

小波变换在图像去噪中的应用

艾泽潭, 石庚辰

北京理工大学机电学院, 北京 100081

摘要 图像小波域去噪可克服频域去噪单一尺度的局限性, 具备多尺度多分辨率的特点, 已成为目前图像去噪的主要方法之一。为归纳小波变换在图像去噪领域中的应用, 简要讨论图像噪声的概念、数学模型、传统图像去噪的基本原理方法, 详细阐述了图像小波域去噪的基本理论、发展过程、去噪方法, 评价了 3 种常用方法的优缺点, 对小波去噪的发展趋势进行了展望。

关键词 小波变换; 图像去噪; 计算机视觉

中图分类号 TP391.41

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2010)01-0102-05

Wavelet Transform Used in Image Denoising

AI Zetan, SHI Gengchen

School of Mechatronical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract This paper reviews studies of wavelet transform used in image denoising. Image denoising is an indispensable part in image processing, and plays an important role in the field of computer vision. As there is only a single scale in the frequency domain, only a general information can be extracted from the image. The multi-scale and multi-resolution features of wavelet domain make it possible for image denoising to be conducted at different scales. For a better understanding of image denoising, this paper first discusses briefly the mathematical model of image noise, the basic principles and the traditional methods used for image denoising and then, the image denoising theory based on wavelet transform. Three kinds of image denoising methods commonly used in wavelet domain are highlighted, as well as, the advantages and disadvantages of these methods. Finally, the recent development of the wavelet de-noising is reviewed.

Keywords wavelet transform; image denoising; computer vision

0 引言

现实中的图像多是带噪图像, 需对图像去噪并进行后续处理(如分割、压缩、图像理解分析等), 去噪可提高图像的信噪比, 突出图像的期望特征。根据图像的特点、噪声的统计特征、频谱分布的规律, 已提出了多种去噪方法。文献[1]根据模糊数学理论及随机脉冲噪声本身的特点, 提出了模糊指标的概念, 并结合边缘信息, 提出了一种自适应中值滤波算法; 文献[2]采用模糊加权方法对均值滤波算法进行了改进; 文献[3]提出一种先去除滤波窗口中最大最小像素值, 再进行自适应滤波的算法; 文献[4]提出了一种自适应加权中值滤波算法; 文献[5]提出了一种混合滤波算法, 该算法利用局部阈值区分受高斯噪声和脉冲噪声污染的像素, 对高斯噪声采用均值滤波, 对脉冲噪声采用中值滤波。在实际应用中上述几种方法都能取得一定效果, 但均存在不足之处: 对多种噪声共同干

扰的图像去噪效果不理想; 去噪的同时平滑了图像的细节, 使图像清晰度降低, 质量下降。小波变换具有良好的时频局部特性, 可以很好地弥补上述去噪方法的不足。

小波变换是在傅里叶变换基础上发展起来的一种具有多分辨率分析特点的时-频分析方法^[6], 其基本思想是通过伸缩、平移运算对信号进行多尺度细化, 最终达到高频处时间细分、低频处频率细分的目的, 能自适应地聚焦到信号的任意细节。由于小波变换在时、频域都具有表征信号局部特征的能力和分辨率分析的特点, 被誉为“数学显微镜”。近 20 年来, 随着小波理论的不断发展和完善, 已经广泛应用于地质勘探、图像处理、生物工程、人工智能等多个领域, 并取得了显著成果^[7]。在图像去噪领域, 小波变换能够在不同尺度下对图像进行去噪, 解决了传统滤波器单一尺度去噪所带来的问题, 推动了图像去噪技术的发展。

收稿日期: 2009-12-02

作者简介: 艾泽潭, 博士研究生, 研究方向为 MEMS 器件三维尺寸快速在线检测, 电子信箱: aizetan@bit.edu.cn; 石庚辰(通信作者), 教授, 研究方向为微型机电系统, 电子信箱: shigengchen@bit.edu.cn

