

一种基于子空间距离准则的源数目估计算法

许策,章新华,熊鑫

海军大连舰艇学院信号与信息技术研究中心,大连 116018

摘要 源数目估计是阵列信号处理中的一个重要课题,也是声纳探测领域的一个难题。通过研究特征子空间分析方法,提出了一种新的源数目估计算法。该方法在盲源分离结果的基础上,基于信号子空间和噪声子空间正交的原理,建立了子空间代价函数来估计观测空间的源数目。同时,通过仿真和水池实验,对该方法的性能做了研究,并与基于信息论准则中最小长度描述准则的源数目估计算法进行了比较。仿真和水池实验结果表明,该源数目估计算法能得到准确的源数目,并具有较好的抗噪性,在水声环境中具有更好的稳健性。

关键词 盲源分离;子空间距离准则;源数目估计

中图分类号 TN911.7

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)03-0033-04

A Sub-space Distance Rule Based Method for the Estimation of the Number of Sources

XU Ce, ZHANG Xinhua, XIONG Xin

Research Center of Signal Information, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, Liaoning Province, China

Abstract The estimation of the number of sources is an important problem in array signal processing and it is also a problem for sonar detection. Based on the principle of the eigen sub-space, a new algorithm is proposed for the estimation of the number of sources. The proposed algorithm makes use of the blind source separation and is based on the sub-space distance rule. The blind source separation offers the eigen vector to the new algorithm, and the sub-space distance rule is the fact that if the source number estimation is right, the signal sub-space and the noise sub-space would be in an orthogonal relation, with the distance between the signal sub-space and the noise sub-space taking the minimum value. Based on that rule, the sub-space cost function is built. The simulation data and pool test data are used to analyze the performance of the proposed algorithm and the minimum description length method, based on the information criteria. It is shown that the algorithm can provide the true number of sources in both simulation data and pool test data and with a good performance in low SNR in the simulation data. Compared with the minimum description length method, the proposed algorithm is more robust in the pool test data.

Keywords blind source separation; sub-space distance rule; estimation the number of the source

0 引言

在阵列信号处理中,源数目估计是许多信号处理算法的前提条件,如 Music 算法、最大似然估计算法和盲源分离算法^[1-3]。当源数目估计错误时,这些算法的性能急剧下降,甚至完全

失效。目前,具有代表性的源数目估计方法有基于信息论准则的 AIC (Akaike Information Theoretic) 准则、MDL (Minimum Description Length) 准则以及基于贝叶斯准则的 BPD (Bayesian Prediction Density) 准则^[4-7]。基于信息论准则的源数

收稿日期:2009-07-27

基金项目:《科技导报》博士生创新研究资助计划项目(kjdb20090102-2)

作者简介:许策(中国科协所属全国学会个人会员登记号:S050002991P),博士研究生,研究方向为水声信号处理,电子信箱:cckobexu@163.com;章新华(中国科协所属全国学会个人会员登记号:S050001667P),教授,研究方向为水声信号处理、信息融合,电子信箱:xinhua_zh@126.com

目估计算法实质是估计特征值中噪声“平台”的阈值,大于阈值的特征值个数就是源数目的估计值。当阈值估计不准确时,这类算法的性能就会下降。包括上述3个准则的大多数源数目估计算法在白噪声环境下都能达到较好的性能。

源数目估计同时也是声纳目标探测领域的一个难题。针对在水声环境中噪声“平台”阈值估计困难的情况,通过研究特征子空间分析方法,基于信号子空间和噪声子空间正交原理,在盲源分离结果的基础上,提出一种基于子空间距离准则的源数目估计算法。通过仿真实验与基于信息论准则的源数目估计算法比较,并进一步用水池实验数据对两种算法的性能进行比较。

