

汶川地震断层应力强度因子分析超奇异积分法

朱伯靖, 柳 畅, 石耀霖

中国科学院研究生院地球科学学院, 北京 100049

摘要 地震作为复杂瞬态断裂破坏物理过程, 其机制研究是一个多学科交叉问题; 同震断层处应力/能量积累释放规律, 为从断裂角度研究地震机制提供了一个切入点; 应力强度因子(应力角度)和应变能强度因子(能量角度)是断裂力学/物理学的两个最基本的参数。本文应用非线性边界元和主部分分析法, 将汶川地震断层破坏过程转化为解以断层位移间断为未知函数超奇异积分方程组问题, 定义了断层处应力强度因子; 利用有限部积分概念及体积力法, 为方程组建立了数值解法, 编制了 Fortran 程序, 得到断层处应力强度因子数值结果; 通过研究应力强度因子随断层位置变化规律, 分析了汶川地震断层破坏过程; 结合应变能强度因子理论, 通过对宏观电磁破坏过程进一步深入模拟研究可得到电磁辐射破坏变化规律, 为地震短临预测提供理论支持和帮助。

关键词 汶川地震断层; 超奇异积分; 应力强度因子

中图分类号 O346.1, O302

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)05-0049-06

Application of Hypersingular Integral Equation Method to Study Earthquake Fault in Wenchuan

ZHU Bojing, LIU Chang, SHI Yaolin

College of Earth Science, Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Based on the nonlinear boundary element and the main-part analysis method, the problem of earthquake fault in Wenchuan is reduced to a set of hypersingular integral equations coupled with nonlinear boundary integral equations, in which the unknown functions are the general displacement discontinuities. The behavior of the general singular stress indexes around the crack front terminating at the fault surface is analyzed and the stress intensity factors are defined. A numerical method for the problem is put forward with the extended displacement discontinuities being approximated by the product of basic density functions and polynomials. Finally, the radiation distributions simulated by stress intensity factors against fault length, width and height at the crack surface are obtained, which can reveal the mechanism on co-seismic slip. The future work will focus on using the extended volume energy density function and Richter magnitude scale geophysics theory to analyze the extended macro/micro electromagnetic earthquake fault mechanism.

Keywords fault of Wenchuan; hypersingular integral equation; stress intensity factor

地震预测是世界性难题^[1], 短临预测水平与社会需求相差甚远, 震前破坏机制研究是地球物理学重要课题之一^[2]。在观测和实验方面, 各类台网结合小规模台阵, 特别是高精智能数字野外勘探仪器, 实现了时间域、空间域的密集、快速、高精度采样, 可以较好地检测到震前异常信息。卫星观测具有地球全覆盖、时间可连续、对地震发生时间反映好, 且大气

层电离层间耦合作用, 使地面异常信号在向空间传播过程中被放大, 更易被观测到, 在短临预测中作用不断增强。在空间物理、地震和板块构造理论上, 伴随国际地震电磁卫星迅速发展, 利用卫星观测数据提取异常信息并结合地表观测将成为短临预测重要手段之一。从现有观测事实可看出, 虽然取得了大量成果, 也尝试给出了震前异常变化区域和频率

收稿日期: 2009-07-02; 修回日期: 2009-09-08

作者简介: 朱伯靖, 博士研究生, 研究方向为断裂力学, 电子信箱: cynosureorion@gucas.ac.cn; 石耀霖(通信作者, 中国科协所属全国学会个人会员登记号: S171100511S), 中国科学院院士, 第三世界科学院院士, 研究方向为地球物理学、多物理场耦合地球动力学, 电子信箱: shiyl@gucas.ac.cn