小波变换各尺度上的不同传播特性,去除由噪声产生的模极大值点,保留图像所对应的模极大值点,然后利用所余模极大值点重构小波系数,进而恢复图像。然而仅利用有限的模极大值点重构图像,误差很大。Mallat 等^[10]提出的交替投影方法较好地解决了这个问题,但计算量很大,需要通过迭代实现,有时不稳定。

1994 年, Xu 等^[11]提出了一种基于空域相关性的噪声去除方法,即根据信号与噪声的小波变换系数在相邻尺度之间的相关性进行滤波。该方法的优点是易于实现,缺点是不够精确。在该算法的实现过程中,噪声能量的估计非常关键。Pan 等^[12]推导出噪声能量阈值的理论计算公式,并给出了一种估计信号噪声方差的有效方法,使得空域相关滤波算法具有自适应性。

Donoho 等^[13]在高斯噪声模型下,应用多维独立正态变量决策理论,提出了小波阈值去噪方法,并取得了大量研究成果。他们于 1995 年提出了信号去噪的软阈值方法和硬阈值方法,推导出 VisuShrink 和 SureShrink 阈值公式,并从理论上证明了在均方意义下是渐进最优的。Coifman 等^[14]提出了平移不变小波去噪法,进一步改善了去噪效果。Gao 等^[15]对软阈值函数和硬阈值函数进行了改进,提出了 semisoft 和 garrote 阈值函数,研究了不同收缩函数的特性,给出阈值估计的偏差、方差等计算公式。semisoft 阈值方法具有比阈值方法连续性好、比较阈值方法偏差更小等优点。

1997 年, Johnstone 等^[16]给出一种相关噪声去除的小波阈值估计器。Jansen 等^[17]采用广义交叉验证 (Generalized Cross Validation, GCV) 估计器估计小波阈值,对图像中的相关噪声进行去除。

1999 年, Nowak 等^[18]提出针对光子图像系统的小波域滤波算法,用来去除图像的 Poisson 噪声。Hsung 等^[19]提出一种基于奇异性检测的去噪算法,与 Mallat 的模极大值去噪方法相似,但它不进行模极大值检测与处理,而是通过计算一个锥形影响域内小波系数模的极值估计信号的局部正则性,从而对小波系数进行滤波。该方法避免了复杂的重构,几乎不需要噪声的先验信息。

2000 年,在基于无噪图像小波系数服从广义高斯分布的假设前提下, Chang 等^[20]提出一种针对图像的 BayesShrink 阈值去噪方法,所选阈值可随图像本身的统计特性做自适应的改变,取得很好的去噪效果。

随着小波去噪理论不断发展,小波系数统计特性的概率模型被广泛研究。近来提出的隐马尔可夫树结构模型^[21],是对每个小波系数引入有限个隐状态,并且认为尺度间的小波系数状态具有马尔可夫特性,小波系数通过尺度间状态的连接可形成一种递阶层次树;将其应用于图像去噪可取得较小的误差平方和。将小波与隐式马尔可夫、多尺度随机过程、Bayes 等模型结合起来,可获得满意的去噪效果。

小波去噪方法还有基于非正交小波的去噪算法^[22]、基于小波包分解的去噪算法^[23]。1994 年 Geronimo 等构造了著名的

GHM 多小波,它既保持了单小波所具有的良好时域与频域的局部化特征,又克服了单小波的缺陷。1998 年 Dowinc 等提出了多小波的通用阈值公式;Bui 等把平移不变小波去噪推广到多小波的情形,于是基于多小波的去噪算法^[24]得到迅速发展。

目前脊波变换^[25]、曲波变换^[26]等新理论在图像去噪中的应用引起了广泛研究兴趣。脊波本质上是小波基函数中添加一个表征方向的参数,所以脊波不仅继承了小波局部时频分析的能力,而且具有很强的方向选择和辨识能力,可以有效检测出图像中具有方向性的边缘同时抑制噪声;曲波本质上是多尺度的局部化脊波,它综合了脊波擅长表示直线特征和小波适合表示点状特征的优点,并充分利用了多尺度分析独到的优势,曲波变换可以看成是一种特殊的滤波过程和多尺度脊波变换组合而成,在实际图像去噪中已取得了相当好的效果。

