

一维带限 Weierstrass 分形分层介质粗糙面电磁波透射特征

任新成

延安大学物理与电子信息学院, 陕西延安 716000

摘要 运用微扰法研究平面波入射分层介质粗糙面的电磁波透射问题, 推出了不同极化状态的透射波散射系数公式。采用一维带限 Weierstrass 分形粗糙面模拟实际的分层介质粗糙面, 结合一维带限 Weierstrass 分形粗糙面的功率谱, 导出了平面波入射一维带限 Weierstrass 分形分层介质粗糙面的透射系数计算公式。通过数值计算, 得出了 HH 极化状态下一维带限 Weierstrass 分形分层介质粗糙面透射系数的分形特征、基本特征、分区特征、随频率变化特征。结果表明, 分维、空间基频、标度区间、底层介质介电常数、中间介质介电常数及厚度、粗糙面参数、入射波频率对透射系数的影响非常复杂。

关键词 电磁波透射; 一维 Weierstrass 粗糙面; 分层介质; 微扰法; 透射系数

中图分类号 TN011

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)02-0055-08

Transmission Characteristics of Electromagnetic Wave from 1D Band-limited Weierstrass Fractal Rough Surface of Layered Medium

REN Xincheng

School of Physics and Electronic Information, Yanan University, Yan'an 716000, China

Abstract The transmission of the electromagnetic wave with plane wave incidence on a rough surface of a layered medium is studied and the transmission coefficient for different polarizations is obtained by using the small perturbation method combined with the power spectral density of 1D band-limited Weierstrass fractal rough surface. A 1D band-limited Weierstrass fractal rough surface is proposed for describing the natural rough surface of the layered medium. The curves of the transmission coefficient of the HH polarization with various scattering angles of the transmission wave, the fractal characteristics, the basic characteristics, the zonal characteristics and the characteristics with various frequencies of the transmission coefficient from 1D band-limited Weierstrass fractal rough surface for different polarizations are obtained by numerical calculation. The numerical results show that the fractal dimension, special fundamental frequency, scale interval, the permittivity of the substrate medium, the permittivity and the mean layer thickness of the intermediate medium, the rms and the correlation length of the rough surface, and the incident frequency have a very complicated influence on the transmission coefficient.

Keywords electromagnetic wave transmission; 1D band-limited Weierstrass fractal rough surface; layered medium; small perturbation method; transmission coefficient

0 引言

近几十年来, 粗糙面电磁散射一直是一个十分活跃、有着大量实际应用、且为多学科领域共同研究的热门课题, 从原子物理、医学成像、地球科学到遥感等都有粗糙面电磁散射的应用^[1-7]。由于自然界许多粗糙面下方都是分层介质, 可

以想像分层介质粗糙面电磁散射在诸多工程、技术和科学问题中是颇有价值的, 诸如在环境遥感、探地雷达、无线电传播与通信、复合材料粗糙表面无损检测、薄膜物理、光学和电磁学方面的应用。在近 10 余年中, 研究粗糙面电磁散射新的解析方法不断得到丰富和发展, 这些方法有小斜率近似法^[8]、倾

收稿日期: 2009-11-02

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20070701010); 陕西省自然科学基金项目(SJ08-ZT05)

作者简介: 任新成(中国科协所属全国学会个人会员登记号: E190003035S), 副教授, 研究方向为电磁波和光波在复杂系统和随机介质中的传播、散射, 电子信箱: yauxchren@yahoo.com.cn

斜不变性近似法^[9]、本地微扰法^[10]、全波分析法^[11]、表面场相位微扰法^[12]、双尺度方法^[13-16]和微扰法^[17-18]等。

在过去的粗糙面电磁散射研究中,粗糙面、包括分形粗糙面上方的介质中的电磁散射研究居多^[19-28],粗糙面下方介质中的电磁散射问题研究则相对较少^[29-30],且所研究的粗糙面大多为两种介质分界面,而实际粗糙面的下方大多有两种或两种以上介质。本研究探讨由3种介质(粗糙面下方有两种介质)组成的分层介质粗糙面的电磁波透射问题,入射到分层介质粗糙面的电磁波为平面波。假定粗糙面上方和下方的3种介质均是各向均匀的,根据瑞利假设,运用微扰法近似,避免繁琐的推导和证明,得到简捷的透射波散射振幅的表达式,进一步推出透射系数的公式。同时,用一维 Weierstrass 分形粗糙面模拟实际分层介质粗糙面,由数值计算得到 HH 极化条件下透射系数随透射波的散射角变化曲线,讨论了透射系数的分形特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征。这些结果对于诸如海上浮冰、表层土、雪层、干旱地区沙层等的电磁散射很重要。

1 公式推导

考虑电磁波在两个半空间的界面(粗糙面)上发生的电磁散射,分界面用方程 $z=f(r)$ ($r=[x, y]$) 描述。不失一般性,假设粗糙面上方($z>f(r)$)均匀半空间介质(介质1)的介电常数和磁导率分别为 $\varepsilon_0=1, \mu_0=1$,粗糙面下方($z<f(r)$)均匀半空间介质的介电常数为 $\varepsilon(z)$,随机函数 $f(r)$ 具有零均值且在空间上是统计均匀的,即 $\langle f(r) \rangle = 0$ 。

现有一频率为 ω 、波矢为 k_i ($k_i=\{k_i \sin \theta_i, 0, -k_i \cos \theta_i\}$, $k_i=\omega/c$) 的单一频率(忽略时谐因子 $\sim e^{-i\omega t}$) 平面电磁波以入射角 θ_i 从介质1入射到两个半无限介质的粗糙分界面 S_r 上,见图1。

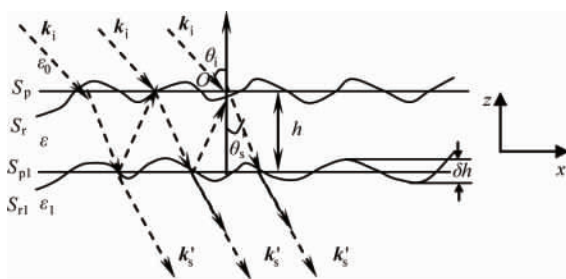


图1 粗糙面电磁波透射问题几何示意

Fig. 1 Schematic diagram of electromagnetic wave transmission from rough surface

根据电场和磁场的边界条件,电场和磁场的切向分量在粗糙边界 S_r 上连续,即

$$N \times (H^{(2)} - H^{(1)})_{S_r} = N \times (E^{(2)} - E^{(1)})_{S_r} = 0 \quad (1)$$

