

最大离差值极小响应面及按 Kreisselmerier–Steinhauser 函数的拟合

宇慧平, 隋允康, 丁力, 叶红玲

北京工业大学机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124

摘要 现有的响应曲面是按最小二乘法实现的。提出一种响应面拟合方法: 使响应面函数同样本值之间的最大距离极小。该方法运用 Kreisselmerier–Steinhauser 函数的特性, 建立数学模型, 采用求导、泰勒展开、数值迭代等方法确定响应面函数的系数。在数值迭代过程中以最小二乘法获得的结果作为迭代初值。通过一系列算例得出, Kreisselmerier–Steinhauser 函数法获得的响应面函数能够达到最大距离最小的目的; 该方法获得的响应面函数与最小二乘法拟合的响应面函数相比, 在与样本值差的均方根相对增加不大的情况下, 能显著减少最大距离; 采用变熵参数方法能获得更好的解。本途径不仅丰富了响应面的构造方法, 而且可满足实际工程问题中希望响应函数与样本值最大距离极小化的需求。

关键词 响应面方法; 最大值极小; Kreisselmerier–Steinhauser 函数; 最小二乘法

中图分类号 TH122

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)01-0063-06

Min–Max Distance Response Surface and Kreisselmerier–Steinhauser Function

YU Huiping, SUI Yunkang, DING Li, YE Hongling

College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

Abstract The current Response Surface Methodology (RSM) is based on the least squares method. This paper proposes a new response surface fitting method, which let the maximum distance among the response hypersurface function and sample values be minimized. In this method, a mathematical model is built based on the characteristics of Kreisselmerier–Steinhauser function. The coefficients of the response hyper–surface function can be determined by taking derivatives, carrying out Taylor expansions and numerical iterations. The result of the least squares method is used as the initial value in the process of numerical iteration. According to a series of calculated cases, three conclusions are reached. First, the response hyper–surface function obtained from the Kreisselmerier–Steinhauser function method satisfies the condition of minimizing the maximum distance. Second, compared with the counterpart obtained from the least squares method, the response hyper–surface function obtained from this method could noticeably reduce the maximum distance in case that the RMS of sample values increases in a small scale. Third, the adoption of a method of changing stretching factor could lead to a better solution. The method proposed in this paper not only provides a response surface method but also can ensure the maximum distance among the response hyper–surface function and sample values minimized in practical engineering problems.

Keywords Response Surface Methodology; maximum value minimum; Kreisselmerier–Steinhauser function; Least Square Method

收稿日期: 2009-09-15

基金项目: 北京市教委基金项目(KM200710005032); 国家自然科学基金项目(10872012); 北京市自然科学基金项目(3093019); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060005010); 工业装备结构分析国家重点实验室基于网格应用的专项研究基金(GZ0819)

作者简介: 宇慧平, 副教授, 研究方向为计算力学与多学科优化, 电子信箱: yuhuiping@bjut.edu.cn; 隋允康(通信作者, 中国科协所属全国学会个人会员登记号: S030000050S), 教授, 研究方向为计算固体力学、结构和多学科优化、智能结构最优控制, 电子信箱: ysu@bjut.edu.cn

0 引言

在工程实际应用过程中,需要将实体实验或数值实验获得的数据点进行拟合,得到响应面函数。现有的响应面方法通常采用最小二乘法,即拟合值与样本值在各点的残差的平方和最小来确定响应系数。例如,Naceura 等^[1]利用最小二乘法构建响应函数,快速设计铝板的成形参数;Nga 等^[2]运用响应面模型预测空气扩散的性能指标;Oudjene 等^[3]则运用移动最小二乘法建立的响应面进行形状优化。能否为响应面方法提出更多的构造途径,从而丰富理论和方法的研究,同时为工程实用奉献更广泛的选择。文献[4]通过精确映射反演方法,给出了处理最大值极小问题的统一方法,并在文献 [5] 中指出 Kreisselmerier-Steinhauser 函数(K-S 函数)与模函数法函数本质上是相同的。本文在以往研究的基础上,提出了响应面函数距样本值最大离差值极小化的方法。该方法有着实际的工程应用前景。如:在形状误差测量中,通过对测量数据点进行拟合,得到理想几何形状,要求实际要素与该理想几何形状的最大距离最小^[6]。以往采用最小二乘法对数据点进行拟合,这种方法与形状误差的定义存在差距,有时会产生较大误差。