3.3 图像小波变换去噪方法

经典小波变换图像去噪算法分为三大类:Mallat^[9]提出的基于小波变换模极大值方法、Xu 等^[11]提出的相关性去噪方法、Donoho 等^[13]提出的阈值去噪方法。

3.3.1 模极大值去噪方法

图像在不同尺度上小波变换的模极大值集合是小波系数集的一个子集,包含了图像最重要的信息,这是模极大值去噪算法的基本依据。算法的基本思想是:根据信号和噪声在不同尺度下的模极大值的不同传播特性(随着尺度的增大,信号和噪声所对应得模极大值分别增大和减小),连续进行若干次小波变换之后,噪声引起的模极大值基本去除,信号模极大值保留。按照尺度从大到小的方向对含噪图像 $g(x, y)$ 进行去噪,算法基本步骤是:对 $g(x, y)$ 做 DWT,一般选取尺度 4 或者 5;在每个尺度上找出小波系数模极大值,通过设置阈值去除噪声模极大值点,保留图像模极大值点;由各尺度下保留的模极大值点重构图像,从而得到去噪图像。

3.3.2 相关性去噪方法

根据相邻尺度的小波变换系数直接相乘能够增强信号,抑制噪声, Xu 等^[11]提出了利用小波变换相关性区分信号和噪声的 SSNF (Spatially Selective Noise Filtration) 方法。

尺度 j 下点 n 处的相关系数定义为

$$Cor(j, n) = W_{2^j} f(n) \cdot W_{2^{j+1}} f(n) \quad (2)$$

规范化相关系数 $NCor(j, n)$,

$$NCor(j, n) = Cor(j, n) \sqrt{PW(j)/PCor(j)} \quad (3)$$

$$PW(j) = \sum_n (W_{2^j} f(n))^2 \quad (4)$$

$$PCor(j) = \sum_n Cor(j, n)^2 \quad (5)$$

其中, $PW(j) = \sum_n (W_{2^j} f(n))^2$, $PCor(j) = \sum_n Cor(j, n)^2$ 分别表示对应于尺度 j 的小波系数与相关系数的能量。在尺度 j 下(记: $W(j, n)$

5 结论

图像小波域去噪最显著的优点是具备良好的局部特性,能在不同尺度下对图像进行去噪,而这正是传统去噪方法所不具备的。模极大值去噪、相关性去噪、阈值去噪是3种基本的图像小波域去噪方法。前两种方法虽然去噪效果较好,但计算量大,因此在实际应用中受到限制;阈值去噪方法适用范围广、计算速度快、去噪效果好,在实际图像去噪中得到广泛应用。随着小波理论的日趋完善,一些新的理论方法将不断涌现,应用到图像去噪领域,可推动图像去噪技术的不断发展。

参考文献 (References)