其中, $E^{(2)}$ 和 $H^{(2)}$ ($E^{(1)}$ 和 $H^{(1)}$) 分别为下(上)半空间 $z < f(r)$ ($z > f(r)$)

的电场和磁场, N 为粗糙面 S_r 的法线方向的单位矢量,并且指向上方,可以表示为

$$N = (n - s)(1 + s^2)^{-1/2} \quad (2)$$

其中, n 为水平面(粗糙面 S_r 的平均平面) S_p ($z=0$) 法线方向单位矢量, $s(r) = \nabla_r f(r)$ 为表面斜度矢量场,这里 $\nabla_r = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y\}$ 。假定粗糙面 S_r 的斜度与水平面 S_p 相比较足够小,可以将边界条件(1)展开为 $f(r)$ 和 $s(r)$ 的级数。仅保留一阶项,有^[7]

$$\begin{cases} (n \times \Delta H)_{S_r} = (s \times \Delta H)_{S_r} - f \left(n \times \frac{\partial \Delta H}{\partial z} \right)_{S_r} \\ (n \times \Delta E)_{S_r} = (s \times \Delta E)_{S_r} - f \left(n \times \frac{\partial \Delta E}{\partial z} \right)_{S_r} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\Delta H = H^{(2)} - H^{(1)}$, $\Delta E = E^{(2)} - E^{(1)}$ 。此时,可以用下式描述该衍射问题:

$$H^{(1,2)} = H_0^{(1,2)} + H_1^{(1,2)} \quad E^{(1,2)} = E_0^{(1,2)} + E_1^{(1,2)} \quad (4)$$

这里, $E_0^{(1)}$ 和 $H_0^{(1)}$ ($E_0^{(2)}$ 和 $H_0^{(2)}$) 分别为粗糙面上(下)方半空间对应于通过平面边界 S_p 反射(折射)且未受扰动的电场和磁场,满足一致性边界条件

$$n \times (H_0^{(2)} - H_0^{(1)})_{S_p} = n \times (E_0^{(2)} - E_0^{(1)})_{S_p} = 0 \quad (5)$$

$E_1^{(1)}$ 、 $H_1^{(1)}$ ($E_1^{(2)}$ 、 $H_1^{(2)}$) 分别为关于 $f(r)$ 和 $s(r)$ 的一阶近似、修正的散射电场和磁场,即上(下)半空间的散射场,满足非一致性边界条件

$$\begin{cases} (n \times \Delta H_1)_{S_r} = s \times \Delta H_0 - f \left(n \times \frac{\partial \Delta H_0}{\partial z} \right)_{S_r} \\ (n \times \Delta E_1)_{S_r} = s \times \Delta E_0 - f \left(n \times \frac{\partial \Delta E_0}{\partial z} \right)_{S_r} \end{cases} \quad (6)$$

这里, $\Delta H_0 = H_0^{(2)} - H_0^{(1)}$, $\Delta H_1 = H_1^{(2)} - H_1^{(1)}$, $\Delta E_0 = E_0^{(2)} - E_0^{(1)}$, $\Delta E_1 = E_1^{(2)} - E_1^{(1)}$ 。

首先考虑在介质1中传播的、入射在粗糙面 S_r 上的单一频率水平极化平面电磁波(TE波),在波矢 k_i 方向上有

$$E_{in}^{(1)} = P_0 e^{ik_i \cdot R} = P_0 e^{i(k \cdot r - k_z z)} \quad (7)$$

这里, $R = \{r, z\}$ 为三维矢径, $P_0 = e_y = (0, 1, 0)$ 为单位极化矢量, $k = \{k, 0, 0\}$ 为入射波矢 $k_i = \{k, -k_z\}$ 在平面 $z=0$ 上的二维投影, $k_z = \sqrt{k_i^2 \mu_0 \varepsilon_0 - k^2} = k_i \cos \theta_i$ 。

根据斯涅耳折射定律,下半空间($z < 0$)总零阶电场 $E_0^{(2)}$ 为

$$E_0^{(2)} = P_0 e^{ik \cdot r} T_h (e^{-ik'_z z} + R'_h e^{ik'_z z}) \quad (8)$$

其中, R'_h 、 T_h 分别为分层介质的反射系数和透射系数。

根据麦克斯韦方程组,可得下半空间($z < 0$)的总的零阶磁场 $H_0^{(2)}$ 为

$$H_0^{(2)} = \frac{1}{ik_i} \nabla E_0^{(2)} \quad (9)$$

下面推导中,假定下半空间($z < 0$)介质的介电常数 $\varepsilon(z)$ 随 z 变化缓慢,且在平均平面 S_p ($z=0$) 附近,即在粗糙面下方一个薄层内 $\varepsilon(z)$ 为一常数;忽略 $\varepsilon(z)$ 、 T_h 和 R'_h 变化,可得

$$H_0^{(2)} = \frac{1}{k_i} e^{ik \cdot r} T_h [(k'_i \times P_0) e^{-ik'_z z} + R'_h (k'_i \times P_0) e^{ik'_z z}]_{z \rightarrow 0} \quad (10)$$

将式(8)和式(10)代入一致性边界条件式(5),可以得到菲涅耳反射和折射系数的表达式为

$$R_h = \frac{R_{0h} + R'_h}{1 + R_{0h}R'_h} \quad T_h = \frac{1 + R_{0h}}{1 + R_{0h}R'_h} \quad (11)$$

式中, R_{0h} 为从两种均匀介质(介电常数分别为 $\varepsilon_0=1$ 和 ε)构成的水平分界面反射时通常的菲涅耳反射系数,表示为

$$R_{0h} = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta_i}} \quad (12)$$

由式(8)和式(10)可以得到边界条件式(6)右端零阶散射场的差值 ΔH_0 、 ΔE_0 及其法向导数如下:

$$\begin{cases} \Delta H_0|_{z=0} = \Delta E_0|_{z=0} = 0 \\ \left(n \times \frac{\partial \Delta H_0}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = -i P_0 k_z (\varepsilon - 1) (1 + R_h) e^{ik \cdot r} \\ \left(n \times \frac{\partial \Delta E_0}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