范围,但未从理论上分析震前破坏异常原因,一定程度上限制了短临预测准确性。

本文首先对波动 Green 函数基本解^[3-14]进行整理验证,得到位移基本解张量显式表达式,利用弹性理论经过繁杂的数学推导,得到相应面力基本解;然后应用非线性边界元和主部分析法,将汶川地震断层破裂问题转化为求解以位移间断为未知函数的超奇异积分方程组,定义了地震断层处应力强度因子;进而,通过有限部积分概念及体积力法,为上述超奇异积分方程组建立了数值求解方法,编制了 Fortran 程序,得到地震断层处应力强度因子数值结果;通过研究应力强度因子随地震断层位置(断层深度 H 、断层长度 L 和断层宽度 W)变化规律,分析了汶川地震断层破坏过程,尝试为余震短临预测提供理论支持和帮助。

1 基本方程

非线性控制方程可表示为

$$\dot{\sigma}_{ij} + \dot{f}_j = \rho \ddot{U}_j(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') \quad (1)$$

为表示简洁,本文中如无特别说明,脚标符号取值范围为 1~3,脚标逗号为对坐标偏微分(如 x_1, x_2, x_3 或 x, y, z)。黏弹塑增量本构关系为

$$\Sigma_{IJ} = E_{IJKL} \dot{Z}_{KL} \quad (2)$$

Maxwell 方程组高斯定律、法拉第定律和麦克斯韦-安培定律可分别为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dot{\mathbf{D}} \quad (3)$$

其余参数见文献[15]。

2 数学模型

为使问题简化,将汶川地震断层假设为一长度 300km,深度 15km,宽度 30km 的区域。应用文献[3]~[14]中方法,可得到 P 波、S 波作用下位移基本解具体表达式:

$$G_{ij}(P, \hat{S}, t, \tau, \tau') = \frac{1}{4\pi\rho} \left[r^{-3}(3r_{,j}r_{,i} - \delta_{ij}) \int_{r/\beta}^{r/\alpha} \tau' \delta(t-\tau-\tau') d\tau' + r^{-1}(\alpha^2 r_{,j}r_{,i} \delta(t-\tau-r\alpha^{-1}) - \beta^2(r_{,j}r_{,i} - \delta_{ij}) \delta(t-\tau-r\beta^{-1})) \right] \quad (4)$$

进一步简化为

$$G_{ij}(P, \hat{S}, t, \tau, \tau') = \frac{r^{-2}(3r_{,j}r_{,i} - \delta_{ij}) \int_{r/\beta}^{r/\alpha} \tilde{\delta}^1 \tau' d\tau' + r_{,i}r_{,j}(\alpha^2 \tilde{\delta}^2 - \beta^2 \tilde{\delta}^3) + \delta_{ij} \tilde{\delta}^3}{4\pi\rho} \quad (5)$$

其中,核函数 $\tilde{\delta}^j$ 的具体表达式为

$$\tilde{\delta}^j = \begin{cases} \delta(t-\tau-\tau') & I=1 \\ \delta(t-\tau-r\alpha^{-1}) & I=2 \\ \delta(t-\tau-r\beta^{-1}) & I=3 \\ \alpha^2 \delta(t-\tau-r\alpha^{-1}) - \beta^2 \delta(t-\tau-r\beta^{-1}) & I=4 \end{cases} \quad (6)$$

式中, ρ 为介质密度, α 为 P 波波速, β 为 S 波波速, P 为接收

点(场点,观察点), $\hat{S}$ 为震源点(源点), t 为时间, τ 为震源引起的时间延迟, τ' 为地震波在介质中传播引起的时间延迟, r 为源点到接收点距离, $r_{,i}$ 为场点的方向余弦^[9]。应用弹性理论、边界元方法及文献[16]中的方法,可以得到汶川地震断层问题的超奇异积分方程组表达式:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S (r^{-7} K_{KI}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') + r^{-5} K_{K2}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') + r^{-3} K_{KB}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau')) \tilde{u}_I(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') dS d\tau d\tau' + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S \bar{K}_{II} \tilde{u}_I(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') dS d\tau d\tau' = -\mu^{-2} 4\pi \rho p_K(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') \quad (7)$$

