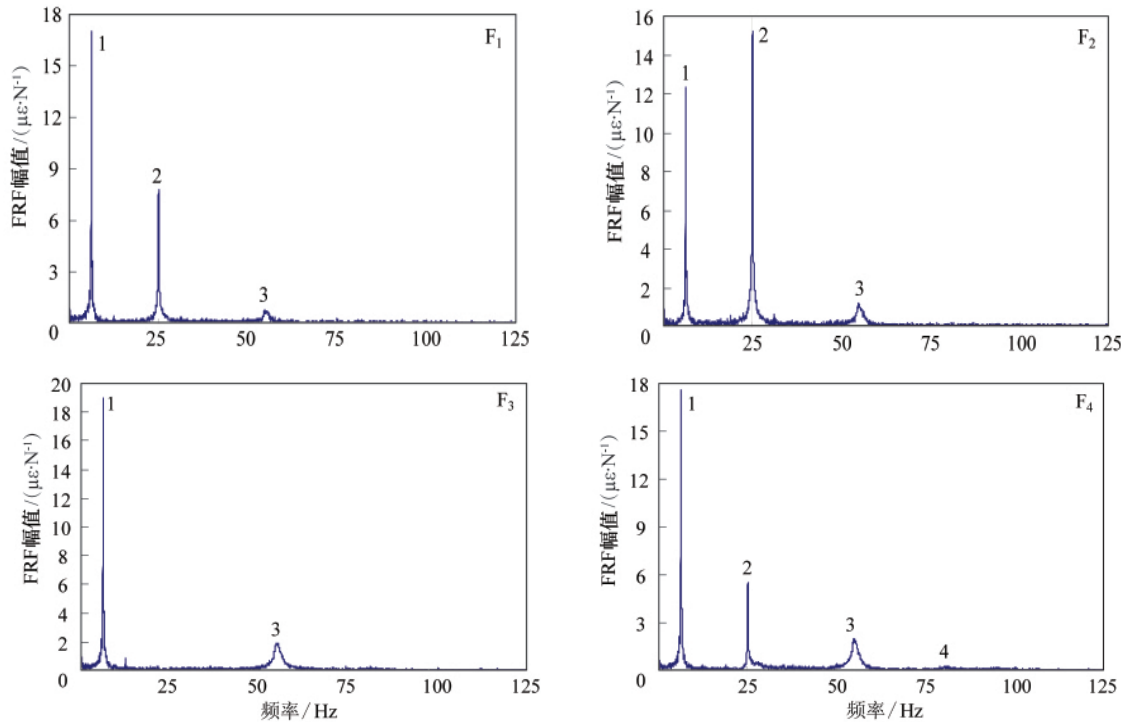


图 5 基于应变传感器  $F_1 \sim F_4$  得到的频谱

Fig. 5 Frequency spectrums based on  $F_1 \sim F_4$

性,一方面加速度和速度测量的低频测试精度及稳定性很难确保,另一方面动态位移测量由于相应的测试手段不够成熟或实际应用条件的限制无法有效使用。动态应变分布测量在时频域上是更接近位移而不同于速度或加速度的物理量,对低频响应更为敏感,且在测试技术上切实可行,因此在大柔度结构的动态测试中具有广泛的应用前景。

#### 4.2 结构动力模型的重构

从式(1)可以看到,长标距应变表达式中的第  $i$  和  $j$  个自由度是转角位移自由度,长标距应变测量是直接转角位移差测量,这部分地解决了基于实测进行动力模型重构时转角信息不可测故而模型信息不完备的问题。以下以一个 3 单元、4 节点、6 自由度(每个节点包括 1 个平移  $y$  和 1 个转角  $\theta$  自由度)的悬臂梁动力模型(图 6)重构为例,进行初步讨论。

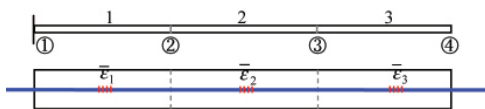


图 6 悬臂梁模型

Fig. 6 Cantilever beam model

图 6 的结构系统可用一个  $6 \times 6$  的位移 FRF 矩阵描述

$$\{V(\omega)\} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \\ y_2 \\ \theta_2 \\ y_3 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{H_{11}} & \hat{H}_{12} & \boxed{H_{13}} & \hat{H}_{14} & \boxed{H_{15}} & \hat{H}_{16} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} \\ \boxed{H_{31}} & \hat{H}_{32} & \boxed{H_{33}} & \hat{H}_{34} & \boxed{H_{35}} & \hat{H}_{36} \\ \hat{H}_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} & H_{45} & H_{46} \\ \boxed{H_{51}} & \hat{H}_{52} & \boxed{H_{53}} & \hat{H}_{54} & \boxed{H_{55}} & \hat{H}_{56} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} & H_{64} & H_{65} & H_{66} \end{bmatrix}^d = \begin{Bmatrix} P_{y1} \\ P_{\theta1} \\ P_{y2} \\ P_{\theta2} \\ P_{y3} \\ P_{\theta3} \end{Bmatrix} = [H^d(\omega)]\{P(\omega)\} \quad (15)$$