本文提出的属于最大极小化 (Minimax) 问题,可以采用 K-S 函数求解。以往更多的是在各个函数表达式都确定的情况下进行优化求解,如艾剑良等^[7]将 K-S 函数法运用到已知多个目标函数求解最大值最小化,文献[8]和[9]将其用于连续体结构拓扑优化。本文运用该方法确定响应面函数的系数。

1 Kreisselmerier-Steinhauser 函数

K-S 函数首先应用于控制系统的设计^[10],随后它作为将许多约束转换成单个累积约束函数的方法应用于结构优化设计。K-S 函数定义如下。

对于标量函数 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$, 构造标量函数

$$S(f_1, f_2, \dots, f_k) = \frac{1}{p} \ln \left(\sum_{k=1}^K e^{p f_k(x)} \right) \rightarrow \min \quad (1)$$

式中, $p > 0$ 为熵参数, K 为标量函数个数, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 函数 $S(f_1, f_2, \dots, f_k)$ 称为关于 $f_1, f_2, \dots, f_k$ 的 K-S 函数。可以证明, K-S 函数具有以下性质:

$$\max(f_k) \leq S(f_1, f_2, \dots, f_k) \leq \max(f_k) + \frac{1}{p} \ln K \quad (2)$$

显然 K-S 函数处处连续、可导,其物理意义可用图 1 描述。由图 1 可见, K-S 函数描述了 $f_1, f_2, \dots, f_k$ 所构成的包络线 (对于二维为包曲面, 对于 n 维为包络超曲面), 随着 p 的增大, K-S 函数将靠近 $\max(f_k)$ 边界。

2 数学模型和求解策略

按照统计学的概念, 实验数据包括两部分, 一部分是与因素相关的, 即样本点, 定义为 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}, \dots, x^{(K)}$, 每组样本点 $x^{(k)}$ 包含 n 个因素; 另一部分则是与样本点对应的响应, 即样本值, 定义为 $f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(k)}, \dots, f^{(K)}$, 表示第 k 组样本点 $x^{(k)}$

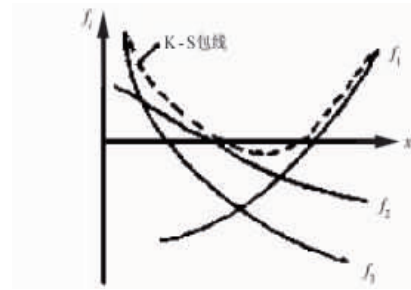


图 1 K-S 函数示意

Fig. 1 Sketch of K-S function

对应的样本值为 $f^{(k)}$, 共 K 组。

假定响应面函数为一次函数, 定义为

$$\tilde{f}(x, \beta) = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_j \quad (3a)$$

若响应面函数为含交叉项的二次型, 则

$$\tilde{y} = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \beta_{ij} x_i x_j \quad (3b)$$

式中, β_0 为常数项待定系数, β_j 为一次项待定系数, β_{ij} 为二次项待定系数, 共 $(n+1)(n+2)/2$ 个。

令

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_1 = x_1, x_2 = x_2, \dots, x_n = x_n \\ x_{n+1} = x_1^2, x_{n+2} = x_2^2, \dots, x_{2n} = x_n^2 \\ x_{2n+1} = x_1 x_2, x_{2n+2} = x_1 x_3, \dots, x_{k-1} = x_{n-1} x_n \end{cases} \quad (4a)$$