积分核函数 K_{KI} 和 $\bar{K}_{KI}$ 的具体表达式见文献[17]、[18]。

3 断层破坏参数

断层面 q_0 点处位移间断可表示为

$$U_{ij}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') = g_k(q_0, t, \tau, \tau') \xi_2^{\lambda_k} \quad 0 < \text{Re}(\lambda_k) < 1 \quad (8)$$

应用文献[16]中方法,可得到如下关系式:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S r^{-3} \tilde{u}_{ij}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') d\xi_1 d\xi_2 d\tau d\tau' \cong -2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda_j g_j(q_0, t, \tau, \tau') x_2^{\lambda_j-1} \cot(\lambda_j \pi) d\tau d\tau' \quad (9)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S 3r^{-5}(x_2 - \xi_2)^2 \tilde{u}_{ij}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') d\xi_1 d\xi_2 d\tau d\tau' \cong -4\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda_j g_j(q_0, t, \tau, \tau') x_2^{\lambda_j-1} \cot(\lambda_j \pi) d\tau d\tau' \quad (10)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S r^{-3}(x_2 - \xi_2) \tilde{u}_{ij}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') d\xi_1 d\xi_2 d\tau d\tau' \cong 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_j(q_0, t, \tau, \tau') x_2^{\lambda_j} \cot(\lambda_j \pi) d\tau d\tau' \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_S r^{-7} x_2 \xi_2 (x_1 - \xi_1)^2 \tilde{u}_{ij}(\hat{P}, \hat{S}, t, \tau, \tau') d\xi_1 d\xi_2 d\tau d\tau' \cong \frac{2}{45} \pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda_j (1 - \lambda_j^2) g_j(q_0, t, \tau, \tau') x_2^{\lambda_j-1} \sin(\lambda_j \pi)^{-1} d\tau d\tau' \quad (12)$$

将式(9)~(12)带入超奇异积分方程组(7),经过数学推导和简化,断层前沿应力奇异性指数可由下式决定:

$$\cot(\lambda_1 \pi) = 0 \quad \cot(\lambda_2 \pi) = 0 \quad \cot(\lambda_3 \pi) = 0 \quad (13)$$

断层处应力强度因子可定义为

$$K_i^{\text{SIFs}} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \sigma_{3i}(r, \theta, t, \tau, \tau')|_{\theta=0} \quad (14)$$

4 数值方法

应用文献[15]、[19]、[20]中方法,断层前沿位移间断函数可表示为

$$\tilde{U}_{ij}(\xi_1, \xi_2, t, \tau, \tau') = F_{ij}(\xi_1, \xi_2, t, \tau, \tau') \xi_2^{\lambda_j} W(\xi_1, \xi_2, t, \tau, \tau') \quad (15)$$

将式(15)代入超奇异积分方程组(7),应用有限部积分概念和体积力法,超奇异积分方程组可以转化为以 $a_{ijmn}(t, \tau, \tau')$ 为未

知函数的代数方程组:

$$\sum_{s=0}^S \sum_{h=0}^H a_{jsh}(t, \tau, \tau') I_{jsh}(x_1, x_2, t, \tau, \tau') = -p_j(x_1, x_2, t, \tau, \tau') \quad (16)$$

无量纲广义应力强度因子 $F_{i,\lambda}$ 和 F_i 分别定义为

$$F_{i,\lambda}(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') = K_{i,\lambda}^{\text{SIFs}}(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') / \sigma_{3i}^\infty(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') b^{1-\lambda}$$

$$F_i(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') = K_i^{\text{SIFs}}(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') / \sigma_{3i}^\infty(r, \ddot{\theta}, t, \tau, \tau') \sqrt{b} \quad (17)$$