1 源数目估计的子空间距离准则算法

1.1 盲源分离

盲源分离的实质是根据一组传感器的观测数据(如声纳基阵的接收信号)来估计目标信号源波形和信号传播通道的参数。以均匀线列阵为例,其输出 $\mathbf{x}(t)$ 一般可由下式表示^[8]:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$, $s_i(t)$ 为第 i 个源信号的采样向量, $\mathbf{n}(t)$ 为各个传感器上的加性噪声, t 为采样点, $\mathbf{A}$ 为阵列流形矩阵,且 $\mathbf{A}$ 可由下式表示:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_n)]$$

$$\mathbf{a}(\theta_k) = \left[1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_k}, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} 2\sin\theta_k}, \dots, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} (m-1)\sin\theta_k} \right]^T \quad (2)$$

盲源分离算法可在只有阵列输出 $\mathbf{x}(t)$ 的情况下,在得到源信号 $s_i(t)$ 估计的同时,得到混合矩阵 $\mathbf{A}$ 的估计^[9],其中,混合矩阵中导引矢量 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 的估计值与分离信号是一一对应的关系。

1.2 子空间距离

根据特征子空间的分析方法^[9],观测得到的数据为观测空间。观测空间可分为信号子空间和噪声子空间。由式(1)可得

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} = \mathbf{A}E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}\mathbf{A}^H + E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\} \quad (3)$$

式中,令 $\mathbf{A}E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}\mathbf{A}^H = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H$,其中 $\mathbf{P} = E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}$ 是信源部分的协方差矩阵;假设各阵元的噪声不相关,且强度相等,噪声协方差矩阵可表示为 $E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\} = \sigma^2 \mathbf{I}$ 。这样,观测空间就分为信号子空间和噪声子空间。

下面引出的是子空间距离的一般概念^[9]:令 $\mathbf{S} \subseteq \mathbf{R}^n$ 是一个子空间,若 $\text{range}(\mathbf{P}) = \mathbf{S}$, $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ 和 $\mathbf{P}^T = \mathbf{P}$,则 $\mathbf{P}^T \subseteq \mathbf{R}^n$ 是到 $\mathbf{S}$ 上的正交投影。假设 $\mathbf{S}_1$ 和 $\mathbf{S}_2$ 是 $\mathbf{R}^n$ 的子空间,且 $\dim(\mathbf{S}_1) = \dim(\mathbf{S}_2)$,则这两个空间的距离可定义为

$$\text{dist}(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2) = \|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2\| \quad (4)$$

其中 $\mathbf{P}_i$ 是到 $\mathbf{S}_i$ 上的正交投影, $\|\cdot\|$ 是矩阵的 F 范数。

上述子空间距离定义需要满足两个子空间维数相等这一条件,但是在实际应用中,信号子空间和噪声子空间的维数一般不等。为此,引入下面的子空间距离定义^[9]。

$$\text{dist}(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2) = (\mathbf{U}_2^H \boldsymbol{\alpha}_1)^H \mathbf{U}_2^H \boldsymbol{\alpha}_1 \quad (5)$$

假设观测空间可以分为 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ 两个子空间, $\boldsymbol{\alpha}_1$ 是张成子空间 $\mathbf{S}_1$ 的基中的一个向量, $\mathbf{U}_2$ 是子空间 $\mathbf{S}_2$ 的特征向量。若 $\mathbf{U}_2^H \boldsymbol{\alpha}_1 = 0$,则表示这两个子空间正交。那么,令 $\mathbf{P}_2 = \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_2^H$,子空间的距离可表示为

$$\text{dist}(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2) = \boldsymbol{\alpha}_1^H \mathbf{P}_2 \boldsymbol{\alpha}_1 \quad (6)$$

1.3 源数目估计算法

基于子空间距离准则的源数目估计算法,其实质是在未知源数目的情况下,假设所有的子空间划分方法都正确。由于噪声子空间与信号子空间正交且距离为零,故在所有子空间划分方法中,只有子空间距离最小的那一种划分方法是正确的,此时得到的信号子空间维数即为源数目的个数。算法的具体步骤如下。