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta_0 \\ \alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2, \dots, \alpha_n = \beta_n \\ \alpha_{n+1} = \beta_{n+1}, \alpha_{n+2} = \beta_{n+2}, \dots, \alpha_{2n} = \beta_{2n} \\ \alpha_{2n+1} = \beta_{12}, \alpha_{2n+2} = \beta_{13}, \dots, \alpha_{k-1} = \beta_{(n-1)n} \end{cases} \quad (4b)$$

将式(4)代入式(3b), 得到统一的简单形式为

$$\tilde{f} = \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_i x_i \quad (5)$$

根据响应面函数与样本值的差的最大值最小, 有目标函数

$$\max |\tilde{f}(x^{(k)}, a) - f^{(k)}| \rightarrow \min \quad (6)$$

为便于计算, 以上模型等价于下式:

$$\max (\tilde{f}(x^{(k)}, a) - f^{(k)})^2 \rightarrow \min \quad k=1, 2, \dots, K \quad (7)$$

由于目标函数为求 K 个标量函数的最大值, 因此本文采用 K-S 函数法。于是式(7)转换成求解下列函数的极值:

$$S = \frac{1}{p} \ln \left(\sum_{k=1}^K e^{p(\tilde{f}(x^{(k)}, a) - f^{(k)})^2} \right) \rightarrow \min \quad (8)$$

令响应面函数与样本值的差值为 $g(x^{(k)}, a)$, 即

$$g(x^{(k)}, a) = \tilde{f}(x^{(k)}, a) - f^{(k)} \quad (9)$$

于是有

$$S = \frac{1}{p} \ln \left(\sum_{k=1}^K e^{p g^2(x^{(k)}, a)} \right) \rightarrow \min \quad (10)$$

根据极值条件, 有

$$\frac{\partial S}{\partial a_j} = 0 \quad j=0, 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

令 $x_0^k=1$, 有

$$\sum_{k=1}^K g(x^{(k)}, a) e^{pg^2(x^{(k)}, a)} x_j^k = 0 \quad j=0, 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

理论上, 式(12)联立即可求出 a , 然而由于该方程组是高度非线性的, 需要通过数值迭代求解。本文以最小二乘法拟合得到的 a^0 为初始展开点, 采用一阶泰勒展开, 于是式(12)在 a^0 点展开, 有

$$\sum_{k=1}^K g(x^{(k)}, a^0) e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} x_j^k + \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_i^k x_j^k e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} [2pg^2(x^{(k)}, a^0) + 1] \cdot (a_i - a_i^0) = 0 \quad (13)$$

整理后, 得

$$\sum_{k=1}^K g(x^{(k)}, a^0) e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} x_j^k - \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_i^k x_j^k e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} [2pg^2(x^{(k)}, a^0) + 1] a_i^0 + \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_i^k x_j^k e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} [2pg^2(x^{(k)}, a^0) + 1] a_i = 0 \quad j=0, 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

为了方便求解, 对式(14)两边除以一个非零数, 有

$$\frac{\sum_{k=1}^K g(x^{(k)}, a^0) e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} x_j^k}{\sum_{k=1}^K e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)}} - \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_i^k x_j^k e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} [2pg^2(x^{(k)}, a^0) + 1] a_i^0}{\sum_{k=1}^K e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)}} + \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_i^k x_j^k e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)} [2pg^2(x^{(k)}, a^0) + 1] a_i}{\sum_{k=1}^K e^{pg^2(x^{(k)}, a^0)}} = 0 \quad (15)$$

在该程序的运行过程中, p 的大小影响响应面函数的系数, 随着 p 的增大, K-S 函数将靠近 $\max(f_k)$ 边界, 解也就更精确, 然而当 p 大到一定程度时会出现数值溢出。

3 算例

算例 1 一次响应面, 1 个因素, 10 个样本点。样本点和样本值如表 1 所示。

表 1 一次响应面 10 个样本点 1 个因素
Table 1 Linear response surface with 10 sample points and 1 factor

