

瑞利-泰勒不稳定性的实验研究及数值模拟

Experimental and Numerical Study of Rayleigh-Taylor Instabilities

李 熙/LI Xi¹, 朱华庆/Vincent H CHU²

1. 河海大学交通与海洋工程学院海洋工程系, 南京 210098
2. 麦吉尔大学土木及应用力学系, 蒙特利尔 H3A 2K6, 加拿大

1. Department of Ocean Engineering, Hehai University, Nanjing 210098, China
2. Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal H3A 2K6, Canada

[摘要] 通过翻转试验对瑞利-泰勒不稳定性(Rayleigh-Taylor Instabilities)引致的湍流混合过程进行实验研究,提出以染料浓度测定法结合数字图像处理技术测量确定混合物前锋的扩散位置和系数,以拉格朗日块体法(LBM)的数值格式和改进的 Smagorinsky 理论模式对实验过程进行了大涡模拟数值计算,修正了 Voropayev 用目测法测量的系数,数值模拟的结果与实验测量结果符合较好。

[关键词] 瑞利-泰勒不稳定性,湍流混合,染料浓度测定法,数字图像处理,大涡模拟,拉格朗日块体法

[中图分类号] O357.5 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1000-7857(2005)11-0030-03

Abstract : The Rayleigh-Taylor instabilities were initiated in the laboratory by the sudden overturning of a tank of initially stably stratified fluid of two layers. For flow visualization, dye was introduced as tracer in one of the fluid layer. The concentration of the dye tracer across the highly irregular turbulent interface was measured in the experiment using a video imaging method. The laboratory data of the interface were compared with a Large Eddy Simulation (LES) of the turbulent flow, which was conducted using a numerical scheme known as the Lagrangian Block Method (LBM). The highly irregular turbulent interface was correctly reproduced in the LES by the LBM in close agreement with the laboratory observation.

Key Words : Rayleigh-Taylor instabilities, turbulence instabilities, video imaging, large eddy simulation, Lagrangian block method

CLC Number : O357.5 **Document Code:** A **Article ID :** 1000-7857(2005)11-0030-03

1 引言

瑞利-泰勒不稳定性发生在非稳定的密度分层的状况下,譬如较重的液体位于较轻的液体上。重力的作用加速了一层液体侵入另一层液体的进程,产生了湍流及随之发生的界面上的湍流混合过程。该问题有许多环境方面的和地球物理方面的应用(Taylor 1950^[1], Rayleigh 1900^[2], Popil & Curzon 1980^[3], Read 1984^[4], Andrews & Spalding 1990^[5], Voropayev 等 1993^[6])。在湖泊和海洋中,这种非稳定性通常由表层水体的冷却和冰冻而引起。在非稳定的分层流体中的反向浮力作用是推动力,引起非稳定性及表层和下层流体之间的紊动交换。在各层流体之间混合物的层流和湍流交换是高度混沌的,以数值方法模拟湍流混合前锋的变化对精度要求很高,是一个具有很大难度的问题。所以对瑞利-泰勒非稳定性的物理机理进行实验研究十分必要,就数值模型的发展和验证而言显得至关重要。

在本文的研究中,通过在实验室翻转一个初始稳定的双层分层的水箱来实现瑞利-泰勒不稳定性。如图 1 所示,两层液体的初始水深分别是 h_1 和 h_2 ,在翻转后产生了实验室中的不稳定性。这

种不稳定性起初表现为界面上的纹状交叉;较轻的液体升入上层较重的液体;较重的液体侵入下层较轻的液体。液体的交换最终表现为一个混沌的过程并形成湍流。较早对该过程进行实验研究的有 Andrews & Spalding (1990)^[5]、Voropayev 等(1993)^[6],主要基于流体的目测方法进行研究。尽管目测方法对于混合物前锋扩散位置难以确定, Voropayev 等(1993)^[6]仍给出了关于上层液体侵入水深的一个公式。

$$\delta = \alpha(2gAh_1)^{1/2}t \quad (1)$$

公式中 g =重力加速度, $A=(\rho_1-\rho_2)/(\rho_1+\rho_2)$ =Atwood 数,以及 h_1 =上层液体的初始水深; $2gAh_1$ =与上层流体有关的总浮力。在以目测法进行的一系列实验中, Voropayev 等 (1993)^[6] 得到方程中的系数为 $\alpha=0.38$ 。然而这个系数的确定取决于运动中的前锋位置如何确定。因为混合物前锋是高度混沌的,所以混合物前锋位置难以以目测法准确定位。为排除这种不确定性,在该实验中以染料浓度法结合数字图像处理技术确定前锋的位置和湍流混合扩散速度,该方法起初是由 Zhang & Chu (2003)^[7]用于单种液体研究。实验研究的目的是研究瑞利-泰勒不稳定性引致的湍流混合过程的物理机理,并