5 数值结果和讨论

如图 1 所示,裂纹面为 Ox_1x_2 , p_1 、 p_2 和 p_3 分别为最大主应力(最小主压应力)、中间主应力(压)应力和最小主应力(最大主压应力);内摩擦角 $\theta = 0.5 \arctan \mu$, 其中 μ 为内摩擦因子。图 1(a)显示裂纹扩展方向为 $C_1C'_1$ 沿 $\pm x_3$ 轴与面 Ox_1x_2 垂直;图 1(b)显示裂纹扩展方向为 $C_2C'_2$ 沿 $\pm x_1$ 轴与面 Ox_1x_2 平行;图 1(c)显示裂纹扩展方向为 $C_3C'_3$ 沿 $\pm x_2$ 轴与面 Ox_1x_2 平行。图 1 建立了基于 Coulomb-Navier-Mohr 破坏理论与 Anderson 理论^[21-23]地震断层破坏模型与基于经典断裂力学理论^[24-28]的断裂力学模型间关系,边条件分别为:力载荷 $\sigma_{3i}^\infty(t, \tau, \tau')$, 多项式指数 $M=N=13$, 配置点 $KK=LL=20 \times 20$;震源引起的延迟时间 $\tau=0$, 地震波传播引起的延迟时间 $\tau'=0$ 。

由于汶川发震断裂长 300 km, 在地质领域属于小尺度问题, 不必考虑地球半径影响, 图 2 给出了应力强度因子随地震断层长度 L (x_2 向)、深度 H (x_3 向)、宽度 W (x_1 向)变化规律;应力强度因子以震源 a 为中心沿 L 、 W 、 H 3 个方向以不同

规律变化;应力强度因子沿深度方向变化速度最快, 其次是断层宽度方向, 最慢是断层长度方向; L 固定时, 应力强度因子在 H 向变化梯度最大, 变化规律与 3D-2D 裂纹问题相吻合(在 $abcd|_{y=0}$ 面 ($a(0, 0, 0)$, $b(30, 0, 0)$, $c(30, 15, 0)$, $d(0, 15, 0)$, 单位 km), 裂纹形状比 $k=ab/ad$ 沿 ad 向);应力强度因子沿 W 向变化梯度小于 H 向, 变化规律与 3D-2D 裂纹问题相吻合(在 $abcd$ 面, 裂纹形状比 $k=ad/ab$ 沿 ab 向);在接近 cc' ($a'(0, 0, 0)$, $b'(30, 0, 300)$, $c'(30, 15, 300)$, $d'(0, 15, 300)$, 单位 km) 区域, 应力强度因子已经趋近于稳定值, 随着 L 值不断增大, 这种规律愈发显著, 当 $L=300$ km 时, 在 cc' 应力强度因子为一固定值(如后面的多震源叠加示意图), 这与 3D 裂纹问题变化规律相吻合。

从图 2 还可知应力强度因子沿 L 向变化规律, 应力强度因子沿该方向变化梯度最小, 符合 3D-2D 裂纹问题规律 ($aa'bb'-cc'dd'$ 体 aa' 向, 在不同平面内 (L 、 W 值不同), 裂纹形状比 $k=bb'/ab$ 沿 aa' 向)。表 1 给出了应力强度因子沿 L 、 W 、 H 方向, 各个不同区域应力强度因子的数值结果。

图 3 显示应力强度因子随地震断层长度、深度、宽度分层变化规律。应力强度因子以震源 a 为中心沿 L 、 W 、 H 3 个方向以不同分层规律变化;应力强度因子沿 H 向分层变化最明显, 其次是 L 向, W 向分层变化最不明显。从图 3 还可看出, 在 L 固定时, 应力强度因子在 H 向分层变化较 W 向明显, 这种趋势随 L 值不断增大, 规律愈发显著, 当 $L=300$ km 时, 分层可以清晰地观察到(图 3 中的蓝色区域)。