将透射场按平面波展开,并且对坐标 r 应用傅里叶变换,由式(6)可得

$$\begin{cases} n \times \left(\frac{\tilde{H}^{(2)}}{k'_z} - \frac{\tilde{H}^{(1)}}{k_z} \right) = i \tilde{f}(q_\perp) k_z (\varepsilon - 1) \cdot (1 + R_h(\theta_i)) P_0 = J_h^h \\ n \times \left(\frac{\tilde{E}^{(2)}}{k'_z} - \frac{\tilde{E}^{(1)}}{k_z} \right) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由此可得水平极化波的透射振幅为

$$(P \cdot \tilde{E}') = \frac{k'_z k_z (P \cdot J_h^h)}{k_z [1 + R'_h(\theta_s)] + k'_z [1 - R'_h(\theta_s)]} \quad (15)$$

由式(14)定义的表面电流 J_h^h 在矢量 P 上的投影为

$$(P \cdot J_h^h) = i \tilde{f}(q_\perp) k_z (\varepsilon - 1) (1 + R_h(\theta_i)) \cos\phi \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)可得

$$(P \cdot \tilde{E}') = i \tilde{f}(q_\perp) \frac{(\varepsilon - 1) k'_z}{2 k_z} k_z^2 T_h(\theta_i) [1 + R_h(\theta_i)] \cos\phi \quad (17)$$

式(17)给出了水平极化入射波条件下透射波的振幅。类似地,垂直极化入射波条件下透射波的振幅为

$$(P \cdot \tilde{H}') = - \frac{\varepsilon k'_z k_z [P \cdot (n \times J_h^h)]}{\varepsilon k_z [1 + R'_h(\theta_s)] + k'_z [1 - R'_h(\theta_s)]} \quad (18)$$

考虑到式(14)表面电流的定义可得

$$[P \cdot (n \times J_h^h)] = i \tilde{f}(q_\perp) k_z (\varepsilon - 1) (1 + R_h(\theta_i)) \sin\phi \quad (19)$$

由此可得式(18)的最终形式为

$$(P \cdot \tilde{H}') = -i \tilde{f}(q_\perp) \frac{\varepsilon - 1}{2} k_z k'_z T_v(\theta_i) [1 + R_h(\theta_i)] \sin\phi \quad (20)$$

所以,透射系数为

$$\sigma'_h(k'_s, k_i) = \lim_{S_p \rightarrow +\infty} \frac{(2\pi)^2}{S} \langle | (P \cdot \tilde{E}') |^2 \rangle \text{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (21)$$

$$\sigma'_v(k'_s, k_i) = \lim_{S_p \rightarrow +\infty} \frac{(2\pi)^2}{S} \langle | (P \cdot \tilde{H}') |^2 \rangle \frac{\text{Re} \sqrt{\varepsilon}}{|\varepsilon|} \quad (22)$$

对于水平极化入射波,运用式(17)和式(20)可以得到式(21)和式(22)的统一、相似形式^[6,16]

$$\sigma_{\alpha\beta}^0(k_s, k_i) = \pi k_i^4 |\varepsilon - 1|^2 |f'_{\alpha\beta}|^2 W_f(q-k) \text{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (23)$$

这里,下标 α 和 β 分别为透射波和入射波的极化状态, $W_f(q-k)$ 为粗糙表面的空间功率谱密度,它是粗糙表面自相关函数的傅里叶变换, $q-k = k'_s \sin\theta'_s \cos\phi - k_i \sin\theta_i$ 。

类似地,可以推导出在 TM 波入射时,分层介质粗糙面的

透射波散射系数公式。

考虑透射的最简单的情形,即对于非磁性分层介质($\mu=1$)构成的粗糙边界,式(23)中的一组因子 $f'_{\alpha\beta}$ 用显式表示,即

$$\begin{cases} f'_{hh} = \sqrt{\varepsilon} T_h(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \frac{\cos\theta'_s}{\cos\theta_s} \cos\phi \\ f'_{vh} = -T_v(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \cos\theta'_s \sin\phi \\ f'_{vv} = T_v(\theta_s) \left\{ [1 - R_v(\theta_i)] \cos\theta_i \cos\phi + \frac{1}{\varepsilon} [1 + R_v(\theta_i)] \sin\theta_i \tan\theta_s \right\} \cos\theta'_s \\ f'_{hv} = \sqrt{\varepsilon} T_h(\theta_s) [1 - R_v(\theta_i)] \frac{\cos\theta'_s}{\cos\theta_s} \cos\theta_i \sin\phi \end{cases} \quad (24)$$

式中, R_h 和 R_v 分别为从水平面 $S_p(z=0)$ 下方介质($z<0$)进入水平面上方($z>0$)半空间水平极化和垂直极化的镜反射系数, θ_i 为入射角, θ_s 为介质 1 中的散射角, θ'_s 为介质 2 中的散射角, ϕ 为透射波方位角。对于一般的任意分层介质的情形,镜反射系数 R_h 和 R_v 分别具有如下形式:

$$R_h = \frac{R_{0h} + R'_h}{1 + R_{0h}R'_h} \quad R_v = \frac{R_{0v} + R'_v}{1 + R_{0v}R'_v} \quad (25)$$

这里, R_{0h} 和 R_{0v} 分别为从两种均匀介质(介电常数分别为 $\varepsilon_0=1$ 和 ε)构成的水平分界面反射时的菲涅耳反射系数,表示为

$$R_{0h} = \frac{\cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}} \quad R_{0v} = \frac{\varepsilon \cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\varepsilon \cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}} \quad (26)$$

式中 R' 为中介质下方介质(底层介质)的反射系数($R'=0$ 对应于下半空间($z<0$)时介电常数为常数的均匀介质)。

现在考虑最简单的分层结构介质,也就是粗糙面上方为自由空间,下方为由两层介质构成的空间,具有复介电常数 $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ 的平均厚度为 h 的均匀层,覆盖在复介电常数为 $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i\varepsilon''_1$ 的均匀底层上。具有这种结构的分层介质的反射系数 R_h 和 R_v 即为式(11)给出的一般方程,且 R' 可以表示为下面的形式:

$$\begin{aligned} R'_h(\theta) &= R_{hh}(\theta) \exp(2ikh \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}) \\ R'_v(\theta) &= R_{vv}(\theta) \exp(2ikh \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}) \end{aligned} \quad (27)$$