收稿日期:2005-07-08

基金项目:中国国家留学基金(22832100)、加拿大自然科学基金

作者简介:李 熙,男,江苏省南京市河海大学交通与海洋工程学院海洋工程系,讲师,主要研究方向为海洋工程;E-mail: xili@hhu.edu.cn

通过与大涡模拟数值模拟结果的比较,对试验结果验证。

2 实验

实验设备是个具有较小厚度的封闭水箱,如图 1。实验所用水箱的内径高 $H=h_1+h_2=57.1$ cm,宽 $L=115$ cm,厚 $T=1.27$ cm。两层液体的起始密度不同,上层液体溶入盐和起标记作用的染料,下层液体是清水,对上层液体不同的初始浓度和深度进行了一系列的实验。本文中所给出的实验结果是在容器中上层较重液体的水深 $h_1=3$ cm、上层液体的密度比下层液体大 0.95%、上层液体的深度相对于整个水箱的高度是非常小的($h_1 \ll H$)的条件下得出的。因此,前锋的行进完全取决于与上层水体有关的浮力,最终按照公式 1 将随时间线性增长。

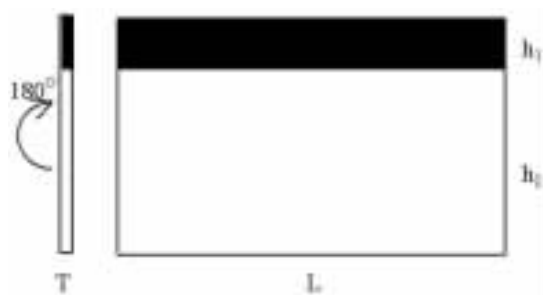


图 1 迅速翻转水箱 180°后的非稳定性重力分层
(注:上层较重的液体水深为 h_1 ,下层较轻液体水深为 h_2 。)

已知初始浓度的染料溶入上层液体作为测定两层液体的交换的示踪剂,通过数字图像技术进行处理。上层液体向下层液体的侵入通过摄像机进行记录,以染料浓度法将图像中的光线的强度和示踪剂的浓度建立了相关关系。图 2 所示为翻转水箱后 9 s、11 s、13 s、15 s 的染料的图像。在这些图像中,颜色的深度和染料的浓度是相关的。上层液体运动中所产生的混合前锋是高度不规则的。总之,通过将染料的浓度 C 沿着同一水深上宽度的像素进行平均(如图 3 所示)得到了染料浓度的平均曲线。尽管混合前锋是高度不规则的,然而通过对平均后的染料浓度曲线进行高斯曲线的拟合可以获得瞬时上层液体的行进深度 δ ,如图 3 及下式所示。

$$C = C_m \exp(-\ln 2 \frac{y^2}{\delta^2}) \quad (2)$$

在式中, C_m 是染料的最大浓度。表 1 给出了通过曲线拟合得到的从 9 s 至 15 s 的上层流体平均水深 δ 。图 4 给出了上层流体随时间变化的曲线。所获的数据显示公式 1 给出的线性关系。对该实验数据进行拟合,得到的系数 $\alpha=0.13$ 远小于 Voropayev 等(1993)^[6] 给出的 0.38。这种差别是由于对 δ 定义不同所致。Voropayev 等通过目测法对前锋的运动边缘确定 δ ,而这种边缘是高度不规则的,很难以目测法客观确定。本文对系数 α 的修正则是以浓度曲线对前锋进行准确量测后得出的。

3 以拉格朗日块体法(LBM)进行的大涡模拟

对上述实验过程中的湍流混合过程以大涡模拟(LES)进行了数值计算,数值模拟的成功是由于在大涡模拟中采用以拉格朗日块体法(LBM)命名的数值方法,拉格朗日块体法是一种非常精确的数值格式,几乎没有数值发散和伪物理效应,一些应用于湍流计算的成功算例可参照 Li & Chu (2005)^[8]、Chu & Altai (2001, 2002)^[9,10]。

对翻转实验的数值模拟在 384×192 的二维网格上进行,网格尺度是 0.3 cm。图 5 给出了 $t=9$ s 和 15 s 数值模拟的湍流混合结果。数值模拟是基于二维沿水箱厚度平均的格式。大涡模拟(LES)中的亚格式的紊动粘性系数通过 Chu 等^[11] 提出的改进的