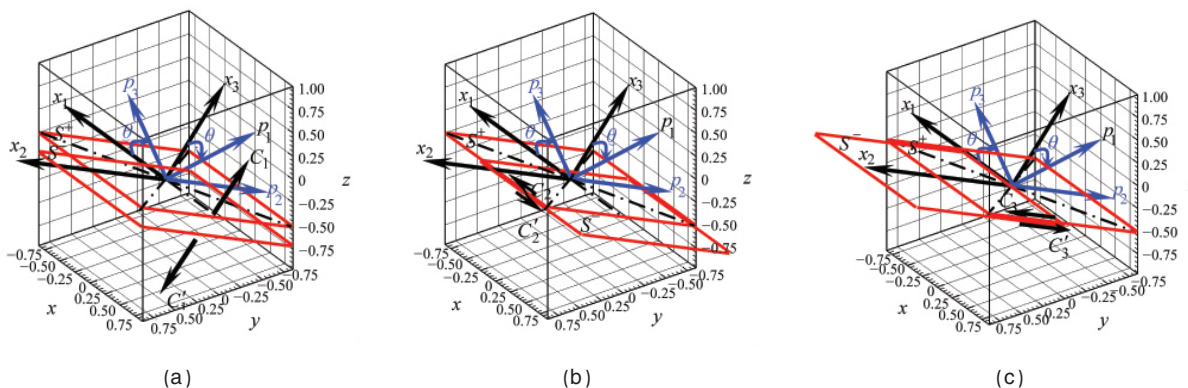


图 1 裂纹扩展示意图

Fig. 1 Crack models

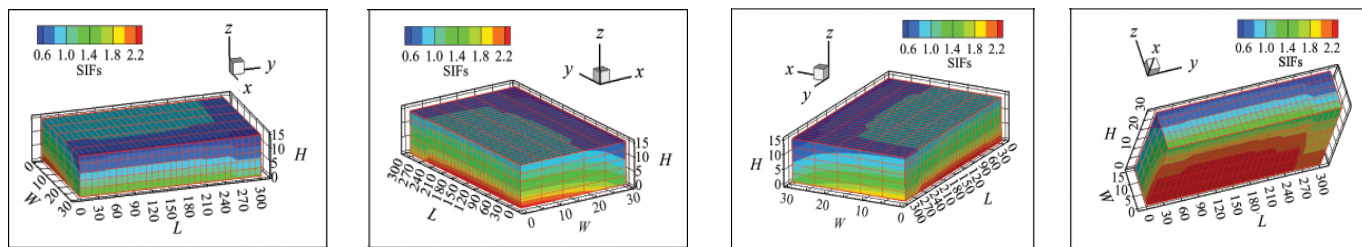


图 2 地震断层应力强度因子随断层位置变化规律

Fig. 2 Dimensionless SIFs (radiation) distribution as functions of earthquake fault length, width and height

表 1 应力强度因子变化规律

Table 1 Dimensionless SIFs radiation distribution as functions of earthquake fault length, width and height