式中, $R_{ij}(\theta)$ 为从介电常数为 ε 和 ε_1 的两种介质表面 $z=-h$ 反射时的菲涅耳反射系数,它们具有以下形式:

$$\begin{aligned} R_{hh}(\theta) &= \frac{\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta} - \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta} + \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}} \\ R_{vv}(\theta) &= \frac{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta} - \varepsilon \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}}{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta} + \varepsilon \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}} \end{aligned} \quad (28)$$

2 一维 Weierstrass 分形粗糙面模型和微扰法近似

已知重要的一维分形函数是带限 Weierstrass-Mandelbrot 函数,是从 Weierstrass 函数衍生而来的,它具有一定的内、外尺度,以保证在一定区间内保持分形的主要特征。一维带限 Weierstrass-Mandelbrot 分形粗糙面^[32-33]具有如下形式:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2} \delta [1 - b^{(2D-4)/2}]}{[b^{(2D-4)N_1} - b^{(2D-4)(N_1+1)}]^{1/2}} \sum_{n=N_1}^{N_2} b^{(D-2)n} \cos(2\pi s b^n x + \varphi_n) \quad (29)$$

式中, δ 为粗糙面高度起伏均方根; b 为空间基频; D 为分维数, $1 < D < 2$; s 为标度因子, $s = K/2\pi$ (K 为空间波数); φ_n 为 $(0, 2\pi)$ 上均匀分布的随机相位, 具有零均值。一般取 $b > 1$, b 为有理数时, $W(x)$ 表现为周期函数; b 为无理数时, $W(x)$ 为准周期函数。标度因子 s 决定频谱位置, $W(x)$ 的无标度区间一般取 $[(K/2\pi)b^{N_1}]^{-1}$ 和 $[(K/2\pi)b^{N_2}]^{-1}$, $N = N_2 - N_1 + 1$ 。随着 N 的增加, 越来越多的频率分量加到准周期上。当分维 D 增加时, 高频分量比重加大, 低频分量作用减小。由于自然界中实际的粗糙表面一般既不是纯随机的也不是完全纯周期的, 且经常是各向异性的, 因此式 (12) 给出的分形函数能够较好地反映自然界中粗糙面的物理特性, 是较好的物理模型。

一维带限 Weierstrass-Mandelbrot 函数的自相关函数可表示为

$$\rho(\tau) = \langle f(x+\tau)f(x) \rangle = \left\{ \frac{\delta^2 [1-b^{(2D-4)}]}{[b^{(2D-4)N_1} - b^{(2D-4)(N_2+1)}]} \right\} \cdot \sum_{n=N_1}^{N_2} b^{(2D-4)n} \cos(2\pi s b^n \tau) \quad (30)$$

其功率谱密度是自相关函数的 Fourier 变换, 它可以表示为

$$W(K) = \frac{\delta^2 [1-b^{(2D-4)}]}{[b^{(2D-4)N_1} - b^{(2D-4)(N_2+1)}]} \sum_{n=N_1}^{N_2} \frac{\delta(K-sb^n)}{b^{2(D-2)n}} \quad (31)$$

其中, $\delta(K-sb^n)$ 为 Dirac 函数, 如令 $K=sb^n$, 则功率谱是一个离散谱。当 $b \rightarrow 1$ 时, 采用连续近似方法^[34], 该功率谱可写为

$$W(K) = \frac{\delta^2 [1-b^{(2D-4)}] (K/2\pi)^{-(2D-4)}}{2 [b^{(2D-4)N_1} - b^{(2D-4)(N_2+1)}] \ln b} K^{(2D-5)} \quad (32)$$

分形函数具有负幂律谱, 所以凡具有负幂律谱的过程都可用分形函数模拟。

如果粗糙表面高度起伏可以用式 (29) 表示, 将式 (32) 代入式 (23), 则介质 2 中的透射波散射截面可以表示为

$$\sigma_{\alpha\beta}^0 = \pi k_i^4 |\varepsilon - 1|^2 |f'_{\alpha\beta}|^2 \frac{\delta^2 [1-b^{(2D-4)}] (K/2\pi)^{-(2D-4)}}{2 [b^{(2D-4)N_1} - b^{(2D-4)(N_2+1)}] \ln b} K^{(2D-5)} \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (33)$$

根据微扰法近似, 式 (32) 中的 K 应为

$$K = -k'_s \sin \theta'_s \cos \phi + k \sin \theta_i \quad (34)$$

此时, 散射系数定义为

$$\sigma = 10 \lg \sigma_{\alpha\beta}^0 \quad (35)$$

由式 (33)~(35) 可以看出, 无论是哪种极化状态下的透射波, 在入射频率 f 、入射角 θ_i 一定的条件下, 散射系数 σ 随散射角 θ'_s 的变化规律既受分维 D 及其他分形描述量的影响, 同时又受底层介质介电常数、中间层介质介电常数和厚度、粗糙面参数和粗糙面高度起伏均方根的影响。下面主要应用式 (35) 研究一维 Weierstrass 分形分层介质粗糙面的电磁波透射系数的分形特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征, 并对有关结果进行详细分析。

微扰法要求粗糙表面标准离差小于入射电磁波长的 5%, 除对粗糙表面标准离差的要求外, 它还要求粗糙表面的平均斜度与波数和标准离差的乘积具有同一数量级, 这两个

条件用数学公式表示即为^[1]

$$k\delta < 0.3 \quad (36)$$

$$2\sqrt{\delta} / l < 0.3 \quad (37)$$

下述数值计算中, 粗糙面高度起伏均方根的取值按式 (36) 和式 (37) 进行。

3 数值计算结果和讨论

下面主要考虑发生在 xz 平面的电磁散射。在图 1 所示坐标系下, $\phi=0$, 此时根据微扰法近似^[2], 上述各式中 K 应为

$$K = \sqrt{\varepsilon} k_i \sin \theta'_s - k_i \sin \theta_i \quad (38)$$

在利用式 (35) 进行计算时, 入射频率取 10 GHz, 入射角取 30°。

首先, 研究在入射波频率 f 一定、入射角 θ_i 一定、HH 极化情形下, 底层介质介电常数 ε_1 、中间层介质介电常数 ε 、中间层介质厚度 H 、粗糙面高度起伏均方根 δ 和相关长度 l 对透射系数的影响。