图 2(a) $t = 9$ s



图 2(b) $t = 11$ s



图 2(c) $t = 13$ s



图 2(d) $t = 15$ s



图 2 图片(a)、(b)、(c)、(d)为在 68 cm x 39 cm 窗口中时间序列 $t = 9$ s, 11 s, 13 s, 和 15 s 所获得的前锋运动图像
(注:上层运动液体的颜色深度和染料的浓度是相关的。)

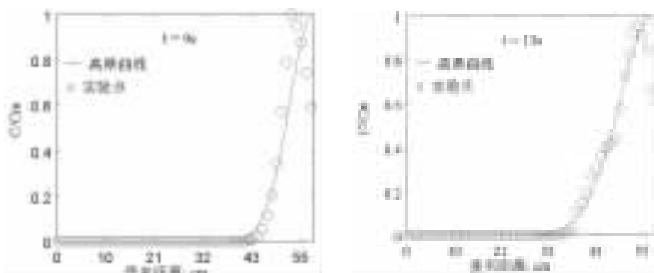


图 3 在时间 $t = 9$ s 和 13 s 通过高斯曲线拟和的染料浓度曲线

表 1 通过对染料浓度数据进行曲线拟和所获得的上层液体的的行进深度 δ

时间(s)	行进深度, δ (cm)	系数 α
9	6.170 0	0.13
10	7.194 7	0.14
11	7.605 6	0.13
12	8.523 5	0.13
13	9.258 6	0.13
14	10.275 6	0.14
15	11.291 9	0.13

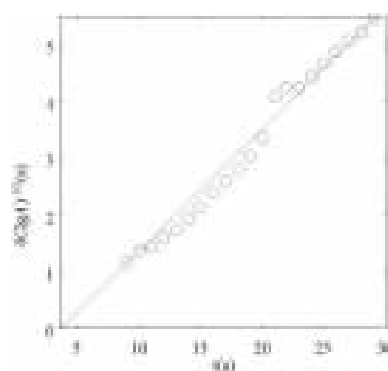


图 4 无量纲行进深度 $\delta/(2gAh)^{1/2}$ 随时间变化的曲线
(注:直线斜率用于确定公式 1 中的系数 α)

Smagorinsky 模式解出。该改进的模式的前提条件如下: ① 当网格尺度相较于水箱厚度较大时 ($\Delta \gg T$) 是准二维的 (Q2D, Quasi two-dimensional); ② 当网格尺度相较于水箱厚度较小 ($\Delta \ll T$) 时是虚三维的 (P3D, pseudo-three-dimensional)。两种前提条件的交换是通过三分之四的法则插值。

$$v_{SG} = \Delta_{2D} + \frac{\Delta^{\frac{3}{4}}}{\Delta^{\frac{3}{4}} + T^{\frac{3}{4}}} V_{SD} + \frac{T^{\frac{3}{4}}}{\Delta^{\frac{3}{4}} + T^{\frac{3}{4}}} (v_{SG} - v_{2D}) \quad (3)$$

根据上述插值公式以及网格尺度, 亚格式的紊动粘性系数当 $\Delta \gg T$ 时为 $v_{SG} = v_{SD} + v_{2D}$, 当 $\Delta \ll T$ 时为 $v_{SG} = v_{P3D}$, 准二维的 Smagorinsky 紊动系数如下。

$$v_{2D} = C_s^2 \Delta^2 \left[2 \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

在这里, C_s = Smagorinsky 系数, $\Delta = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ 网格尺度; $\tilde{u}$ 和 $\tilde{v}$ 是沿虚平面上 x 和 y 方向的流速分量。亚水深的紊动系数和剪切流速 $\tilde{u}_*$ 及水箱厚度 T 成正比。

$$v_{SD} = c_v u_* T \quad (5)$$

此处, $u_* = \sqrt{\tau_b / \rho}$ 是底摩擦流速。当网格尺度远大于水箱厚度 (即若 $\Delta x, \Delta y \gg T$), 总的亚水深和亚格式的紊动系数是公式 5 给出的亚水深分项和公式 4 给出的二维分项之和, 即 $v_{SG} = v_{SD} + v_{2D}$, 然而如果当网格尺度远小于水箱厚度 (即若 $\Delta x, \Delta y \ll T$), 亚格式的紊动系数是由虚三维的模式给出的。

$$v_{P3D} = C_s^2 \frac{3\Delta^2}{2} \sqrt{3 \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)^2 \right]} \quad (6)$$