- [1] 倪臣敏, 叶懋冬, 陈孝春. 一种改进的自适应中值滤波算法[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(5): 672-678.
Ni Chenmin, Ye Maodong, Chen Xiaochun. *Journal of Image and Graphics*, 2006, 11(5): 672-678.
- [2] Arakawa K. Median filter based on fuzzy rules and its application to image restoration[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 77(1): 3-13.
- [3] 李树涛, 王耀南. 图象椒盐噪声的非线性自适应滤除 [J]. 中国图象图形学报, 2000, 5(12): 999-1001.
Li Shutao, Wang Yaonan. *Journal of Image and Graphics*, 2000, 5(12): 999-1001.
- [4] 王章伟, 郑昌琼, 王景熙, 等. 一种新型自适应中值滤波其在超声医学图像中的应用[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2000, 32(5): 92-95.
Wang Zhangwei, Zheng Changqiong, Wang Jingxi, et al. *Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition*, 2000, 32(5): 92-95.
- [5] 关新平, 赵立兴, 唐英干. 图像去噪混合滤波方法[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(3): 332-337.
Guan Xinping, Zhao Lixing, Tang Yinggan. *Journal of Image and Graphics*, 2005, 10(3): 332-337.
- [6] 秦前清. 实用小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.
Qing Qianqing. *Practical wavelet analysis* [M]. Xi'an: Xidian University Press, 1994.
- [7] 董长虹. Matlab 小波分析工具箱原理与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
Dong Changhong. *Principle and application of the Matlab wavelet analysis toolbox*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004.
- [8] 贾云德. 机器视觉[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
Jia Yunde. *Machine vision*[M]. Beijing: Science Press, 2002.
- [9] Mallat S G, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1992, 38(2): 617-643.
- [10] Mallat S G, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(7): 710-732.
- [11] Xu Y, Weaver J, Healy M. Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999, 3(6): 747-758.
- [12] Pan Q, Zhang P, Dai G Z. Two denoising methods by wavelet transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47: 3401-3406.
- [13] Donoho D L, Johnstone L M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425-455.
- [14] Coifman R, Donoho D L. Translation-invariant denoising[C]//Wavelets and Statistics: Springer Lecture Notes in Statistics 103. New York: Springer-Verlag, 1994: 125-150.
- [15] Gao H. Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrote[J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1998, 7(4): 469-490.
- [16] Johnstone M, Silverman B. Wavelet threshold estimators for data with correlated noise[J]. *J R Statist Soc*, 1997, 59(23): 345-349.
- [17] Jansen, Malfait M, Bultheel A. Generalized cross validation for wavelet thresholding[J]. *Signal Processing*, 1997, 56: 33-44.
- [18] Nowak R D. Optimal signal estimation using cross validation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1997, 4(1): 23-25.
- [19] Hsung T C, Lun D, Siu W C. Denoising by singularity detection [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(11): 3139-3144.
- [20] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(9): 1522-1531.
- [21] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet based statistical signal processing using hidden Markov models[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(4): 886-902.
- [22] Ingrid Daubechies. 小波十讲[M]. 李建平, 杨万年, 译. 北京: 国防工业出版社, 2004.
Ingrid Daubechies. *Ten lectures on wavelets* [M]. Li Jianping, Yang Wannian, trans. Beijing: National Defense Industry Press, 2004.
- [23] Zhang L, Paul B. Denoising by spatial correlation thresholding[J]. *IEEE Transactions on Circuits and System for Video Technology*, 2003, 13: 535-538.
- [24] 章琳. 多小波图像去噪方法研究[D]. 江西: 江西财经大学计算机管理学院, 2006.
Zhang Lin. *Multiwavelet image denoising method research* [D]. Jiangxi: Schoole of Computer Management, Jiangxi University of Finance and Economics, 2006.
- [25] 于海燕. 脊波变换算法与应用研究[D]. 西安: 西安理工大学自动化与信息工程学院, 2006.
Yu Haiyan. *Reseach on algorithm and application based on ridgelet transform*[D]. Xi'an: College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, 2006.
- [26] 蔡炳煌. 基于曲波分析的图像处理与应用 [D]. 汕头: 汕头大学工学院, 2007.
Cai Binghuang. *Image processing and application based on curvelet analysis*[D]. Shantou: College of Engineering, Shantou University, 2007.

(责任编辑 刘志远)

《科技导报》“学术争鸣”栏目征稿

科学研究需要争鸣和探索。《科技导报》设立“学术争鸣”栏目,旨在活跃学术气氛,开展学术讨论,促进学科的深入研究。本栏目欢迎对已发表的学术论文观点进行质疑,也欢迎广大作者对各个领域的科技问题进行开创性的学术探索。本栏目欢迎广大一线科技工作者投稿。投稿网址: www.kjdb.org; 投稿邮箱: kjdbbjb@cast.org.cn。