序号	样本点	样本值
1	0.2	4.2
2	1.2	6.7
3	2.3	10.5
4	3.1	11
5	4.3	12
6	5.1	12.5
7	5.9	15.2
8	7.1	16.5
9	8.3	25
10	9	27

在计算中, 本文采用两种方式: 常熵参数 p 方法和变熵参数 p 方法进行迭代计算。

方式 1 常熵参数 p 方法, 程序流程如图 2 所示。每组 p , 都是采用最小二乘法确定初始 a^0 。增大 p 直到出现数值溢出。本算例当 $p>7$ 时, 数值溢出。其计算相应的值见表 1 中对应的 $p=7$ 行。

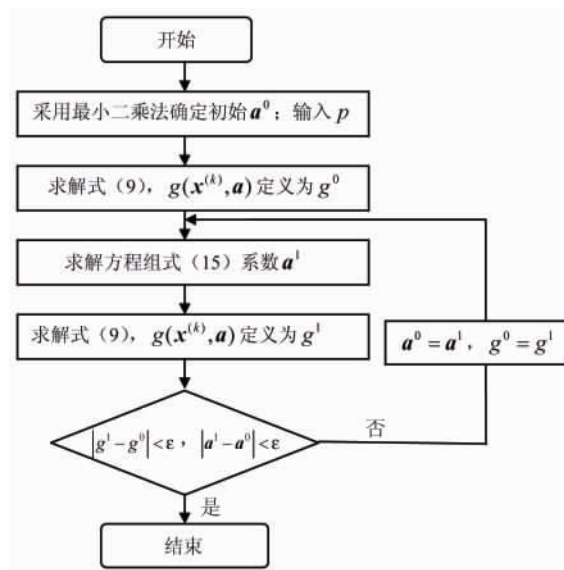


图 2 常熵参数程序流程图

Fig. 2 Flowchart of constant entropy parameter program

方式 2 变熵参数 p 方法, 程序流程如图 3 所示。逐渐增加 p , 对于不同的 p , 则以上次的 p 获得的响应系数作为初始值。采用这种方法后, $p>85$ 时, 数值才出现溢出。相应的计算结果同样填入表 2。从表 2 可以看到, ① 方式 1 的响应函数拟合值与样本值的最大值为 2.9177, 而方式 2 为 2.9111; 采用方式 2 的变熵参数方法能够获得更好的解; ② 随着 p 的增

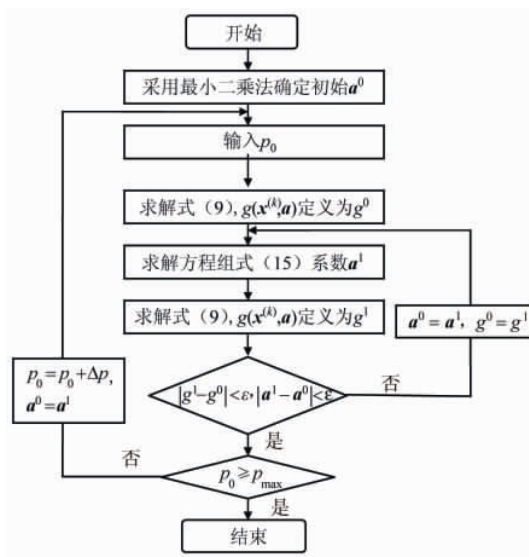


图 3 变熵参数程序流程图

Fig. 3 Flowchart of variable entropy parameters program

加,拟合值与样本值差值的最大值减少,而差值的均方根有小幅增加;③ 为了比较这种减少及增大的趋势,不妨比较相对误差项,即以表 2 第 2 列和第 4 列中的最小值为基准值,该列的其他值与该值差值的绝对值与该值的比值为相对误差

差,将其分别列入表 2 中的第 3 和第 4 列。可以看到采用最小二乘法,其与样本值差的最大绝对值比本文大 12.45%,而采用本文方法,其与样本值差的平方和的均方根仅比最小二乘法的大 7.126%。

表 2 算例 1 最小二乘法与本文方法的比较

Table 2 A comparison between this method and the least-squares method of Example 1