1) 用盲源分离算法对基阵输出进行预处理。首先假设源数目等于传感器的数目^[9],然后由盲源分离算法得到分离信号和混合矩阵的估计值。

2) 建立子空间距离准则的代价函数(SDR)。由式(3)、式(5)中子空间距离的定义,得到代价函数为

$$\text{SDR}(l) = \boldsymbol{\alpha}^H \boldsymbol{\Pi}(l) \boldsymbol{\alpha}^H \quad (7)$$

式中, $\boldsymbol{\Pi}(l) = \mathbf{R}(:, (M-l):M) \mathbf{R}(:, (M-l):M)^H$ 为假定源数目为 l 时噪声子空间上的正交投影, $\mathbf{R}(:, (M-l):M)$ 为对观测空间进行特征子空间分析后,假定源数目为 l 时的噪声子空间, M 是观测空间的维数(即传感器个数), l 的取值范围为: $1 \sim M-1$ 。假设观测空间中一个信号源已知, $\boldsymbol{\alpha}$ 为盲源分离算法得到的混合矩阵估计值中对应分离信号中已知源信号的导引矢量,即式2中 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 的估计值,易证, $\boldsymbol{\alpha}$ 是张成信号子空间基中的一个向量。

利用上述准则,按 $l=1, 2, \dots, M-1$ 逐次求值,根据信号子空间和噪声子空间正交原理,当划分信号子空间和噪声子空间的 l 正确时, $\text{SDR}(l)$ 达到最小值,此时 l 的值即为源数目。

在声纳探测的实际应用中,已知源可以是主动声纳的发射信号,或者是分离信号中的一个有规信号(如单频正弦波、调频信号等)。这样,只要在探测范围内可以确定一个为已知目标信号,就可以准确得到整个探测范围内的源数目。

2 仿真与水池实验

2.1 仿真实验

实验1 接收基阵为16元的均匀线列阵,阵元间距0.2m,假设源数目 $l=4$,目标信号的频率和方位分别为1,2,3,4kHz和20°,30°,40°,50°,采样频率为24kHz,水中声速1500m/s,输入信噪比为-2dB。图1为基于信息论准则算法的最小描述长度准则(MDL)分布图,图2为基于子空间距离准则算法的SDR分布图,纵坐标最小幅度值对应的横坐标值即为算法的源数目估计值。本算法假设1kHz的目标信号为已知信号。从图1、图2的结果看,在信噪比较好的条件下,两种算法均能得到准确的源信号估计。

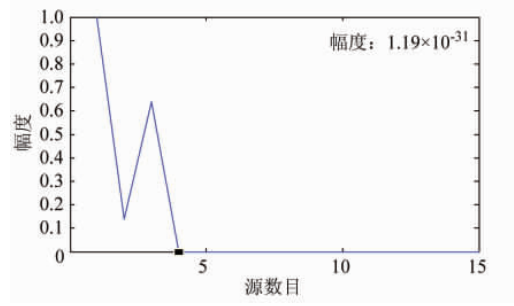


图 2 SDR 分布

Fig. 2 Distribution map of SDR

得到的源数目估计情况,结果表明两种算法均有较好的抗噪性。

Table 1 Source number estimation of the algorithm in different SNRs ($L=6$)

信噪比/dB	-3.26	-7.65	-10.45	-13.45	-15.36	-18.23	-21.36	-25.34
信息论准则算法	6	6	6	6	6	5	5	4
子空间距离算法	6	6	6	6	6	6	5	4

距离准则算法的 SDR 分布图。

实验 2 声源 1 发射 10kHz 连续正弦波,发射方位-22.5°;声源 2 发射 9kHz 连续正弦波,发射方位-178°。图 5 为基于信息论准则算法的 MDL 分布图,图 6 是基于子空间距离准则算法的 SDR 分布图。

实验3 以实验2的水池数据为基础,加上计算机仿真产生的高斯白噪声后,分别用两种算法进行处理(表2)。

实验 1 和实验 2 的结果显示,本算法的源数目估计为 2;

