

·书评·

文/李艳文,孙连嵩,鹿峰

攀登学术之峰峦 远眺智慧之灵动

——《初等数论难题集》评介

在全面推进、贯彻落实素质教育的当下,中国的教育观念正发生着重要变革。数学是一种传统而又新颖的文化,其内容、思想、方法和语言是现代基础教育的基本要素,数学文化教育素质教育的重要部分。特别是在新一轮教育改革的大背景下,随着改革不断深入,数学教育的价值更加凸现并被明确强调。但当下一些教育观点让人深感担忧。一种较为普遍的观点认为,数学不过是思维的体操,只要达到培养逻辑思维能力的目标就行。基于此,数学教育及学习着重“苦读+考试”、“计算+逻辑”。因此,当前教育培养出来的数学尖子生大体模式是基础扎实,但知识面较窄;能攻克难题,而创造能力不强;好胜心强,却缺乏对数学学科的好奇心,在很大程度上缺少创新的能力与精神。所以,中国教育当前要解决的问题,不能只停留在“如何教”与“如何学”上面,最关键的是要解决“教什么”和“学什么”的问题。对于数学教育,《初等数论难题集》带来了一份惊喜与感动。

在许多外行人看来,从事数学研究的人好像就是“解算术难题的人”。即便在数学界内部,也明显分成理论研究者和问题求解者两类。但数学能保持其生命力,更重要的是依赖数学本身及应用领域中日益增多的一系列问题。数论的迷人之处在于内容少而问题多,数论之于数学恰似人脸之于人体,以最简单的结构反映最丰富的内容,虽然其性质定理少之又少,但问题却浩如烟海。而这正是选拔数学天才的最好素材,因此在数学竞赛中多见数论之身影。

《初等数论难题集》阐述了整除与带余除法、因子与倍数、最大公约数与最小公倍数、平方数与 n 次方数、素数与合数、进位制、取整函数 $[x]$ 、整数与集合、整点、杂题等,对初等数论分析中的一些常用方法和技巧进行了比较系统的归纳与提炼,不失为一本学习初等数论知识、掌握其解答技巧和方法、提高分析和解决数学问题能力的绝佳工具。

初等数论在数学体系中占有举足轻重的地位,是高等学校理工专业的重要课程,其重要性不仅表现在数论知识是理工专业

的基础,更重要的是其思维方法被其它领域广泛体现与应用。当下有关初等数论方面的习题集不难找到,但其多以解答大量习题为主,基本上按照一定的教学模式和顺序进行罗列,把问题归纳到不同类型,针对各种不同类型来阐明和讲述解题方法,这对初学者熟悉和掌握此方面知识不乏一种好办法。但对初等数论这门较为特殊的学科而言,要想把它学深学透,领会其内涵与技巧,认识其实质,则不是良策。该书的独到之处在于,汇集长期研究实践总结的经典成果和重要经验,以阐述各种解题方法和技巧为线索,尽可能罗列各类习题,对一些典型习题进行一题多解。

数论是一门古老而基础的数学门类。18世纪末,历代数学家积累了丰厚的整数知识,使数论逐渐整理加工成为一门成熟的学科体系,而德国数学家高斯编写的《算术探究》揭开了今世数论的新纪元。数论形成一门独立学科后,随着数学其他分支的生长,数论的研究工作也在不断发展。数论在数学中的位置较为奇特,高斯认为:“数学是科学的皇后,数论是数学中的皇冠”。因此,数学家喜欢把数论中一些悬而未决的疑难题目称为“皇冠上的明珠”,以勉励人们去摘取。迄今,一些问题的解决对现代数学的发展起到了推动作用,也产生了一些与数学直接相关的重要分支,而且在现代信息技术中发挥着重要作用。中国数学家对数学的贡献在数论中表现尤为突出,华罗庚、闵嗣鹤、陈景润、王元、潘承洞等在Goldbach猜想、Gauss整点问题、Tarry问题、Waring问题、素数分布问题等经典数论的研究中取得了重要成果。但至今仍有许多没有解决的问题。

较之数论已回答的问题,读者将从数论所提出的问题中受惠更多,因此,数论分析的美境、深度及可用性是评判其水平的标准。该书的目的之一是让读者可在不同深度上考虑这些习题,从而逐渐赢得解题与学习的兴趣与恒心,而这正是教学获得成功的关键要素。对水平高低不同的学生与爱好者而言,虽然大部分的问题与分析可能使其望而却步,但许多成功的研究者一开始就是通过



刘培杰 主编, 哈尔滨工业大学出版社, 2009年5月第1版, 68.00元

研究Euclid几何、数论中的简单问题而赢得信心的。这些领域中,不需要有很深的理论预备知识就可以看懂问题,甚至能用公式来表达问题并得到初步结果。初等数论着重研究整数最基本的性质,是一门十分重要的数学基础课程,所以在可能的情况下学习数论知识非常有益,通过这些内容可加深对数论性质的了解,理解某些其他邻近学科,而更重要的是可以加深数学训练。

实用的、科学的、美学的、哲学的因素,共同促进着数论的发展,数论主要是从经验与直觉中抽象出来的,但它的研究对象是抽象出来不可触摸的抽象概念,若用直觉的办法,而不是用严格的公理、定义、定理证明的数论方法来研究,会得出荒诞的结果。在某种程度上,初等数论是数学中“理论与实践”结合最完美的基础课程,近代数学中许多重要思想、概念、方法、技巧都是从整数性质的深入研究而不断丰富和发展起来的。而且,数论是一种理性的精神,它并不排斥异己,欧式几何与非欧几里得几何同时存在,双方都视对方为科学,这种相互包容的精神是现代文明的特征之一。一个时代的总的文化特征在很大程度上与这个时代的数学活动密切相关。现代正是数学的黄金时代,了解数论的进展,有助于理解当代的科学与文化是如何受惠于数学的。在深入研究数论过程中,要仔细体会其构造性与技巧性的证明思想,从而能真正掌握数学知识、培养数学素养、应用数学方法、理解数学文化。

本文作者 李艳文,孙连嵩,鹿峰,哈尔滨工业大学出版社,编辑。
栏目主持人 尹传红,《大众科技报》主任编辑,电子信箱:asimov@126.com。

(责任编辑 陈广仁)