	$\max g^{(k)}$	与样本值差的最大绝对值的相对误差	$\sqrt{\sum_{k=1}^{10} g^{(k)2}}/10$	样本值差的均方根的相对误差	a_0	a_1
最小二乘法	0.32736×10^1	0.12454	0.20166×10^1	0.00000	0.32157×10^1	0.23321×10^1
$p=2$	0.29366×10^1	0.87506×10^{-2}	0.21391×10^1	0.60748×10^{-1}	0.20324×10^1	0.24513×10^1
$p=4$	0.29231×10^1	0.41335×10^{-2}	0.21497×10^1	0.65988×10^{-1}	0.19799×10^1	0.24568×10^1
$p=6$	0.29189×10^1	0.26886×10^{-2}	0.21533×10^1	0.67805×10^{-1}	0.19618×10^1	0.24587×10^1
$p=7$	0.29177×10^1	0.22672×10^{-2}	0.21544×10^1	0.68333×10^{-1}	0.19566×10^1	0.24593×10^1
$p=10$	0.29155×10^1	0.15309×10^{-2}	0.21563×10^1	0.69284×10^{-1}	0.19473×10^1	0.24603×10^1
$p=20$	0.29130×10^1	0.65774×10^{-3}	0.21586×10^1	0.70407×10^{-1}	0.19364×10^1	0.24615×10^1
$p=30$	0.29122×10^1	0.36572×10^{-3}	0.21593×10^1	0.70784×10^{-1}	0.19327×10^1	0.24619×10^1
$p=40$	0.29117×10^1	0.21952×10^{-3}	0.21597×10^1	0.70973×10^{-1}	0.19309×10^1	0.24621×10^1
$p=50$	0.29115×10^1	0.13175×10^{-3}	0.21600×10^1	0.71087×10^{-1}	0.19298×10^1	0.24622×10^1
$p=60$	0.29113×10^1	0.73206×10^{-4}	0.21601×10^1	0.71163×10^{-1}	0.19290×10^1	0.24623×10^1
$p=70$	0.29112×10^1	0.31378×10^{-4}	0.21602×10^1	0.71217×10^{-1}	0.19285×10^1	0.24623×10^1
$p=80$	0.29111×10^1	0.00000	0.21603×10^1	0.71257×10^{-1}	0.19281×10^1	0.24624×10^1

图 4 是两种方法拟合得到的一维直观图,图 5 则反映出随着熵参数 p 的增加,最大离差值逐渐收敛。

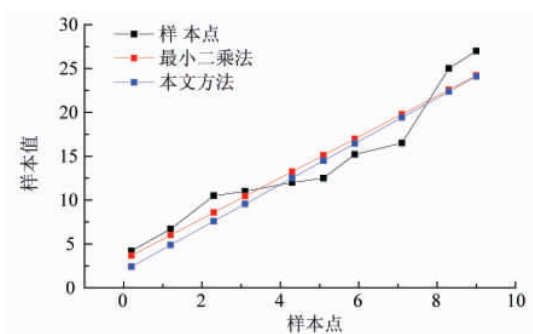
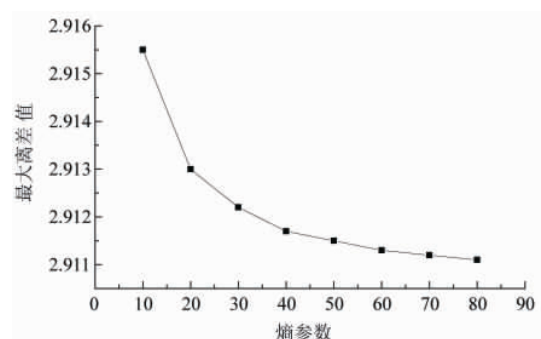