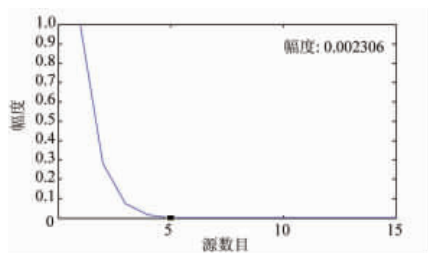


图 5 MDL 分布

Fig. 5 Distribution map of MDL



Table 2 Source number estimation of the algorithms in different SNRs for the pool test data ($L=2$)

信噪比/dB	4.32	3.21	1.21	-1.35
信息论准则算法	2	2	2	2
子空间距离算法	2	2	2	2
信噪比/dB	-3.12	-5.21	-7.34	-9.62
信息论准则算法	2	2	2	2
子空间距离算法	2	2	2	2

而基于信息论准则算法的源数目估计为 5,与实际不符。表 2 是两种算法在不同信噪比下得到的源数目估计情况,实验结果表明,加上高斯白噪声后,两种算法均能得到准确的源数目估计。

3 组水池实验结果表明,本算法在水池环境中可行,且具有更好的稳健性。基于信息论准则算法的源数目估计不准确,是由于消声水池环境造成的,加上噪声后,算法的性能恢复正常。

3 结论

在盲源分离结果的基础上,提出了一种基于子空间距离准则的源数目估计算法。通过仿真和水池实验,与基于信息论准则的源数目估计算法比较表明,本算法能准确估计观测空间内的源数目,具有与信息论准则算法相似的抗噪能力。同时,本算法在水池环境中可行,并具有更好的稳健性。

参考文献 (References)

- [1] 于宏毅, 保铮. 目标数目估计错误的波达方向估计性能分析 [J]. 电子学报, 1999, 27(8): 117-119.
Yu Hongyi, Bao Zheng. *Acta Electronic Sinica*, 1999, 27(8): 117-119.
- [2] 刁鸣. 基于 Music 算法的二维 DOA 估计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 2005.
Diao Ming. Estimation of DOA based on Music [D]. Harbin: College of

- Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, 2005.
- [3] 许策, 章新华, 高成志. 源数目估计对盲源分离算法影响分析[J]. 声学技术, 2007, 26(5): 75-77.
Xu Ce, Zhang Xinhua, Gao Chengzhi. *Technical Acoustics*, 2007, 26(5): 75-77.
- [4] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. *IEEE Transactions on ASSP*, 1985, 33(2): 387-392.
- [5] Fishler E, poor H V. Estimation of the number of sources in unbalanced arrays via information theoretic criteria [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(9): 3543-3553.
- [6] Wax M, Kailath T. Detection of the number of coherent signals by the MDL principle[J]. *IEEE Transactions on ASSP*, 1989, 37(8): 1190-1196.
- [7] Cho C M, Djuric P M. Detection and estimation of DOA's signal via Bayesian predictive densities[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3051-3060.
- [8] Cardoso J F, Souloumiac A. Blind beamforming for non-gaussian signals [J]. *IEE Proceedings-F*, 1993, 140(66): 362-370.
- [9] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
Zhang Xianda. Signal processing of liner algebra [M]. Beijing: Science Press, 1997.
- [10] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
Zhang Xianda, Bao Zheng. Communication signal processing [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.

(责任编辑 陈广仁)



科技导报

Science & Technology Review

《科技导报》竭诚为地方科协、中国科协所属全国学会服务, 欢迎您将计划召开的大型学术会议信息告诉我们, 《科技导报》将为您

优惠刊登学术会议信息。



联系人: 严佳君, 李娜
电 话: 010-62173594
电子信箱: yanjiajun@cast.org.cn, lina@cast.org.cn
通信地址: 北京市海淀区学院南路86号 科技导报社 (100081)