W/km	H/km	L/km						
		0~40	50~80	90~120	130~160	170~200	210~250	260~300
0~5	0	2.3176	2.3946	2.3936	2.3922	2.3619	2.2954	2.0351
	3	1.8869	1.9496	1.9488	1.9477	1.9230	1.8388	1.6569
	6	1.5369	1.5879	1.5873	1.5864	1.5662	1.5221	1.3495
	9	1.2525	1.2941	1.2936	1.2928	1.2764	1.2405	1.0998
	12	1.0338	1.0682	1.0678	1.0671	1.0536	1.0239	0.9078
	15	0.8781	0.9073	0.9069	0.9064	0.8949	0.8697	0.7711
6~10	0	2.2980	2.3743	2.3734	2.3720	2.3419	2.2760	2.0179
	3	1.8710	1.9331	1.9324	1.9312	1.9067	1.8530	1.6429
	6	1.5239	1.5745	1.5739	1.5730	1.5530	1.5093	1.3381
	9	1.2419	1.2831	1.2826	1.2819	1.2656	1.2300	1.0905
	12	1.0251	1.0592	1.0587	1.0581	1.0447	1.0153	0.9002
	15	0.8707	0.8996	0.8992	0.8987	0.8873	0.8623	0.7646
11~15	0	2.2363	2.3106	2.3097	2.3083	2.2790	2.2149	1.9637
	3	1.8208	1.8812	1.8805	1.8794	1.8555	1.8033	1.5988
	6	1.4830	1.5322	1.5316	1.5307	1.5113	1.4687	1.3022
	9	1.2086	1.2487	1.2482	1.2475	1.2316	1.1970	1.0612
	12	0.9976	1.0307	1.0303	1.0297	1.0166	0.9880	0.8760
	15	0.8473	0.8754	0.8751	0.8746	0.8635	0.8392	0.7440
16~20	0	2.1157	2.1859	2.1850	2.1838	2.1561	2.0953	1.8578
	3	1.7225	1.7797	1.7790	1.7780	1.7554	1.7060	1.5125
	6	1.4030	1.4495	1.4490	1.4481	1.4297	1.3895	1.2319
	9	1.1433	1.1813	1.1808	1.1802	1.1652	1.1324	1.0040
	12	0.9438	0.9751	0.9747	0.9741	0.9618	0.9347	0.8287
	15	0.8016	0.8282	0.8279	0.8274	0.8169	0.7939	0.7039
21~25	0	1.9054	1.9687	1.9679	1.9668	1.9418	1.8871	1.6732
	3	1.5514	1.6029	1.6022	1.6013	1.5810	1.5365	1.3622
	6	1.2636	1.3055	1.3050	1.3042	1.2877	1.2514	1.1095
	9	1.0297	1.0639	1.0635	1.0629	1.0494	1.0199	0.9042
	12	0.8500	0.8782	0.8779	0.8774	0.8662	0.8418	0.7464
	15	0.7219	0.7459	0.7456	0.7452	0.7357	0.7150	0.6339
26~30	0	1.4360	1.4839	1.4831	1.4822	1.4634	1.4222	1.2609
	3	1.1691	1.2079	1.2075	1.2068	1.1912	1.1579	1.0266
	6	0.9522	0.9838	0.9835	0.9829	0.9704	0.9431	0.8362
	9	0.7760	0.8018	0.8015	0.8010	0.7909	0.7686	0.6814
	12	0.6406	0.6618	0.6616	0.6612	0.6528	0.6344	0.5625
	15	0.5441	0.5621	0.5619	0.5616	0.5545	0.5388	0.4777

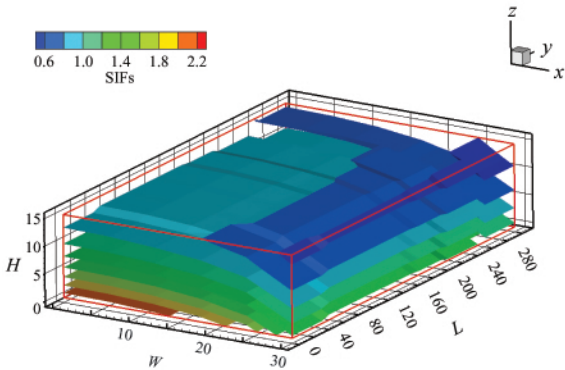


图 3 地震断层应力强度因子在断层各面分布规律 (L=300 公里)
Fig. 3 Dimensionless SIFs (radiation) distribution as functions of crack plane at fixed length of 300km

6 结论

本文首次将超奇异积分方程方法引入三维地震断层断裂带破坏过程研究中,以汶川地震断层为例,分析了汶川地震断层应力强度因子变化规律。

对于汶川地震断层实际余震问题,结合应变能强度理论,从应力和能量角度同时分析(多个震源进行叠加,如图4),可得多震源下地震断层应力和能量的变化规律;这些分析有助于判断汶川地震断层余震大小及走向。通过对宏观电磁破坏过程进一步深入模拟研究,可得到电磁辐射破坏变化规律,为地震短临预测提供理论支持和帮助。

参考文献 (References)

[1] 陈运泰. 地震预测研究概况[J]. 地震季刊, 1993(1): 17-23.