图 4 算例 1 两种方法拟合的图形

Fig. 4 Fitting curves by two methods of Example 1

图 5 最大离差值与 p 的关系Fig. 5 Relationship between the largest difference value and p

算例 2 一次响应面,2 个因素,5 个样本点。样本点和样本值如表 3 所示。

表 3 算例 2 的 5 个样本点 2 个因素

Table 3 5 sample points and 2 factors of Example 2

序号	样本点		样本值 f
	x_1	x_2	
1	1.1	1	5.1
2	1	2.1	8.1
3	2.1	2	10.1
4	3	1.1	9.1
5	3.1	2	12.1

本例同样采用常熵参数方法和变熵参数方法进行迭代。常熵参数方法 $p > 15801$ 时,数据溢出;变熵参数方法 $p > 278000$ 时数据才溢出。最大差值由 0.050128 降到 0.050007。

从表 4 中同样可以看到,采用最小二乘法,其与样本值差的最大绝对值比本文大 19.90%,而采用本文方法,其与样本值差的平方和的均方根仅比最小二乘法的大 2.44%。

算例 3 二次响应面,1 个因素,9 个样本点。样本点和样本值如表 5 所示。

本例同样也采用常熵参数方法和变熵参数方法进行迭代。常熵参数方法 $p > 5$ 时,数据溢出;而变熵参数方法 $p > 95$ 时数据才溢出。最大差值由 3.1160 降到 2.6832。



表 4 算例 2 最小二乘法与本文方法的比较

Table 4 Comparison between this method and the least-squares method of Example 2

	$\max g^{(k)}$	与样本点差的 最大绝对值的 相对误差	$\sqrt{\sum_{k=1}^5 g^{(k)^2} / 5}$	样本点差的均 方根相对误差	a^0	a^1	a^2
最小二乘法	0.59974×10^{-1}	0.19931	0.34511×10^{-1}	0.00000	-0.15525	0.20019×10^1	0.30040×10^1
$p=2000$	0.50931×10^{-1}	0.18463×10^{-1}	0.49780×10^{-1}	0.19966×10^{-1}	-0.15099	0.20003×10^1	0.30007×10^1
$p=4000$	0.50487×10^{-1}	0.95971×10^{-2}	0.49882×10^{-1}	0.22063×10^{-1}	-0.15051	0.20002×10^1	0.30004×10^1
$p=6000$	0.50330×10^{-1}	0.64526×10^{-2}	0.49920×10^{-1}	0.22829×10^{-1}	-0.15035	0.20001×10^1	0.30003×10^1
$p=8000$	0.50250×10^{-1}	0.48425×10^{-2}	0.49939×10^{-1}	0.23227×10^{-1}	-0.15026	0.20001×10^1	0.30002×10^1
$p=10000$	0.50201×10^{-1}	0.38639×10^{-2}	0.49951×10^{-1}	0.23470×10^{-1}	-0.15021	0.20001×10^1	0.30002×10^1
$p=12000$	0.50168×10^{-1}	0.32062×10^{-2}	0.49959×10^{-1}	0.23634×10^{-1}	-0.15017	0.20001×10^1	0.30001×10^1
$p=14000$	0.50144×10^{-1}	0.27339×10^{-2}	0.49965×10^{-1}	0.23752×10^{-1}	-0.15015	0.20001×10^1	0.30001×10^1
$p=15801$	0.50128×10^{-1}	0.24197×10^{-2}	0.49969×10^{-1}	0.23818×10^{-1}	-0.15013	0.20000×10^1	0.30001×10^1
$p=16000$	0.50126×10^{-1}	0.23781×10^{-2}	0.49969×10^{-1}	0.23841×10^{-1}	-0.15013	0.20000×10^1	0.30001×10^1
$p=40000$	0.50051×10^{-1}	0.87049×10^{-3}	0.49987×10^{-1}	0.24220×10^{-1}	-0.15005	0.20000×10^1	0.30000×10^1
$p=100000$	0.50020×10^{-1}	0.26118×10^{-3}	0.49995×10^{-1}	0.24374×10^{-1}	-0.15002	0.20000×10^1	0.30000×10^1
$p=200000$	0.50010×10^{-1}	0.57282×10^{-4}	0.49997×10^{-1}	0.24425×10^{-1}	-0.15001	0.20000×10^1	0.30000×10^1
$p=278000$	0.50007×10^{-1}	0.00000	0.49998×10^{-1}	0.24440×10^{-1}	-0.15001	0.20000×10^1	0.30000×10^1