式中,矩形框重点标注的是平移自由度荷载下的平移自由度响应,即传统模态测试能够获得的信息。可以看到,由于弯矩激励和转角自由度不可测,对于一个完整动力模型  $[H^d(\omega)]$ ,传统测试仅提供 36 个分量中的 9 个,即 25% 的信息。

根据式(2),长标距 FRF 可由转角位移 FRF 表示为

$$\begin{Bmatrix} H_{y1}(\omega) \\ H_{y2}(\omega) \\ H_{y3}(\omega) \end{Bmatrix}^{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} -\eta_1 & 0 & 0 \\ \eta_2 & -\eta_2 & 0 \\ 0 & \eta_3 & -\eta_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{2p}(\omega) \\ H_{4p}(\omega) \\ H_{6p}(\omega) \end{Bmatrix}^d \text{ 或 } \{H^{\bar{\epsilon}}\} = [T]\{H_{\theta}^d\} \quad (16)$$

简单转换可得

$$\{H_{\theta}^d\} = [T]^{-1}\{H^{\bar{\epsilon}}\} \quad (17)$$

由于  $H_{ij} = H_{ji}$ ,共 18 个新的分量(如式(15)中圆形框标示)可以添加到位移 FRF 矩阵中。至此,一共可以获得 36 个分量

中的 27 个,即 75%的信息。尽管弯矩激励的测量依然是个问题,转角位移自由度的间接测试大大改善了因测试信息不完备动力模型重构困难的现状。值得注意的是,利用式(15)  $[H^d(\omega)]$  中的任何一行或一列理论上可以提取振型,换言之,将传统的加速度或速度测试与分布式动态应变测试相结合,可以获得包括平动和转角自由度在内的相对完整的振型,这对动力模型修正和参数识别有重要意义。

#### 4.3 结构损伤识别

作为结构健康诊断的核心技术之一,基于振动测试发展了各种损伤识别算法,其中无模型方法不需要结构的数学模型,避免了模型更新或系统识别必需的逆求解或优化求解过程,对于含大量待识别参数的复杂结构的健康诊断具有重要意义。无模型方法的基本原理主要是基于结构的模态参数构建损伤识别指纹。频率法<sup>[7]</sup>最早提出,但频率是一个反映结构整体特性的物理量,对局部损伤极不敏感<sup>[8-9]</sup>;振型可以反映结构的局部信息,但测量精度较低,直接利用其变化来进行小损伤情况下的诊断不可行<sup>[9]</sup>;柔度矩阵法不易反映结构多处或相邻位置出现局部损伤的信息<sup>[10-12]</sup>;模态振型曲率<sup>[13]</sup>在各种模态参数中被认为是对结构局部损伤最直接最敏感的物理量,但在传统的测试手段下必须由振型经二次微分获得,这个过程致使测量误差放大并严重干扰诊断结果<sup>[14-15]</sup>,尽管后来发展了许多新技术如多项式拟合<sup>[16]</sup>和小波方法<sup>[17-19]</sup>试图改进,这个问题始终无法从根本上解决。以上各种无模型损伤识别方法的局限性主要是受到传统测试方式的限制。采用加速度计或速度计得到的都是结构某个点平移自由度的响应,这些响应与结构的局部损伤没有直接清晰的关系,某位置的损伤会不同程度地影响该位置附近一定区域内布置的传感器的测量值,而不同位置的多处损伤又会不同程度地反映到一个传感器的测量值中来,这种耦合关系使基于这些传感器测量的结构损伤识别面临很大困难。相反,应变对局部损伤最敏感且定位更明确,分布测试可以覆盖较大的空间范围,有潜力改善传统方法的损伤识别效果。

##### 4.3.1 基于应变模态的无模型损伤识别

模态向量涵盖了传感器所处位置及周围的空间信息,比较适合损伤定位。注意与位移振型相似,MMSV 在构建的过程中,只考虑了向量各分量的相互关系,而忽略了各分量绝对数值的大小。因此,对结构的不同状态(如损伤前和损伤后)进行比较时,不同工况下获得的 MMSV 需要按照相同的准则标准化,换言之,定义的损伤指纹必须在 MMSV 乘以任一常数的情况下都保持原值不变。