3.1 分维等分形描述量对透射系数的影响

3.1.1 分维对透射系数的影响

取 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $\varepsilon_1=80+30i$, $H=10\lambda$, $N_1=0$, $N_2=25$, $b=1.1$, 分别取 $D=1.1, 1.5, 1.9$, 研究分维对透射系数的影响, 数值计算结果如图 2 所示。可以看出, 不同分维对应曲线的区别是很明显的, 分维对透射系数的影响很大, 在其他条件不变的情况下, 分维越大, 透射系数就越小。

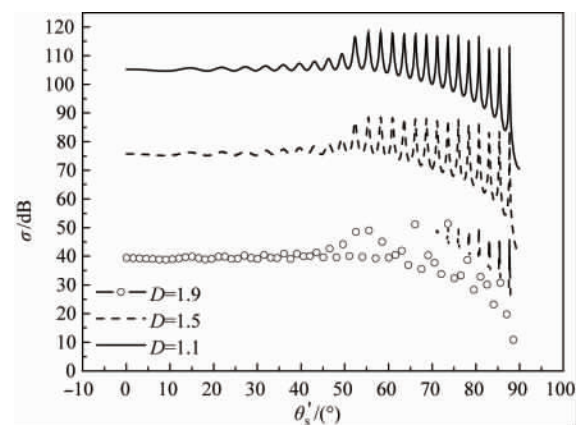


图 2 不同 D 对应的透射系数角分布

Fig. 2 Distribution of σ for different D

分维越大, 粗糙面粗糙程度越大, 电磁波在介质 1 中的镜向散射分量减小, 漫散射分量增大, 因而透射分量减小, 所以分维越大, 透射系数就越小。

3.1.2 标度区间对透射系数的影响

取 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $\varepsilon_1=80+30i$, $H=10\lambda$, $N_1=0$, $b=1.1$, $D=1.5$, 分别取 $N_2=9, 25, 50$, 研究标度区间 N 对透射系数的影响, 数值计算结果如图 3 所示。可以看出, $N_2=25, 50$ 对应的曲线基本重合, 可见标度区间 N (谐波次数) 对透射系数的影响比较小, 所以取 $N_1=0, N_2=25$ 。

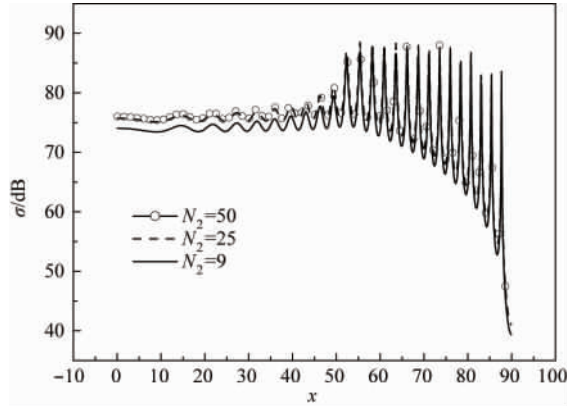


图3 不同 N_2 对应的透射系数角分布
Fig. 3 Distribution of σ for different N_2

根据式(29)和大量数值计算结果,当标度区间 N (谐波次数) 的取值达到某一值后,式(29)所对应的一维带限 Weierstrass-Mandelbrot 分形粗糙面的粗糙程度变化很小,所以标度区间对透射系数的影响比较小。

3.1.3 空间基频对透射系数的影响

取 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $\varepsilon_1=80+30i$, $H=10\lambda$, $N_1=0$, $N_2=25$, $D=1.5$, 分别取 $b=1.01, 1.05, 1.1$, 研究空间基频对透射系数的影响,数值计算结果如图4所示。可以看出, $b=1.05, 1.1$ 对应的曲线区别不太大,对于确定的散射角, b 越大,透射系数幅值越大,可见空间基频对透射系数有一定影响。根据文献[34]所述条件,取 $b=1.1$ 。

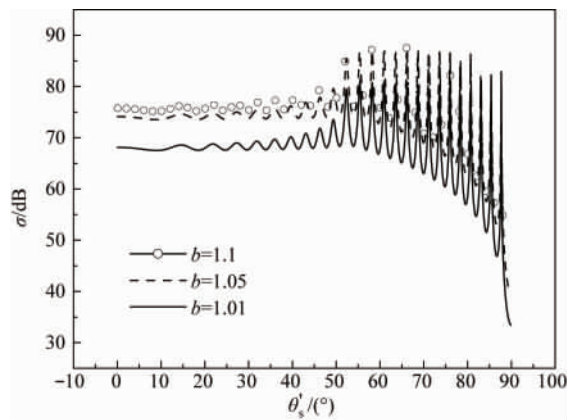


图4 不同 b 对应的透射系数角分布
Fig. 4 Distribution of σ for different b

根据式(29)和数值计算,空间基频越大,粗糙面空间周期越小、均方根斜率越大,粗糙面高度起伏均方根增大,总体上表现为粗糙面的粗糙程度增大,所以空间基频越大,透射系数幅值越大。

3.2 底层介质介电常数 ε_1 对透射系数的影响

图5给出了 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $H=10\lambda$, $N_1=0$, $N_2=25$, $D=1.5$, $b=1.1$ 时,不同 ε_1 对应的 σ 随透射波的散射角 θ_s' 的变化曲线。可以看出, ε_1 对透射系数的影响不大。

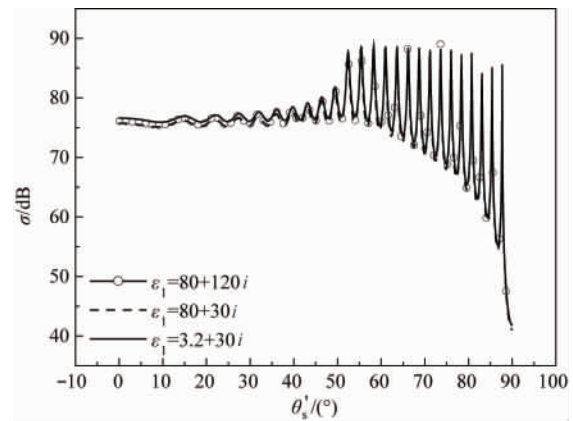


图5 不同 ε_1 对应的透射系数角分布
Fig. 5 Distribution of σ for different ε_1

3.3 中间层介质介电常数 ε 对透射系数的影响

图6给出了 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon_1=80+30i$, $H=10\lambda$, $N_1=0$, $N_2=25$, $D=1.5$, $b=1.1$ 时,不同 ε 对应的 σ 随透射波的散射角 θ_s' 的变化曲线,可以看出,在其他参数和 ε 的虚部一定的条件下, ε 的实部越大,曲线振荡的频率越大,振荡的振幅越小,并且在透射波的散射角变化的大部分范围内,透射系数就越大;在其他参数和 ε 的实部一定的条件下, ε 的虚部越大,曲线振荡的频率越小,振荡的振幅越小,可见透射系数对 ε 的变化是非常敏感的。这一结论对环境遥感等雷达工程问题来说颇有价值。