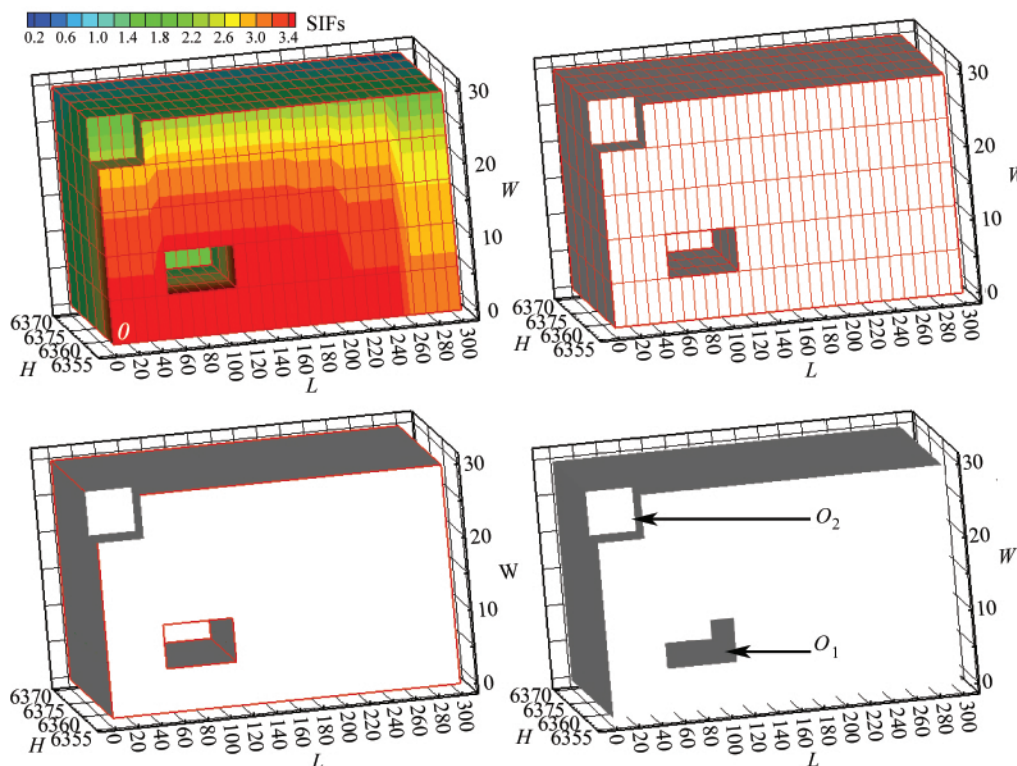


图 4 多震源叠加示意图

Fig. 4 Schematic diagram of multiple earthquake faults

- Chen Yuntai. *Earthquake Quarterly*, 1993(1): 17–23.
- [2] 陈运泰. 地震预测——进展、困难与前景 [J]. *地震地磁观测与研究*, 2007, 28(2): 1–24.
- Chen Yuntai. *Observation and Research of Earthquake Geomagnetism*, 2007, 28(2): 1–24.
- [3] Pan E. Three-dimensional Green's functions in anisotropic magneto-electro-elastic bimetals[J]. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 2002, 53(5): 815–838.
- [4] Ding H J, Jiang A M, Hou P F, et al. Green's functions for two-phase transversely isotropic magneto-electro-elastic media [J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2005, 29(6): 551–561.
- [5] Chen W Q, Lee K Y, Ding H J. General solution for transversely isotropic magneto-electro-thermo-elasticity and the potential theory method[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2004, 42 (13–14): 1361–1379.
- [6] 朱合华, 陈清军, 杨林德. 边界元法及其在岩土工程中的应用 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1996: 162.
- Zhu Hehua, Chen Qingjun, Yang Linde. Boundary element method and its application in rock soil engineering [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1996: 162.
- [7] Bigoni D, Capuani D. Green's function for incremental nonlinear elasticity: Shear bands and boundary integral formulation [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2002, 50(3): 471–500.
- [8] Bigoni D, Capuani D. Time-harmonic Green's function and boundary integral formulation for incremental nonlinear elasticity: Dynamics of wave patterns and shear bands [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, 53(5): 1163–1187.
- [9] 陈运泰. 地震参数——数字地震学在地震预测中的应用 [M]. 北京: 地震出版社, 2003.
- Chen Yuntai. Parameters of earthquake—Application of digital seismology in earthquake prediction[M]. Beijing: Earthquake Press, 2003.
- [10] Okada Y. Surface deformation due to shear and tensile faults in half-space [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1985, 75(4): 1135–1154.
- [11] Bojing Z, Taiyan Q. Application of hypersingular integral equation method to three-dimensional crack in electromagnetothermoelastic multiphase composites[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(18–19): 5994–6012.
- [12] 张海明. 半无限空间中平面断层的三维自发破裂传播的理论研究[D]. 北京: 北京大学地球物理系, 2004.
- Zhang Hiaoming. Theoretical research of three-dimensional spontaneous rupture spread of the fault plane in a semi-infinite space [D]. Beijing: Department of Geophysics, Peking University, 2004.
- [13] Zhang H M, Chen X F. Dynamic rupture on a planar fault in three-dimensional half space—I. Theory [J]. *Geophysical Journal International*, 2006, 164(3): 633–652.