1) 基于相对 MMSV 统计特征量的损伤指纹<sup>[20]</sup>。考虑到应变的分布特征,理想情况下 MMSV 各分量的相对关系不变,本研究提出一种对 MMSV 进行标准化的方法,据此定义损伤指纹,并建立损伤指纹和损伤程度之间的定量关系。考虑第  $r$  阶模态,取 MMSV 中的一个分量即第  $b$  个 MMS ( $\delta_{br}$ ) 为基准,其他分量与该分量的比值构成另一向量

$$\{\alpha_{1r}, \alpha_{2r}, \dots, \alpha_{kr}, \dots, \alpha_{Nr}\}^T = \left\{ \frac{\delta_{1r}}{\delta_{br}}, \frac{\delta_{2r}}{\delta_{br}}, \dots, \frac{\delta_{kr}}{\delta_{br}}, \dots, \frac{\delta_{Nr}}{\delta_{br}} \right\}^T \quad (18)$$

定义为目标特征向量,其中  $\alpha_{kr}$  为第  $k$  个传感器的目标特征。通过比较损伤前后结构的目标特征,可以定义损伤指纹向量为

$$\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k, \dots, \beta_N\}^T \quad (19)$$

$$\text{其中,} \quad \beta_k = \sum_{r=1}^{NM} \left| \frac{\alpha_{kr}^* - \alpha_{kr}}{\alpha_{kr}} \right| \quad (20a)$$

$$\text{或} \quad \beta_k = \sum_{r=1}^{NM} |\alpha_{kr}^* - \alpha_{kr}| \quad (20b)$$

$$\text{或} \quad \beta_k = \sum_{r=1}^{NM} |(\alpha_{kr}^*)^2 - (\alpha_{kr})^2| \quad (20c)$$

其中,\* 为损伤结构的参数。图 7 给出了  $\alpha_{kr}$  的提取方法及该方法实现损伤识别的流程图<sup>[21]</sup>,总体上分为 4 个步骤。

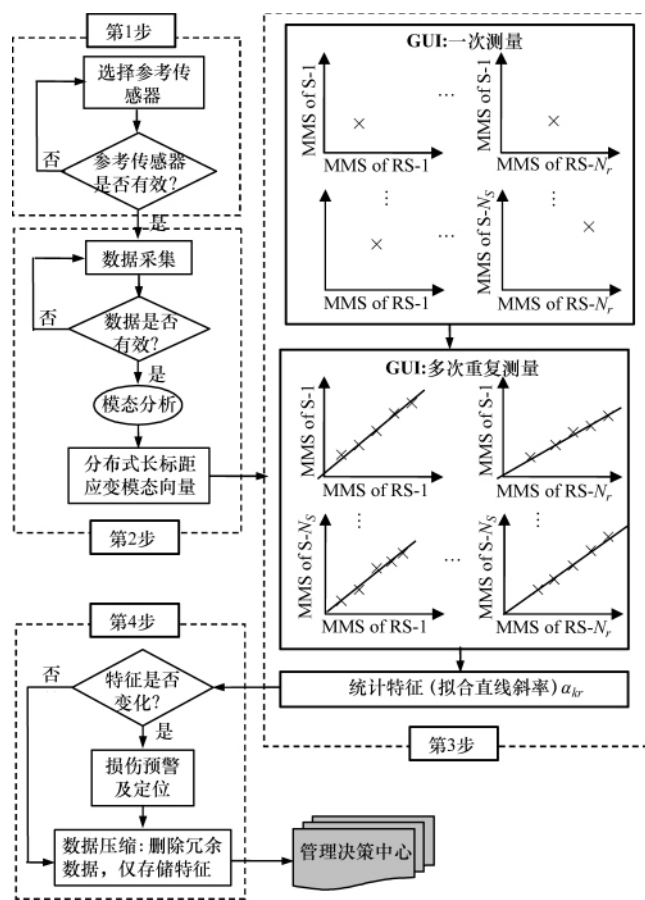


图 7 基于相对 MMSV 统计量的无模型损伤识别流程

Fig. 7 Model-free damage identification based on the statistical relative MMSV

大量数值模拟显示,抗弯构件的损伤指纹和损伤程度有图 8(a)所示的关系。值得注意的是,如果事先能对损伤的集中程度进行估计,例如图 8(b)中  $n=4$  表示传感器的标距 1 分为 4,预估计损伤集中在传感器标距 1/4 长度的范围内,则可以进行更加精确的损伤定量。