在本文的水体前锋的大涡模拟中, Smagorinsky 系数 C_s 选取为 0.0075。

通过改进的 Smagorinsky 模式, 基于拉格朗日块体法 (LBM) 进行的大涡模拟计算结果如图 5。

图 5(a) $t = 9$ s



图 5(b) $t = 15$ s



图 5 图片 (a) (b) 为以拉格朗日块体法进行的大涡模拟给出的在 $t = 9$ s 和 15 s 上层水体前锋图像 (注: 上层液体运动的颜色深度与染料的浓度是相关的。)

4 大涡模拟的结果和实验结果的对比较证

如引言中所述, 物理实验的结果和数学模型的结果进行对比较证。直接将图 5 和图 2 获得的实验结果进行比较, 显著之处是不仅混合前锋的位置吻合, 而且界面的细部结构也高度相似。在实验中当上层的流体侵入下层流体时, 开始较小的紊动漩涡随着时间变化增长, 随之和周围漩涡的混合而形成较大的漩涡, 以大涡模拟进行的数值模拟非常准确地模拟了这个漩涡增长的过程。将大涡模拟的结果和试验结果进行比较验证 (如图 6), 显然, 对瑞利-泰勒不稳定性引致的湍流混合过程通过拉格朗日块体法 (LBM) 进行的大涡模拟结果与试验数据高度吻合。

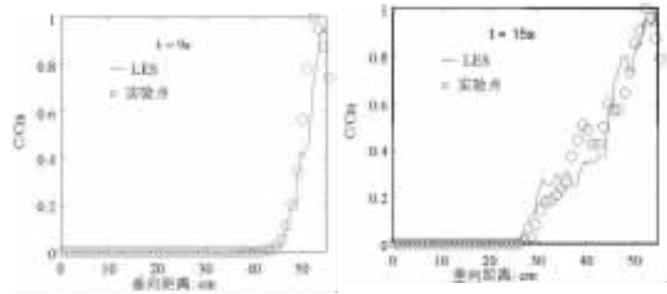


图 6 大涡模拟的结果与实验数据的比较

5 结论

本文提出以染料浓度法对瑞利-泰勒不稳定性引致的湍流混合过程进行了研究, 结合数字图像处理技术对混合过程的速度和混合物前锋的位置进行了精确测量, 对比 Voropayev 的实验结果, 对前锋行进深度的系数进行了修正, 对地球大气物理科学和海洋环境科学中瑞利-泰勒不稳定性的物理机理进行了描述。通过拉格朗日块体法 (LBM) 的数值格式和改进的 Smagorinsky 理论模式对实验中湍流混合的过程进行了数值模拟, 数值模拟结果与物理实验的结果吻合较好。该实验方法和数值方法可进一步应用于研究污染物排放、水质变化等与传质有关的湍流混合问题。

(致谢: 感谢中国国家留学基金会和加拿大自然科学基金会提供的支持。)

参考文献 (References)

- [1] Taylor G I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes [C]. *Proc. R. Soc. London*, 1950, Ser. A 201: 192~196
- [2] Lord Rayleigh. *Scientific Papers* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1900
- [3] Popil R, Curzon F L. Climbing water films in experiments on Rayleigh-Taylor instabilities[J]. *Phys. Fluids*, 1980, 23: 1718 ~ 1719
- [4] Read K I. Experimental investigation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability [J]. *Physica D (Amsterdam)*, 1984, 12 (1~3): 45~48
- [5] Andrews M J, Spalding D B. A simple experiment to investigate two-dimensional mixing by Rayleigh-Taylor instability [J]. *Phys. Fluids A* 2, 1990: 922~927
- [6] Voropayev S I, et al. Experiments on the evolution of gravitational instability of an overturned initially stably stratified fluid[J]. *Phys. Fluids A* 5, 1993: 2461~2466
- [7] Zhang J B, Chu V H. Shallow turbulent flows by video imaging method[J]. *J. Engrg. Mechanics*, ASCE, 2003, 129: 1164~1172
- [8] Li Xi, Chu V H. Q2D turbulence by Rayleigh-Taylor instabilities [B], *Environmental Hydraulics and sustainable Water Management*, London: Lee & Lam (eds) Taylor & Francis Group, 2005
- [9] Chu V H, Altai W. Simulation of turbulence and gravity interfaces by Lagrangian block method [B]. *Computational Fluid Dynamics* 2002, New York: Springer-Verlag, 2002
- [10] Chu V H, Altai W. Simulation of shallow transverse shear flows by second moment method [J]. *J. Hydraulic Research*, IAHR, 2001, 39: 575~582
- [11] Chu V H. Depth-averaged RANS and LES models for shallow-flow turbulence [C]. *Advance in Hydro-Science and Engineering*, Volume VI, 2004

(责任编辑 黄永明)