表 5 算例 3 的 9 个样本点 1 个因素

Table 5 9 sample points and 1 factor of Example 3

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
样本点	-4.0	-3.0	-2.0	-1.0	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0
样本值 f	-17	-15	-6	-1.3	1.0	5.0	6.0	3.0	-3.0

从表 6 中同样可以看到,采用最小二乘法,其与样本值差的最大绝对值比本文方法大 16.13%,而采用本文方法,其与样本值差的平方和的均方根,仅比最小二乘法得出的大 5.84%。

算例 4 二次响应面,2 个因素,9 个样本点。样本点和样

本值如表 7 所示。

本例同样也采用常熵参数方法和变熵参数方法进行迭代。常熵参数方法在 $p>46$ 时,数据就会溢出;而变熵参数方法 $p>4000$ 时数据才会溢出。最大差值由 0.6568 下降到 0.4138。

表 6 算例 3 的最小二乘法与本文方法的比较

Table 6 A comparison between this method and the least-squares method of Example 3

	$\max g^{(k)}$	与样本点差的 最大绝对值的 相对误差	$\sqrt{\sum_{k=1}^9 g^{(k)^2} / 9}$	样本点差的均 方根相对误差	a^0	a^1	a^2
最小二乘法	3.1160	0.161300	1.832×10^1	0.00000	2.211	2.338	-0.7867
$p=5$	2.6952	0.004489	1.1933	0.05551	1.326	2.417	-0.7088
$p=50$	2.6838	0.0002272	1.939	0.05844	1.304	2.420	-0.7066
$p=95$	2.6832	0.000000	1.939	0.05860	1.303	2.420	-0.7065

表 7 算例 4 的 9 个样本点 2 个因素

Table 7 9 sample points and two factors of Example 4

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
样本点	x_1	0	1	2	3	4	5	-1	-2
	x_2	0	-1	-2	-3	-4	1	2	3
样本值 f		1	8.2	19.8	35.8	56.2	30	-2.6	0.7





从表 8 中,同样可以看到采用最小二乘法,其与样本值差的最大绝对值比本文方法大 57.97%,而采用本文方法,其

与样本值差的平方和的均方根,比最小二乘法得出的大 38.13%。

表 8 算例 4 的最小二乘法与本文方法的比较

Table 8 A comparison between this method and the least-squares method of Example 4

	$\max g^{(k)}$	与样本点差的 最大绝对值的 相对误差	$\sqrt{\sum_{k=1}^9 g^{(k)^2}/9}$	样本点差的 均方根相对 误差	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
最小二乘法	0.6568	0.5797000	0.2863	0	1.067	2.311	-2.775	0.9319	0.5828	-0.463 7
$p=20$	0.4485	0.0788300	0.3236	0.1301	1.339	2.230	-2.607	0.9948	0.2985	-0.725 3
$p=40$	0.4323	0.0397300	0.3485	0.2170	1.403	2.088	-2.716	1.010	0.3193	0.682 9
$p=46$	0.4300	0.0341500	0.3541	0.2368	1.411	2.071	-2.729	0.1011	0.3209	-0.679 3
$p=100$	0.4220	0.0149400	0.3766	0.3152	1.437	2.021	-2.765	1.014	0.3255	-0.669 2
$p=1000$	0.4162	0.0011500	0.3940	0.3762	1.447	2.001	-2.781	1.014	0.3302	-0.6629
$p=2000$	0.4159	0.0003840	0.3950	0.3796	1.448	2.000	-2.782	1.014	0.3305	-0.6626
$p=3000$	0.4158	0.0001281	0.3953	0.3807	1.448	2.000	-2.782	1.014	0.3305	-0.6625
$p=4000$	0.4158	0.0000000	0.3955	0.3813	1.448	2.000	-2.782	1.014	3.306	-6.625