这一方法具有以下显著优点:① MMSV 是模态参数,是结构的固有属性,与外部荷载无关;② 直接利用采集数据构

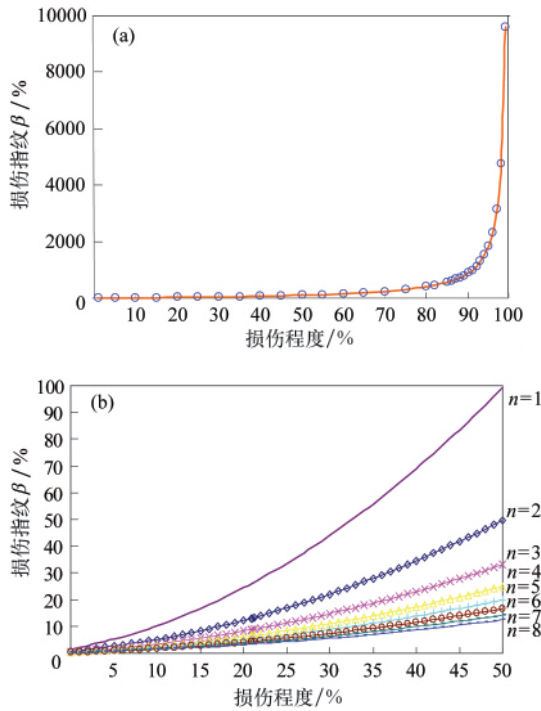


图 8 损伤指纹与损伤程度

Fig. 8 Damage index vs damage severity

建的目标特征进行损伤识别,不需要结构的数学模型,可以避免模型更新或系统识别带来的误差和繁琐过程;③ MMSV 与结构的局部损伤有直接清晰的一一对应关系。一处位置的损伤只影响对应于该位置的传感器的模式向量分量,而不对其他分量产生影响,因此可以实时在线地用图形直观地显示损伤的发生和位置;④ 与基于“点”测试获得的参数相比,由于“分布”和“长标距”,MMSV 包含了覆盖较大范围的结构信息,可有效捕捉到事先不可预知的结构损伤;⑤ 目标特征本质上是具有统计意义的标准化的 MMSV,可以消除偶然误差,减少测量噪音和环境扰动带来的不利影响;⑥ 通过记录并保存损伤前的目标特征,损伤过程的数据及损伤发生并稳定后的目标特征,可以删除冗余数据,有利于信息的高效率储存和管理。

2) 基于模态应变能的损伤指纹<sup>[22]</sup>。对各种既有的无模型损伤定位方法进行实验比较的结果<sup>[23]</sup>表明,基于模态应变能损伤指纹是比较有效的损伤定位指标。对于一个长度  $L$ 、自由度  $ND$  的梁,存在近似关系

$$\frac{EI_k}{EI_r} \approx \frac{\sum_{r=1}^{ND} \int_{x_i}^{x_i+L_i} \left( \frac{d^2 \chi_{kr}^*}{dx^2} \right)^2 dx}{\sum_{r=1}^{ND} \int_{x_i}^{x_i+L_i} \left( \frac{d^2 \chi_{kr}}{dx^2} \right)^2 dx} \quad (21)$$

其中,  $*$  为损伤结构的参数,  $EI$  为梁单元的抗弯刚度,  $x$  为沿梁长度方向的坐标,  $\chi_{kr}$  为第  $k$  个梁单元,第  $r$  阶模态的挠度振型,这里单元的挠度振型和上述结点的位移振型  $\varphi$  具有不同含义。式(18)的本质含义是建立梁单元模态应变能和抗弯刚度的关系,由于 MMSV 相当于直接的应变模态测量,考虑到

$$\frac{d^2 \chi_{kr}}{dx^2} = \frac{\delta_{kr}}{h_k} \quad (22)$$

这里定义损伤指纹向量为

$$\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k, \dots, \beta_N\}^T \quad (23)$$

包括  $N$  个分量,对应于应变传感器的总数,其中

$$\beta_k = \frac{\sum_{r=1}^{NM} \left[ (\delta_{kr}^*)^2 L_k \right]}{\sum_{r=1}^{NM} \left[ (\delta_{kr})^2 L_k \right]} - 1 \quad (24)$$

$NM$  为可测得的模态阶数。这里多添一项“-1”是为了提供更明显的损伤显示,因为一般情况下,损伤会导致模态应变能增大,从而  $\beta_k \geq 0$ 。但这只是近似的结论并非绝对成立,组合所有向量分量识别奇异值才是进行损伤定位最可行的方法。