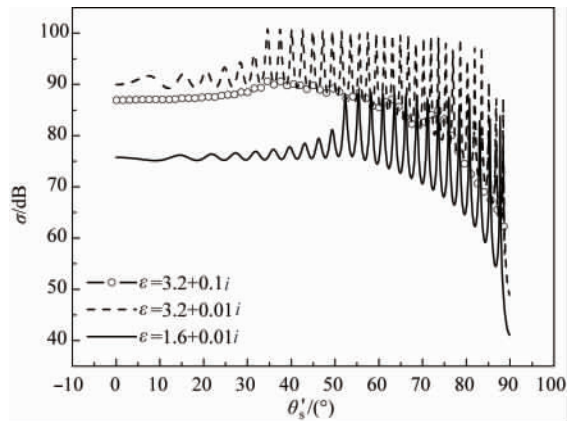


图6 不同 ε 对应的透射系数角分布
Fig. 6 Distribution of σ for different ε

3.4 中间层介质厚度 H 对透射系数的影响

图7给出了在 $\delta=0.2/k$, $\varepsilon_1=80+30i$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $N_1=0$, $N_2=25$, $D=1.5$, $b=1.1$ 时,不同 H 对应的 σ 随透射波的散射角 θ_s' 的变化曲线,可以看出,在其他参数一定的条件下, H 越大,曲线振荡的频率越大、振幅越小,并且当 H 增大到原来的两倍时,曲线振荡的频率也增大到原来的两倍,该结果在 $40^\circ < \theta_s' < 80^\circ$ 范围内近似成立。这一结果对于平面波入射一维 Weierstrass 分层介质粗糙面的电磁逆透射问题具有重要的意义。

3.5 粗糙面高度起伏均方根 δ 对透射系数的影响

图8给出了在 $\varepsilon_1=80+30i$, $\varepsilon=1.6+0.01i$, $N_1=0$, $N_2=25$, $D=1.5$, $b=1.1$ 时,不同 δ 对应的 σ 随透射波的散射角 θ_s' 的变化曲线。可以看出, δ 对透射系数的影响不大。

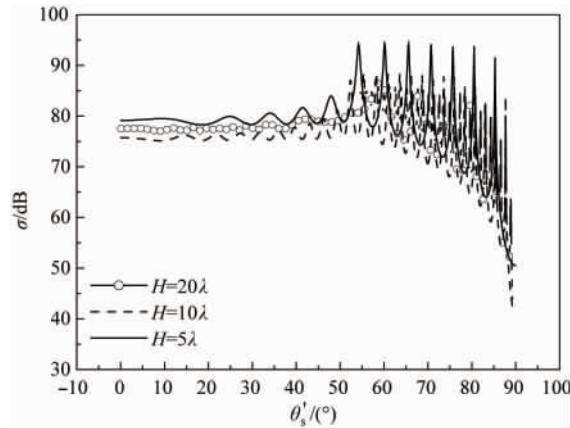


图 7 不同 H 对应的透射系数角分布
Fig. 7 Distribution of σ for different H

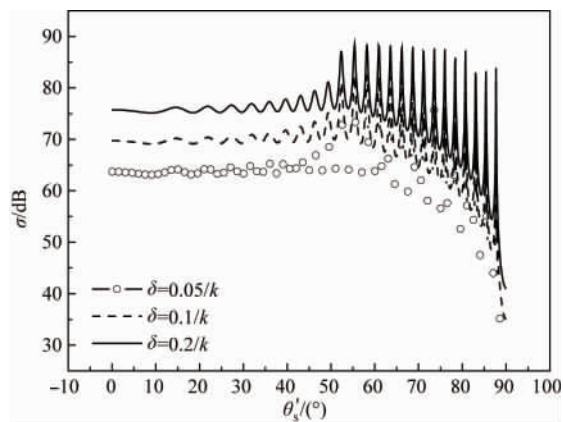


图 8 不同 δ 对应的透射系数角分布
Fig. 8 Distribution of σ for different δ

1.5, $b=1.1$, $H=10\lambda$ 时, 不同 δ 对应的 σ 随透射波的散射角 θ_s 的变化曲线, 可以看出, 在其他参数一定的条件下, δ 越大, σ 越大, δ 不影响曲线振荡的频率, 但影响曲线振荡的振幅, δ 越大, 振荡的振幅越大。

4 透射系数的特征分析

根据第 3 节中的数值计算结果, 可以得到一维 Weierstrass 分形粗糙面透射系数的分形特征和基本特征。

4.1 分形特征

1) 分维对透射系数的影响很大, 在其他条件不变的情况下, 分维越大, 透射系数就越小, 所以在用分形粗糙面代替真实粗糙面时, 一定要注意选择合适的分维。

2) 标度区间 N (谐波次数) 达到某一值时对透射系数的影响比较小, 一般情况下可以取 $N_1=0$, $N_2=25$ 。

3) 空间基频对透射系数有一定的影响, 根据文献[34]所述条件, 在一般情况下取 $b=1.1$ 。

4.2 基本特征

粗糙面高度起伏均方根仅严重影响透射系数的大小, 在其他参数不变的条件下, δ 越大, 透射系数 σ^0 越大。

4.3 分区特征

由图 2~图 8 可以看出, 透射系数随散射角变化的规律是很相似的, 取其中之一并进行分区如图 9 所示。

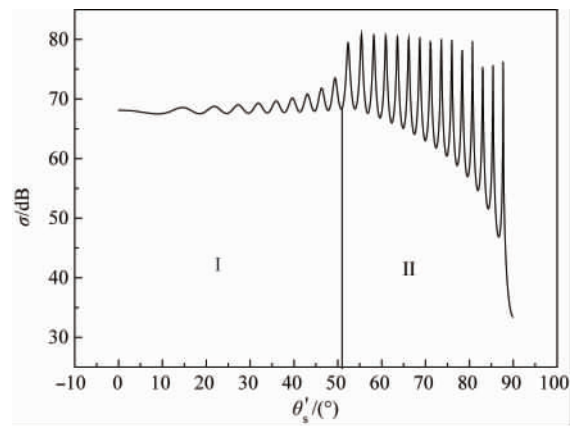


图 9 透射系数随散射角变化的分区特征
Fig. 9 Zonal characteristic of σ vs scattering angle

由图 9 可以看出, 透射系数随散射角的变化大致可以分为两个区域, I 区和 II 区。在 I 区, 当散射角小于 50° 时, 透射系数随散射角的变化不大, 曲线振荡的幅值不大; 在 II 区, 当散射角大于 50° 时, 总体来说, 透射系数随散射角的增大而减小, 曲线振荡的幅值很大。