4 结论

1) 采用一种响应面拟合方法,即适用于一次多变量响应面,也适用于二次多变量响应面系数的确定,算例表明获得的响应函数能够达与样本值差的最大距离最小的目的。

2) 该方法获得的拟合函数与最小二乘法的拟合函数相比,与样本值差的均方根相对增加不大的情况下,能显著减少最大距离。

3) 采用变熵参数方法能获得更好的解数值。

参考文献 (References)

- [1] Naceur H, Ben-Elachi S, Batoz J L, et al. Response surface methodology for the rapid design of aluminum sheet metal forming parameters[J]. *Materials & Design*, 2008, 29(4): 781-790.
- [2] Oudjene M, Ben-Ayed L, Delamézère A, et al. Shape optimization of clinching tools using the response surface methodology with Moving Least-Square approximation[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, 209(1): 289-296.
- [3] Nga K C, Kadirgamab K, Ng E Y K. Response surface models for CFD predictions of air diffusion performance index in a displacement ventilated office[J]. *Energy and Buildings*, 2008, 40(5): 774-781.
- [4] 隋允康. 建模·变换·优化——结构综合方法新进展[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.
Sui Yunkang. Modelling, transformation and optimization—New developments of structural synthesis method [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1996.
- [5] 隋允康, 于新. K-S 函数与模函数法的统一 [J]. 大连理工大学学报, 1998, 38(5): 502-505.
Sui Yunkang, Yu Xin. *Journal of Dalian University of Technology*, 1998, 38(5): 502-505.
- [6] 汪恺. 形状和位置公差标准应用指南 [M]. 北京: 中国标准出版社, 1999.
Wang Kai. Shape and position tolerances standard application guide[M]. Beijing: China Standard Press, 1999.
- [7] 艾剑良, 钱国红. K-S 函数在多目标优化中的应用 [J]. 机械科学与技术, 2000, 19(1): 64-68.

Ai Jianliang, Qian Guohong. *Mechanical Science and Technology*, 2000, 19(1): 64-68.

- [8] 隋允康, 张学胜, 龙连春, 等. 位移约束集成化处理的连续体结构拓扑优化[J]. 固体力学学报, 2006, 27(1): 102-107.
Sui Yunkang, Zhang Xuesheng, Long Lianchun, et al. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2006, 27(1): 102-107.
- [9] 隋允康, 张学胜, 龙连春. 应力约束处理为应变能集成的连续体结构拓扑优化[J]. 计算力学学报, 2007, 24(5): 602-608.
Sui Yunkang, Zhang Xuesheng, Long Lianchun. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, 24(5): 602-608.
- [10] Kreisselmeier G, Steinhauser R. Systematic control design by optimizing a vector performance index [C]//Proceedings of the IFAC Symposium on Computer-Aided Design of Control Systems. Zurich, 1979, 1: 113-184.

(责任编辑 朱宇)

本期“九宫填数”答案

九宫难度系数 ◆◆◆◆◇															
3	1	9	2	5	4	6	7	8							
6	7	4	1	9	8	3	2	5							
5	2	8	3	7	6	9	1	4							
8	4	3	5	1	9	7	6	2							
2	9	7	8	6	3	4	5	1							
1	5	6	4	2	7	8	9	3							
7	8	2	6	4	5	1	3	9	4	2	8	7	5	6	
4	6	1	9	3	2	5	8	7	6	9	3	2	4	1	
9	3	5	7	8	1	2	4	6	1	7	5	3	8	9	
						6	7	3	2	5	4	1	9	8	
						8	9	1	3	6	7	4	2	5	
						4	5	2	8	1	9	6	7	3	
						3	6	5	9	4	2	8	1	7	
						7	1	4	5	8	6	9	3	2	
						9	2	8	7	3	1	5	6	4	