3) 基于模态柔度矩阵的损伤指纹<sup>[11]</sup>。参考位移模态柔度矩阵的概念,可以定义应变模态柔度矩阵

$$F = \sum_{r=1}^{NM} \frac{1}{\omega_r^2} \begin{Bmatrix} \delta_{1r} \\ \delta_{2r} \\ \vdots \\ \delta_{N-1,r} \\ \delta_{Nr} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{1r} \\ \delta_{2r} \\ \vdots \\ \delta_{N-1,r} \\ \delta_{Nr} \end{Bmatrix}^T \quad (25)$$

取柔度矩阵的对角线,可分别得到损伤前后的一组向量

$$F_{kk} = \{f_{11} \ f_{22} \ \dots \ f_{kk} \ \dots \ f_{NN}\}^T \quad (26)$$

定义损伤指纹向量为

$$\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k, \dots, \beta_N\}^T \quad (27)$$

其中

$$\beta_k = f_{kk}^* - f_{kk} \quad (28)$$

注意与式(13)不同,这里  $\{\delta_r\}$  一般要求质量正交化,这与传统的基于加速度测量获得的模态柔度矩阵构建相似。

4) 基于模态柔度曲率的损伤指纹<sup>[24]</sup>。在模态柔度矩阵(式(25))的基础上,可以考虑模态柔度曲率,即对模态柔度进行二次差分,直接作为指纹定位损伤

$$f_{kk}'' = \frac{f_{k-1,k-1} - 2f_{kk} + f_{k+1,k+1}}{L_m^2} \quad k=2, 3, \dots, N-1 \quad (29)$$

#### 4.3.2 对基于位移模态的无模型损伤识别方法的改善

以上提出的 4 种损伤指纹与传统的采用加速度测量的典型指纹在形式上可以一一对应,分别基于振型曲率、模态应变能、模态柔度、模态柔度曲率,以下将通过实验室试验比较采用加速度和应变分布这两种测量的损伤指纹在无模型损伤识别中的优劣<sup>[25]</sup>。

选择一长 1.5m、宽 30mm、厚 10mm 的简支钢梁作为实验试件,  $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$  分别代表梁无损伤、单处损伤、两处损伤 3 种状态,试件的详细尺寸、损伤位置和程度、传感器布置如图 9 所示。采用冲击锤施加单点激励,激励点依次选择在图 9 所示各节点处,每节点 2 次,共 18 次动态测试。冲击锤、加速度计和电阻应变片的采样频率为 500Hz,FBG 应变传感器的采样频率为 250Hz。

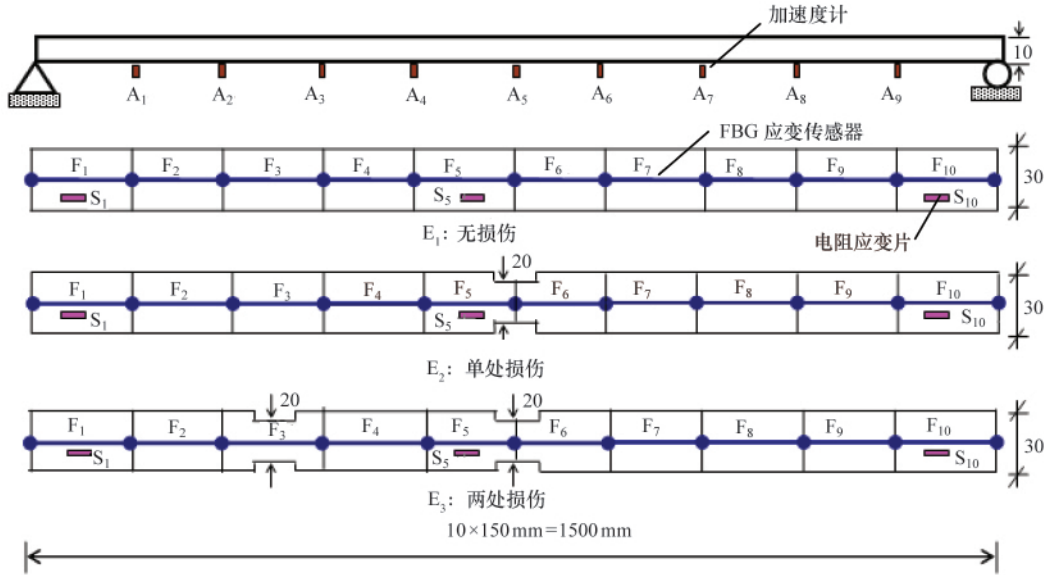


图 9 试件和传感器布置

Fig. 9 Experimental specimens and sensor placements

图 10~图 13 对比了分别基于加速度测量和应变分布测量的各类损伤指纹在试件发生单处( $E_2$ )和两处( $E_3$ )损伤时的识别结果。

可以看到:① 如图 10 所示,尽管基本能够定位损伤,从位移振型发展的模态曲率受测量噪音的干扰较大,损伤指纹不清晰;而作为直接的模态应变/曲率测量,标准化后的 MMSV 统计特征量能精准无误地识别损伤位置;② 如图 11 所示,当采用加速度测量时,基于模态应变能的损伤指纹比模态曲率更加有效;当采用应变分布测量时,该指纹能够定位损伤,但与采用加速度测量的情况相比改善效果不明显;