4.4 随频率变化特征

为进一步研究透射系数 σ 随入射频率 f 变化的特征, 对此进行数值计算, 图 6 给出了数值计算结果, 计算时各参数的取值如下: $\varepsilon_1=1.6+0.01i$, $\varepsilon=80+30i$, $H=10\lambda$, $\delta=0.001\text{m}$, $D=1.5$, $N_1=0$, $N_2=25$, $b=1.1$, $\theta_i=30^\circ$, θ_s' 分别为 10° 和 50° 。

对于一个确定的分层介质粗糙面透射问题来说, 其底层介质介电常数、中介质的介电常数和厚度、粗糙面高度起伏均方根、相关长度均是一定的。这里, 粗糙面高度起伏均方根取 $\delta=0.001\text{m}$ 、高度起伏相关长度取 $l=0.1\text{m}$ 是根据微扰法条件式(32)与式(33)和入射频率的取值范围(30~300GHz)确定的, 以保证在上述频率变化范围内, 微扰法的条件总能成立, 微扰法总能使用, 在这样的条件下研究对于一个确定的分层介质粗糙面来说, 当入射电磁波频率变化时, 透射系数如何随频率的变化而变化。对于上述确定的一维 Weierstrass 分形分层介质粗糙面来说, 当不同频率的电磁波入射时, 透射系数随频率的变化特征由图 6 得出。

由图 10 可以看出, 当 $\theta_s'=10^\circ$, 小于折射角时, 透射系数随入射波频率的增大而单调地增大, 随入射波频率的变化是振荡的, 而且振荡几乎是等幅的; 当 $\theta_s'=50^\circ$, 大于折射角时, 透射系数随入射波频率的增大而单调地增大, 随入射波频率的变化是振荡的, 而且振荡是不等幅的, 总体讲, 透射系数随入射波频率的增大而单调地增大, $\theta_s'=50^\circ$ 对应的透射系数大于 $\theta_s'=10^\circ$ 对应的透射系数。

由于仅考虑发生在入射平面的电磁波透射问题, 即透射

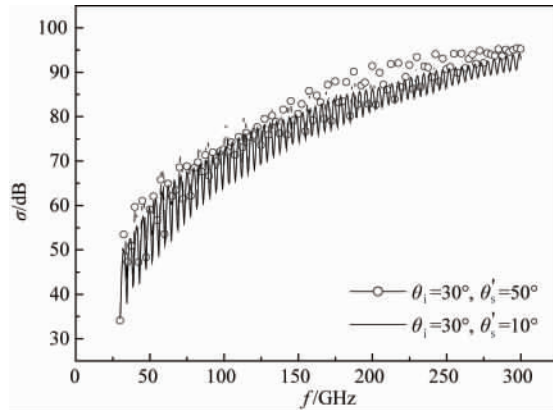


图 10 σ 随频率 f 变化的特征

Fig. 10 Characteristic of σ vs frequency f

方位角 $\phi=0$, 因此式 (24) 中, $f'_{\text{vh}}=f'_{\text{hv}}=0$, 因此交叉极化的透射系数为 0。

根据式 (24), 经过大量数值计算可以得出, 在 VV 极化的情形下, 底层介质介电常数 ε_1 、中间层介质介电常数 ε 、中间层介质厚度 H 、粗糙面高度起伏均方根 δ 和相关长度 l 对 VV 极化透射系数的影响与 HH 极化是完全相似的, 只是与 HH 极化相比较, VV 极化情形下透射系数角分布曲线的振荡部分振幅明显减小。

大量数值计算结果表明, 在折射面内 ($\varphi=0^\circ$), 对于 VV 极化, 其透射系数的分形特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征与 HH 极化相似, 此处不再赘述。

5 结论

当平面电磁波入射到一分层介质粗糙面上时, 发生在粗糙面下方介质中的电磁波散射在诸多实际雷达工程问题中有着广泛的应用。基于微扰法得到了平面电磁波入射分层介质粗糙面上时透射系数的表达式, 并且采用一维 Weierstrass 粗糙面来模拟实际分层介质粗糙面, 结合一维 Weierstrass 粗糙面的功率谱导出了平面波入射时的透射系数计算公式, 通过数值计算得到了 HH 极化情况下透射系数随透射波散射角变化的曲线, 讨论了底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度、粗糙面参数及入射波频率对透射系数的影响。这些结果在诸如在环境遥感、探地雷达、无线电传播与通信、粗糙面重构等电磁逆散射问题中有着广泛的应用。本研究只探讨了底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度、粗糙面参数及入射波频率对一种结构比较简单的一维 Weierstrass 分层介质粗糙面透射系数的影响, 对于其他谱分布、结构更为复杂的分层介质粗糙面的透射问题还有待作进一步研究。

参考文献 (References)

[1] Ulaby F T, Moore R K, Fung A K. Microwave remote sensing[M]. London: Addison-Wesley Publishing, 1982: 816-1033.

[2] Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random medium[M]. New York: Academic Press, 1978: 388-406.

[3] Fung A K. Microwave scattering and emission models and their applications [M]. London: Artech House, 1994: 163-277.

[4] Ogilvy J A. Theory of wave scattering from random rough surface[M]. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1991: 73-118.

[5] Beckman P, Spizzichino A. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces[M]. Oxford: Pergamon, 1963: 239-291.

[6] Voronovich A G. Wave scattering from rough surfaces[M]. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1999: 166-198.

[7] Bass F G, Fuks I M. Wave scattering from statistically rough surfaces[M]. Oxford: Pergamon, 1979: 220-315.

[8] Voronovich A G. The effect of the modulation of Bragg scattering in small-slope approximation[J]. *Wave Random Media*, 2002, 12: 341-349.