- [14] Zhang H M, Chen X F. Dynamic rupture on a planar fault in three-dimensional half space – II. Validations and numerical experimnts[J]. *Geophysical Journal International*, 2006, 167(2): 917–932.
- [15] Zhu B, Qin T. 3D modeling of crack growth in electro-magneto-thermo-elastic coupled viscoplastic multiphase composites [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2010, in press.
- [16] Qin T Y, Tang R J. Finite-part integral and boundary-element method to solve embedded planar crack problems [J]. *International Journal of Fracture*, 1993, 60(4): 373–381.
- [17] Zhu B J, Shi Y L, Sukop M C, et al. Analysis of 3D fluid driven crack propagation problem in co-seismic slip under P- and S-waves by hybrid hypersingular integral method [J]. *Computer Methods in Applied*

- Mechanics and Engineering*, 2009, 198(30-32): 2446-2469.
- [18] Zhu B J, Shi Y L. Three-dimensional flow driven pore-crack networks in porous composites: Boltzmann Lattice method and hybrid hypersingular integrals[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2010, corrected proof.
- [19] Qin T Y, Noda N A. Stress intensity factors of a rectangular crack meeting a bimaterial interface [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(10): 2473-2486.
- [20] Qin T Y, Noda N A. Analysis of a three-dimensional crack terminating at an interface using a hypersingular integral equation method [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2002, 69(5): 626-631.
- [21] Coulomb C A. Sur une application des règles de maximis et minimis a quelques problèmes de stratique relatifs à l'architecture [J]. *Acad Roy des Sciences Memoires de Math et de Physique par Divers Savans*, 1773, 7: 343-382.
- [22] Anderson E M. The dynamics of faulting and dyke formation with applications to Britain[M]. 2nd ed, Edinburgh: Oliver and Boyd, 1951.
- [23] Jagger J C. Elasticity, fracture and flow [M]. 2nd ed, London: Methuen, 1962.
- [24] Griffith A A. The phenomena of rupture and flow in solids [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1921, 221: 163-198.
- [25] Griffith A A. The theory of rupture [C]//Proceedings of the First International Congress for Applied Mechanics. Delft: Delft J Walman Jr Publishers, 1924.
- [26] Irwin G R. Fracture, handbuch der physik [M]. Flügge S, 6ed. Berlin: Springer-Verlag, 1958.
- [27] Kassir M K, Sih G C. Griffith's theory of brittle fracture in three dimensions [J]. *International Journal of Engineering Science*, 1967, 5: 899-918.
- [28] Sih G C, Liebowitz H. On the Griffith energy criterion for brittle fracture[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1967, 3(1): 1-22.

(责任编辑 朱宇)

第三届中国动力学、振动与控制学术会议

The Third International Conference on Dynamics, Vibration and Control

时间: 2010年5月12—14日

地点: 浙江·杭州

主办单位

中国力学学会

通信地址: 杭州市浙江大学航空航天学院 (310027)

 电子信箱: weiqiuzhu@zju.edu.cn

联系电话: 0571-87983102