③ 如图 12 所示,基于位移振型的模态柔度可以识别单处损伤,但在定位多处损伤时比较困难;当采用 MMSV 取代位移振型时,损伤识别的效果有了显著改善,指纹精准地指示了损伤位置;④ 如图 13 所示,当采用模态柔度曲率时,加速度在识别单处损伤时效果好,应变模态在识别多处损伤时效果较好;⑤ 采用加速度测量时,模态应变能提供了最有效的损伤指纹;采用应变分布测量时,标准化后的 MMSV 统计特征量即模态应变在损伤定位中最直接有效。综上可见,比较位移模态,应变模态极大改善了既有的不需要数学模型的损伤识别技术。

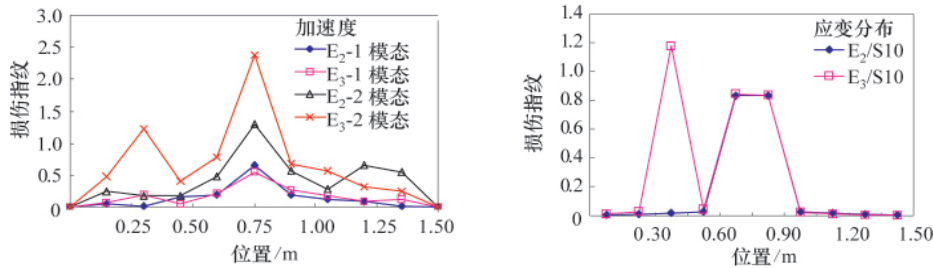


图 10 基于振型曲率/相对 MMSV 统计特征量

Fig. 10 Mode shape curvature/statistical relative MMSV based indexes

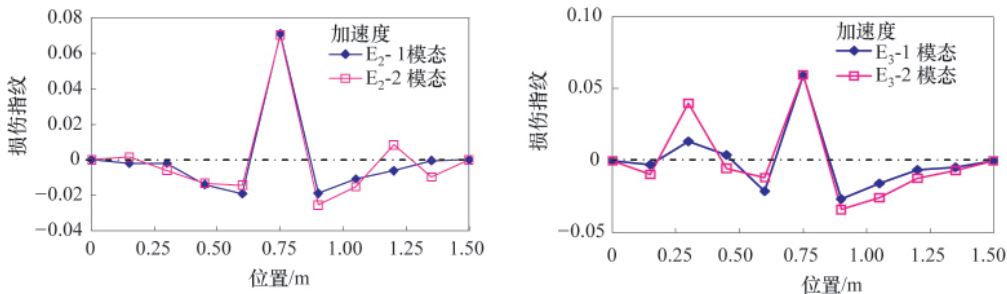


图 11 基于模态应变能

Fig. 11 Modal strain energy based indexes

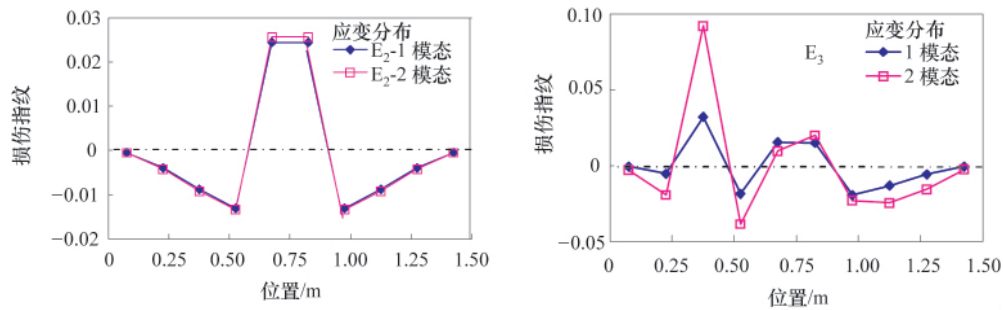


图 11 基于模态应变能 (续)

Fig. 11 Modal strain energy based indexes (continued)