[9] Charnotskii M I, Tatarskii V I. Tilt-invariant theory of rough surface scattering[J]. *Waves Random Media*, 1995, 5:361-380.

[10] Isers A B, Puzenko A A, Fuks I M. The local perturbation method for solving the problem of diffraction from a surface with small slope irregularities [J]. *Journal of Electromagnetic Waves Applications*, 1991, 5: 1419-1435.

[11] Bahar E. Scattering cross sections for composite random surfaces: Fullwave analysis[J]. *Radio Science*, 1981, 16: 1327-1335.

[12] Winebrenner D P, Ishimaru A. Investigation of a surface-field phase-perturbation technique for scattering from rough surfaces [J]. *Radio Science*, 1985, 20: 161-170.

[13] Kaganovskii Y S, Freilikher V D, Kanzieper E, et al. Light scattering from slightly rough dielectric films [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1999, 16: 331-338.

[14] Ren Xincheng, Guo Lixin. Study on optical wave scattering from slightly Gaussian rough surface of layered medium [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(10): 605-608.

[15] Ren Xincheng, Guo Lixin, Investigation of characteristics of transmission coefficient from the 1D band-limited Weierstrass fractal rough surface [J]. *Journal of Xidian University*, 2007, 34(4): 590-595.

[16] Guo Lixin, Wang Yunhua, Wu Zhensen. Study on the electromagnetic scattering and doppler spectra from two-scale time-varying fractal rough surface[J]. *Acta Physic Sinica*, 2005, 54(1): 96-101.

[17] Yang Junling, Guo Lixin, Wan Jianwei. Study of electromagnetic scattering from fractal sea surface based on non-fully developed sea spectrum[J]. *Acta Physic Sinica*, 2007, 56(4): 2106-2114.

[18] Wang Yunhua, Guo Lixin, Wu Qiong. Electromagnetic scattering from parallel 2D targets arbitrarily located in a Gaussian beam [J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(8): 1755-1765.

[19] Sultan-Salem A K, Tyler G L. Validity of the Kirchhoff approximation for electromagnetic wave scattering from fractal surfaces [J]. *IEEE Transactions on Geoscience Remote Sensing*, 2004, 42(9): 1860-1870.

[20] Guo Lixin, Jiao Licheng, Wu Zhensen. Electromagnetic scattering from two-dimensional rough surface using Kirchhoff approximation [J]. *Chinese Physics Letters*, 2001, 18(2): 214-216.

[21] 郭立新, 王运华, 吴振森. 双尺度动态分形粗糙海面的电磁散射及多普勒谱研究[J]. *物理学报*, 2005, 54(1): 96-101.

Guo Lixin, Wang Yunhua, Wu Zhensen. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54 (1): 96-101.

[22] 郭立新, 任玉超, 吴振森. 动态分形粗糙海面透射遮蔽效应和多普勒谱研究[J]. *电子与信息学报*, 2005, 27(10): 1666-1670.

Guo Lixin, Ren Yuchao, Wu Zhensen. *Journal of Electronic & Information*

- Technology*, 2005, 27(10): 1666–1670.
- [23] 郭立新, 王运华, 吴振森. 二维导体微粗糙面与其上方金属平板的复合电磁散射研究[J]. *物理学报*, 2005, 54(11): 5130–5138.
Guo Lixin, Wang Yunhua, Wu Zhensen. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(11): 5130–5138.
- [24] 王运华, 郭立新, 吴振森. 改进的二维分形模型在海面电磁散射中的应用[J]. *物理学报*, 2006, 55(10): 5191–5199.
Wang Yunhua, Guo Lixin, Wu Zhensen. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(10): 5191–5199.
- [25] 郭立新, 王运华, 吴振森. 等效原理和互易性原理在两个相邻球形目标电磁散射中的应用[J]. *物理学报*, 2006, 55(11): 5815–5823.
Guo Lixin, Wang Yunhua, Wu Zhensen. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(11): 5815–5823.
- [26] 王运华, 郭立新, 吴振森. 平行柱体对平面波/高斯波束电磁散射[J]. *物理学报*, 2007, 56(1): 186–194.
Wang Yunhua, Guo Lixin, Wu Zhensen. *Electromagnetic scattering of plane wave/Gaussian beam by parallel cylinders*[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(1): 186–194.
- [27] 杨俊岭, 郭立新, 万建伟. 基于未充分发展海谱的分形海面模型及其电磁散射研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(4): 2106–2114.
Yang Junling, Guo Lixin, Wan Jianwei. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(4): 2106–2114.
- [27] Wang Yunhua, Guo Lixin, Wu Qiong. Electromagnetic scattering from parallel 2D targets arbitrarily located in a Gaussian beam [J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(8): 1755–1765.
- [28] Liu Ye, Wei Enbo, Hong Jieli, *et al.* Microwave backscattering from the sea surface with breaking waves [J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(9): 2175–2179.
- [29] 金亚秋, 李中新. 结合谱积分加速法的前后向迭代法数值计算分形粗糙介质的透射和透射[J]. *电子学报*, 2002, 30(11): 1648–1653.
Jin Yaqie, Li Zhongxin. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(11): 1648–1653.
- [30] 李中新, 金亚秋. 双网格前后向迭代与谱积分法计算分形粗糙面的透射与透射[J]. *物理学报*, 2002, 51(7): 1403–1411.
Li Zhongxin, Jin Yaqie. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(7): 1403–1411.
- [31] Mandelbrot B B. *The fractal geometry of nature*[M]. New York: Freeman, 1982.
- [32] Falconer K. *Fractal geometry: Mathematical foundations and application* [M]. New York: Wiley, 1990.
- [33] Mandelbrot B B. *The fractal geometry of nature*[M]. New York: Freeman, 1982.
- [34] Kim Y, Jaggard D L. Band-limited fractal models of atmospheric refractivity fluctuation [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1988, A5(4): 475–480.

(责任编辑 朱宇)

第31届国际影像科学大会(ICIS2010)

The 31st International Congress on Imaging Science

时间: 2010年5月12–16日
地点: 北京市

主办单位: 中国感光学会(CSIST)
国际影像科学委员会(ICIS)



联系电话: 010-82543686, 82543687
传 真: 010-82543687
电子信箱: icis2010@csist.org.cn
通信地址: 北京市海淀区中关村北一条2号 (100190)
会议网站: <http://www.csist.org.cn/chinese/tz-icis2010.htm>