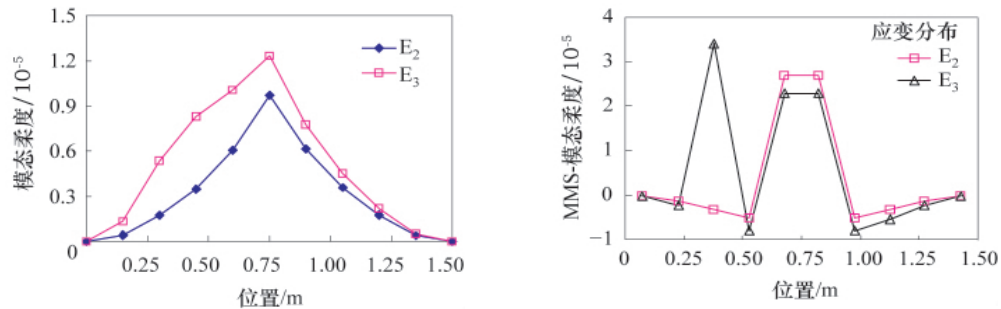


图 12 基于模态柔度

Fig. 12 Modal flexibility based indexes

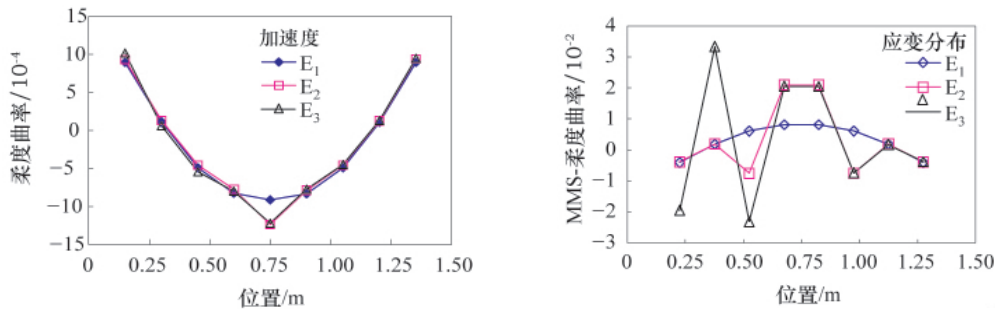


图 13 基于模态柔度曲率

Fig. 13 Modal flexibility curvature based indexes

## 5 结论

分布式应变传感技术实现了结构整体与局部、动态与静态信息的融合,提供了一种崭新的模态测试手段,为当前模态分析理论和应用增添了新的内涵。

1) 应变模态分析理论表明,① 从时频域上看,长标距应变 FRF 是个更类似位移 FRF,而不同于速度或加速度 FRF 的物理量,因此对低频响应更为敏感;② 基于位移 FRF 和基于长标距应变 FRF 提取结构固有频率和阻尼比等价有效;③ 基于位移 FRF 和基于长标距应变 FRF 提取的特征向量有所不同,但它们之间的相互关系和位移与长标距应变测量之间的映射关系完全相同,即 MMS 是个直接的应变模态测量。

2) 基于最常见的加速度测量发展起来的模态测试技术对分布式动态应变测量理论上统统适用。模态测试显示,基于长标距 FBG 传感器、加速度计及电阻应变片测量识别的结构固有频率和阻尼比基本一致,MMSV 是一个具有较高测量

精度的模态向量。

3) 目前的研究发现并证明,与传统的基于加速度或速度发展起来的模态分析技术相比,分布式应变模态分析在低频测试、动力模型重构和结构损伤识别应用中具有明显优势。

4) 由于是直接的模态应变测量,MMSV 对局部损伤非常敏感,从而在损伤识别效果上优于以往基于传统加速度测量发展起来的无数学模型的损伤识别技术。实验证明,相对 MMSV 统计特征量不仅可以消除偶然误差,减少测量噪声和环境扰动带来的不利影响;而且可以删除冗余数据,便于信息的高效率储存和管理。

## 参考文献 (References)

- [1] Ewins D J. Modal testing: Theory, practice and application [M]. 2nd ed. Somerset, UK: Research Studies Press Ltd, 2000.
- [2] Maia N M M, Silva J M M. Theoretical and experimental modal analysis [M]. Somerset, UK: John Wiley & Sons Inc, Research Studies Press Ltd,



- 1997.
- [3] Wu Z S, Li S. Structural damage detection based on smart and distributed sensing technologies [C]//Proceedings of the 2nd international conference on structural health monitoring of intelligent infrastructure (Keynote), China, 2005: 107-120.
  - [4] Li Suzhen. Structural health monitoring strategy based on distributed fiber optic sensing[D]. Hitachi, Japan: Ibaraki University, 2007.
  - [5] Li S Z, Wu Z S. Development of distributed long-gage fiber optic sensing system for structural health monitoring [J]. *Structural Health Monitoring*, 2007, 6(2): 133-143.
  - [6] Li S Z, Wu Z S. Modal analysis on macro-strain measurements from distributed long-gage fiber optic sensors [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008, 19(8): 937-946.
  - [7] Salawu O S. Detection of structural damage through changes in frequency: A review[J]. *Engineering Structures*, 1997, 19(9): 718-723.
  - [8] Osegueda R A, Dsouza P D, Qiang Y. Damage evaluation of offshore structures using resonant frequency shifts[C]//Serviceability of Petroleum, Process, and Power Equipment. ASME PVP 239/MPC 33, 1992: 31-37.
  - [9] Fox C H J. The location of defects in structures: A comparison of the use of natural frequency and mode shape data [C]//Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference. 1992: 522-528.
  - [10] Aktan A E, Lee K L, Chuntavan C, et al. Modal testing for structural identification and condition assessment of constructed facilities [C]//Proceedings of 12th International Modal Analysis Conference. 1994: 462-468.
  - [11] Pandey A K, Biswas M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 169(1): 3-17.
  - [12] Doebling S W, Farrar C R. Computation of structural flexibility for bridge health monitoring using ambient modal data [C]//Proceedings of 11th ASCE Engineering Mechanics Conference. 1996: 1114-1117.
  - [13] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 145(2): 321-332.
  - [14] Chen Y, Swamidas A S J. Dynamic characteristics and modal parameters of a plate with a small growing surface crack [C]//Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference. 1994: 1155-1161.
  - [15] Kondo I, Hamamoto T. Local damage detection of flexible offshore platforms using ambient vibration measurements [C]//Proceedings of the 4th International Offshore and Polar Engineering Conference. 1994: 400-407.
  - [16] Ho Y K, Ewins D J. On structural damage identification with mode shapes[C]//Proceedings of COST F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring, Madrid. Spain, 2000: 677-686.
  - [17] Chang C C, Sun Z. Structural damage localization using spatial wavelet packet signature[J]. *Smart Structures and Systems*, 2005, 1(1): 29-46.
  - [18] Rafiqzaman A K M, Yokoyama K. Highway bridge damage detection from operating vehicle response [J]. *Proceedings of Structural Engineering, JSCE*, 2006, 52: 237-246.
  - [19] Zhu X Q, Law S S. Wavelet-based crack identification of bridge beam from operational deflection time history [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43: 2299-2317.
  - [20] Li S Z, Wu Z S. A model-free method for damage locating and quantifying in a beam-like structure based on dynamic distributed strain measurements[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2008, 23(5): 404-413.
  - [21] 吴智深, 李素贞. 基于分布式应变动态测试的结构健康监测方法: 中国, 200710315342.4[P]. 2008-07-16.  
Wu Zhishen, Li Suzhen. Structure health monitoring method based on distributed strain dynamic test: China, 200710315342.4 [P]. 2008-07-16.
  - [22] Wu Z S, Li S Z. Two-level damage detection strategy based on modal parameters from distributed dynamic macro-strain measurements[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2007, 18(7): 667-676.
  - [23] Sohn H, Farrar C R, Hemez F M, et al. A review of structural health monitoring literature: 1996-2001 [R]. Los Alamos, NM: Los Alamos National Laboratory, 2003.
  - [24] Adewuyi A P, Wu Z S. Performance of modal macrostrain-flexibility methods for damage localization using long-gage FBG sensors[C]//Proceedings of the 7th International Workshop on Structural Health Monitoring. Stanford, California, 2009: 1186-1193.
  - [25] Adewuyi A P, Wu Z S, Serker N H M K. Assessment of vibration based damage identification methods using displacement and distributed strain measurements [J]. *Journal of Structural Health Monitoring*, 2009, 8(6): 443-461.

(责任编辑 陈广仁)

## ·学术动态·

# “2010年全国声学学术会议”征文

由中国声学学会主办的“2010年全国声学学术会议”将于2010年12月1日在哈尔滨举行。

征文范围: 物理声学; 水声学; 超声学、量子声学及声学物理效应; 冲击与振动; 噪声、噪声效应及其控制; 结构与建筑声学; 语言声学及语音通讯; 生理与心理声学; 生物声学; 音乐声学; 气动声学及大气声学; 声学测量、信号处理与分析的方法、仪器; 声学换能器及其他。全文截稿日期为2010年6月10日。

会议网站: <http://www.aschina.org/news.asp?id=249>。

联系方式: 北京市海淀区北四环西路21号(100190), 刘臻; 电话: 010-62554285; 电子信箱: asc@mail.ioa.ac.cn。

